

20181214 数据结构作业

1800022769

张靖昆

20181214

我承诺诚实作业，没有抄袭他人！

1. 第 1 题：

解：由题得，这 n 个关键码检索成功所花费检索长度分别为 $1, 2, 3 \dots n$ ，因此成功检索的平均检索长度 $ASL(n) = 1 * \frac{1}{2} + 2 * \frac{1}{4} + \dots + n * \frac{1}{2^n}$ 。又 $\frac{1}{2}ASL(n) = 1 * \frac{1}{4} + 2 * \frac{1}{8} + \dots + (n-1) * \frac{1}{2^n} + n * \frac{1}{2^{n+1}}$ ，因此 $ASL(n) - \frac{1}{2}ASL(n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots + \frac{1}{2^n} - n * \frac{1}{2^{n+1}} = 1 - \frac{2}{2^{n+1}} + n * \frac{1}{2^{n+1}}$ ，从而 $ASL(n) = 2 + (n-2) * \frac{1}{2^n}$ ，即 平均检索长度为 $2 + (n-2) * \frac{1}{2^n}$ 。

2. 第 2 题：

解：每一步时的 first、mid 和 last 如下表所示。

步骤序号	first	mid	last	判断
1	1	4	8	$26 < 88, \text{first} = \text{mid} + 1 = 5$
2	5	6	8	$56 < 88, \text{first} = \text{mid} + 1 = 7$

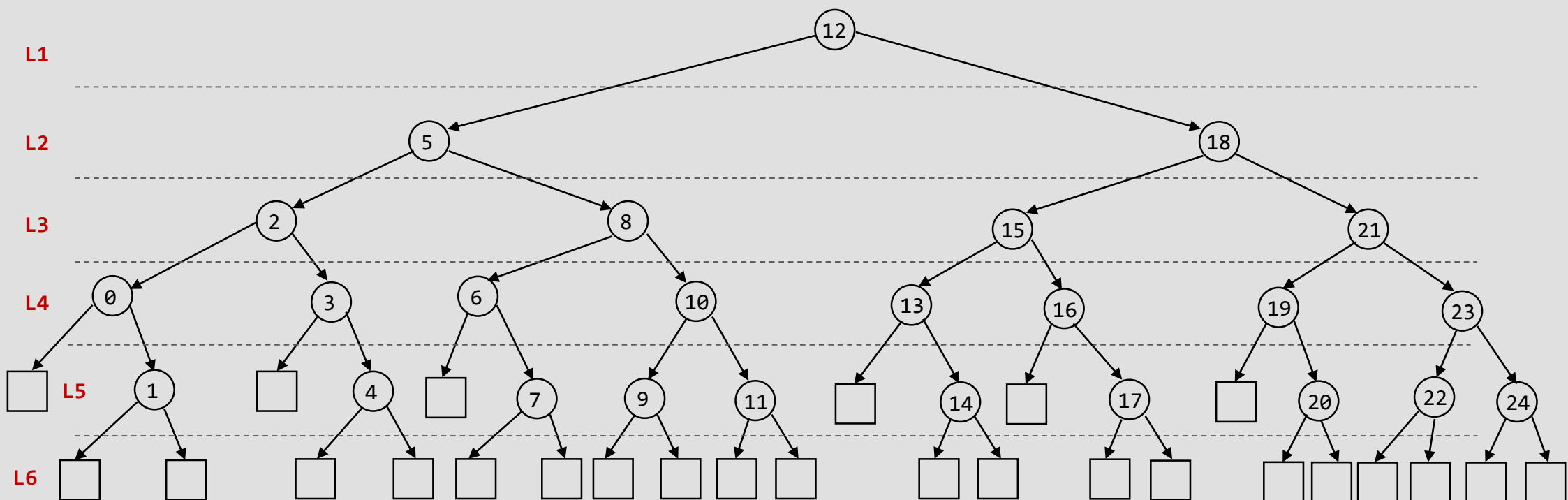
3	7	7	8	找到 88，结束检索
---	---	---	---	------------

3. 第 4 题:

解：以 ASL_s 表示查找成功的平均查找长度，由于题中说查找的是 A[25]中每个元素，因此一定会查找成功。

1) 顺序查找： $ASL_s = (1 + 2 + 3 + \dots + 25) / 25 = 13$ 。

2) 二分检索：以每个元素的下标加圆圈表示内结点，以方块表示外结点，给出对 A[25]进行二分检索的扩充二叉树，如下所示（左子树表示检索值小于当前结点对应的值，右子树表示检索值大于当前结点对应的值）：



从上述扩充二叉树可以看出，查找成功每个值所需要的查找次数如下表所示：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
次数	4	5	3	4	5	2	4	5	3	5	4	5	1	4	5	3	4	5	2	4	5	3	5	4	5

从而查找成功的平均检索长度(表中次数之和除以 25)为

$$ASL_s = (4+5+3+4+5+...+5+4+5)/25 = 99/25 = \boxed{3.96}.$$

3) 分块: 由两阶段的顺序检索组成, 因此查找成功的平均检索长度为 $ASL_s = (5+1)/2 + (5+1)/2 = 6$ 。

4. 第 5 题：请查看 CLion 程序

5. 第 6 题：请查看 CLion 程序

6. 第 11 题:

1) 首先求出每个元素对 23 取余的余数, 如下表所示:

元素	32	75	29	63	48	94	25	46	18	70
余数	9	6	6	17	2	2	2	0	18	1

2) 插入元素 32，得到如下散列表：

[illegible]

3) 插入元素 75，得到如下散列表：

[illegible]

4) 插入元素 29，发生冲突，使用线性探测解决冲突得元素 29 插入在下标 7，得如下散列表：

[illegible]

5) 插入元素 63，得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
元素							75	29		32								63						

6) 插入元素 48，得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

元素			48				75	29		32								63						
----	--	--	----	--	--	--	----	----	--	----	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--

7) 插入元素 94，发生冲突，使用线性探测解决得元素 94 插入在下标 3，得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
元素			48	94			75	29		32								63						

8) 插入元素 25，发生冲突，使用线性探测解决得元素 25 插入在下标 4，得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
元素			48	94	25		75	29		32								63						

9) 插入元素 46，18，70得如下最终散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
元素	46	70	48	94	25		75	29		32								63	18					

10) 根据上述步骤，我们可以得到每个元素查找成功的次数如下表：

元素	32	75	29	63	48	94	25	46	18	70
查找成功次数	1	1	2	1	1	2	3	1	1	1

**因此平均查找长度为 $(1+1+2+1+1+2+3+1+1+1)/10 = 1.4$ 。

7. 第 13 题:

首先用每个元素对 13 取余，得到如下表：

元素	12	23	45	57	20	03	78	31	15	36
余数	12	10	6	5	7	3	0	5	2	10

1) 利用线性探查法解决冲突，有如下步骤：

a) 插入元素 12, 23, 45, 57, 20, 03, 78 得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
元素	78			03		57	45	20			23		12

b) 插入元素 31，发生冲突，使用线性探查解决得元素 31 插入在下标 6，得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
元素	78			45	03	57	31	20			23		12

c) 插入元素 15，得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
元素	78		15	45	03	57	31	20			23		12

d) 插入元素 36，发生冲突，使用线性探查解决得元素 36 插入在下标 11，得如下**最终散列表**：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
元素	78		15	45	03	57	31	20			23	36	12

e) 根据上述过程，得到每个元素的查找成功的检索长度，则得到如下查找次数表：

元素	12	23	45	57	20	03	78	31	15	36
查找成功次数	1	1	1	1	1	2	1	2	1	2

则查找成功的平均检索长度为 $(1+1+1+1+1+2+1+2+1+2)/10 = 1.4$ 。

f) 查找不成功是指对每个散列下标来讲，使用线性探查向后探寻，直至遇到第一个为空的元素停止查找，

因此对每个散列下标查找不成功次数如下表所示：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
查找失败长度	2	1	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3

则查找不成功的平均检索长度为 $(2+1+3+2+1+5+4+3+2+1+5+4+3)/13 = 36/13$ 。

2) 使用再散列法寻找下一个下标：

a) 首先插入元素 12, 23, 45, 57, 20, 03, 78 得如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
元素	78			03		57	45	20			23		12

b) 插入元素 31，发生冲突，使用再散列法计算插入下标： $h_1=5$, $rh(31)=(7*31)\%11+1=9$, $h_2=(5+9)\%13=1$,

发现下标 1 没有元素，因此可以插入得到如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

元素	78	31		03		57	45	20			23		12
----	----	----	--	----	--	----	----	----	--	--	----	--	----

c) 插入元素 15，得到如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
元素	78	31	15	03		57	45	20			23		12

d) 插入元素 36，发生冲突，使用再散列法计算插入下标： $h_1=10$ ， $rh(36)=(7*36)\%11+1=11$ ，

$h_2=(10+11)\%13=8$ ，发现下标 8 没有元素，因此可以插入得到如下**最终散列表**：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
元素	78	31	15	03		57	45	20	36		23		12

g) 根据上述过程，每个元素查找成功的检索长度如下表所示：

元素	12	23	45	57	20	03	78	31	15	36
余数	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2

则检索成功的平均检索长度为 $(1*8+2*2)/10 = 1.2$ 。

8. 第 16 题:

1) 解: 由于总共有 12 个关键码且负载因子为 0.6, 因此 $M=12/0.6=20$, 则除余法用于取余的因子应当取小于 20 的最大素数即 19, 因此散列函数为 $h(K) = K \% 19$ 。

2) 首先 1) 中散列函数求出每个元素对应的余数, 如下表:

元素	26	25	20	33	21	24	45	204	42	38	29	31
余数	7	6	1	14	2	5	7	14	4	0	10	12

根据书上所讲, 选取小于 19 的最大素数为 17 得到再散列函数 $rh(K) = k \% 17 + 1$, 从而下一个开放地址的计算公式为 $h_i = (h_{i-1} + rh(k)) \% 19$ 。

****下表中有橙黄底色代表发生冲突的项, 带有□标识的是新插入表中的元素****

a) 首先, 插入元素 26, 25, 20, 33, 21, 24, 得如下散列表:

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
元素		20	21			24	25	26		

下标	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
元素					33					

- b) 插入元素 45，发生冲突，根据再散列函数计算得 $rh(45)=45\%17+1=12$ ，则再次计算得到的下标 $h_2=(7+12)\%19=0$ ，发现下标 0 没有元素，插入得到如下表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
元素	45	20	21			24	25	26		

下标	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
元素					33					

- c) 插入元素 204，发生冲突，根据再散列函数计算得 $rh(204) = 204\%17+1 = 1$ ，则再次计算得到的下标 $h_2 = (1+14)\%19 = 15$ ，发现下标 15 没有元素，插入得到如下表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

元素	45	20	21			24	25	26		
下标	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
元素					33	204				

d) 插入元素 42，得到如下散列表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
元素	45	20	21		42	24	25	26		
下标	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
元素					33	204				

e) 插入元素 38，发生冲突，根据再散列函数计算得 $rh(38) = 38\%17+1 = 5$ ，则再次计算得到的下标 $h_2 = (5+12)\%19 = 17$ ，发现下标 17 没有元素，插入得到如下表：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

元素	45	20	21		42	24	25	26		
下标	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
元素					33	204		38		

f) 插入元素 29，31，得到如下**最终散列表**：

下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
元素	45	20	21		42	24	25	26		
下标	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
元素	29		31		33	204		38		

因此，上表即为最终的经双散列法解决冲突的散列函数表，共发生 3 次冲突。