1. 黎曼猜想

> 为了接下来方便表述，我们设实数 σ, t 和复数 $s = \sigma + it$

朴素的黎曼猜想与素数定理

黎曼为了研究素数分布问题时引入了zeta函数，其在 $\sigma > 1$ 时的定义为：

$$\zeta(s) = \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^s} \tag{1}$$

通过一些分析，黎曼本人猜测所有满足 $\zeta(s) = 0$ 且 $0 < \sigma < 1$ 意味着 $\sigma = \frac{1}{2}$ （即所有zeta函数的非平凡零点都位于实部为1/2的直线）。于是这便是原始的黎曼猜想。

2. 留数定理

假设U是复平面上的一个单连通开子集，$a_1, a_2, \ldots, a_n$ ，是复平面上有限个点，f 是定义在U\{$a_1, a_2, \ldots, a_n$ }的全纯函数。如果γ是一条把 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ 包围起来的可求长曲线，但不经过任何一个 a_k ，并且其起点与终点重合，那么：

$$\oint_\gamma f(z)\,dz = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} I(\gamma, a_k)\, Res(f, a_k)\,.$$

如果γ是若尔当曲线，那么I(γ,ak)=1，因此：

$$\boxed{\oint_\gamma f(z)\,dz = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} Res(f, a_k)\,.}$$

在这里，Res(f, a_k)表示f在点a_k的留数，I(γ, a_k)表示γ关于点a_k的卷绕数 [2] 。卷绕数是一个整数，它描述了曲线γ绕过点a_k的次数。如果γ依逆时针方向绕着a_k移动，卷绕数就是一个正数，如果γ根本不绕过a_k，卷绕数就是零。

例子：

例 3 计算积分$\oint_C \frac{ze^z}{z^2-1}dz$, C 为正向圆周$|z|=2$.

[解] 由于$f(z)=\frac{ze^z}{z^2-1}$有两个一级极点+1,–1

而这两个极点都在圆周$|z|=2$ 内，所以

$$\oint_C \frac{ze^z}{z^2-1}dz = 2\pi i\{\mathrm{Res}[f(z),1]+\mathrm{Res}[f(z),-1]\}$$

由**规则1**, 得

$$\mathrm{Res}[f(z),1] = \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{z\mathrm{e}^z}{z^2-1} = \lim_{z\to 1}\frac{z\mathrm{e}^z}{z+1} = \frac{\mathrm{e}}{2}$$

$$\mathrm{Res}[f(z),-1] = \lim_{z\to -1}(z+1)\frac{z\mathrm{e}^z}{z^2-1} = \lim_{z\to -1}\frac{z\mathrm{e}^z}{z-1} = \frac{\mathrm{e}^{-1}}{2}.$$

因此

$$\oint_C \frac{z\mathrm{e}^z}{z^2-1}\mathrm{d}z = 2\pi i\left(\frac{\mathrm{e}}{2}+\frac{\mathrm{e}^{-1}}{2}\right) = 2\pi i\,\mathrm{ch}1$$

3. 交换支配的自旋波

exchange-dorminated spin wave ($\lambda < 100nm$)，忽略磁偶极相互作用

4. 电子的热运动和定向运动速度

热运动速度：$k_BT = 0.026eV = \frac{1}{2}mv_T^2 \Longrightarrow v_T \approx 10^5 m/s$

定向运动速度：$I = nqsv_I \Longrightarrow v_I = \frac{I}{nqs} \approx \frac{1}{10^{23}\times 1.6\times 10^{-19}\times 25\times 10^{-6}} \approx 1m/s$

5，马格努斯力

1马格努斯效应

据说牛顿是第一个解释网球运动与旋转之间关系的，他认为网球被球拍倾斜击中，运动轨迹为曲线。在这个过程中，网球在向前运动的同时将产生圆周运动，在运动合谋的那一侧必定剧烈挤压附近的空气，而空气也会对球产生反作用，这种反作用力会随着对空气的挤压成比例增大。1742年，本杰明·罗宾斯提出了火箭弹在运动中的轨迹偏差是由于旋转而产生的。1852年，古斯塔夫·马格努斯将黄铜圆柱安装在自由旋转臂上，并且从鼓风机向圆柱引入气流，当圆柱旋转时，会出现一个很强的横向偏差。旋转的圆柱总是倾向于偏向与风方向相同的转动一侧。这个现象就是著名的马格努斯效应，第一次成功地解释了旋转圆柱体如何产生升力。

马格努斯效应是通过以下方式实现的：旋转的圆柱体将带动周围的粘性空气旋转，即它将在自身周围形成边界层，产生诱导速度场。如果有自由来流在圆柱上流动，其速度场通过圆柱的旋转叠加到诱导速度场上。在圆柱体上两个速度场方向相反的一侧，由于附加速度场的停滞，流动速度减小。在圆柱体的另一侧，由于两个速度场相互增强，流动速度增大。根据伯努利定理，在圆柱体的两侧将形成压力差，从而产生侧向力，这个力与来流方向和圆柱体旋转方向均垂直。马格努斯力如图1所示。

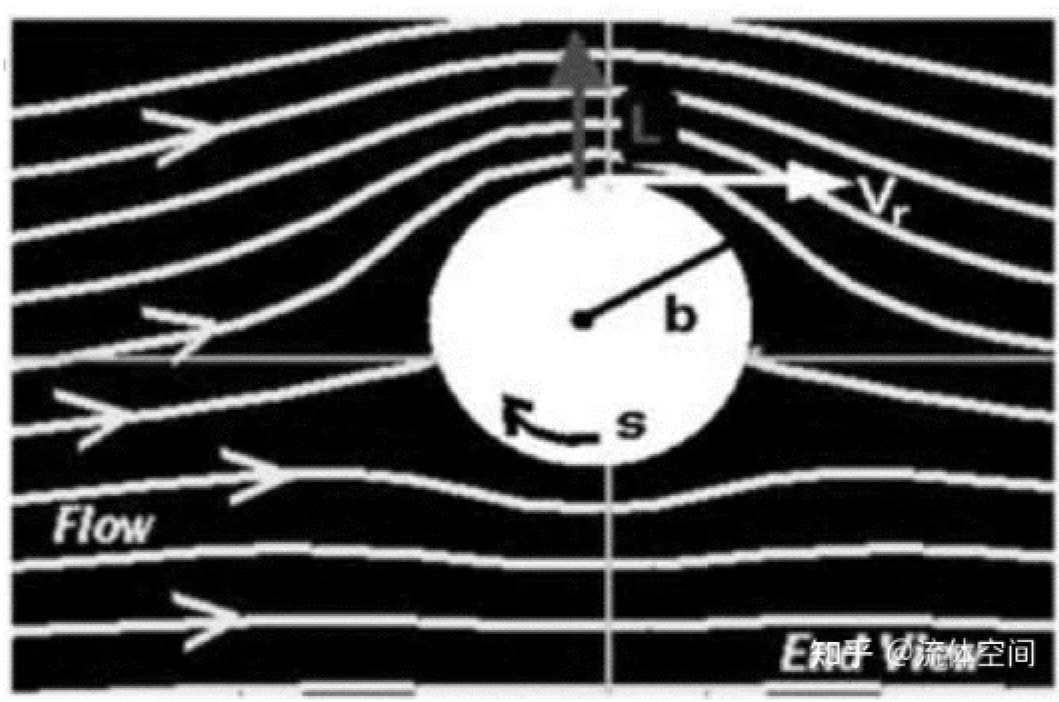

图1马格努斯效应

来源：https://zhuanlan.zhihu.com/p/530643615