

μ 子g-2实验：很可能没有超出标准模型的新物理

 mp.weixin.qq.com/s/pn_U1JM3IP4JgIF229rmig

返朴 2023-08-17 08:14 Posted on 北京

The following article is from 奇迹笔记 Author 季燕江

2021年4月，美国费米国家实验室的 μ 子g-2实验团队曾宣布对 μ 子磁矩的测量结果精度达到0.35ppm，与标准模型理论预测存在偏差，置信度为 4.2σ 。今年当地时间8月10日，费米国家实验室发布了基于前三年数据的最新实验结果，精度为0.2ppm，与理论预测的偏差置信度提升到了 5σ 。那么，这一实验结果是否预示着产生了超出标准模型的新物理？

撰文 | 季燕江

在物理实验中，独立实验的次数越多，测的就越准确，涨落 σ （均方差，standard deviation）越小。假设测量的平均值是 μ ，真实值处于 $\mu-\sigma$ 和 $\mu+\sigma$ 之间的概率是0.6826，处在 $\mu-2\sigma$ 和 $\mu+2\sigma$ 之间的概率是0.9544，处在 $\mu-3\sigma$ 和 $\mu+3\sigma$ 之间的概率是0.9974，换句话说真实值不处于 $\mu-3\sigma$ 和 $\mu+3\sigma$ 之间的概率仅不到0.3%。

在粒子物理里，新发现成立的阈值一般是 5σ ，这个数值越高，就说明发现的证据越坚实，5个标准差表示新发现的置信度高达99.99994%。补充一下标准差的定义：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

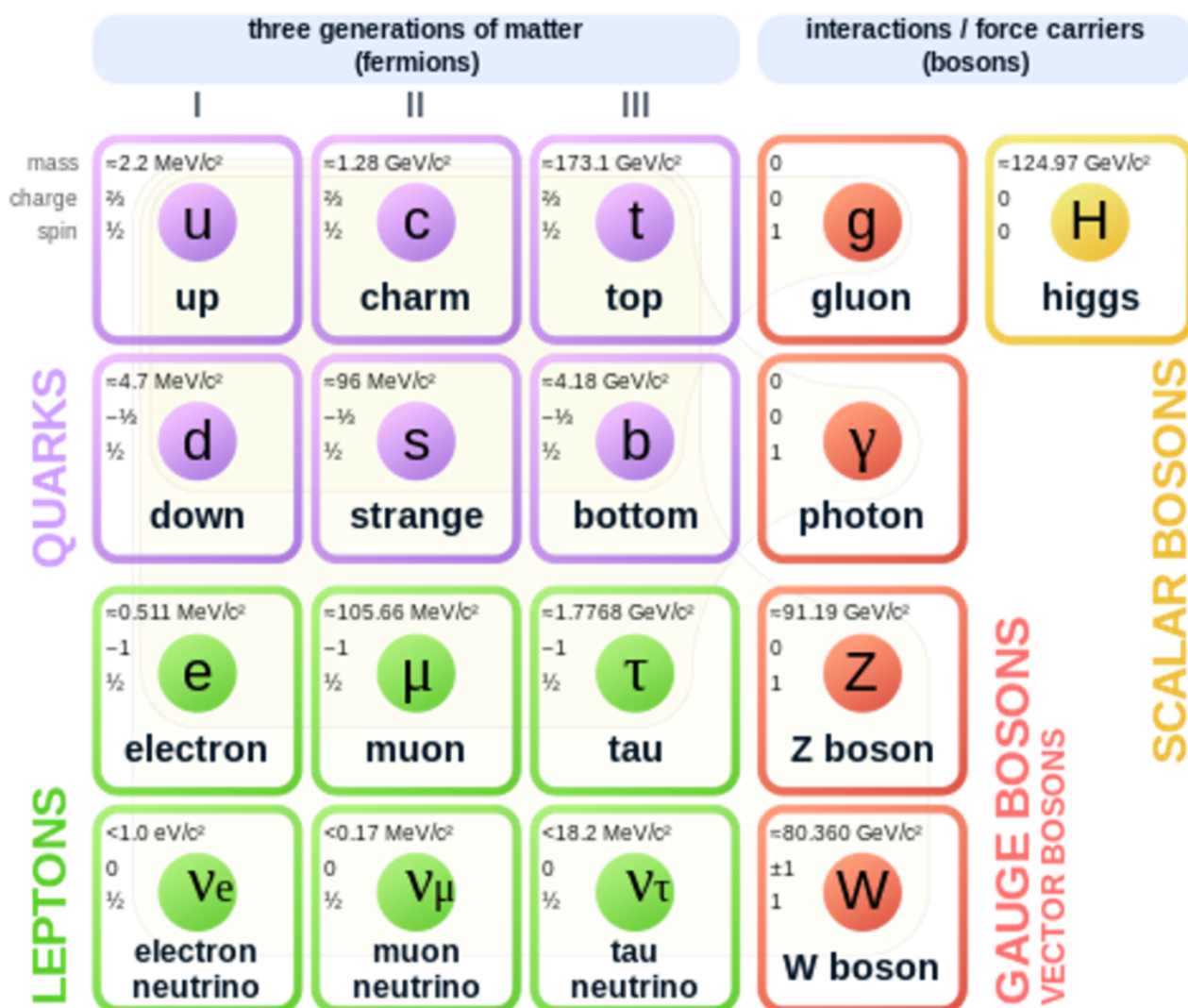
这里N是独立实验的次数。但这里忽略了系统误差，不过系统误差一般是可以排查出来的。

目前粒子物理的最高成就是标准模型，根据标准模型，除引力外，其他三种相互作用：电磁相互作用，弱相互作用和强相互作用都统一地被量子力学表述。不过标准模型（standard model）看上去很丑陋。

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - igc_w (\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \\
& ig s_w (\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^- W_\nu^+ + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\mu^+ Z_\nu^0 W_\nu^- - \\
& Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w^2 (A_\mu W_\mu^+ A_\nu W_\nu^- - A_\mu A_\nu W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - 2M^2 \alpha_h H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \\
& \beta_h \left(\frac{2M^2}{g^2} + \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right) + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - \\
& g\alpha_h M (H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h (H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2) - \\
& gMW_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \\
& \frac{1}{2}ig (W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)) + \\
& \frac{1}{2}g (W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) + W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu H)) + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) + \\
& M (\frac{1}{c_w} Z_\mu^0 \partial_\mu \phi^0 + W_\mu^+ \partial_\mu \phi^- + W_\mu^- \partial_\mu \phi^+) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + ig s_w M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - \\
& W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + ig s_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \\
& \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- (H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-) - \frac{1}{8}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 (H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^2 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- + \frac{1}{2}ig s_w \lambda_{ij}^a (\bar{q}_i^\sigma \gamma^\mu q_j^\sigma) g_\mu^a - \bar{e}^\lambda (\gamma^\mu \partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda (\gamma^\mu \partial + m_\nu^\lambda) \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma^\mu \partial + \\
& m_u^\lambda) u_j^\lambda - \bar{d}_j^\lambda (\gamma^\mu \partial + m_d^\lambda) d_j^\lambda + ig s_w A_\mu (-\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda) + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 \{ (\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - 1 - \gamma^5) d_j^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 + \gamma^5) u_j^\lambda) \} + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ ((\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) U^{lep}_{\lambda\kappa} e^\kappa) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa)) + \\
& \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- ((\bar{e}^\kappa U^{lep\dagger}_{\kappa\lambda} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\kappa C_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_j^\lambda)) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_e^\kappa (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) e^\kappa) + m_\nu^\lambda (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) e^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_e^\lambda (\bar{e}^\lambda U^{lep\dagger}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) \nu^\kappa) - m_\nu^\kappa (\bar{e}^\lambda U^{lep\dagger}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) \nu^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\nu^\lambda}{M} H (\bar{\nu}^\lambda \nu^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_e^\lambda}{M} H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\nu^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{\nu}^\lambda \gamma^5 \nu^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_e^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda) - \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa - \\
& \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_d^\kappa (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + m_u^\lambda (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_d^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^\kappa (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) u_j^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\nu^\lambda}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_d^\lambda}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\nu^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_d^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c + \\
& \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + igc_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + ig s_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + igc_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \\
& \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + ig s_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \partial_\mu \bar{Y} X^+) + igc_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + ig s_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \frac{1}{2}gM (\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w^2} \bar{X}^0 X^0 H) + \frac{1-2c_w^2}{2c_w} igM (\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-) + \\
& \frac{1}{2c_w} igM (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + igM s_w (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + \\
& \frac{1}{2}igM (\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0) .
\end{aligned}$$

以上为标准模型的拉格朗日量。一点不简洁，一点不美。因此，很多物理学家都在寻找超越标准模型的新物理。更多的时候，我们用下图表示标准模型：

Standard Model of Elementary Particles



紫色是6种夸克，绿色是3种轻子（电子，μ子和τ子）以及对应的三种中微子。这些都是费米子。橙色的玻色子用来传递相互作用。夸克通过交换胶子（g）传递强相互作用，光子（γ）用来传递电磁相互作用，向量玻色子（W±，Z）传递弱相互作用。最后希格斯玻色子（H，黄色）解释了质量的来源。

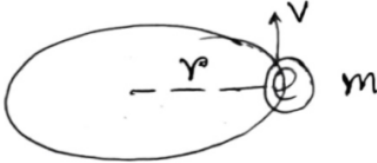
能量最高的希格斯玻色子（H）和顶夸克（t）是最后被发现的，前者于2012年被LHC发现，后者于1992年被Tevatron发现。超越标准模型的新物理，意味着需要更高能量的加速器，这意味着很多很多钱。

不过也有一些不那么昂贵的实验可检测偏离标准模型的蛛丝马迹。比如，最近Fermilab刚刚发布一组数据的μ子g-2实验。μ子是3种轻子之一，我们可以把它理解为一个更重的电子，μ子的质量大约是电子质量的207倍，同时和电子一样，μ子的自旋也是1/2。

$g=2$

根据经典物理学，电子的轨道角动量 L 和电子的轨道磁矩 M 成正比：

Gyromagnetic ratio $\propto \frac{M}{L}$ where M = Magnetic moment of the revolving electron.
 L = angular momentum of the electron.


$$L = mvr$$
$$M = iA = 1 \times \frac{e}{T} \times \pi r^2 = \frac{ev}{2\pi r} \times \pi r^2 = \frac{evr}{2}$$
$$\text{Gyromagnetic ratio} = \frac{M}{L} = \frac{evr}{2mvr} = \boxed{\frac{e}{2m}}$$

轨道角动量： $L=mvr$ ，这里 m 是电子质量， v 是电子做轨道运动的速率， r 是圆轨道的半径。

轨道磁矩： $M=iA$ ，这里 i 是电流， A 是圆面积。因此： $M=evr/2$ 。

磁旋比被定义为： $M/L=e/2m$

或： $M=(e/2m)L$

对自旋角动量 S 来说，自旋的磁矩是： $M_s=(e/m)S$

或改写为： $M_s = g(e/2m)S$ ，对电子自旋而言 $g=2$ ，这里 g 就是朗德 g 因子。

为什么对电子的轨道运动来说 $g=1$ ，而对自旋来说 $g=2$ ？这需要在相对论性量子力学的框架下理解，我们从狄拉克方程出发，并考虑电子在电磁场中运动，正则动量： $\mathbf{p} = m\mathbf{v} + e\mathbf{A}$ 。

根据狄拉克方程，并考虑非相对论极限，得到泡利方程：

Pauli equation(*general*)

$$\left[\frac{1}{2m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A}))^2 + q\phi \right] |\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle$$

这里 $\boldsymbol{\sigma}$ 是泡利矩阵， q 是电量（即上文中的 e ）

利用恒等关系：

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

并考虑 \mathbf{p} 是偏微分算子，得到磁矩在磁场中的能量（塞曼项，Zeeman term）：

Pauli equation(*standard form*)

$$\hat{H}|\psi\rangle = \left[\frac{1}{2m} \left[(\hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A})^2 - q\hbar\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \right] + q\phi \right] |\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle$$

磁矩M在磁场中的能量可表示为： $-M \cdot B$

因此，磁矩M可表示为： $M=g(e/2m)S$ ，这里 $g=2$ ，自旋 $S=\hbar\sigma/2$

g 因子为2，是一个相对论性量子力学框架下的理论结果，同时 g 也可由实验直接测量。比如，磁矩M在均匀磁场B中将发生进动，进动频率（拉莫频率）是： $\omega=g(eB/2m)$ 。知道了拉莫频率，我们就可通过实验确定 g 值。

回到泡利方程， $(p-eA)^2$ 在对称规范： $A=(1/2)B \times r$ 下，可化简为：

Pauli equation(*weak magnetic fields*)

$$\left[\frac{1}{2m} \left[|\hat{\mathbf{p}}|^2 - q(\hat{\mathbf{L}} + 2\hat{\mathbf{S}}) \cdot \mathbf{B} \right] + q\phi \right] |\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle$$

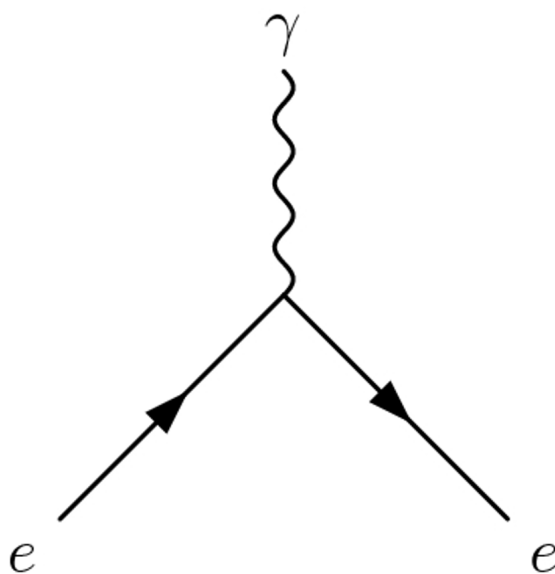
上式S前的2就是电子自旋的朗德 g 因子。 μ 子的推导在这里是完全一样的，换句话说对 μ 子而言： $g=2$ 。

那么 $g-2$ 就应该是0。

费曼图

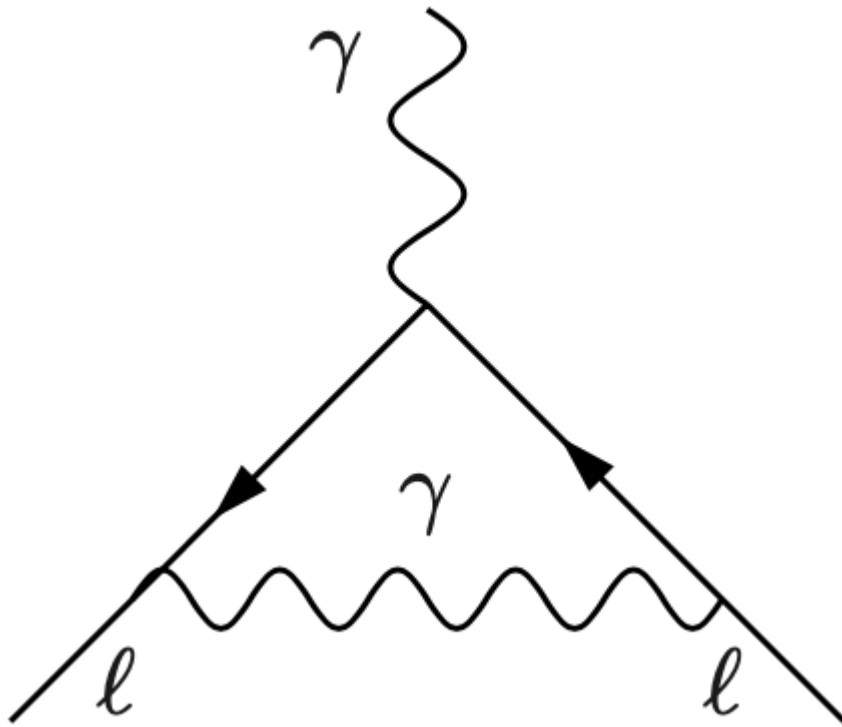
我们的宇宙并不仅仅是由电子构成的，当然也不是仅仅由 μ 子构成的。换句话说宇宙里可能有电子，也可能有光子，甚至更多……

电子（或 μ 子）可以和光子发生相互作用，用如下费曼图表示：



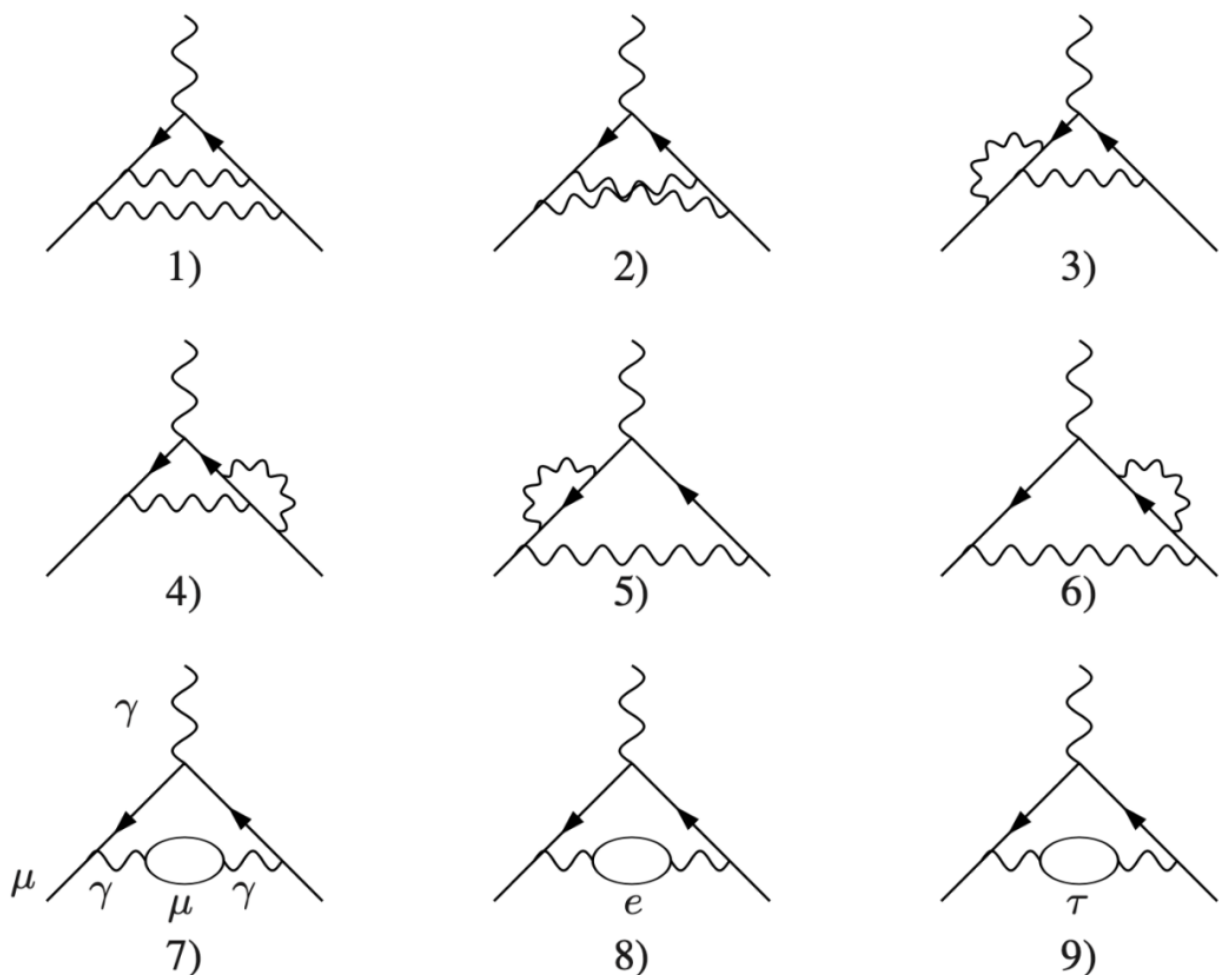
这里 e 表示电子， γ 表示光子，整个图的意思是电子可以在从左到右的传播中吸收或放出一个光子。这是一个“裸”顶角，即没考虑高阶的图形修正。

根据微扰论，存在更高阶的图形，比如再多一根相互作用的线（光子的线），如下图：



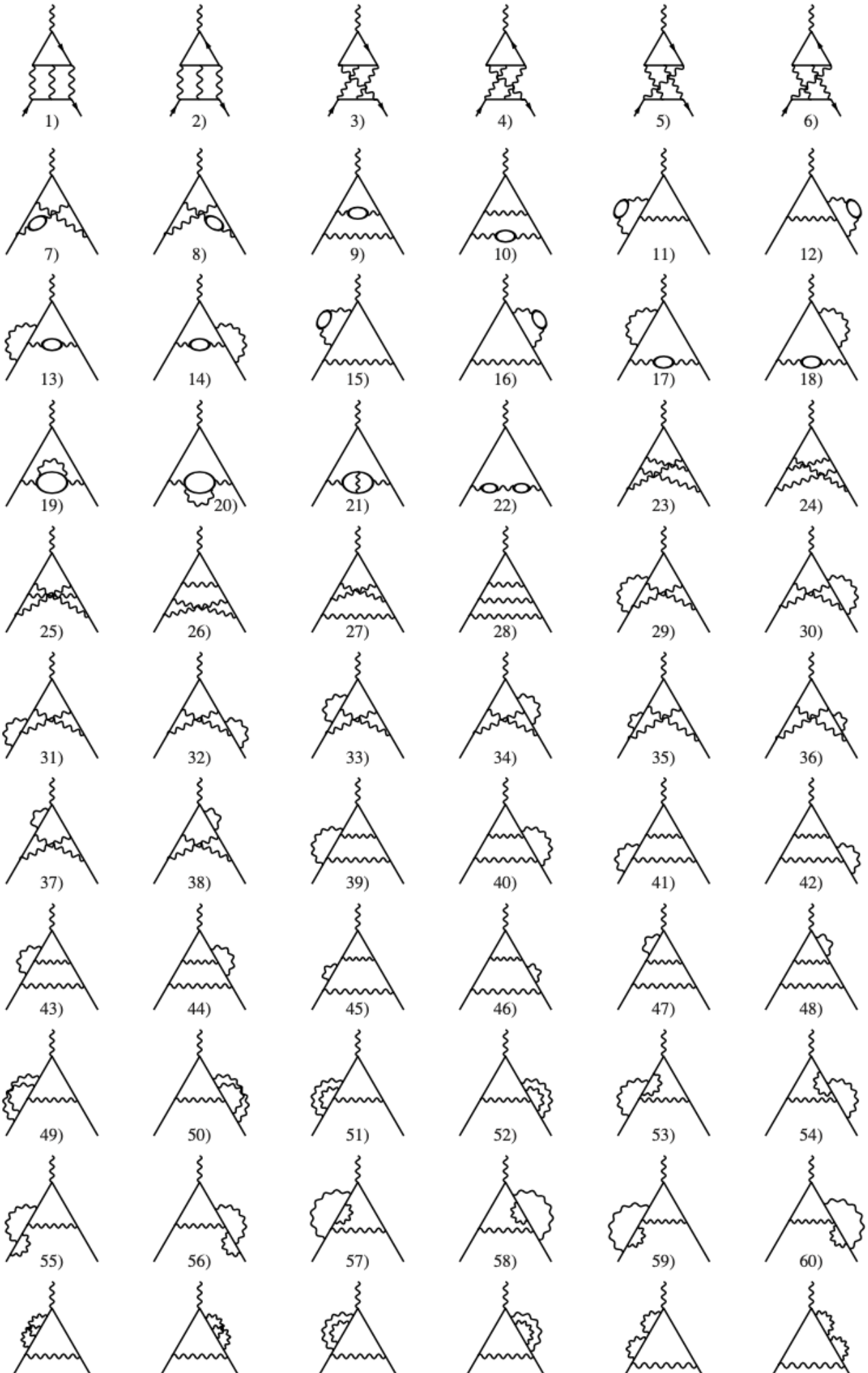
这里 l 表示轻子（即电子， μ 子，或 τ 子），当轻子 l 在从右向左跑的过程中，如果只考虑外线，看起来也是只吸收或发射了一个光子 γ ，但还有一根内线（波浪线），表示轻子 l 在右侧先放出（或吸收）一个光子 γ ，然后传播到左侧的时候又吸收（或放出）这个光子 γ 。这个内线的光子 γ 也被称为虚光子。如果考虑这个图形的修正后， g 就不是2了，而是比2稍大（ $g=2+\alpha/\pi=2.0023234$ ，这里 α 是精细结构常数）。

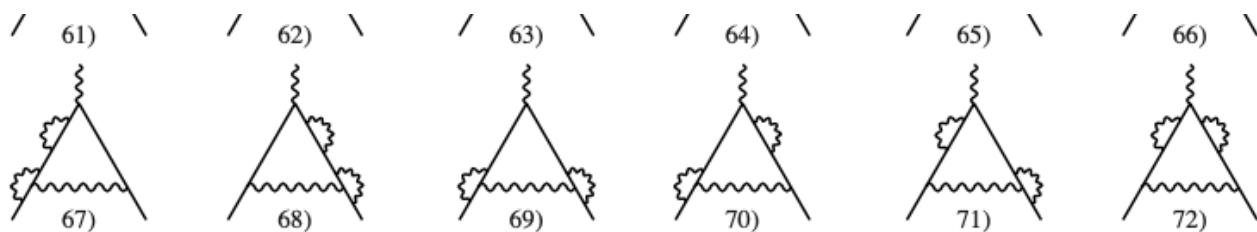
这种微扰计算可以一直计算下去，比如引入两根内光子线，需要考虑9个图形：



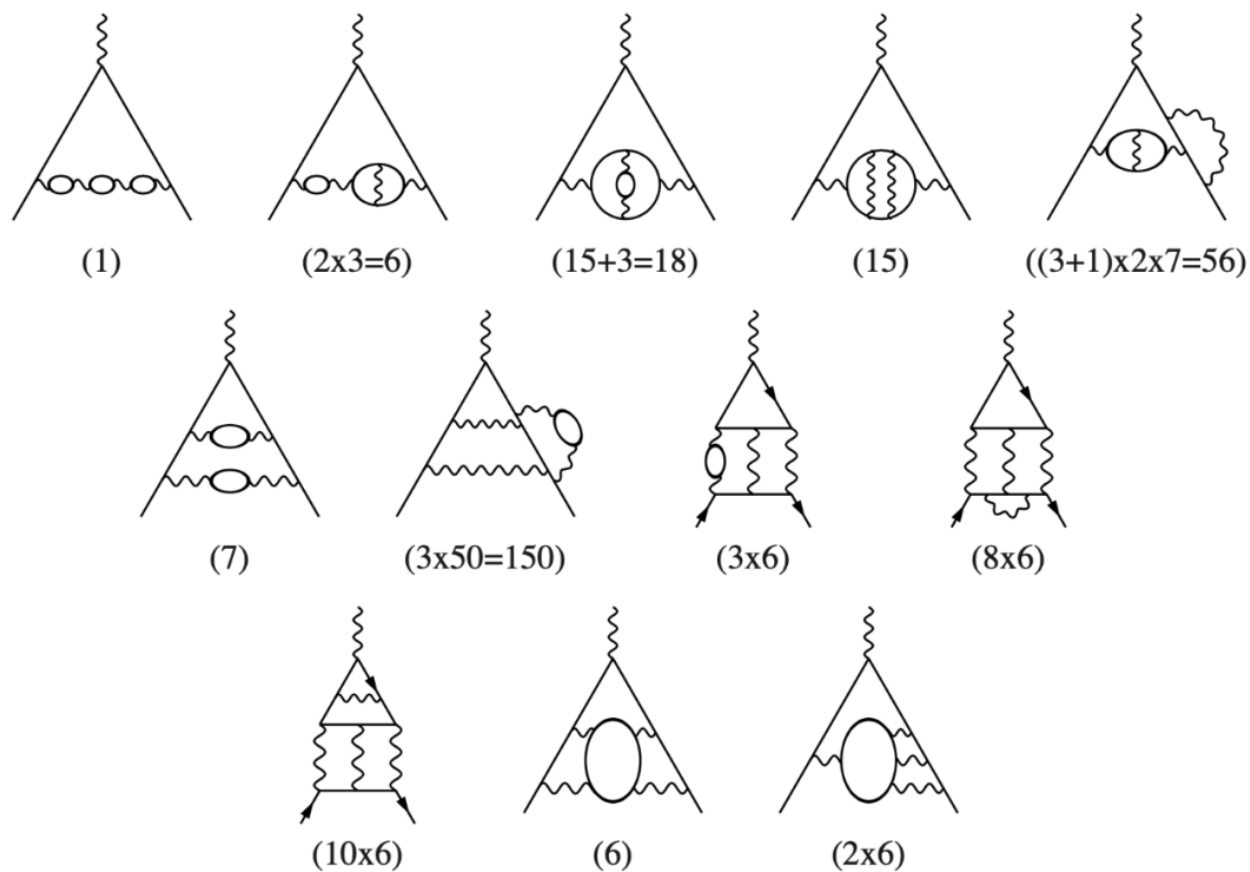
这里图7，中间有个泡泡，表示的是 μ 子对的产生和湮灭，图8中的泡泡表示的是电子对的产生和湮灭，图9中的泡泡表示的是 τ 子对的产生和湮灭。迄今，我们只考虑了光子 γ 作为相互作用的中介，换句话说我们是在量子电动力学（QED）的框架下进行的微扰展开。

我们可以继续考虑三根内线，由于电磁相互作用较弱，QED的这种微扰展开很快就收敛了。即高阶的修正项，虽然要算很多图形（对应很多积分），但会快速变小。以下是三根内光子线的费曼图：

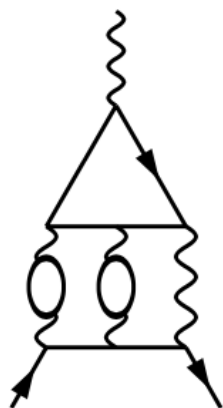




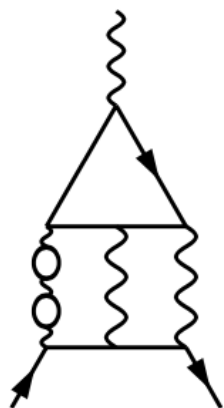
4根内光子线的费曼图简直就画不完了，以下是一些代表性的图形：



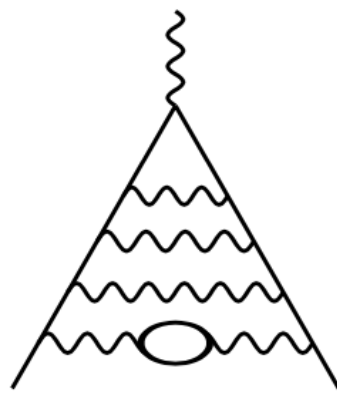
括号里是每类图形内的数量。还有5根内光子线的费曼图：



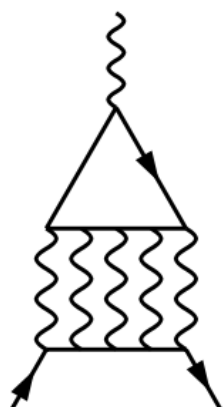
(18)



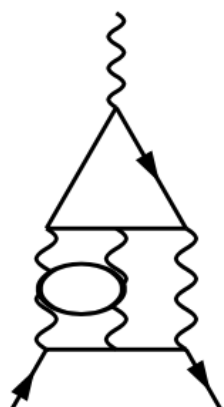
(18)



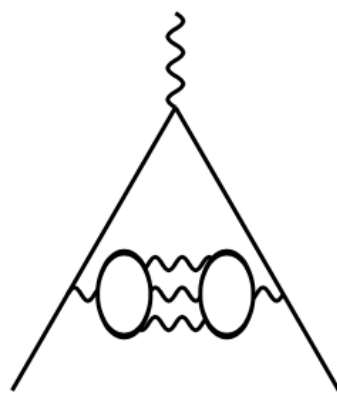
(2072)



(120)



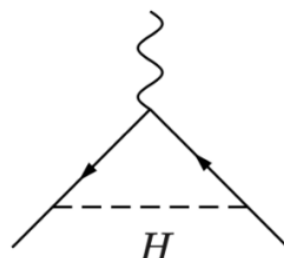
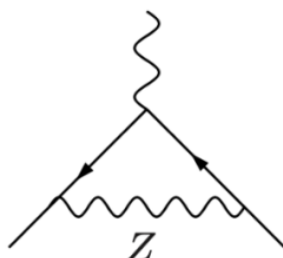
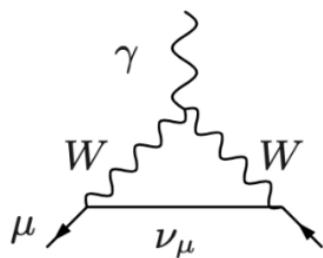
(18)



(2)

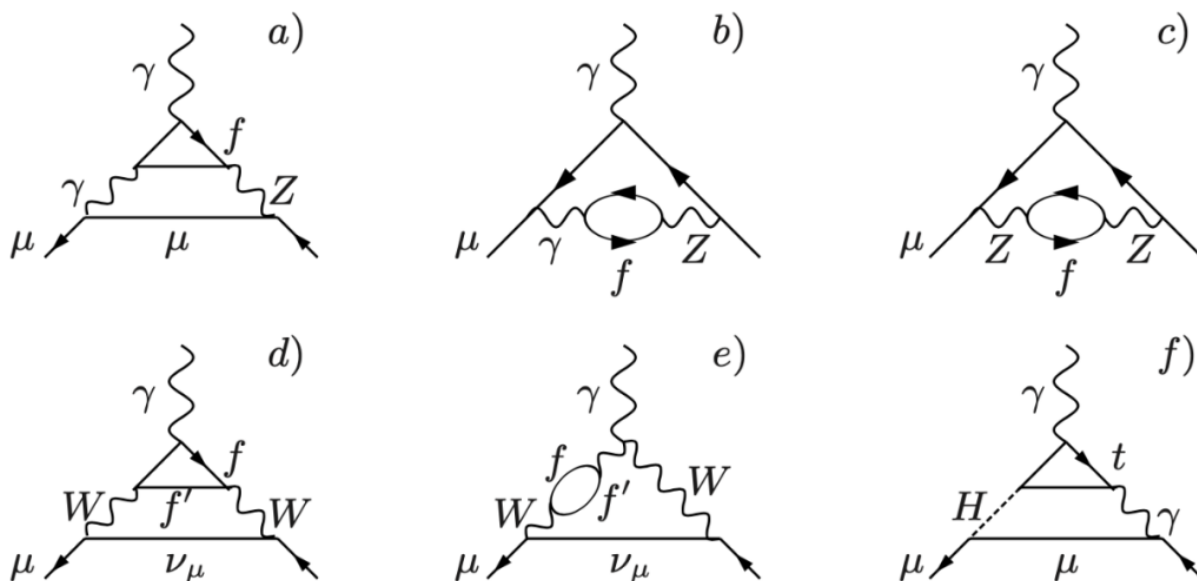
这意味着要算几千个积分.....

还有弱相互作用，我们需要考虑如下图形：



这里外线都是相同的，换句话说我们看到的都是轻子从左往右跑，在此过程中吸收或放出了一个光子，但由于标准模型，或我们的世界中存在各种粒子，各种各样的虚过程在量子场论的框架下也要考虑。左边的图表示的是W玻色子参与的顶角修正，中间的图表示的是Z玻色子参与的顶角修正，右图表示的是希格斯玻色子参与的顶角修正。

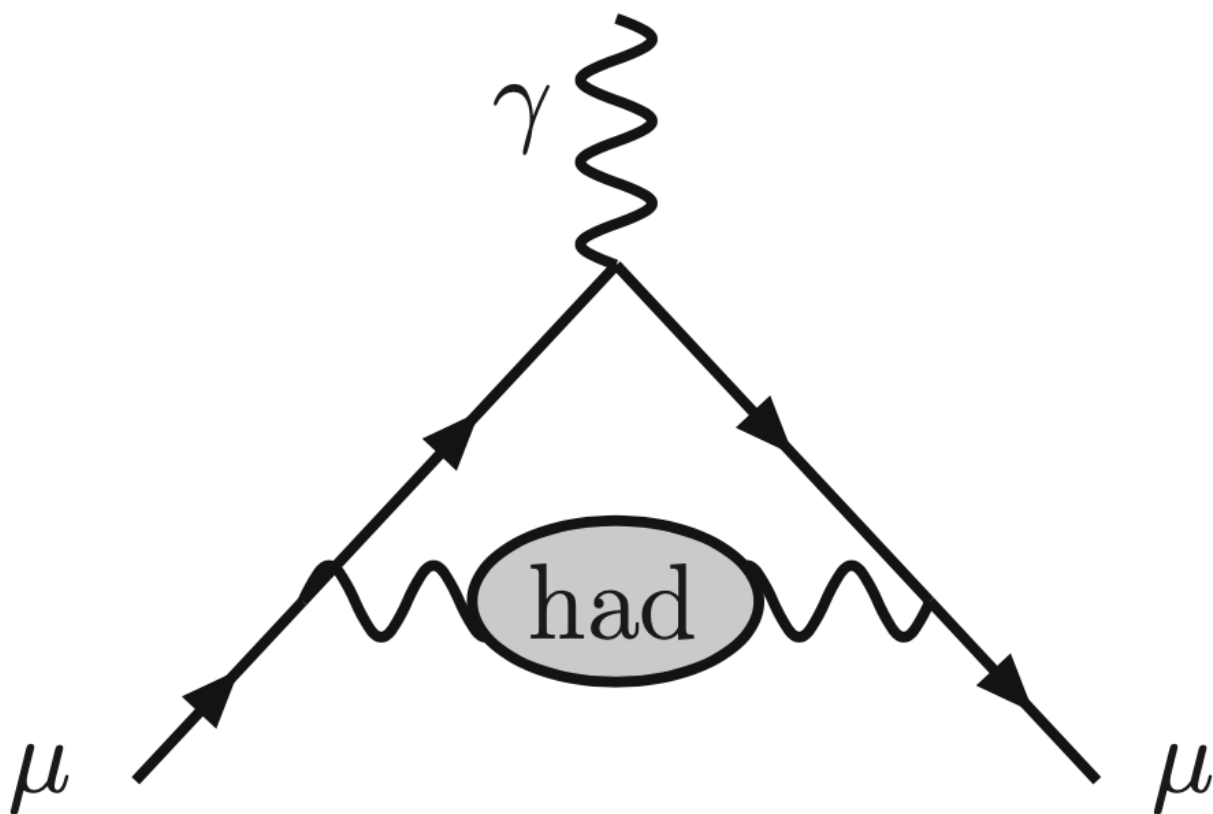
类似QED里的微扰展开，我们可以在以上三个图里插入各种各样的虚过程，然后对它们进行分门别类的计算，比如考虑两根相互作用的内线：



这里 f 和 f' 表示费米子。a), b)图表示的是一个电磁相互作用内线 γ ，和一个Z玻色子内线，c)图表示的是两根Z玻色子内线，d)和e)图表示的是两根W玻色子内线，f)图表示的是一根电磁相互作用 γ 和一根希格斯玻色子H内线。

值得注意的是 f 和 f' 也可以是夸克，这就涉及了量子色动力学（QCD）的计算了。换句话说，我们考虑弱相互作用修正的时候其实已经要用到QCD的知识了。对描述强子运动的QCD而言存在所谓渐进自由，即高能的时候，粒子反而更自由，相互作用小，我们可以使用微扰论进行计算。但对低能情形，由于相互作用很强，微扰论是失效的，我们只能通过寻找一些有效理论或非微扰技巧进行计算。

这里不做展开，直接进入最难的部分，即基于强相互作用（QCD）的顶角修正，费曼图如下：



这里表示 μ 子自左向右传播，传播过程中吸收或放出了一个光子 γ ，同时作为内线，里面包含了一个灰色的泡泡，这个灰色的泡泡里面表示的是强子的真空极化。灰色表示“棘手”，不好处理的意思。

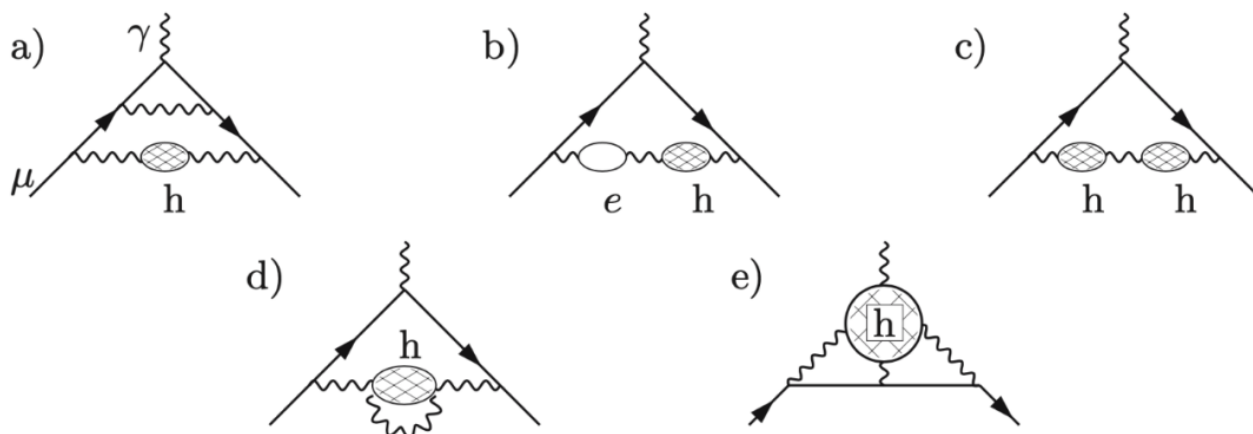
由于强相互作用不能用微扰展开，这个灰色泡泡的计算必须另辟蹊径。根据光学定理，总散射截面，不论其中细节如何，可与向前散射矩阵元的虚部联系起来。这意味着我们通过测量正负电子对湮灭为强子的散射截面，即可推算出这个泡泡的值。

正负电子对湮灭可表示为：

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow hadrons$$

我们关心的其实是右半部分，即强子产生的部分，通过散射截面的测量，我们可推出强子的真空极化部分（灰色泡泡）。

类似地，我们也可以考虑更高阶的修正：



以下不做进一步展开，我们已经可以理解最近的g-2实验。

消失的5σ

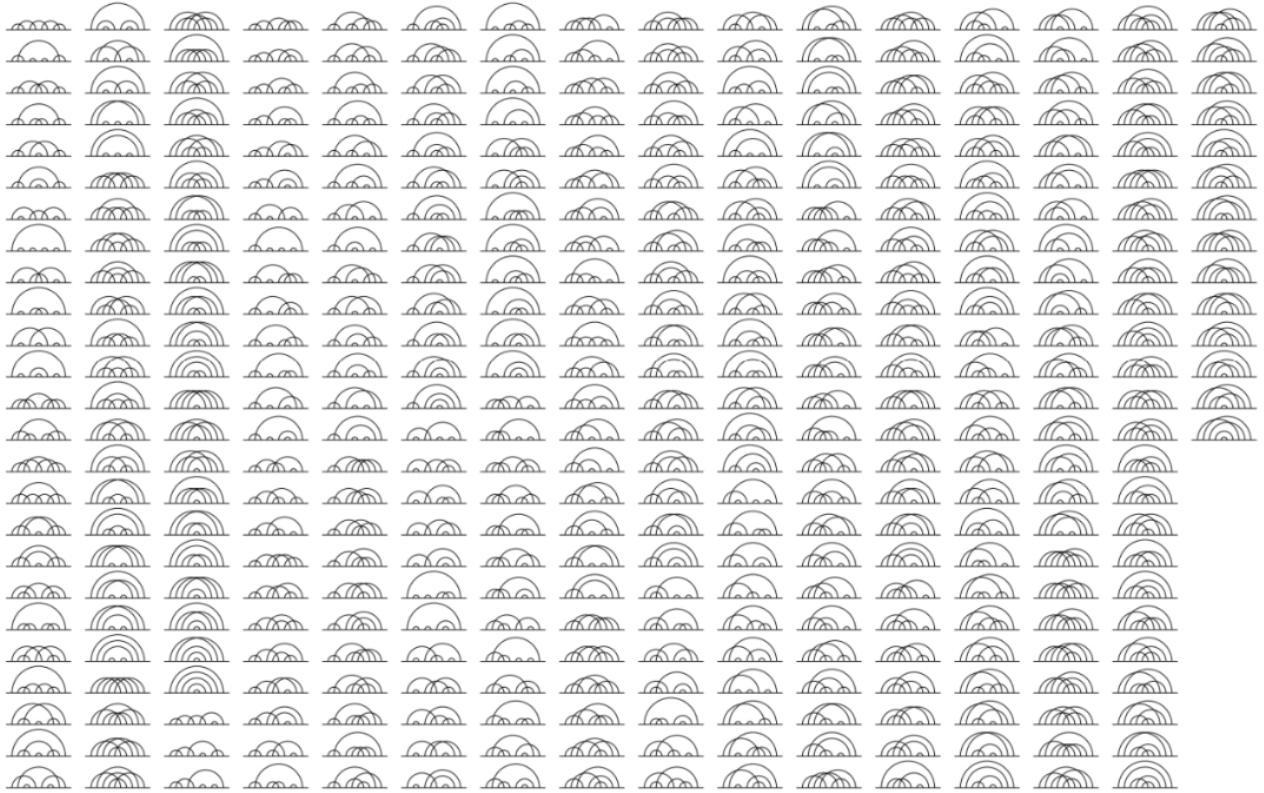
$g=2$ 是0阶意义下的QED结果，对 $g=2$ 的偏离，一方面来自考虑了更多电磁相互作用（光子 γ ）内线，也来自包含弱相互作用（W, Z, H）的内线，和强相互作用的强子真空极化。这意味着我们只需要研究 g 对2的偏离就可研究真实世界是否偏离了标准模型。

我们定义 $a=(g-2)/2$ ，来研究这个偏离。

比如，对电子 e 而言，计算光子（QED）对 a 的贡献：

$$a_e = 0.001\,159\,652\,181\,643(764)$$

QED框架下，考虑5根内光子线（Phys. Rev. D **96**, 019901 (2017)），自能图如下：



共389个自能图，代表6354个顶角图。

实验值是：

$$a_e = 0.001\,159\,652\,180\,59(13)$$

可见一直到小数点后的第11位，QED给出的理论值和实验值都是一致的（弱相互作用和强相互作用导致的修正也可计算，但贡献非常小，和误差基本是一个数量级，Phys. Rev. Lett. **109**, 111807 (2012))。费曼曾经说QED是迄今为止最精确的理论，基于的就是以上理论值和实验值的比较。

对 μ 子而言，基于标准模型，考虑了QED，弱相互作用和强子相互作用后，最新的 a 值为 (Physics Reports **887**, 1-166, (2020))：

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{SM}} &= a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{hadron}} \\ &= 0.00116591810(43) \end{aligned}$$

需要说明的是， a 值的理论结果依赖于计算过程，比如QED微扰论展开到多少阶等，特别是第三项，由于强子导致的修正，有不同计算方案。比如刚刚上文介绍的基于正负电子对湮灭为强子的散射截面的计算。即我们通过实验获得这个散射截面然后代入强子修正项的计算。

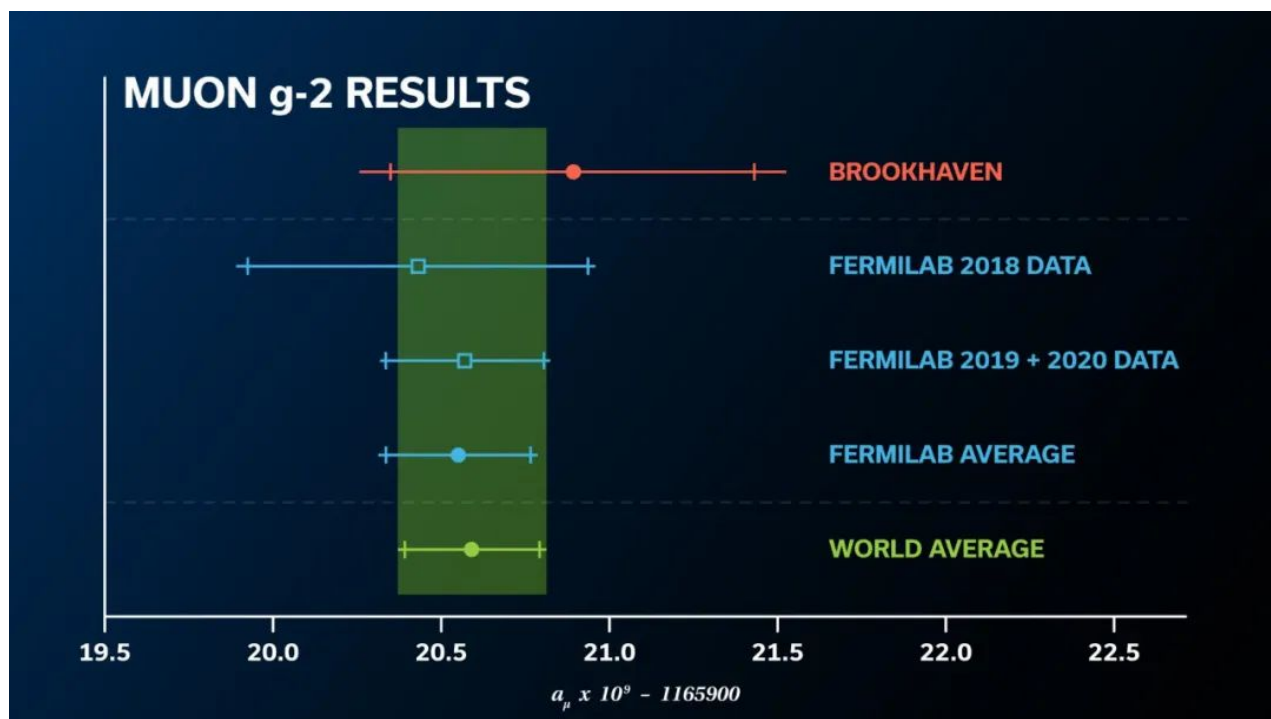
2023年8月10号Fermilab公布的最新实验数值为：

$$a_{\mu}^{\text{Exp}} = 0.00116592059(22)$$

二者的差异为：249 e-11，均方差 σ 为：

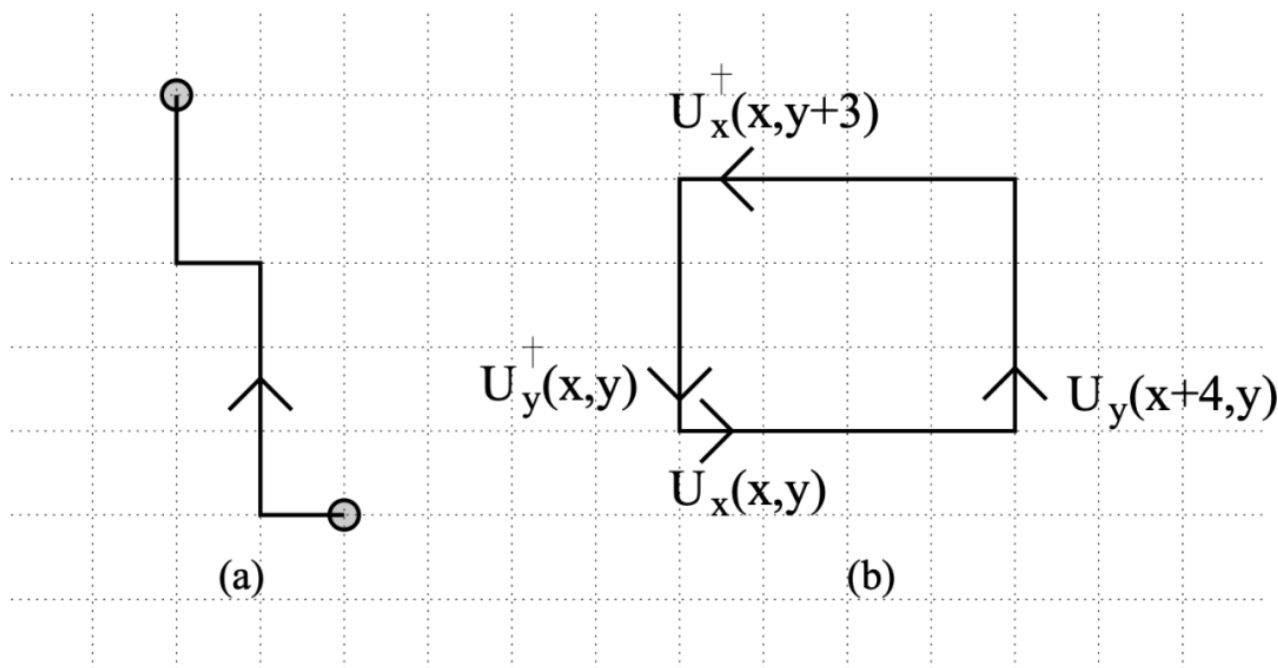
$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{SM}}^2 + \sigma_{\text{Exp}}^2} = 48 \times 10^{-11}$$

理论值和实验值的差达到了惊人的 5.2σ 。这意味着存在超出标准模型的新物理（比如：超对称？）。另外，我们为什么选择用 μ 子做这个 a 值的测量，就是因为 a_{μ} 比 a_e 变化更敏感，因此更容易被探测到。 a_e 的测量值现在基本上用QED就全解释了，就算有来自其他相互作用的贡献，也容易被淹没在实验的误差里。



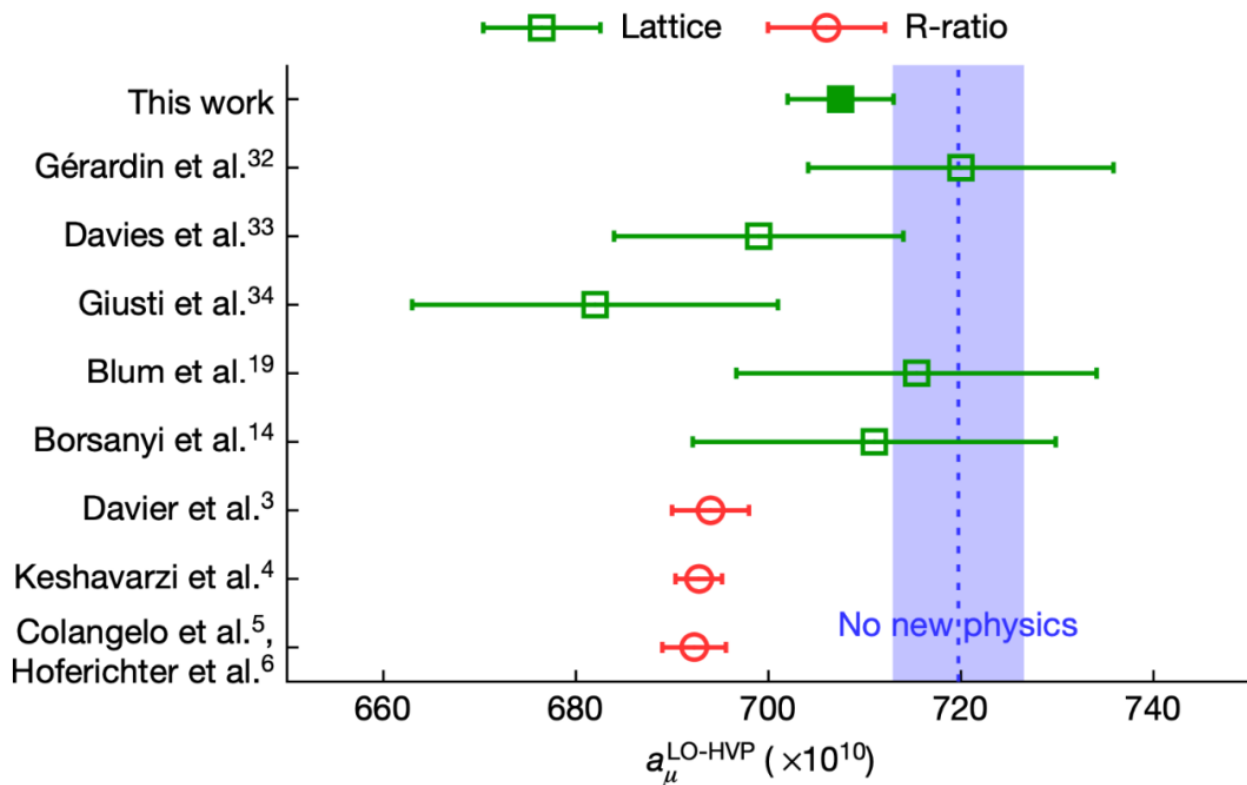
μ 子g-2实验结果，可见随着时间的发展， a_μ 越测越精确了。

但这并不是故事的全貌，因为我们还可以用格点QCD的方法直接计算 a ，从而避免使用正负电子对湮灭为强子的散射截面数据。格点QCD是一种数值计算方法，通过在时间-空间上打格子直接计算强子的真空极化。随着计算机技术的发展，利用格点QCD方法做计算越来越容易，并且计算出来的结果也越来越自治。



时空离散化，格点QCD示意。

由于QCD在低能部分无法使用微扰展开，理论的困难主要在于计算低能强子真空极化（LO-HVP）。基于格点QCD，这部分对 a_μ 的贡献如下图（*Nature* **593**, 51–55 (2021)）：

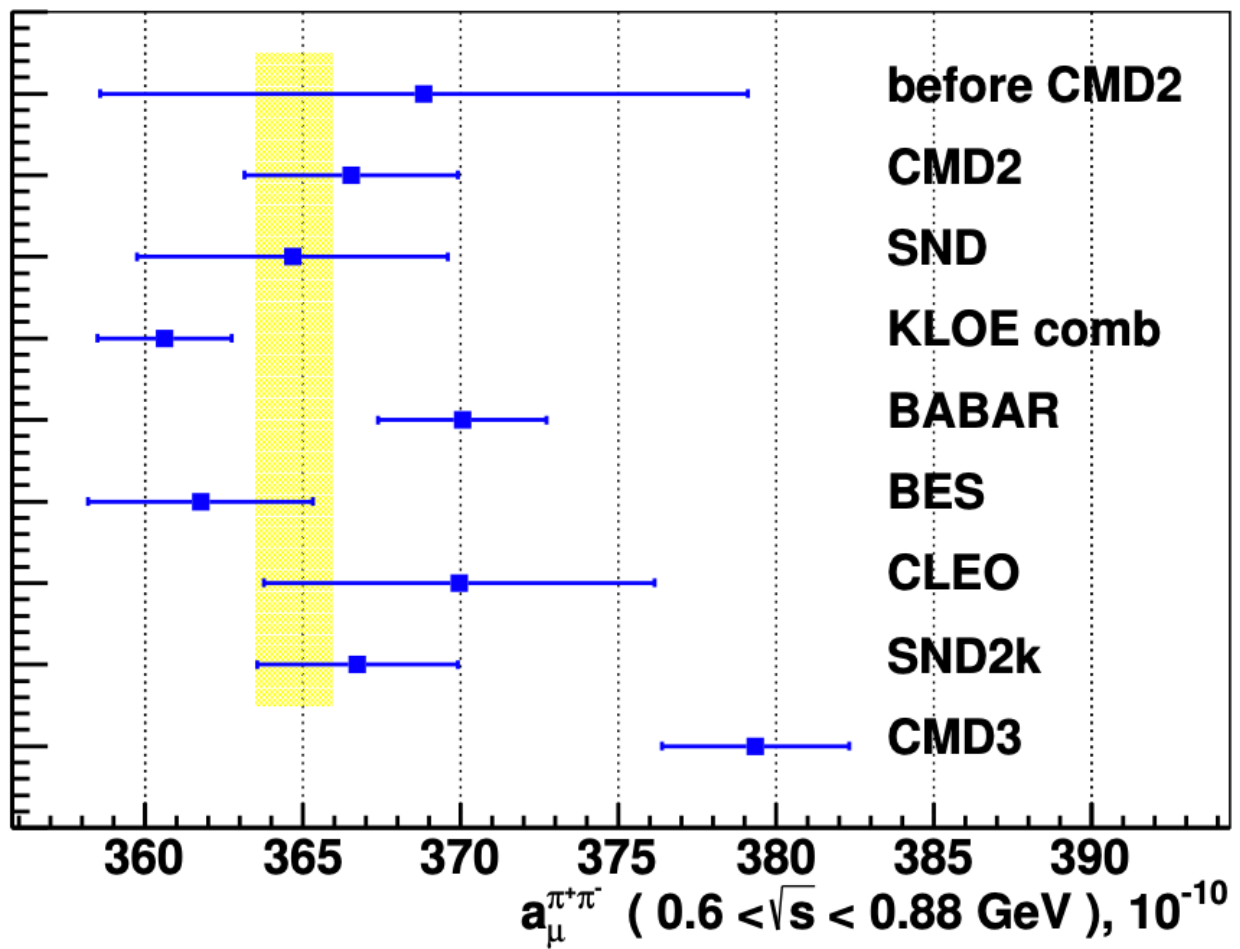


红色数据点是刚刚介绍过的使用散射截面数据的计算结果，绿色数据点是使用格点QCD的计算结果，可见2021年的这项工作（实心绿色数据点）较之红色数据点有显著增加，如果我们采用这个数据的话，不需要超出标准模型的新物理就可使理论和实验符合。

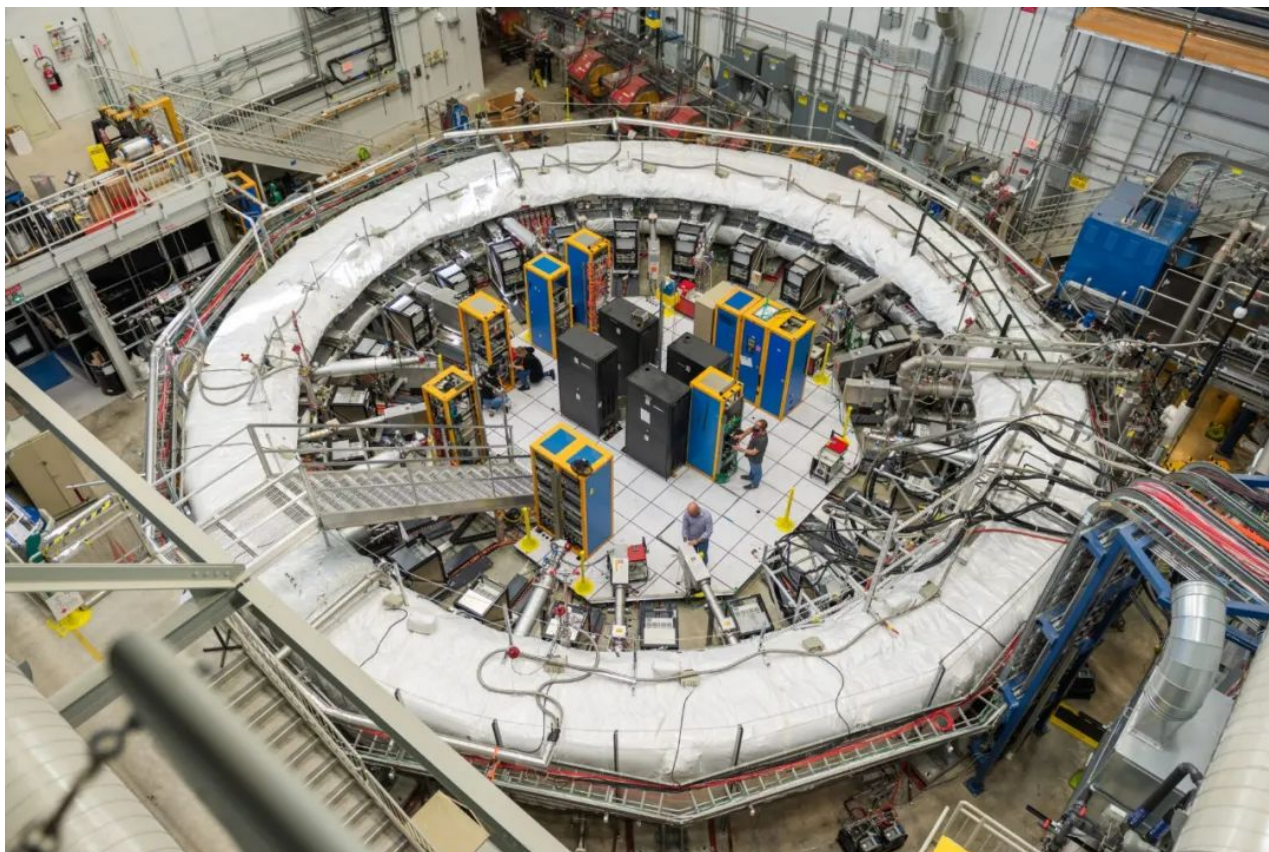
看起来这是两种算法之争，时间对使用计算机模拟的格点QCD更有利。科学家期待在一两年内就使理论结果与实验结果完美吻合。

对希望发现超越标准模型新物理的人来说，还有一个坏消息。

最近一组俄国科学家发表了一项最新的正负电子对湮灭的散射截面测量（arXiv:2302.08834），令人惊讶的是他们的数据与从前类似的测量都不相同，如果我们把他们的数据代入重新计算低能强子导致的 a_μ 的话，g-2理论与实验的差异也将消失。



最下CMD3是基于最新的正负电子湮灭散射截面数据计算出的对 a_{μ} 的贡献，相比于从前的计算值有明显的增加。这是否意味着以前的散射截面实验数据有系统性误差呢？



费米实验室的g-2实验装置，里面有用超导磁铁。

Fermilab这次发布的更精确的 a_μ 实验数值意义还是重大的，越来越精确的实验值和理论值是做出进一步科学发现的基础。但目前，我们还没有发现超出标准模型新物理的充分证据。

总之：说好的 5σ 差异，说好的大新闻，说好的新物理，就这么泡汤了。

参考

1. Martinus Veltman , 《神奇的粒子世界》
2. 粒子物理导论 , 《粒子物理导论》
3. Michio Kaku, Quantum Field Theory: A Modern Introduction (Book)
4. F. Jegerlehner, The Anomalous Magnetic Moment of the Muon (Book)

本文经授权转载自微信公众号“奇迹笔记”。

相关阅读

- 1 [《纽约时报》专访：粒子物理学会走向何方？](#)
- 2 [诺奖得主Wilczek：填满“空”间的粒子](#)
- 3 [标准模型的危机：物理学家重新思考自然本质](#)
- 4 [“标准模型”与“希格斯粒子”：从空中楼阁到微观世界的理论基石 | 众妙之门](#)