1.Wiedemann-Franz Law

金属电导和导热系数（也叫热导）之间有数学关系，叫做魏德曼---弗兰兹定律（Wiedemann-Franz Law）：在不太低的温度下，金属的导热系数与电导率之比正比于温度，其中比例常数的值不依赖于具体的金属。使用条件：温度高于德拜温度（高于德拜温度时，金属热容不随时间改变）

三. Wiedemann-Franz 定律：

该定律的内容：在不太低的温度下，金属的热导率与电导率之比正比于温度，其比例常数的数值不依赖于具体的金属。在金属理论发展史上，这个结果极其重要，因为它支持了电子气作为电荷和能量载体的观点。量子自由电子论可以很好地解释它，代入已经得到的公式，有：

$$\frac{\kappa}{\sigma}=\frac{\frac{\pi^2 n k_B^2 T}{3m}\overline{\tau_F}}{\frac{ne^2\tau_F}{m}}=\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 T=LT$$

这是一个令人惊讶的结果，它既不包含电子数目 n，也不包含电子质量 m

经典自由电子模型结果： $\frac{\kappa}{\sigma}=\frac{\frac{1}{3}\frac{3}{2}nk_B\bar{v}\bar{l}}{\frac{ne^2\bar{l}}{2m\bar{v}}}=3\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 T$

其中 Lorentz numder

$$L=\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2=2.45\times10^{-8}(\text{watt-ohm}\cdot\text{deg}^{-2})$$
$$=2.72\times10^{-13}(\text{erg/esu}\cdot\text{deg})^2$$

或： $L=2.45\times10^{-8}\left(\frac{V}{K}\right)^2$

一些金属Lorentz数的实验值[$10^{-8}(V/K)^2$]

T(°C)	Ag	Au	Cu	Cd	Ir	Zn	Pb	Pt	Sn
0	2.31	2.35	2.23	2.42	2.49	2.31	2.47	2.51	2.52
100	2.37	2.40	2.33	2.43	2.49	2.33	2.56	2.60	2.49

来源：曾长淦《自由电子论 2》

2. 用运动学方程和能量定义格林函数的等价性

Take FFF situation as an example, $\delta = 0$, equation (2) becomes

$$[(\hbar w + i\hbar\gamma_p) - (J_{p-1} + J_{p+1})]\widetilde{S}_p^\dagger + J_{p-1}\widetilde{S}_{p-1}^\dagger + J_{p+1}\widetilde{S}_{p+1}^\dagger = 0 \cdots\cdots\cdots (s1)$$

Because $S_p^\dagger = \widetilde{S}_p^\dagger e^{-iwt}$,we can get $\hbar w S_p^\dagger = i\hbar\frac{\partial S_p^\dagger}{\partial t}$, and equation (s1) can be rewritten as

$$i\hbar\frac{\partial S_p^\dagger}{\partial t} = -[i\hbar\gamma_p - (J_{p-1} + J_{p+1})]S_p^\dagger - J_{p-1}S_{p-1}^\dagger - J_{p+1}S_{p+1}^\dagger \cdots\cdots\cdots (s2)$$

And according to Heisenberg equation

$$i\hbar\frac{\partial S_p^\dagger}{\partial t} = [H, S_p^\dagger] \cdots\cdots\cdots (s3)$$

and commutation relation $[S_p, S_{p'}^\dagger] = \delta_{p,p'}$, we can get the form of Hamiltonian by comparing equation (s2) with (

$$\hat{H} = -\sum_p [i\hbar\gamma_p - (J_{p-1} + J_{p+1})]S_p^\dagger S_p - \sum_p [J_{p-1}S_{p-1}^\dagger S_p - J_{p+1}S_{p+1}^\dagger S_p] \cdots\cdots\cdots (s4)$$

and the matrix form of $\hat{H}$ is

$$H = -\begin{pmatrix} i\hbar\gamma_1 - J_2 & J_{1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ J_{2,1} & i\hbar\gamma_2 - (J_1 + J_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & i\hbar\gamma_{N-1} - (J_{N-2} + J_N) & J_{N-1,N} \\ 0 & 0 & \cdots & J_{N,N-1} & i\hbar\gamma_N - J_{N-1} \end{pmatrix}$$

So the Green's function has the form

$$\begin{aligned} G_0(w) &= \hbar w I_{N\times N} - H \\ &= \begin{pmatrix} \hbar w + i\hbar\gamma_1 - J_2 & J_{1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ J_{2,1} & \hbar w + i\hbar\gamma_2 - (J_1 + J_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hbar w + i\hbar\gamma_{N-1} - (J_{N-2} + J_N) & J_{N-1,N} \\ 0 & 0 & \cdots & J_{N,N-1} & \hbar w + i\hbar\gamma_N - J_{N-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} f_1 & J_{1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ J_{2,1} & f_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & f_{N-1} & J_{N-1,N} \\ 0 & 0 & \cdots & J_{N,N-1} & f_N \end{pmatrix} \end{aligned}$$