

## 实验8-1 捕鱼业的持续收获 ——产量模型

(参考教材 p215-218)

### 实验要求:

运行下面的 m 文件, 并把相应结果填空, 即填入 “\_\_\_\_\_”。

```
clear;clc;
%无捕捞条件下单位时间的增长量:  $f(x)=rx(1-x/N)$ 
%捕捞条件下单位时间的捕捞量:  $h(x)=Ex$ 
% $F(x)=f(x)-h(x)=rx(1-x/N)-Ex$ 
%捕捞情况下渔场鱼量满足的方程:  $x'(t)=F(x)$ 
%满足  $F(x)=0$  的点  $x$  为方程的平衡点
%求方程的平衡点

syms r x N E; %定义符号变量
Fx=r*x*(1-x/N)-E*x; %创建符号表达式
x=solve(Fx,x) %求解  $F(x)=0$  (求根)

%得到两个平衡点, 记为:
%  $x_0=$ _____,  $x_1=$ _____

x0=x(2);
x1=x(1); %符号变量  $x$  的结构类型成为  $<2 \times 1 \text{sym}>$ 

%求  $F(x)$  的微分  $F'(x)$ 

syms x; %定义符号变量  $x$  的结构类型为  $<1 \times 1 \text{sym}>$ 
dF=diff(Fx,'x');
dF=simple(dF) %简化符号表达式

%得  $F'(x)=$ _____
%求  $F'(x_0)$  并简化

dFx0=subs(dF,x,x0); %将  $x=x_0$  代入符号表达式  $dF$ 
dFx0=simple(dFx0)

%得  $F'(x_0)=$ _____
%求  $F'(x_1)$ 

dFx1=subs(dF,x,x1)

%得  $F'(x_1)=$ _____
%若  $E < r$ , 有  $F'(x_0) < 0$ ,  $F'(x_1) > 0$ , 故  $x_0$  点稳定,  $x_1$  点不稳定 (根据平衡点稳定
```

性的准则);

%若  $E > r$ , 则结果正好相反。

%在渔场鱼量稳定在  $x_0$  的前提下 ( $E < r$ ), 求  $E$  使持续产量  $h(x_0)$  达到最大  $h_m$ 。

%通过分析 (见教材 p216 图 1), 只需求  $x_0^*$  使  $f(x)$  达到最大, 且  $h_m = f(x_0^*)$ 。

```
syms r x N
fx=r*x*(1-x/N);
df=diff(fx,'x');
x0=solve(df,x)
```

%得  $x_0^* = \underline{\hspace{2cm}}$

```
hm=subs(fx,x,x0)
```

%得  $h_m = \underline{\hspace{2cm}}$

%又由  $x_0^* = N(1-E/r)$ , 可得  $E^* = \underline{\hspace{2cm}}$

%产量模型的结论是:

%将捕捞率控制在固有增长率的一半 ( $E=r/2$ ) 时, 能够获得最大的持续产量。

### [提示]

符号简化函数 `simple` 的格式:

```
simple(S)
```

对符号表达式  $S$  尝试多种不同的算法简化, 以显示  $S$  表达式的长度最短的简化形式。

变量替换函数 `sub` 的格式:

```
Subs(S, OLD, NEW)
```

将符号表达式  $S$  中的  $OLD$  变量替换为  $NEW$  变量。

### 实验报告提交:

填空后的 M 文件。

## 实验8-2 种群的相互竞争（1）

（参考教材 p222-228）

### 实验要求：

补充如下指出的程序段，然后运行该 m 文件，对照教材上的相应结果。

```
clear;clc;
%甲乙两个种群满足的增长方程：
%  $x_1'(t)=f(x_1,x_2)=r_1*x_1*(1-x_1/N_1-k_1*x_2/N_2)$ 
%  $x_2'(t)=g(x_1,x_2)=r_2*x_2*(1-k_2*x_1/N_1-x_2/N_2)$ 
%求方程的平衡点，即解代数方程组
%  $f(x_1,x_2)=0$   $g(x_1,x_2)=0$ 
```

编写出该程序段。

[提示]

（1）使用符号表达式；

（2）用函数 solve 求解代数方程组；

（3）调整解（平衡点）的顺序放入 P 中（见下面注释所示），P 的结构类型为<4×2sym>，P 的第 1 列对应  $x_1$ ，第 2 列对应  $x_2$ 。

```
%得 4 个平衡点：
% P(1)=P1 (N1, 0)
% P(2)=P2 (0, N2)
% P(3)=P3 (N1*(-1+k1)/(-1+k2*k1), N2*(-1+k2)/(-1+k2*k1))
% P(4)=P4 (0, 0)
%平衡点位于第一象限才有意义，故要求 P3: k1,k2 同时小于 1，或同时大于 1。
%判断平衡点的稳定性（参考教材 p224）
fx1=diff(f,'x1');
fx2=diff(f,'x2');
gx1=diff(g,'x1');
gx2=diff(g,'x2');
A=[fx1,fx2;gx1,gx2]
syms x1 x2;
p=subs(-(fx1+gx2),{x1,x2},{P(:,1),P(:,2)});
p=simple(p);%简化符号表达式 p
q=subs(det(A),{x1,x2},{P(:,1),P(:,2)});
q=simple(q);
[P p q]
```

%得到教材 p225 表 1 的前 3 列，经测算可得该表的第 4 列，即稳定条件。

### 实验报告提交：

1. 补充的程序段。
2. 运行结果。

## 实验8-3 种群的相互竞争（2）

（参考教材 p222-228）

### 实验要求：

求微分方程组

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = r_1 x_1 (1 - \frac{x_1}{N_1} - \sigma_1 \frac{x_2}{N_2}) \\ \dot{x}_2(t) = r_2 x_2 (1 - \sigma_2 \frac{x_1}{N_1} - \frac{x_2}{N_2}) \end{cases}$$

的数值解，分别画出教材 p227 中的图 2(a)、(b)、(c)。

有关数据参见教材 p227 中“计算与验证”。

### [提示]

(1) 求微分方程组的数值解可参考教材 p140 的程序。

(2) 在 figure(1) 中画图 2(a)，在 figure(2) 中画图 2(b)，在 figure(3) 中画图 2(c)。在程序中，figure(图形编号) 用于定位对应图形。

(3) 使用 text(x,y,'标识文本')，坐标点 (x,y) 在“标识文本”的左边，调整 (x,y) 值，使“标识文本”放在图中的适当位置。

(4) 用 axis([xmin xmax ymin ymax]) 控制坐标的刻度范围。

(5) 用 grid on 打开网格，grid off 关闭网格。

(6) 用 hold on 把要画的图形保持在之前在同一 figure 上所画的图形中（同一坐标系）。

(7) 图 2(c) 中的两“点线”直线，一条的两个端点为 (0,1) 和 (1,0)，另一条的两个端点为 (0,2) 和 (1.6,0)。

### 实验报告提交：

1. 编写的程序（1个脚本式M文件，1个函数式M文件。注：脚本式M文件调用函数式M文件）。
2. 运行结果。