1. 弹道输运和量子输运

弹道输运定义：电子的平均自由程大于导电沟道的长度时，电子通过沟道基本不会遇到散射。这种输运行为我们称之为弹道输运。

量子输运定义：相位相干长度大于器件的特征长度。

2. 一维 Landau 方程

一维Landauer Formula

Higher

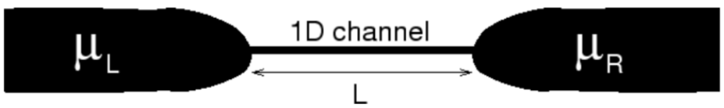
Landauer Formula 是计算低温下channel中的电导的公式，常表达为

$G(\mu)=G_0\sum_n T_n(\mu)$,

其中 $G_0=e^2/(\pi\hbar)$ ，叫做conductance quantum， T_n 是传输系数。

1.低温下的电导

考虑如下一维模型，channel长度为L，两边为两个化学势（外加能量）为 μ_L μ_R 的电子“库”，且 $\mu_L>\mu_R$ ，我们假设温度T=0，没有反射、散射等复杂过程。



费米狄拉克分布函数：

$f(E-E_F)=\frac{1}{1+e^{\beta(E-E_F)}}$,

0K时的费米狄拉克分布退化为一个阶跃函数，即

$\lim_{T\to 0} f(E-E_F)=\theta(E_F-E)$

总电子数 $N=2\sum_k f[E(k)]$ ，系数2表示电子的两种自旋。

把求和变成积分(记得是一维)：

$\sum_k\to\frac{L}{2\pi}\int dk$

所以电子的体（线）密度为：

$n=\frac{N}{L}=\frac{2}{L}\sum_k f[E(k)]$

从左向右的电流可以表示为：

$I_{\rightarrow}=\frac{2e}{L}\sum_{k>0}v_i(k)f(E-\mu_L)$

变为对k积分

$I_{\rightarrow}=\frac{e}{\pi}\int_0^\infty v_i(k)f(E-\mu_L)dk$

变为对E积分（带入 $v=\sqrt{\frac{2E}{m}}$ ， $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ ）

$I_{\rightarrow}=\frac{2e}{h}\int_0^\infty f(E-\mu_L)dE$

同样地，可以写出从右向左的电流：

$I_{\leftarrow}=\frac{2e}{h}\int_0^\infty f(E-\mu_R)dE$

因此，总电流为：

$I=I_{\rightarrow}-I_{\leftarrow}=\frac{2e^2}{h}\frac{\mu_L-\mu_R}{e}$

其中$V=\frac{\mu_L-\mu_R}{e}$ 就是两端的电压，根据电导公式 $G=\frac{I}{V}$得：

$G=\frac{2e^2}{h}$

在低温下，channel的电阻为0，也就是说电子从左边出发到达右边时，在channel中运动并不消耗能量，消耗的能量全部来自于库与channel的接触点，因此，1/G也被称为接触电阻。

现在我们可以去掉接触点无反射点假设，设电流的透射率为 τ ，那么总电流变为：

$I=\frac{2e^2}{h}\tau\frac{\mu_L-\mu_R}{e}$,

$G=\frac{2e^2}{h}\tau$

这就是Landauer Formula，这是在我们的前提假设 $T=0K$ 下成立的。 在L比较小的channel

中，可以近似地借用谐振子模型进行分析，channel中横向的允许能量为 $E_n=(n-\frac{1}{2})\hbar\omega$，因此 $G-\mu$ 图呈现出阶梯的形状，以 $\frac{2e^2}{h}$ 为G的量子化单位，纵坐标的数字表示参与产生G的电子模式数。(见文末图)

2.高温的Landauer formula

对于 $T\neq 0K$ 的情况，我们费米狄拉克分布函数不再是简单的阶跃函数，故 $f(E-\mu)$ 的积分差也不再是简单的 $\mu_L-\mu_R$，此时的总电流变为

$I=\frac{2e}{h}\int_0^\infty[f(E-\mu_L)-f(E-\mu_R)]\tau dE$

带入分布函数得

$I=\frac{2e}{h}\int_0^\infty[\frac{1}{1+e^{\beta(E-\mu_L)}}-\frac{1}{1+e^{\beta(E-\mu_R)}}]\tau dE$

下面计算这个积分:

$\int_0^\infty\frac{1}{1+e^{\beta(E-\mu_L)}}dE-\int_0^\infty\frac{1}{1+e^{\beta(E-\mu_R)}}dE$

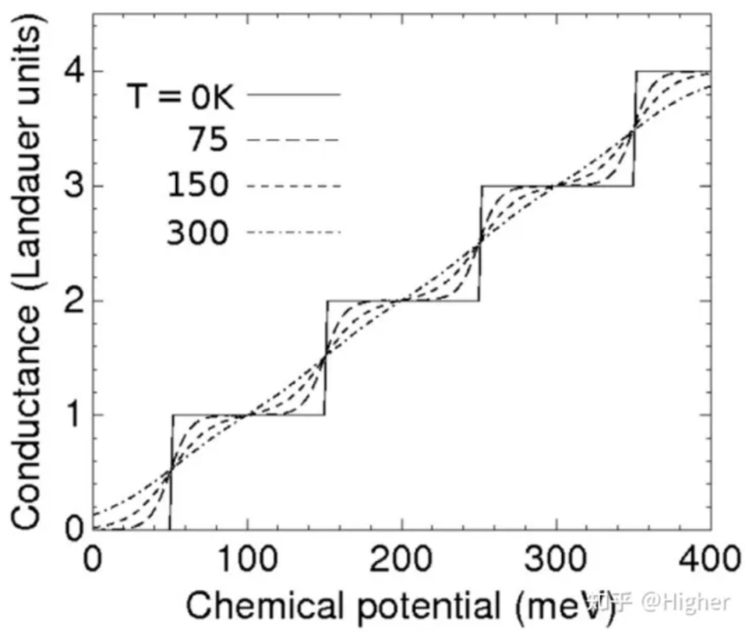
$=\int_{-\mu_L}^\infty\frac{1}{1+e^{\beta E'}}dE'-\int_{-\mu_R}^\infty\frac{1}{1+e^{\beta E'}}dE'$

$=-\frac{1}{\beta}ln(1+e^{-\beta E})|_{-\mu_L}^{-\mu_R}$

$=-\frac{1}{\beta}ln(\frac{1+e^{-\beta\mu_R}}{1+e^{-\beta\mu_L}})$，

$I=-\frac{1}{\beta}\frac{2e}{h}\tau ln(\frac{1+e^{-\beta\mu_R}}{1+e^{-\beta\mu_L}})$

可以用数值方法计算出电导随 μ_R 的变化曲线（$\mu_L-\mu_R$ 为恒定值）



编辑于 2021-11-01 11:24

3. 参数泵浦

The physical mechanism for adiabatic (parametric) pumping is as follows. The infinitesimal change of system parameters δX_i (for a time δt) leads to a redistribution of the charge within (and around) the system. The redistribution of the charge is a consequence of the variation of the electron density of states and produces electron flows through the system[13] $I_i(X_1,X_2)=\delta Q_i/\delta t$, where $\delta Q_i(X_1,X_2) = e dn/dX_i \delta X_i$, $i=1,2$. These currents (and the pumping effect) are thus a consequence of the changing electrostatic landscape.

Parametric electron pump[1–8] is an interesting device, which delivers a finite dc current to the outside world at *zero* bias potential by cyclic variations of two device-control parameters. Recently, an adiabatic quantum electron pump was