表面の回転

SFG テンソルを表面固定座標系(xyz)系の成分として表したものから、表面が回転した後の座標系(XYZ) 系の成分へ変換したものを記す。

表面固定(xyz)系

- z 軸を表面の外向き法線方向に取る。
- ${f x}$ 軸を立体障害がないとしたときに ${f CH}_2$ 基あるいは ${f HCCH}$ 基が面をそろえて並ぶ方向に取る。

実験室固定(XYZ)系

(xyz) 系を z 軸まわりに χ だけ回したもの。

ファイル「変換行列 (xyz).doc」において、 $\phi = 0$, $\theta = 0$ と置いて、以下の関係式が求まる。

$$\begin{aligned} (\text{ppp}) \qquad & \chi_{XXX} = -(1/4)(\chi_{xxx} - \chi_{yyx} - \chi_{xyy} - \chi_{yxy})(\cos\chi - \cos3\chi) + \chi_{xxx}\cos\chi \\ & - (1/4)(\chi_{yyy} - \chi_{xxy} - \chi_{xyx} - \chi_{yxx})(\sin\chi + \sin3\chi) + \chi_{yyy}\sin\chi \\ & \chi_{XZZ} = \chi_{xzz}\cos\chi + \chi_{yzz}\sin\chi \\ & \chi_{ZXZ} = \chi_{zxz}\cos\chi + \chi_{zyz}\sin\chi \\ & \chi_{ZZX} = \chi_{zxz}\cos\chi + \chi_{zzy}\sin\chi \\ & \chi_{ZXX} = (1/2)[(\chi_{zxx} + \chi_{zyy}) + (\chi_{zxx} - \chi_{zyy})\cos2\chi] + (1/2)(\chi_{zxy} + \chi_{zyx})\sin2\chi \\ & \chi_{XZX} = (1/2)[(\chi_{xxx} + \chi_{yzy}) + (\chi_{xzx} - \chi_{yyz})\cos2\chi] + (1/2)(\chi_{yzx} + \chi_{xzy})\sin2\chi \\ & \chi_{XZZ} = (1/2)[(\chi_{xxz} + \chi_{yyz}) + (\chi_{xxz} - \chi_{yyz})\cos2\chi] + (1/2)(\chi_{xyz} + \chi_{yxz})\sin2\chi \\ & \chi_{ZZZ} = \chi_{zzz} \end{aligned}$$

(spp)
$$\chi_{YXX} = -(1/4)(\chi_{xxx} - \chi_{yyx} - \chi_{xyy} - \chi_{yxy})(\sin\chi + \sin3\chi) - \chi_{xyy}\sin\chi + (1/4)(\chi_{yyy} - \chi_{xxy} - \chi_{xyx} - \chi_{yxx})(\cos\chi - \cos3\chi) + \chi_{yxx}\cos\chi$$

$$\chi_{YZZ} = -\chi_{xzz}\sin\chi + \chi_{yzz}\cos\chi$$

$$\chi_{YZX} = -(1/2)(\chi_{xzx} - \chi_{yzy})\sin2\chi + (1/2)[(\chi_{yzx} - \chi_{xzy}) + (\chi_{yzx} + \chi_{xzy})\cos2\chi]$$

$$\chi_{YXZ} = -(1/2)(\chi_{xxz} - \chi_{yyz})\sin2\chi + (1/2)[(\chi_{yxz} - \chi_{xyz}) + (\chi_{yxz} + \chi_{xyz})\cos2\chi]$$

(ssp)
$$\chi_{YYX} = (1/4)(\chi_{xxx} - \chi_{yyx} - \chi_{xyy} - \chi_{yxy})(\cos \chi - \cos 3\chi) + \chi_{yyx}\cos \chi + (1/4)(\chi_{yyy} - \chi_{xxy} - \chi_{xyx} - \chi_{yxx})(\sin \chi + \sin 3\chi) + \chi_{xxy}\sin \chi$$

$$\chi_{YYZ} = (1/2)[(\chi_{xxz} + \chi_{yyz}) - (\chi_{xxz} - \chi_{yyz})\cos 2\chi] - (1/2)(\chi_{xyz} + \chi_{yxz})\sin 2\chi$$

$$\begin{aligned} (\text{psp}) \qquad & \chi_{\text{XYX}} = -(1/4)(\chi_{\text{xxx}} - \chi_{\text{yyx}} - \chi_{\text{xyy}} - \chi_{\text{yxy}})(\sin\chi + \sin3\chi) - \chi_{\text{yxy}}\sin\chi \\ & + (1/4)(\chi_{\text{yyy}} - \chi_{\text{xxy}} - \chi_{\text{xyx}} - \chi_{\text{yxx}})(\cos\chi - \cos3\chi) + \chi_{\text{xyx}}\cos\chi \\ & \chi_{\text{ZYZ}} = -\chi_{\text{xxz}}\sin\chi + \chi_{\text{zyz}}\cos\chi \\ & \chi_{\text{XYZ}} = -(1/2)(\chi_{\text{xxz}} - \chi_{\text{yyz}})\sin2\chi + (1/2)[(\chi_{\text{xyz}} - \chi_{\text{yxz}}) + (\chi_{\text{xyz}} + \chi_{\text{yxz}})\cos2\chi] \\ & \chi_{\text{ZYX}} = -(1/2)(\chi_{\text{zxx}} - \chi_{\text{zyy}})\sin2\chi + (1/2)[(\chi_{\text{zyx}} - \chi_{\text{zxy}}) + (\chi_{\text{zyx}} + \chi_{\text{zxy}})\cos2\chi] \end{aligned}$$

$$\begin{split} (sps) & \chi_{YXY} = (1/4)(\chi_{xxx} - \chi_{yyx} - \chi_{xyy} - \chi_{yxy})(\cos\chi - \cos3\chi) + \chi_{yxy}\cos\chi \\ & + (1/4)(\chi_{yyy} - \chi_{xxy} - \chi_{xyx} - \chi_{yxx})(\sin\chi + \sin3\chi) + \chi_{xyx}\sin\chi \\ \chi_{YZY} = (1/2)[(\chi_{xzx} + \chi_{yzy}) - (\chi_{xzx} - \chi_{yzy})\cos2\chi] - (1/2)(\chi_{yzx} + \chi_{xzy})\sin2\chi \end{split}$$

$$\begin{aligned} (\text{pps}) \qquad & \chi_{\text{XXY}} = -(1/4)(\chi_{\text{xxx}} - \chi_{\text{yyx}} - \chi_{\text{xyy}} - \chi_{\text{yxy}})(\sin\chi + \sin3\chi) - \chi_{\text{yyx}}\sin\chi \\ & + (1/4)(\chi_{\text{yyy}} - \chi_{\text{xxy}} - \chi_{\text{xyx}} - \chi_{\text{yxx}})(\cos\chi - \cos3\chi) + \chi_{\text{xxy}}\cos\chi \\ \chi_{\text{ZZY}} = -\chi_{\text{zzx}}\sin\chi + \chi_{\text{zzy}}\cos\chi \\ \chi_{\text{ZXY}} = -(1/2)(\chi_{\text{zxx}} - \chi_{\text{zyy}})\sin2\chi + (1/2)[(\chi_{\text{zxy}} - \chi_{\text{zyx}}) + (\chi_{\text{zxy}} + \chi_{\text{zyx}})\cos2\chi] \\ \chi_{\text{XZY}} = -(1/2)(\chi_{\text{xzx}} - \chi_{\text{yzy}})\sin2\chi + (1/2)[(\chi_{\text{xzy}} - \chi_{\text{yzx}}) + (\chi_{\text{xzy}} + \chi_{\text{yzx}})\cos2\chi] \end{aligned}$$

$$\begin{split} (pss) & \chi_{XYY} = (1/4)(\chi_{xxx} - \chi_{yyx} - \chi_{xyy} - \chi_{yxy})(\cos\chi - \cos3\chi) + \chi_{xyy}\cos\chi \\ & + (1/4)(\chi_{yyy} - \chi_{xxy} - \chi_{xyx} - \chi_{yxx})(\sin\chi + \sin3\chi) + \chi_{yxx}\sin\chi \\ \chi_{ZYY} = (1/2)[(\chi_{zxx} + \chi_{zyy}) - (\chi_{zxx} - \chi_{zyy})\cos2\chi] - (1/2)(\chi_{zxy} + \chi_{zyx})\sin2\chi \end{split}$$

$$(sss) \qquad \chi_{YYY} = (1/4)(\chi_{xxx} - \chi_{yyx} - \chi_{xyy} - \chi_{yxy})(\sin\chi + \sin3\chi) - \chi_{xxx}\sin\chi - (1/4)(\chi_{yyy} - \chi_{xxy} - \chi_{xyx} - \chi_{yxx})(\cos\chi - \cos3\chi) + \chi_{yyy}\cos\chi$$