

---

# CCD 成像系统测量金属丝的杨氏模量 实验报告

姓 名: 黄张铃  
学 号: 2300934219  
班 级: 卓越一班

## 第一部分 实验原理

假设金属丝的直径为  $D$ ，原长为  $L$ ，所挂砝码的质量为  $m$ ，重力加速度为  $g$ ，由 CCD 装置观测到的伸长量为  $\delta L$ 。由杨氏模量定义  $E = \frac{F}{S} / \frac{\delta L}{L}$ ，可以得到  $E = \frac{4mgL}{\pi D^2 \delta L}$ 。

## 第二部分 实验过程

### 1 实验器材及其选取

本实验需要进行金属丝直径、原长、伸长量的长度测量，与砝码质量的质量测量。实验器材的选取应考虑待测量不可超出量程、有效数字位数较多（如 3 位）、相对误差较小等要点。

接下来我们先只考虑仪器极限误差说明各个器材选取的合理性。

金属丝直径我们采用螺旋测微器进行测量： $\frac{\sigma_D}{D} \sim \frac{0.004mm}{0.5mm} \sim 10^{-3}$

金属丝原长我们采用木尺进行测量： $\frac{\sigma_L}{L} \sim \frac{0.01cm}{100cm} \sim 10^{-4}$

金属丝伸长量我们采用望远镜分划板刻线进行测量： $\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L} \sim \frac{0.01mm}{0.1mm} \sim 10^{-1}$

通过估测我们可以知道，实验误差主要来源于金属丝伸长量的测量。

### 2 已知参量

已知北京海淀重力加速度为  $g = 9.801m/s^2$ ，并认为该值完全准确，不贡献不确定度。

### 3 测量金属丝的直径

如前所讨论，采用螺旋测微器对金属丝的直径进行测量。由于金属丝的粗细不均匀、且可能存在弯折的现象，我们在金属丝被拉直时选取金属丝较为平直的等间距不同部分分别进行测量。

#### 3.1 金属丝直径测量原始数据表格

测量次数 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
金属丝直径 $d_i/mm$	0.319	0.316	0.316	0.317	0.316	0.317	0.318	0.317	0.318	0.316

螺旋测微器的零点读数为  $d_0 = 0.000mm$ ，并在以下认为这个数据是精确的， $\sigma_{d_0} = 0$ 。

#### 3.2 金属丝直径测量数据处理

金属丝直径测量值（未扣除零点读数）的平均值为  $\bar{d} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} d_i = 0.317mm$

$\bar{d}$  的 A 类不确定度为  $\sigma_{\bar{d}A} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}}|_{n=10} = 3.3 \times 10^{-4}mm$ （不确定度首位为 3 多保留一位）

由于螺旋测微器标尺不确定度为均匀分布（这个说法行不行？） $\bar{d}$  的 B 类不确定度为  $\sigma_{\bar{d}B} = \frac{e_d}{\sqrt{3}} = \frac{0.004mm}{\sqrt{3}} = 2.3 \times 10^{-3}mm$

$\bar{d}$  的 A、B 类不确定度合成： $\sigma_{\bar{d}} = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}A})^2 + (\sigma_{\bar{d}B})^2} = 2.3 \times 10^{-3}mm$

扣除零点读数后：金属丝直径为  $\bar{D} = \bar{d} - d_0 = 0.317mm$

$\bar{D}$  的不确定度为  $\sigma_{\bar{D}} = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}})^2 + (\sigma_{d_0})^2} = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}})^2 + 0} = 2.3 \times 10^{-3}mm$

金属丝直径的测量结果为  $\bar{D} \pm \sigma_{\bar{D}} = (0.317 \pm 0.002)mm$  (这里考虑到螺旋测微器测量结果只精确到 0.001mm, 故没有保留两位不确定度)

### 3.3 分析与讨论

我们采用了在金属丝拉直的情况下相隔等间距采点测量的方法, 但是由于金属丝本身的不均匀性, 这种方法或许也并不能获得真正准确的金属丝直径, 因此在此处存在一定的系统误差。

## 4 测量砝码的质量

预热天平后, 将其调零。将各个砝码依次放置在天平上进行测量并对其编号。这里对 9 个砝码进行逐个且单次测量。

### 4.1 测量砝码质量原始数据表格

砝码编号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
砝码质量 $m_i/g$	200.10	199.85	199.63	199.60	199.83	199.90	199.83	199.85	199.71

天平零点读数  $m_0 = 0.00g$ , 并在之后认为  $\sigma_{m_0} = 0.00g$

### 4.2 砝码质量测量的数据处理

砝码质量的平均值为  $\bar{m} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} m_i = 199.81g$

$\bar{m}$  的 A 类不确定度为  $\sigma_{\bar{m}A} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}}|_{n=9} = 0.05g$

取天平的最小分度值为极限误差  $e_m$ : 则  $\bar{m}$  的 B 类不确定度为  $\sigma_{\bar{m}B} = \frac{e_m}{\sqrt{3}} = \frac{0.01g}{\sqrt{3}} = 6 \times 10^{-3}g$

$\bar{m}$  的不确定度为  $\sigma_{\bar{m}} = \sqrt{(\sigma_{\bar{m}A})^2 + (\sigma_{\bar{m}B})^2} = 0.05g$

因而砝码质量的测量结果为  $\bar{m} \pm \sigma_{\bar{m}} = (199.81 \pm 0.05)g$

### 4.3 分析与讨论

对于砝码质量的不确定度, 由上述计算可知  $\sigma_{\bar{m}A} \gg \sigma_{\bar{m}B}$ , 起主要作用的为 A 类不确定度, 即由于各个砝码质量不同带来的误差, 故我们取天平最小分度值为极限误差的估计方法与真实允差的差别并不会对最终结果带来影响。

对于接下来的最小二乘法拟合计算, 存在两种拟合方式: 由于  $\frac{\sigma_{\bar{m}}}{\bar{m}} = 2.5 \times 10^{-4} \ll 1$ , 且由最开始的估测可知远小于金属丝伸长量的相对不确定度, 因此可以认为各个砝码的质量近似为相同值  $\bar{m}$ , 用最小二乘法拟合伸长量  $\delta x_i$  和砝码个数  $i$  的关系, 满足  $\delta x_i = \frac{4\bar{m}gL}{\pi d^2 E} i$ 。当然从公式中我们也可以发现另一种拟合方式: 我们可以拟合伸长量  $\delta x_i$  和挂上砝码的总质量  $\sum_{j=1}^i m_j$  的关系, 满足  $\delta x_i = \frac{4 \sum_{j=1}^i m_j g L}{\pi d^2 E}$ , 从而求得杨氏模量。

另外, 在测量时, 我们采取的方法是逐个称量砝码质量, 我们想知道逐个递增砝码、测量  $i$  个砝码 ( $i=1, 2, \dots, 9$ ) 总质量的方法能否减小误差。根据上面提到的两种拟合方法我们可以知道, 采用第一种拟合方式的时候, 由于待拟合量中  $n$  为精确量, 斜率中的  $\bar{m}$  的测量误差与最终测量结果的误差相关, 而测量  $\sum_{j=1}^i m_j$  再相减带来的不确定度  $\sigma_{m'} = \sqrt{(\sigma_m)^2 + (\sigma_m)^2} > \sigma_m$  大于单次测  $m_i$  带来的不确定度, 因此在采用该拟合方式的时候直接测  $m_i$  带来的不确定度小; 同理, 倘若采用第二种拟合方式并选用分别测量砝码质量的方法, 我们需要将各个砝码质量相加,  $\sigma_{\sum_{j=1}^i m_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_{m_i})^2} > \sigma_{m_i}$ , 因此此时采用合并测量的方法带来的误差较小。

## 5 测量金属丝的原长

对于金属丝的原长，我们采用木尺进行单次测量。

### 5.1 测量金属丝原长数据表

上端位置 $x_1(\text{cm})$	下端位置 $x_2(\text{cm})$
28.39	103.20

### 5.2 测量金属丝原长的数据处理

金属丝原长  $L = x_2 - x_1 = 74.81\text{cm}$

由于为单次测量量，我们将不确定度取极限误差，并且在这里取为分度值  $e_L = 0.01\text{cm}$

因此金属丝的长度为  $\bar{L} \pm \sigma_L = (74.81 \pm 0.01)\text{cm}$

### 5.3 分析与讨论

在这里我们仅对金属丝的原长进行了单次测量，现在分析其原因。根据实验器材选取部分的讨论，我们可以知道即使不确定度取为极限误差，金属丝原长测量的相对不确定度仅为  $10^{-4}$ ，对最终结果的贡献小，出于实验操作的便捷性，单次测量已经足够。同时经过操作得知，金属丝原长的测量误差主要来源于木尺未严格平行于金属丝，而是存在一个小夹角，这是因为金属丝下端存在有横向宽度的金属装置，操作时难以与其严格平行，我们将此横向宽度估算为  $x = 0.5\text{cm}$ ，并计算由于这个横向宽度导致长度测量结果与真实值的偏离： $\Delta L = L - \sqrt{L^2 - x^2} = 1.7 \times 10^{-3}\text{mm}$ ，结果比极限不确定度小了 1 个数量级，因此我们可以只进行一次测量并不考虑该部分带来的不确定度。

## 6 测量金属丝的伸长量

调节支架的底角螺丝，使得砝码盘无摩擦地自由转动，并将螺钉旋入卡口限制其转动。调节望远镜，粗调望远镜俯仰角与水平转角，使得镜筒近似水平、轴线垂直于物平面，调节目镜看清叉丝，再粗调物镜找到托盘上方水平刻度线的像，后细调看清像，使其与叉丝之间无视差，并且像位于标尺中较高处，预留一定空间测量伸长量。再调节 CCD 成像系统的镜筒焦距，使得屏幕上出现清晰图像。

### 6.1 金属丝伸长量测量原始数据表格

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
拉伸过程标尺坐标 $x_{i+}/\text{mm}$	3.10	3.33	3.44	3.54	3.67	3.79	3.91	4.03	4.15	4.27
回弹过程标尺坐标 $x_{i-}/\text{mm}$	3.10	3.35	3.43	3.59	3.71	3.82	3.94	4.04	4.15	4.27
平均位置 $x_i/\text{mm}$	3.100	3.340	3.435	3.565	3.690	3.805	3.925	4.035	4.150	4.270

这里作为数据处理的中间过程，将平均位置的位数多保留了一位，这种处理是具有一定的合理性的：通过观察数据可知，正、反向测量位置坐标的差距小，平均值与原始数据的差异往往要体现在小数点后第三位；同时我们若采用“四舍六入五凑偶”的数据处理方法，由于此处的数据量过少，在以 5 结尾时倒数第二位的数字并不能表现出良好的平均分布，因此多保留一位能够减小误差。

### 6.2 逐差法测量金属丝伸长量

由于存在初始金属丝未拉直的问题，当砝码加到一定数量时伸长量才能显示出符合胡克定律的良好线性关系，因此我们首先绘制逐差数据表格，以确定参与逐差的数据。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_{i+1} - x_i/mm$	0.240	0.095	0.130	0.125	0.105	0.120	0.110	0.115	0.120

由表格数据可知，前两个数据出现了先大幅大于逐差平均值再大幅小于逐差平均值的现象。我们先计算所有数据单变量统计的方差，并从  $i=1$  开始逐步减少数据，直到方差不再发生显著减小为止。经过计算可知，保留从  $i=1, 2, 3$  开始的数据方差分别为  $1.84 \times 10^{-3} mm^2, 1.28 \times 10^{-4} mm^2, 7.38 \times 10^{-5} mm^2, 5.41 \times 10^{-5} mm^2$ ，可知从第三个数据开始方差不存在显著变化，因此我们选取后八个数据进行逐差求解。

$$\delta L = \frac{1}{16}(x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} - x_3 - x_4 - x_5 - x_6) = 0.1178 mm$$

$$\sigma_{\delta L} = \frac{1}{16} \sqrt{(\sigma_{x_i})^2 \times 8} = \frac{\sqrt{2}}{8} \sigma_{x_i}, \text{ 取 } \sigma_{x_i} \text{ 为极限误差 } e=0.01 mm \text{ (因为每个 } x_i \text{ 都是单次测量量)}, \text{ 则}$$

$$\sigma_{\delta L} = 1.8 \times 10^{-3} mm$$

$$E = \frac{4mgL}{\pi D^2 \delta L} = 1.58 \times 10^{11} Pa, \quad \sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_D}{D}\right)^2} = 0.03 \times 10^{11} Pa$$

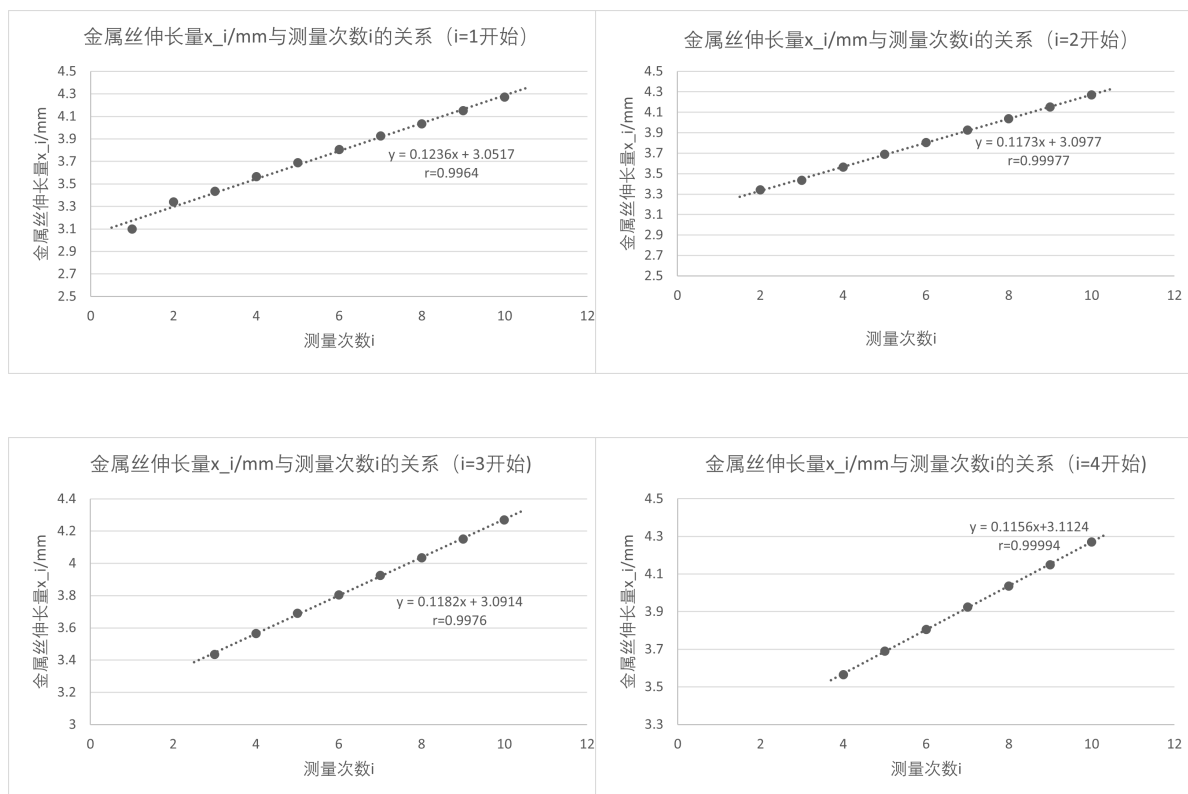
### 6.3 分析与讨论

由表格可知，第一个数据偏大，并在后续的结果中贡献了极大的方差，我们认为是初始金属丝存在弯折，在加砝码的过程中被拉直导致的；第二个数据偏小，不排除仍然存在弯折部分，且剩余弯折部分在第二次加上砝码时并没有被拉直，弯折区域不满足胡克定律所致；第三个数据也略偏大，我们认为在这一过程中大部分弯折区域被拉直，之后符合线性的胡克定律  $E = \frac{F}{S} / \frac{\delta L}{L}$ 。

### 6.4 金属丝伸长量与测量次数的最小二乘法拟合

通过上面对逐差数据的分析，我们也可以类似地判断出应当选取伸长量数据表中  $i=4$  至  $i=10$  的数据进行最小二乘法拟合。

当然我们还有另外一种判断方法：我们首先对全部数据进行拟合，再逐个从  $i=1$  去除数据，知道最小二乘法拟合的相关系数不再有较大变化为止。拟合曲线如下：



由拟合曲线可知, 我们应当选取数据表中  $i=4$  至  $i=10$  的数据进行最小二乘法拟合, 得到斜率为  $k = 1.156 \times 10^{-1} mm$ 。

斜率的 A 类不确定度为  $\sigma_{kA} = k \sqrt{\frac{\frac{1}{n^2} - 1}{n-2}} = 6 \times 10^{-4} mm$ 。

斜率的 B 类不确定度为  $\sigma_{kB} = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (i_j - \bar{i})^2}}$ , 这里取  $\sigma = \frac{e_{x_i}}{\sqrt{3}}$ , 并认为将极限误差取为分度值  $e_{x_i} = 0.01 mm$ , 故  $\sigma_{kB} = 2.7 \times 10^{-3} mm$

$$\sigma_k = \sqrt{(\sigma_{kA})^2 + (\sigma_{kB})^2} = 2.8 \times 10^{-3} mm$$

$$\text{从而得到 } E = \frac{4mgL}{\pi D^2 k} = 1.606 \times 10^{11} Pa$$

$$\text{杨氏模量的不确定度为 } \sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_D}{D}\right)^2} = 4 \times 10^{10} Pa$$

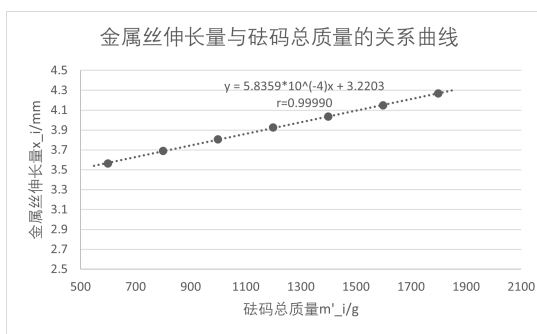
综上,  $E \pm \sigma_E = (1.61 \pm 0.04) \times 10^{11} Pa$

## 6.5 分析与讨论

由  $\frac{\sigma_m}{m} = 2.5 \times 10^{-4}$ ,  $\frac{\sigma_D}{D} = 6.3 \times 10^{-3}$ ,  $\frac{\sigma_L}{L} = 1.3 \times 10^{-4}$ ,  $\frac{\sigma_k}{k} = 2.4 \times 10^{-2}$  可知, 对杨氏模量测量结果贡献最大的是线性拟合时产生的误差, 这与我们对这个实验的设想相符合, 同时印证了 L 只测量一次的合理性。而 k 的不确定度归根结底来源于每次加上砝码伸长量的差异性, 一方面源于测量伸长量的读数误差, 另一方面源于金属丝部分区域弯折而在张力增加的条件被逐渐拉直导致伸长量变化量的非线性行为。

## 6.6 金属丝伸长量与砝码总质量的最小二乘法拟合

由于数据是否在线性拟合的区间外不会因为拟合方法的改变而改变, 因此在本拟合方法中我们也选取  $i=4$  至  $i=10$  对应的数据进行拟合。同时根据前面的不确定度计算我们也可以知道, 砝码质量的相对不确定度小于金属丝伸长量的相对不确定度, 相差两个数量级, 因此在接下来的拟合中将砝码质量作为 x 轴, 将金属丝伸长量作为 y 轴, 并在最小二乘法拟合的误差分析的过程中近似认为 x 轴量不存在不确定度。拟合曲线如下:



由图可知, 斜率为  $k = 5.836 \times 10^{-4} mm/g = \frac{4gL}{\pi D^2 E}$

相关系数  $r=0.999904$ ,  $\sigma_{kA} = 3.7 \times 10^{-6} mm/g$  (这里因为不确定度首位为 3 而多保留一位)

$$\sigma_{kB} = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (m'_i - \bar{m}')^2}} = \frac{\frac{0.01 mm}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (m'_i - \bar{m}')^2}} = 1.3 \times 10^{-7} mm/g$$

$$\sigma_k = 3.7 \times 10^{-6} mm/g$$

$$E = \frac{4gL}{\pi D^2 k} = 1.59 \times 10^{11} Pa$$

$$\sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_D}{D}\right)^2} = 0.06 \times 10^{11} Pa$$

杨氏模量的测量结果为  $E \pm \sigma_E = (1.59 \pm 0.06) \times 10^{11} Pa$

## 6.7 分析与讨论

金属丝伸长量与砝码总质量的最小二乘法拟合考虑到了各个砝码质量不同对拟合结果的影响, 理论上本方法拟合得到的结果应当更准确、相关系数更接近于 1, 但实际上该处的相关系数仅有  $r=0.999904$ , 略小于上一种拟合方法得到的结果 0.999942, 笔者认为是因为此处并没有采用测量砝码质量的分析讨论中提到的测量多个砝码总质量的方法, 从而引入了砝码质量测量的额外误差。

同时本方法的 x 轴量存在不确定度, 这部分不确定度在拟合结果中会被忽略, 但由于  $\frac{\sigma_x}{x} : \frac{\sigma_y}{y} = 10^{-2}$ , 因此我们认为不考虑该部分不确定度并不会对最终结果的不确定度估计产生显著影响。

### 第三部分 分析与讨论

对三种方法（逐差法 + 两种最小二乘法）得到的实验结果进行分析，由于分别为  $(1.58 \pm 0.03) \times 10^{11} Pa$ ,  $(1.61 \pm 0.04) \times 10^{11} Pa$ ,  $(1.59 \pm 0.06) \times 10^{11} Pa$ ，可知考虑到不确定度后三者存在重合的区间，这也证实了数据处理过程的合理性，因为三种结果只来自于同一组数据。

然而与老师提供的杨氏模量参考值区间  $1.6 \times 10^{11} Pa \sim 1.8 \times 10^{11} Pa$  进行对比，我们发现测量值略微偏小。我们不排除测量对象的杨氏模量确实偏小，为  $1.6 \times 10^{11} Pa$  左右的可能性；同时有可能源于实验数据选取不当导致  $\delta L$  偏大，即应当剔除前面的更多组数据，但由于数据量过小且经过前面的线性程度分析，笔者仍然保留了上述数据处理方法；当然也有可能源于砝码质量测量量  $m$  偏小，金属丝原长  $L$  偏小。

通过对正、反向伸长量的数据进行分析，我们发现二者差异不大，说明实验测量对象的弹性滞后效应并不显著。

且由于在测量区间内实验数据的线性程度好，我们可以判断出测量区间还处于线性区间内，金属丝尚未产生范性形变。

## 第四部分 附录：金属丝剪切模量的存在对实验结果的影响

实验过程中，我们将螺钉旋入卡口，减小了金属丝的转动效应，而由于螺钉与装置的接触，产生的摩擦可能会对实验结果带来无法估计的误差，现在我们想探究倘若不存在该固定装置，金属丝的小幅度转动会对杨氏模量测量结果带来多大的影响。剪切模量定义

$$G = \frac{\frac{\delta F}{S}}{\delta \theta}$$

设转动过程中金属丝的原长不变，只是从竖直方向变为倾斜的方向，同时设扭转引起的物中心的水平位移为  $\delta x$ ，实验观测到的水平刻度线的移动距离为  $\delta l$ ，圆柱形装置的半径为  $R$ 。满足：

$$\delta \theta = \frac{\delta x}{L}, \quad \frac{\delta x}{\frac{D}{2}} = \frac{\delta l}{R}$$

因此

$$\delta x = \frac{4\delta FL}{G\pi D^2}$$

根据几何关系（勾股定理），由于水平偏转  $\delta x$  导致的竖直方向的长度减小量为

$$\delta L' = -\delta x \sin \phi = -\frac{(\delta x)^2}{L} = -\frac{16(mg)^2 L}{G^2(\pi D^2)^2}$$

（负号代表为减小量）发现它与外力之间是二次函数关系，偏离线性，同时外力越大时这个效应越显著，因此它可以解释砝码数量较多时偏离线性行为的原因。我们代入数值进行估算： $\delta L' \sim -6.8 \times 10^{-7} mm$ ， $\frac{\delta L'}{\delta L} = 5.9 \times 10^{-6}$ ，因而由于剪切模量带来的对竖直方向伸长量的影响几乎可以忽略。

笔者也用该装置进行了未锁定卡口的实验，观察到加入砝码前后标尺刻度存在  $\delta l = 3.5 mm$  的偏移量，我们将  $R$  取为  $1.5 cm$ ，代入验证：

$$\delta x = \frac{D\delta l}{2R} = 3.7 \times 10^{-5} m$$

$$\delta L' = -\delta x \sin \phi = -\frac{(\delta x)^2}{L} = 5.9 \times 10^{-7} mm$$

与上面得到的  $\delta L'$  的数量级是一致的。证实了我们在实验中确实不用进行卡口的锁定。

## 第五部分 附录：望远镜未进行俯仰角、水平转角调节对实验结果的影响

在实验过程中，我们仅能对望远镜的俯仰角、水平转角进行目测粗调，并没有进行细致调节，现在我们估计该操作对实验结果带来的误差。倘若望远镜存在与水平方向的俯仰角夹角  $\delta \alpha$ ，由于分划板平面始终垂直于望远镜镜筒轴线，因此读数偏移量  $\Delta x'_i$  与真实偏移量  $\Delta x_i$  之间的关系为

$$\Delta x_i = \Delta x'_i \cos \Delta \alpha$$

相对差值为

$$\frac{\Delta x'_i - \Delta x_i}{\Delta x'_i} = \cos \delta \alpha - 1 \approx \frac{1}{2}(\delta \alpha)^2$$

假设人眼估测存在  $\delta \alpha \approx 5^\circ$ ，相对差值为

$$\frac{\Delta x'_i - \Delta x_i}{\Delta x'_i} = 3.8 \times 10^{-3}$$



该相对差值比  $\delta L$  的相对不确定度小一个数量级，因而可以忽略，因此本实验不需要对望远镜进行轴线与水平桌面严格平行的调节。对于水平转角，假设望远镜轴线并不严格垂直于物上的刻度尺平面，只要我们操作中保持叉丝始终对着一个点进行测量，就不会带来额外的误差。

## 第六部分 附录：实验记录本

实验数据记录

CCD实验

1. 测量  $d$  (金属丝直径)

零点读数  $d_0 = 0.000 \text{ mm}$

$d_i / \text{mm}$	0.319	0.316	0.316	0.317	0.316
	0.317	0.318	0.317	0.318	0.316

$\bar{d} = 0.317 \text{ mm}$      $\sigma_{dA} =$   
 $\sigma_{dB} =$   
 $\sigma_d =$

2. 测量  $L$  (金属丝原长)

$L = X_2 - X_1$

( $X_2$  (cm))    103.20     $\bar{L} = 74.81 \text{ cm}$

( $X_1$  (cm))    28.39

$\sigma_L =$

3. 砝码质量测量 (g)

个数: $n$	1	2	3	4	
$m_i (\text{g})$	200.10	199.85	199.63	199.60	
	5	6	7	8	9
	199.83	199.90	199.83	199.85	199.71

$\bar{m} = 199.819$   
 $\sigma_{mA} =$   
 $\sigma_{mB} =$

$X_i + / \text{mm}$	$X_i - / \text{mm}$	$X_i / \text{mm}$	$\Delta X_i / \text{mm}$
<del>3.10</del> 3.10	3.10	3.100	0.240
<del>3.33</del> 3.33	3.35	3.340	0.075
3.44	3.43	3.435	0.130
3.54	3.59	3.565	0.125
3.67	3.71	3.690	0.105
3.79	3.82	3.805	0.120
3.91	3.94	3.925	0.110
4.03	4.04	4.035	0.115
<del>4.16</del> 4.15	4.15	4.150	0.120
4.27	4.27	4.270	

$\sigma_L = 0.1178 \text{ mm}$   
 $E = 1.58 \times 10^{11} \text{ Pa}$

悬梁法测杨模

37

① 测厚度  $h$   $g=9.81 \text{ m/s}^2$

$d_0 = 0.002 \text{ mm}$

$d_1 = 1.235 \text{ mm}$   $d_2 = 1.236 \text{ mm}$   $d_3 = 1.236 \text{ mm}$   $d_4 = 1.239 \text{ mm}$

$d_5 = 1.239 \text{ mm}$   $d_6 = 1.239 \text{ mm}$   $d_7 = 1.238 \text{ mm}$   $d_8 = 1.233 \text{ mm}$

$d_9 = 1.239 \text{ mm}$   $d_{10} = 1.229 \text{ mm}$   $\bar{d} = 1.236 \text{ mm}$

$\bar{h} = \bar{d} - d_0 = 1.234 \text{ mm}$

② 测宽度  $a(\text{cm})$

$n = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10$

$a(\text{cm}) \quad 1.515 \quad 1.505 \quad 1.495 \quad 1.490 \quad 1.500 \quad 1.485 \quad 1.505 \quad 1.495 \quad 1.500 \quad 1.510$

$\bar{a} = 1.500 \text{ cm}$

③ 有效长度

$L = X_2 - X_1$

$X_1(\text{cm}) = 19.20$

$X_2(\text{cm}) = 40.00$

$L(\text{cm}) = 20.80$

④ 砝码质量  $m_i$

$n_i$	$m_i/\text{g}$	$\bar{m}_i/\text{g}$
1	199.87	199.87
2	200.05	200.05
3	200.52	200.52
4	199.95	199.95
5	199.86	199.86
6	199.73	199.73

⑤

$\lambda = \frac{G l^3}{4 E a h^3}$

$X_n = \frac{m g l^3 \cdot n}{4 E a h^3}$

拟合  $X_n \sim n$   $\times 10^{-3} \text{ mgl}^3$

斜率  $k = 0.796 = \frac{m g l^3}{4 E a h^3}$

$r = 0.9994$

$E = \frac{m g l^3}{4 a h^3 k}$

$= 1.97 \times 10^{11} \text{ Pa}$

$X_i/\text{mm}$	$\Delta m_i/\text{g}$	$X_i/\text{mm}$	$\bar{X}_i/\text{mm}$
29.291	0.00	29.254	29.2725
33.998	199.87	30.012	30.0835
33.392	200.05	30.852	30.9135
32.610	200.52	31.666	31.7320
31.798	199.95	32.496	32.3530
30.975	199.86	33.298	33.3450
30.155	199.73	33.969	33.9835