

---

# 虚拟仪器的使用 实验报告

姓 名: 黄张铃  
学 号: 2400011424  
序 号: 2 组 10 号

# 目录

<b>第一部分 测量电阻阻值及伏安特性曲线</b>	<b>3</b>
<b>1 测量程序框图</b>	<b>3</b>
<b>2 电阻 <math>R_{x1}</math></b>	<b>3</b>
2.1 伏安特性曲线及电阻测量值 . . . . .	3
<b>3 电阻 <math>R_{x2}</math></b>	<b>4</b>
3.1 伏安特性曲线及电阻测量值 . . . . .	4
<b>4 分析与讨论</b>	<b>4</b>
 <b>第二部分 测量二极管的伏安特性曲线</b>	 <b>4</b>
<b>5 测量程序框图</b>	<b>4</b>
<b>6 测量结果</b>	<b>5</b>
6.1 二极管在 $I = \pm 4mA$ 的静态电阻值 . . . . .	5
 <b>第三部分 法诺共振现象探究</b>	 <b>6</b>
<b>7 非理想元件参量测量</b>	<b>6</b>
7.1 16mH 电感 . . . . .	6
7.2 18mH 电感 . . . . .	6
7.3 $0.047\mu F$ 电容 . . . . .	7
<b>8 可能实现法诺共振的几种电路图设计</b>	<b>7</b>
<b>9 法诺共振的理论推导及分析</b>	<b>7</b>
<b>10 法诺共振的实验现象</b>	<b>10</b>
10.1 标准状态的现象分析 . . . . .	10
10.2 损耗电阻对线型的影响 . . . . .	10
10.3 本征频率对线型的影响 . . . . .	12
10.4 耦合强度对线型的影响 . . . . .	13
<b>11 分析与讨论</b>	<b>14</b>
11.1 损耗电阻对相位的影响 . . . . .	14
11.2 本征频率对相位的影响 . . . . .	14
11.3 耦合强度对导纳相位的影响 . . . . .	16
11.4 利用 Fano 线型幅频与相频曲线制作传感器的讨论 . . . . .	16

## 第一部分 测量电阻阻值及伏安特性曲线

### 1 测量程序框图

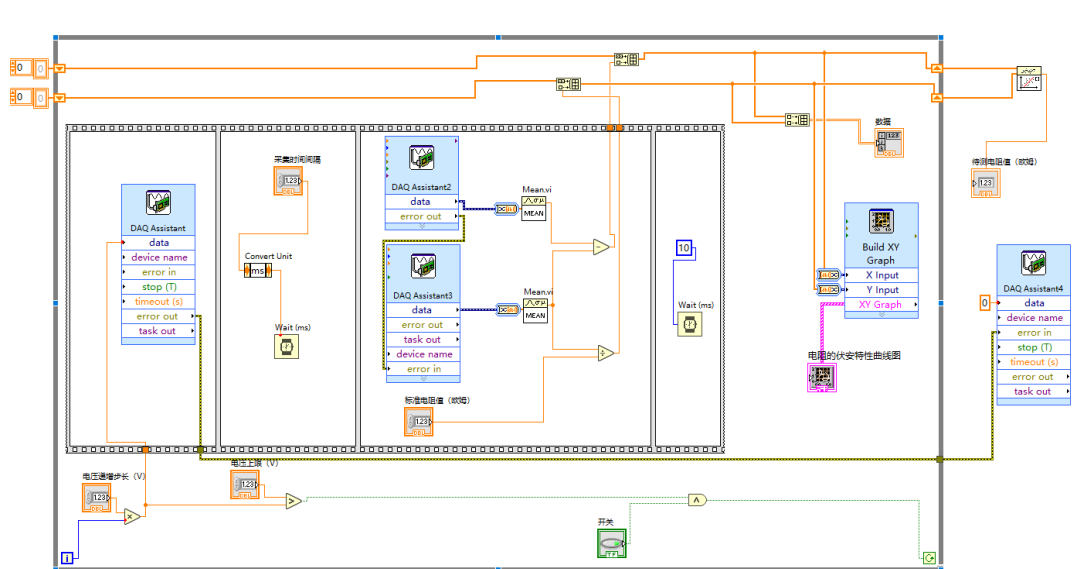


图 1: 电阻伏安特性曲线的测量程序框图

## 2 电阻 $R_{x1}$

### 2.1 伏安特性曲线及电阻测量值

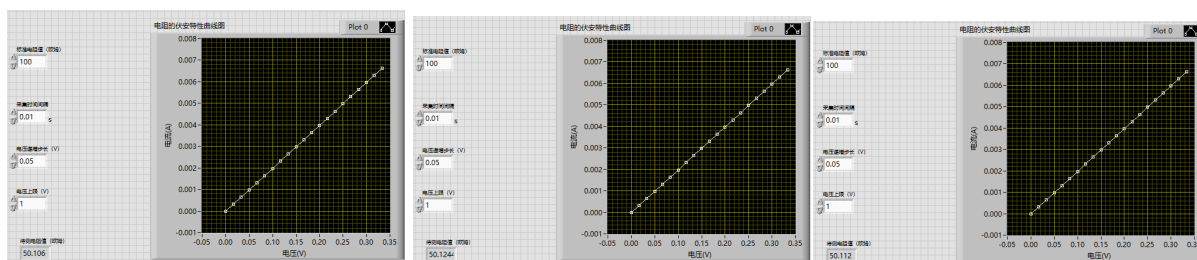


图 2: 50Ω 电阻的伏安特性曲线测量图

表 1: 电阻阻值的测量数据表

测量次数	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$R_3(\Omega)$	平均值 $\bar{R}_{x1}(\Omega)$	标准值 $R_2$	相对误差 $\frac{\bar{R}_{x2}-R_2}{R_2}(\%)$
测量值	50.106	50.124	50.112	50.114	50.000	0.228

3 电阻  $R_{x2}$

3.1 伏安特性曲线及电阻测量值

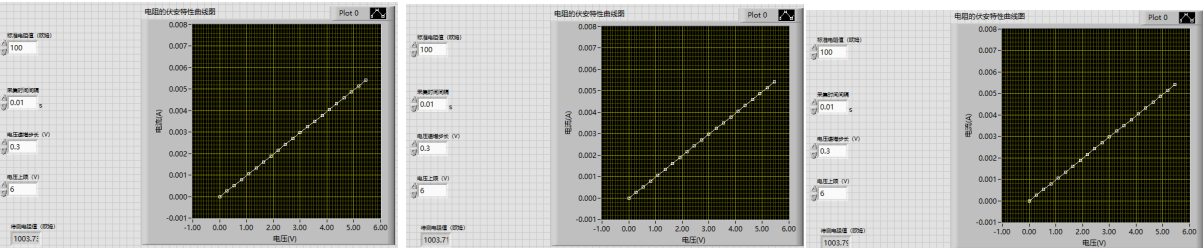


图 3: 1000Ω 电阻的伏安特性曲线测量图

表 2: 电阻阻值的测量数据表

测量次数	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$R_3(\Omega)$	平均值 $\overline{R}_{x2}(\Omega)$	标准值 $R_2$	相对误差 $\frac{\overline{R}_{x2}-R_2}{R_2}(\%)$
测量值	1003.73	1003.71	1003.79	1003.74	1000.00	0.374

4 分析与讨论

- 1. 实验测得的电阻阻值相对于标准值偏大，这源于电路中各导线、元件接头之间的接触电阻。
- 2. 相对误差较小： $10^{-4}$  量级，可知采用虚拟仪器装置测量电阻阻值的测量方式得到的结果较为准确。

第二部分 测量二极管的伏安特性曲线

5 测量程序框图

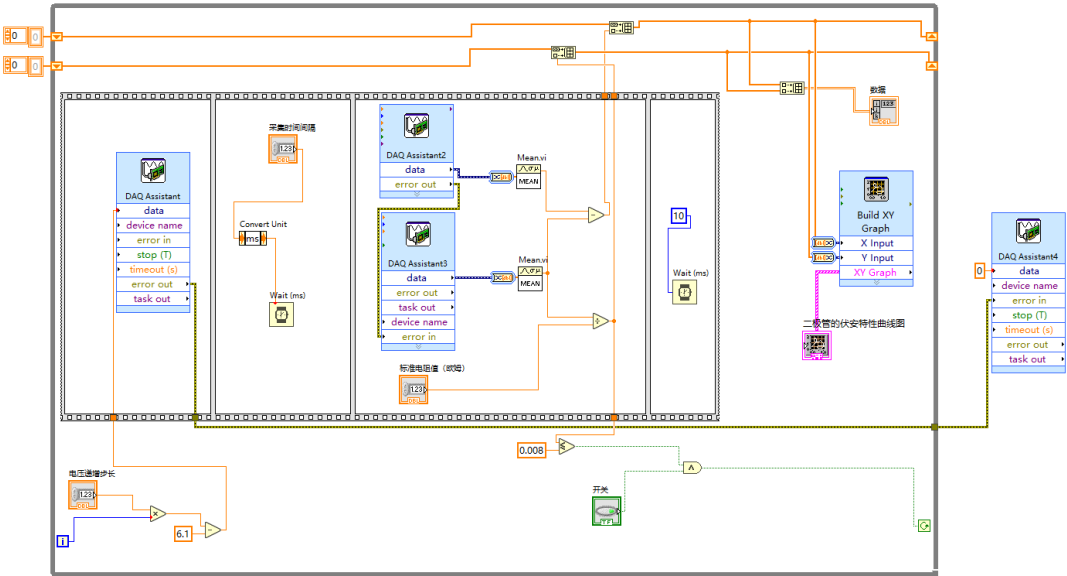


图 4: 电阻伏安特性曲线的测量程序框图

首先经过尝试设置电压从  $U_0 = -6.1V$  开始取值，这保证了电流的最小值不超过  $-8mA$ ，并设置逻辑判断语句，当电流增至  $8mA$  时，使得循环终止，结束采点。

## 6 测量结果

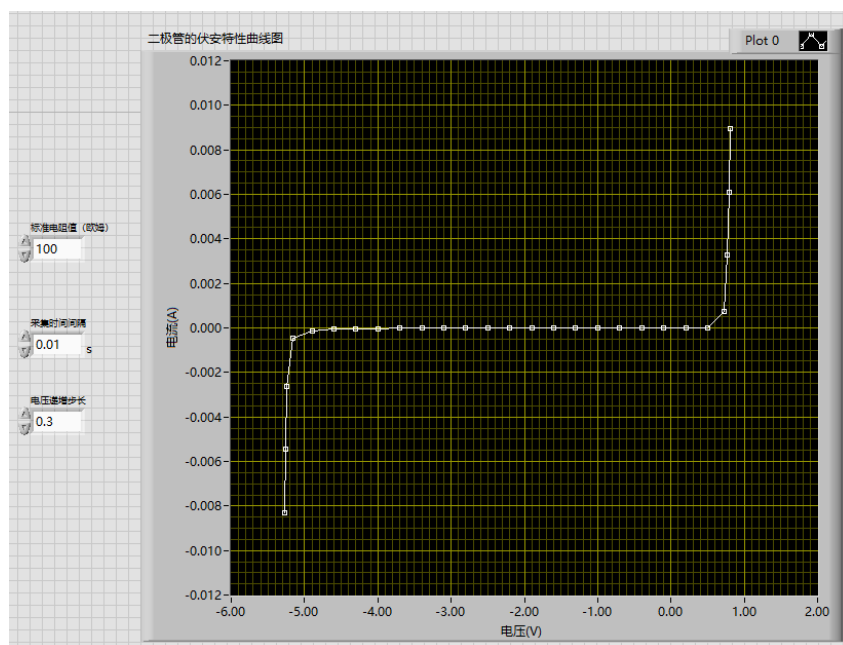


图 5: 二极管伏安特性曲线的测量程序框图

### 6.1 二极管在 $I = \pm 4mA$ 的静态电阻值

读图可知，当  $I_1 = 4mA$  时， $U_1 \approx 0.80V$ ；当  $I_2 = -4mA$  时， $U_2 \approx -5.25V$ ，静态电阻分别为：

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 2.0 \times 10^2 \Omega, \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2} = 1.31 \times 10^3 \Omega$$

## 第三部分 法诺共振现象探究

### 7 非理想元件参量测量

#### 7.1 16mH 电感

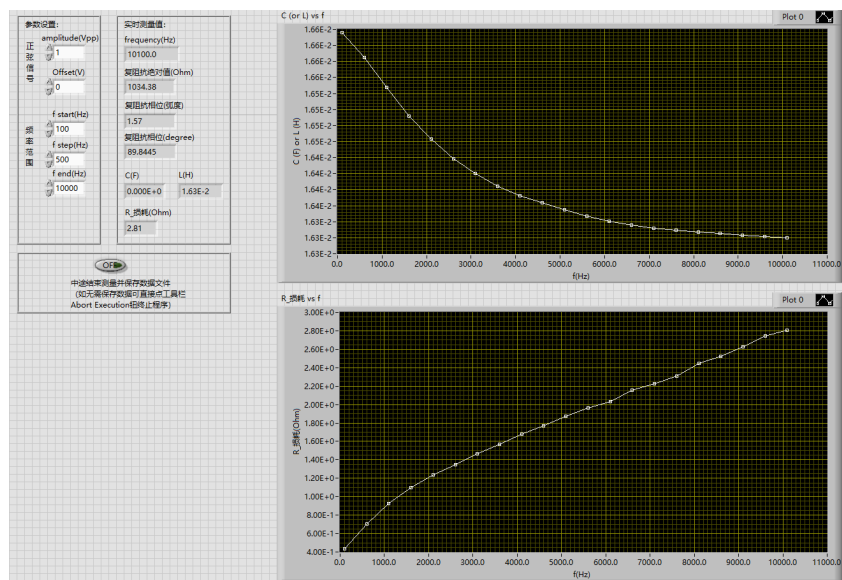


图 6: 16mH 电感的阻抗测量图

电感值  $L_2 = 16.3 \sim 16.6mH$ , 损耗电阻  $R_2 = 0.4 \sim 2.81\Omega$ , 损耗电阻阻值较小。

#### 7.2 18mH 电感

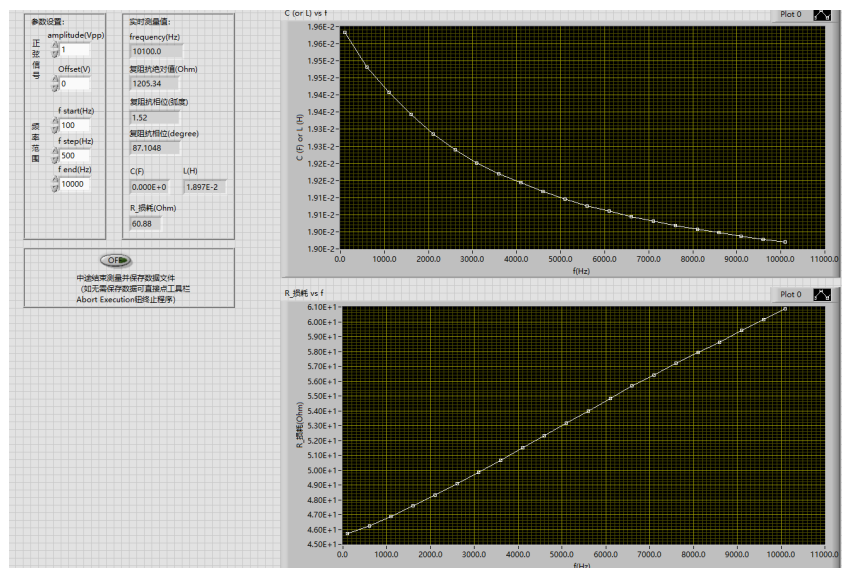


图 7: 18mH 电感的阻抗测量图

电感值  $L_1 = (19.0 \sim 19.6)mH$ , 损耗电阻  $R_1 = (45 \sim 61)\Omega$ , 具有较大的损耗电阻。

### 7.3 $0.047\mu F$ 电容

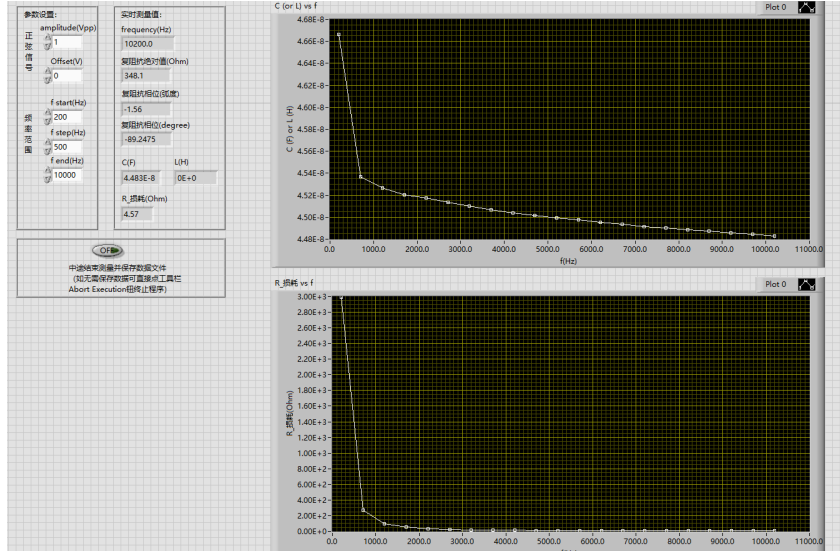


图 8:  $0.047\mu F$  电容的阻抗测量图

电容值  $C_1 = (0.045 \sim 0.047)\mu F$ , 损耗电阻  $R_1 = (4.57 \sim 300)\Omega$  (电容在起始段损耗电阻较大, 因此之后取的参数以后续区间的损耗电阻为准)。

## 8 可能实现法诺共振的几种电路图设计

法诺共振本质上是两个谐振频率不同的振子耦合形成的耦合振子产生的现象, 一个振子的品质因数较大、损耗小, 对应窄谱共振; 一个振子的品质因数较小、损耗大, 对应宽谱共振。宽谱振子会在窄谱共振的振子的谐振频率附近与之干涉, 形成非对称的法诺线型。因此实验电路设计时应当注意两个要点: 1. 设计两个振子, 一个为窄谱共振, 一个为宽谱共振。从电学元件 RLC 谐振的角度考虑, 应设计两个 RLC 子回路 (元件可共用), 一个电阻小, 一个电阻大; 2. 两个振子之间存在电学参量的耦合, 比如可以共用电感、电容, 或采用互感耦合。根据耦合方式的不同, 绘制各类电路图如下。

之前测量的实际电学元件内阻参量给出:  $16mH$  损耗电阻小, 因此将其选为窄谱共振回路的电感元件。考虑实验参量调节角度, 我们希望可以调节耦合强度、单个振子本征频率、阻尼系数, 因此综合考虑后选用图 9 中的电路进行后续实验。

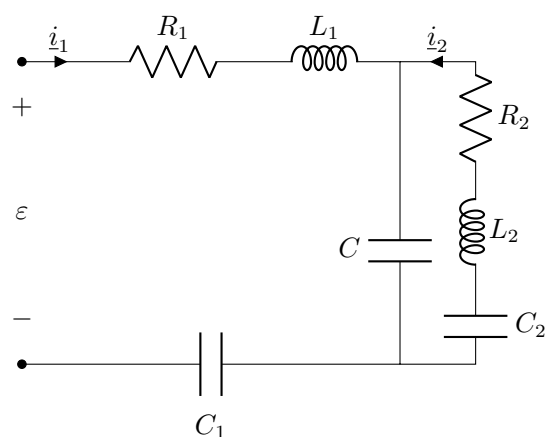
## 9 法诺共振的理论推导及分析

电路图如图 9 所示, 引入参量  $x_i = \sqrt{L_i}q_i, \gamma_i = \frac{R_i}{L_i}, g^2 = \frac{1}{C^2 L_1 L_2} (i = 1, 2)$ , 可以将电路方程化为耦合振子的标准形式:

$$\ddot{x}_1 + \gamma_1 \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 + g x_2 = a_1 e^{i\omega t}, \quad \ddot{x}_2 + \gamma_2 \dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 + g x_1 = 0$$

代入稳定解  $x_1 = c_1 e^{i\omega t}, x_2 = c_2 e^{i\omega t}$  得到:

$$\frac{I}{U} = \frac{dq_1}{dt} \frac{1}{U} = \frac{i\omega c_1}{a_1} = \frac{i\omega}{L_1} \frac{\omega_2^2 + i\gamma_2\omega - \omega^2}{(\omega_1^2 + i\gamma_1\omega - \omega^2)(\omega_2^2 + i\gamma_2\omega - \omega^2) - g^2}$$

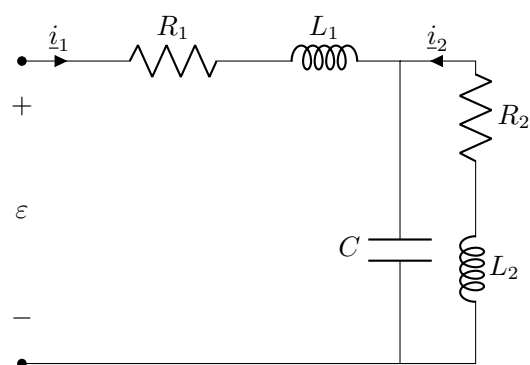


假设两电容  $C_1, C_2$  带电量分别为  $q_1, q_2$ , 电路方程为:

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + q_1 \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C} \right) - \frac{q_2}{C} = \varepsilon(t)$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt} + q_2 \left( \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C} \right) - \frac{q_1}{C} = 0$$

图 9: 利用电容实现耦合

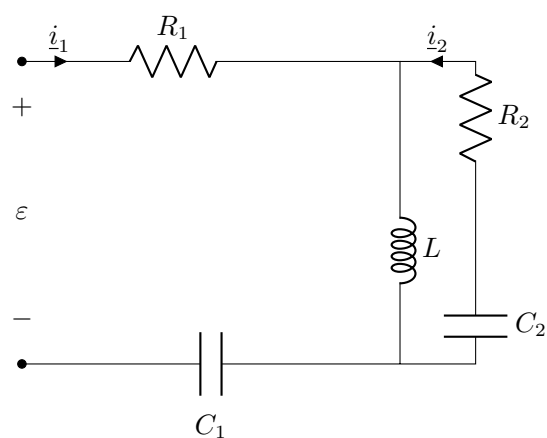


电路方程为:

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{C} - \frac{q_2}{C} = \varepsilon(t)$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C} - \frac{q_1}{C} = 0$$

图 10: 利用电容实现耦合



电路方程为:

$$L \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{C_1} - L \frac{d^2 q_2}{dt^2} = \varepsilon(t)$$

$$L \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C_2} - L \frac{d^2 q_1}{dt^2} = 0$$

图 11: 利用电感实现耦合



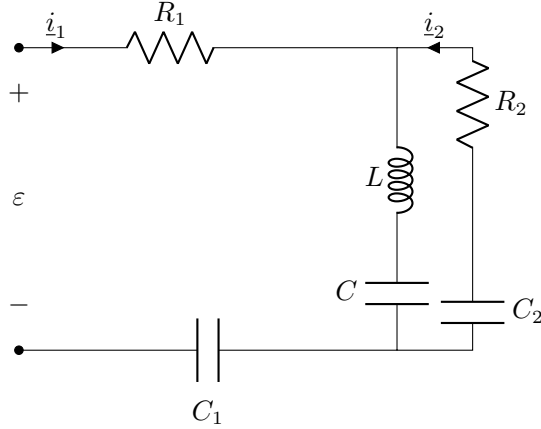


图 12: 利用电容、电感实现耦合

电路方程为:

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + q_1 \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C} \right) - \frac{q_2}{C} = \varepsilon(t)$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt} + q_2 \left( \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C} \right) - \frac{q_1}{C} = 0$$

导纳的相位与振幅为:

$$\phi = \arctan \left( \frac{-\omega (\gamma_2 [g^2 - (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_1 \gamma_2 \omega^2] + (\omega^2 - \omega_2^2)(\gamma_1 (\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_2 (\omega^2 - \omega_1^2)))}{(\omega^2 - \omega_2^2) [g^2 - (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_1 \gamma_2 \omega^2] - \gamma_2 \omega^2 (\gamma_1 (\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_2 (\omega^2 - \omega_1^2))} \right)$$

$$|I| = \frac{\omega [\omega^2 (\gamma_2 [g^2 - (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_1 \gamma_2 \omega^2] + (\omega^2 - \omega_2^2)(\gamma_1 (\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_2 (\omega^2 - \omega_1^2)))^2 + ((\omega^2 - \omega_2^2)(\gamma_1 (\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_2 (\omega^2 - \omega_1^2)) - \gamma_1 \gamma_2 \omega^2)^2]}{(g^2 - (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_1 \gamma_2 \omega^2)^2 + \omega^2 [\gamma_1 (\omega^2 - \omega_2^2) + \gamma_2 (\omega^2 - \omega_1^2)]^2}$$

将上式在 Fano 共振峰的本征频率  $\omega_2$  附近展开:  $\omega = \omega_2 + \Delta\omega$ 。分析一下本实验条件下各个量的量级:  $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \sim 10^{-3}$ ,  $\frac{g}{\omega_1^2} \sim 1$ ,  $\frac{\omega_1}{\omega_2} \sim 1$ ,  $\frac{\gamma_1}{\omega_1} \sim 1$ ,  $\frac{\Delta\omega}{\omega_2} \sim 10^{-2}$ 。小量展开后得到:

$$|I| = \frac{(\omega_2 + \Delta\omega) \sqrt{(2\Delta\omega\omega_2)^2 + (\gamma_2\omega_2)^2}}{L_1 ((g^2 + (\omega_1^2 - \omega_2^2)2\omega_2\Delta\omega)^2 + (2\gamma_1\omega_2^2\Delta\omega)^2)^{\frac{1}{2}}}$$

峰值位置出现在

$$\omega = \omega_2 - \frac{g^2(\omega_1^2 - \omega_2^2)}{2\omega_2((\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + \gamma_1^2\omega_2^2)}$$

$\Delta\omega \ll \omega_2$  给出小量展开条件:

$$g^2 \ll \frac{2\omega_2^2(((\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + \gamma_1^2\omega_2^2))}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2}$$

即应当满足弱耦合条件。由上可知存在峰值位置左移至较为低频区域的现象。对其进行分析: 1. 当电阻  $R_1$  增大时, 即  $\gamma_1$  增大, 此时共振峰位置存在向右的频移; 2. 当电容  $C$  减小, 即耦合系数  $g$  增大时, 共振峰位置存在向左的频移; 3. 改变  $\omega_1$  使得  $\omega_2 = \sqrt{(\omega_2 + \gamma_1)\omega_2}$  时, 共振频率最接近  $\omega_2$ 。

将上式进一步小量展开, 并关于  $\Delta\omega$  求导, 得到有关 Fano 共振快速下降段的信息:

$$\frac{d|I|}{d\Delta\omega} = \frac{4\omega_2^2\Delta\omega}{g^2 L_1 \sqrt{4\Delta\omega^2 + \gamma_2^2}}$$

定性分析可知, 在  $\Delta\omega < 0$  的区间为下降段, 在  $\Delta\omega > 0$  的区间为下降段, 这里忽略了高阶项, 因此呈现对称特性。斜率随各参量的变化如下: 1. 当耦合系数  $g$  增大时, 即电容减小时, 斜率变小, 即 Fano 共振峰的峰宽增大; 2. 当  $R_2$  增大时,  $\gamma_2$  增大, Fano 共振峰的峰宽增大。

## 10 法诺共振的实验现象

### 10.1 标准状态的现象分析

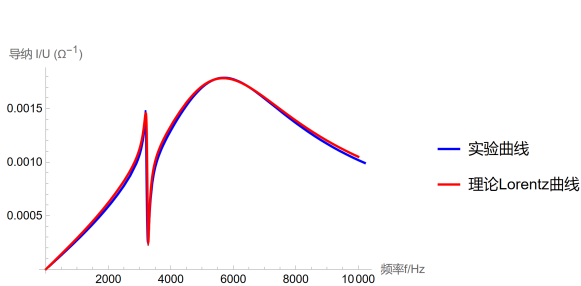


图 13: 导纳振幅的实验曲线与理论曲线

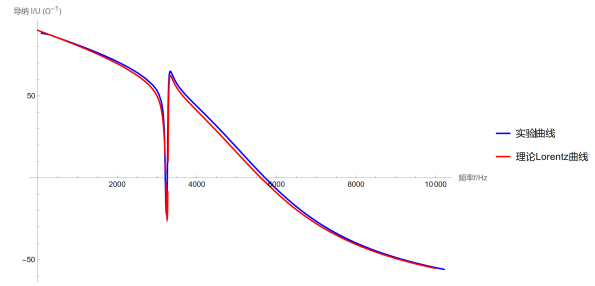


图 14: 导纳相位的实验曲线与理论曲线

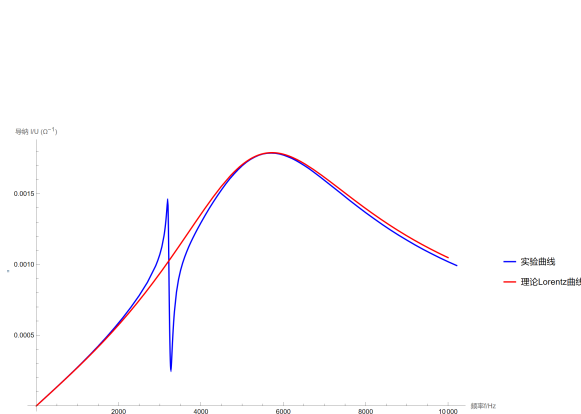


图 15: 导纳振幅的实验曲线与理论曲线

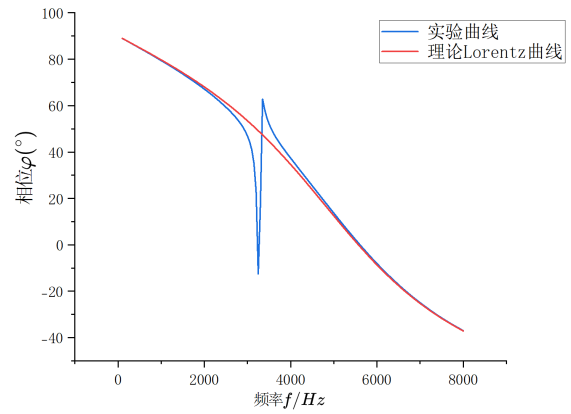


图 16: 导纳相位的实验曲线与理论曲线

选取  $L_1 = 19\text{mH}$ ,  $C_1 = 0.045\mu\text{F}$ ,  $L_2 = 16.3\text{mH}$ ,  $C_2 = 0.20\mu\text{F}$ ,  $R_1 + r_1 = (500 + 65.45)\Omega$ ,  $R_2 = 2.8\Omega$  的实测值作为标准状态进行探究, 按照上述理论模型绘制理论曲线如上, 与实验曲线对比得: 吻合程度较好。但振幅曲线的宽谱峰值对应的频率及高频段存在一定的分离, 一方面是因为各元件的电感、电容值会随频率缓慢变化,  $\Delta L_1 = 0.3\text{mH}$ ,  $\Delta L_2 = 0.6\text{mH}$ ,  $\Delta C_1 = 0.002\mu\text{F}$ , 可能带来的谐振频率峰值移动的最大值为  $\Delta f_1 = 30\text{Hz}$ ,  $\Delta f_2 = 100\text{Hz}$ , 另一方面各元件的内阻也随着频率变化  $\Delta R_{L_2} = 2.6\Omega$ ,  $\Delta R_{L_1} = 15\Omega$ ,  $\Delta R_{C_1} = 100\Omega$ , 会对各个峰的形状带来影响。事实上, 在拟合的过程中发现, 略微改变  $r_1$ 、 $R_2$ 、 $L_2$ 、 $L_1$  的选取值, 都会极大影响理论曲线和实验曲线的吻合程度。

选取元件的实测值计算无耦合情形 ( $g = 0$ ) 的共振峰与相位的 Lorentz 线型, 如上图所示, 发现恰好构成 Fano 线型的背景包络线, 这是因为 Fano 线型是弱耦合情形下, 窄谱高品质因数的峰与背景宽谱低品质因数的平缓段干涉叠加得到的线型, 因此在窄谱的其他频率区域, 呈现的行为和单独的宽谱峰类似。

### 10.2 损耗电阻对线型的影响

实验参量: 1 回路选用内阻较大的电感  $L_1 = 18\text{mH}$ ,  $C_1 = 0.047\mu\text{F}$ , 回路内阻  $r_1 = (4.57 + 60.88)\Omega = 65.45\Omega$ , 共用电容  $C = 0.5\mu\text{F}$ , 内阻可忽略。2 回路选用内阻较小的自感与电容箱串联, 电容箱内阻可忽略,  $L_2 = 16\text{mH}$ ,  $C_2 = 0.20\mu\text{F}$ 。实验中改变电阻箱示数  $R_1$  以改变法诺共振的共振峰形态。

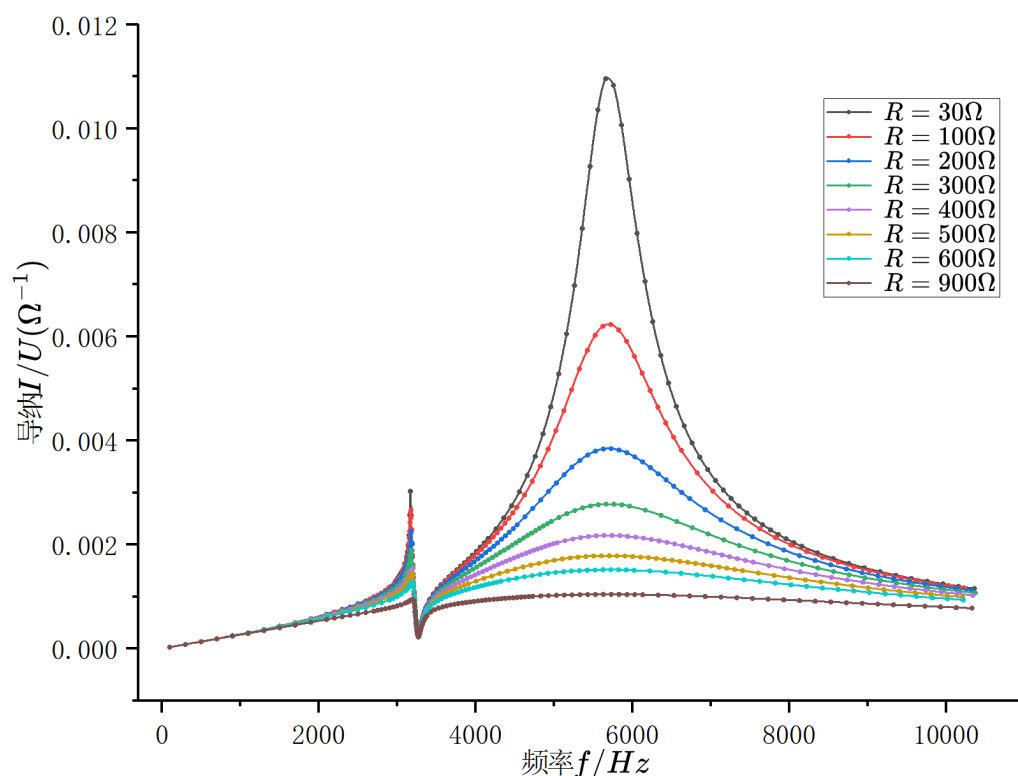


图 17: 损耗电阻对导纳振幅的影响

1. 法诺共振峰的形态左右非对称性程度高, 高频区域下降快速。该耦合强度及双峰的频率条件下, 两峰分离不相叠, 叠加效应不显著。

2. 当 1 回路的电阻  $R_1$  较小时, 即其共振峰相对较窄时, 幅频曲线存在两个峰, 峰值出现在  $f_1 \approx 3.2 \times 10^3 \text{ Hz}$  与  $f_2 = 5.7 \times 10^3 \text{ Hz}$ , 与两个振子谐振频率理论值  $f_{10} = 2.78 \times 10^3 \text{ Hz}$ ,  $f_{20} = 5458 \text{ Hz}$  接近, 改变电阻时共振频率存在较小程度的偏移;

3. 不同耗散电阻对应的较小频率的峰始终存在, 峰值随着电阻的增大而递减, 峰宽逐渐展宽, 峰值对应的频率位置缓慢右移, 但偏移程度小, 在  $30\Omega \sim 900\Omega$  的范围内仅有  $20\text{ Hz}$  左右;

4. 较大频率的峰随着电阻的增大, 峰值逐渐减小, 峰逐渐展宽, 直到消失, 最终峰值会低于左侧较小频率峰的峰值, 最高点对应的频率始终不变;

5. 随着电阻的增大, 非对称峰右侧下降的斜率增大;

6. 法诺共振峰的形态左右非对称性程度高, 高频区域下降快速。该耦合强度及双峰的频率条件下, 两峰分离不相叠, 叠加效应不显著。

7. 电阻较大时, 相同  $\Delta R$  引起的曲线形态的改变不显著。

原因分析如下:

1. 左端尖峰对应窄谱共振峰的形态, 右端峰对应宽谱共振峰的形态, 由于品质因数  $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$  反比于电阻, 因此当电阻阻值较大的时候, 最大电流较大, 峰的高度较高, 由于品质因数与半高峰宽有关:  $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$  展宽较小, 这也是左端峰比右端更加尖锐的原因。

2. 非对称峰的形成是源于缓变振幅的  $f_2$  振子与窄谱  $f_1$  振子的干涉, 当  $f_2$  振子在  $f_1$  处振幅变化较缓慢时,  $f_1$  的品质因数较大时, 考虑相位反相而呈现的非对称共振峰的骤降效应更加显著, 即  $f_1$  振子的电阻应当尽量小,  $f_2$  振子的电阻应当尽量大。但是过大的电阻值可能出现共振峰高度降低的现象, 因此图中  $900\Omega$  时非对称峰不再尖锐。

3. 根据电感、电容元件的表征程序测量结果可知, 电感值、电容值均会随着频率改变, 且在

100Hz~5000Hz 区间变化较高频区间显著, 这贡献了共振峰左右两侧的一定的非对称效应, 但是效应较为微弱。

4. 由前述理论模型可知, 电阻增大时峰值频率增大, 因此存在右移的现象。

### 10.3 本征频率对线型的影响

实验参量:  $L_1 = 18mH$ ,  $C_1 = 0.047\mu F$ , 回路总电阻  $R_1 + r_1 = (500 + 4.57 + 60.88)\Omega = 565.45\Omega$ , 共用电容  $C = 0.5\mu F$ , 内阻可忽略。2 回路选用内阻较小的自感与电容箱串联, 电容箱内阻可忽略,  $L_2 = 16mH$ , 通过改变  $C_2$  改变回路 2 本征频率  $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2}(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_2})}$ 。

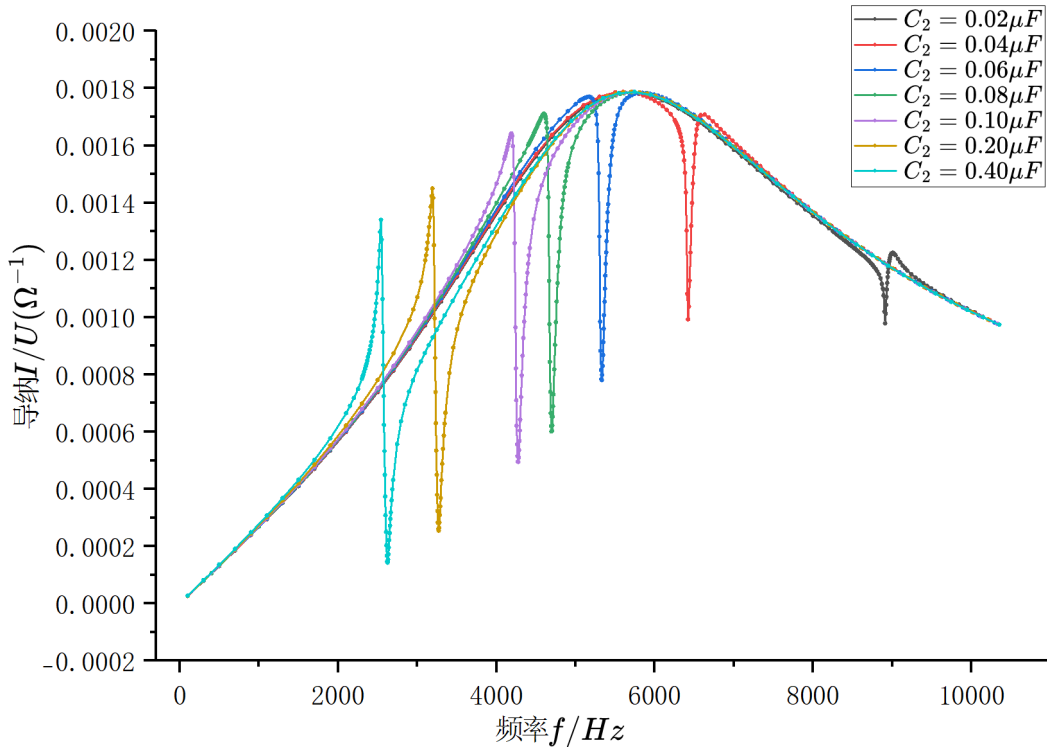


图 18: 本征频率对导纳振幅的影响

实验现象:

1. 整体幅频曲线呈现在宽谱的包络曲线上叠加上局域 Fano 线型的形态。不同  $C_2$  对应的宽谱谐振包络曲线重合。

2. 随着 2 回路电容的减小, Fano 共振峰逐渐向高频区间移动, 且电容越小时移动步幅越大, 逐渐越过包络曲线的峰值位置  $f_2 \approx 5.7 \times 10^3 Hz$ , 这恰好对应宽谱振子的谐振频率。

3. 随着电容的减小, Fano 共振峰的尖锐程度逐渐增大, 而峰谷变化量逐渐减小, 在宽谱峰值附近呈现较为对称的深谷形态, 在频率低于  $f_2$  时, 先峰后谷, 在频率高于  $f_2$  时, 先谷后峰。同时在宽谱峰左侧, Fano 峰值逐渐降低, 贴合 Lorentz 线型的曲线。

原因解释如下:

1. 由于 1 回路对应的本征频率、品质因数不变, 因此在改变  $C_2$  时 Lorentz 线型的包络形态不变, 峰值及出现频率位置重合。

2. 随着电容  $C_2$  的减小, 2 回路的本征频率  $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2}(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_2})}$  增大, 因此逐渐右移, 而且求导可知当  $C_2$  自变量较小时,  $\frac{d\omega_2}{dC_2}$  较大, 向高频平移的现象更为显著。

3. 随着电容  $C_2$  的减小, 2 回路的品质因数增大, 展宽逐渐较小, 但由之前测量的  $L_2$  阻抗曲线可知, 随着频率增大, 损耗电阻逐渐增大, 因此实验中观察到峰谷高度、深度逐渐减小, Fano 共振效应显著程度下降的现象。

4. 电容较大时, 当窄谱峰经过共振点发生  $\pi$  的相位突变时, 宽谱峰尚未发生突变; 在宽谱共振的峰值附近, Lorentz 线型出现相位由正到负的改变, 耦合上窄谱共振的频谱后, 乘上了  $e^{i\pi} = -1$  的系数, 从相干相长变为相干相消。因此在  $f_2$  右侧的高频部分, 呈现先谷后峰的形态。在峰值附近, 由于二者近似同时产生  $\pi$  的相位突变, 因此呈现的形态就像倒置的 Lorentz 线型, Fano 线型消失。

5. 在  $f_2$  左侧, 电容大时峰值高于宽谱曲线的程度高, 电容小时程度低, 这可能是由于, 低频时损耗电阻小, 且宽谱曲线处于缓变段, 提供近似于常量的耦合系数。随着频率的增大, 宽谱曲线进入斜率较大的区域, 耦合系数在局域内改变快, 因此更贴近于宽谱的背景曲线形态。

#### 10.4 耦合强度对线型的影响

实验参量: 1 回路选用内阻较大的电感  $L_1 = 18mH$ ,  $C_1 = 0.047\mu F$ , 回路内阻  $r_1 = (4.57 + 60.88j)\Omega = 65.45\Omega$ , 共用电容内阻可忽略。2 回路选用内阻较小的自感与电容箱串联, 电容箱内阻可忽略,  $L_2 = 16mH$ ,  $C_2 = 0.20\mu F$ 。通过改变共用电容  $C$  的值以改变耦合强度, 但两振子的本征频率  $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1}(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1})}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2}(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_2})}$  也会产生相应改变。

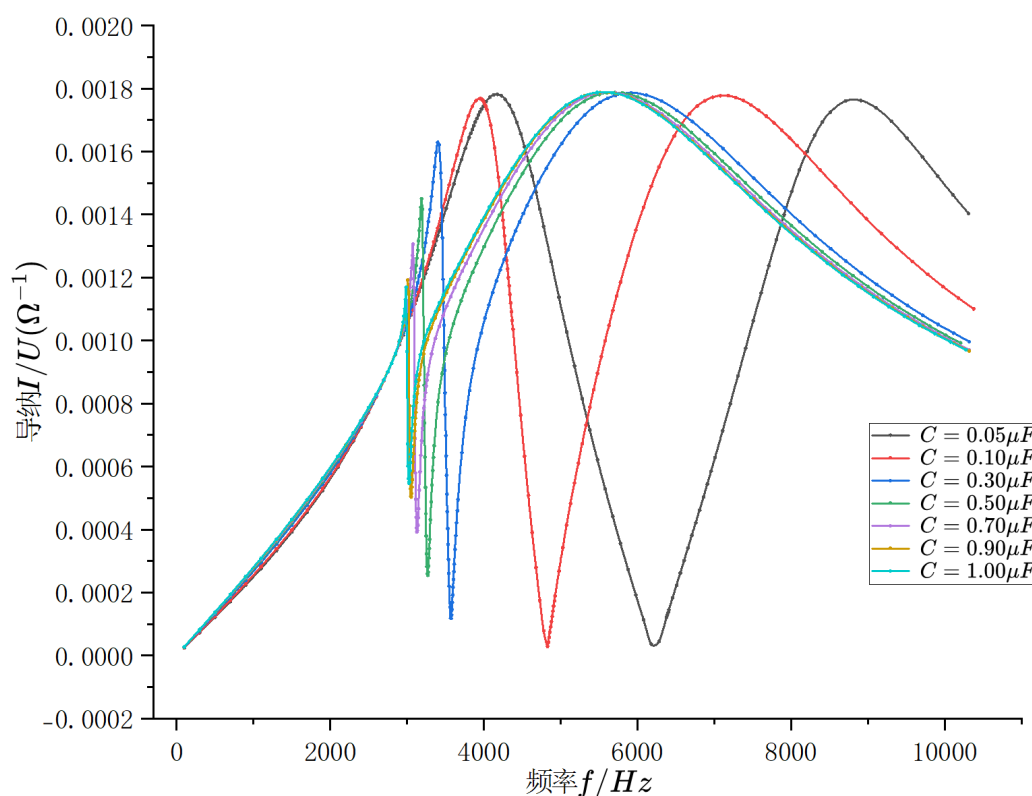


图 19: 耦合强度对导纳振幅的影响

实验现象:

1. 随着耦合电容的减小, 窄谱、宽谱共振峰均出现右移现象, 其中窄谱的频移量较小, 随着电容的进一步减小, 频移步幅逐渐增大; 宽谱的平移量较大, 也随着电容的进一步减小而步幅逐渐增大。

2. 随着电容的减小, Fano 共振峰的高度逐渐上升, 谷的深度逐渐加深, 峰宽逐渐增大, 尖锐程度降低, 最终峰值与宽谱峰值相当, 形态也趋于一致, 呈现两个对称双峰, 不再呈现 Fano 共振的现象。

原因分析如下:

1. 随着  $C_2$  的减小,  $\omega_1, \omega_2$  逐渐增大, 因此产生向右频移, 且  $\frac{d\omega_1}{dC}, \frac{d\omega_2}{dC}$  随着  $C$  增大而逐渐变大。虽然由前述理论模型可知,  $C$  减小时存在向左的频移, 但由于本征频率变化的效应更为显著, 因此整体呈现向右频移。

2. 现在定性分析一下两个振子从弱耦合演变到强耦合时幅频曲线会发生怎样的转变: 耦合较弱的时候, 两个振子近似独立振动, 因此只有被驱动的振子振动, 另一个振子完全不振动。这对应于实验中, 随着  $C$  的增大, 耦合系数  $g$  逐渐减小, 虽然 Fano 共振峰的尖锐程度提升, 但是峰谷之间的摆动幅度逐渐降低, 极限情形就是该 Fano 共振峰彻底消失, 整个系统的曲线只出现一个宽谱谐振峰。在弱耦合情形下, 两个振子的运动依然可以被视为近独立的, 此时耦合带来的效应仅仅是给另外一个振子加上了恒定系数的驱动力, 因此呈现的幅频曲线仅仅是独立的一个均匀背景谱和窄谱 Lorentz 线型的相干叠加, 从干涉的角度考虑, 即背景谱的相位受到窄谱振动的影响可以忽略不计, 叠加即得 Fano 线型的形态。在一定的范围内, 耦合强度增大时, 驱动力增大, 窄谱振幅增大导致 Fano 线型变得更加显著。但当耦合强度继续增大时, 两个振子不再可以被视为近独立, 此时不能使用微扰法的思想求解运动方程, 二者耦合、线性叠加形成的两种简正模方为独立的振动模式, 因此此时的简正频率不再是  $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1}(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1})}, \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2}(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_2})}$ , 而是相互耦合。体现在实验上, 即出现共振峰偏离原谐振频率位置的实验现象, 呈现近似对称的形态。由于耦合, 此时两个简正模式的品质因数接近, 不再是一个模式宽谱共振、一个模式窄谱共振, 因此无法出现 Fano 共振的效应。从干涉的角度考虑, 即此时两个波源的相位并不是相互独立的, 而是存在关联, 背景峰的相位不再近似均匀, 干涉效应被削弱。

## 11 分析与讨论

### 11.1 损耗电阻对相位的影响

实验现象及解释:

1. 随着电阻的增大, 相位曲线会在 Fano 共振峰频率  $f_1$  处出现尖锐的向下凹陷, 凹陷深度极值一致, 而曲线开始产生凹陷的频率不相同: 电阻越小, 半高峰宽越小, 尖锐程度越高。这是因为, 电阻较小的时候品质因数较大, 背景宽谱分布较为均匀, 因此 Fano 共振现象较为明显, 曲线的向下凹陷尖锐。

2. 每一条相位曲线都会在背景宽谱峰共振频率  $f_2$  处收束到相位为 0 的点, 即符合 Lorentz 线型在共振点的相位特征。

3. 大电阻对应的包络线相位下降快, 相位变化显著, 小电阻对应的包络线相位下降慢。这也是 Lorentz 线型的特征。

### 11.2 本征频率对相位的影响

实验现象:

1. Fano 共振峰出现位置随着电容的减小而逐渐右移; 2. 共振峰的深度随着电容的减小而逐渐减小; 3. Fano 共振频率小于宽谱共振频率  $f_2$  (对应相位为 0 的点) 的曲线与大于  $f_2$  的曲线, 峰谷相反。

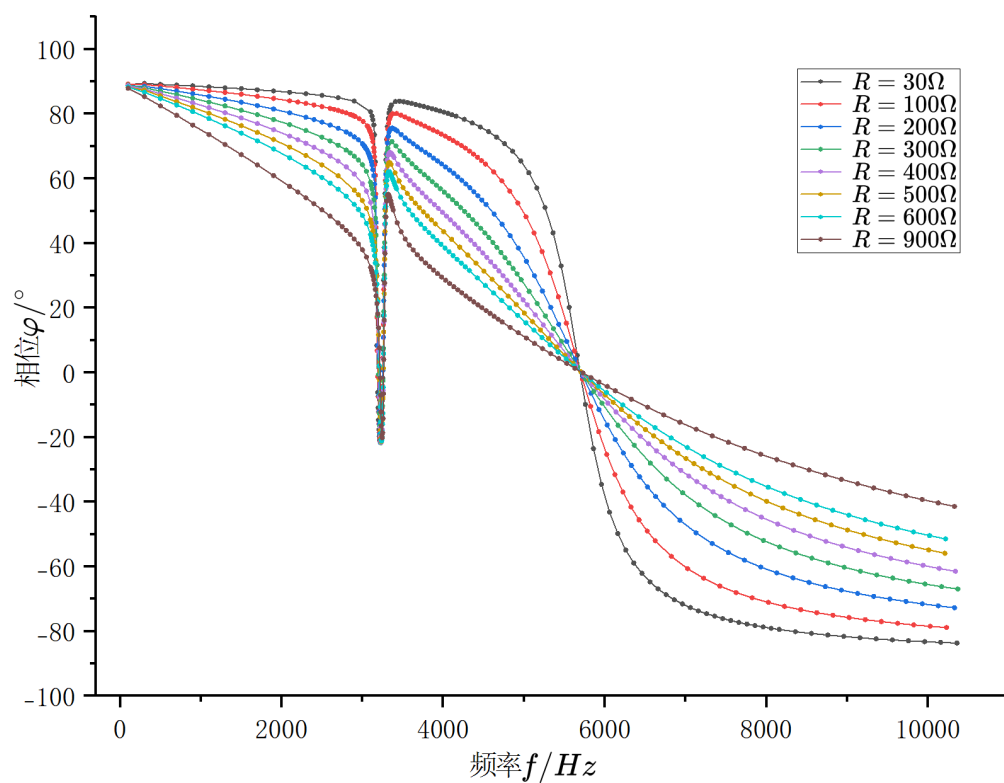


图 20: 损耗电阻对导纳相位的影响

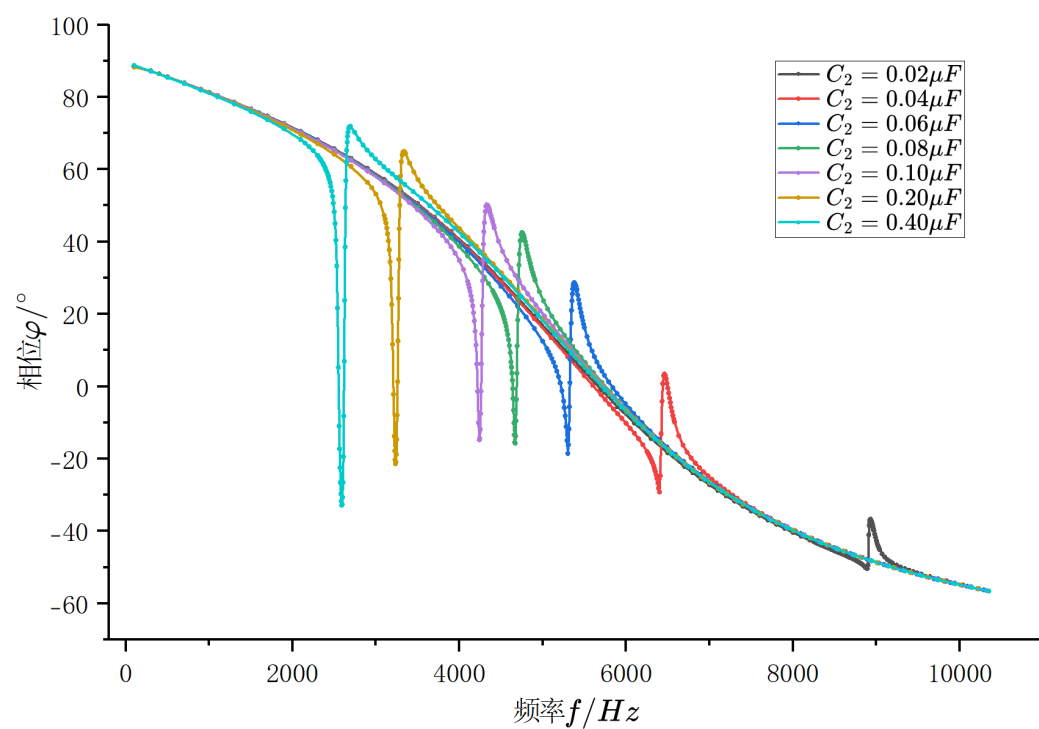


图 21: 本征频率对导纳相位的影响



### 11.3 耦合强度对导纳相位的影响

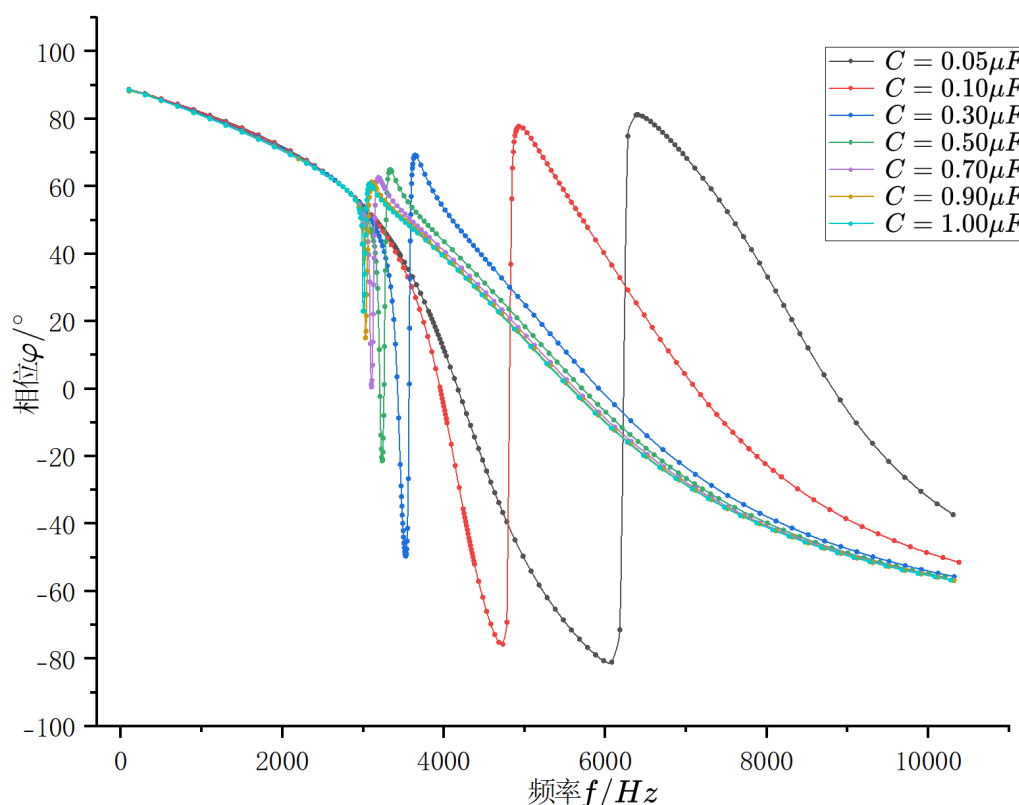


图 22: 耦合强度对导纳相位的影响

实验现象:

1. 弱耦合情形, 呈现 Lorentz 线型的背景相位曲线叠加上 Fano 线型的形态; 2. 耦合较强时, 呈现两个连续独立的 Lorentz 线型的形态, 相位为 0 的点 (对应谐振点) 随着耦合强度的增大 (电容逐渐减小) 逐渐右移。

### 11.4 利用 Fano 线型幅频与相频曲线制作传感器的讨论

由于 Fano 线型的幅频与相频曲线在窄谱共振峰附近的急速下降特性, 我们可以利用相位与导纳振幅关于频率的灵敏性制作检测频率变化的传感器。

若使用幅频特性曲线制作, 我们采用共振峰急速下降段作为传感区域, 考虑该传感器的灵敏度与有效范围的特性: 若想提高灵敏度, 即缩小展宽, 可以适当增大背景宽谱共振对应的电阻  $R_1$  阻值, 提升背景干涉的均匀性, 但不可过大, 否则 Fano 尖峰可能不够显著, 还可以适当增大电容  $C$ , 减小两回路的耦合系数; 调控测量的频率有效范围, 可以通过调节  $C_2$  的方式进行, 但注意也应相应调节  $C_1$ , 确保共振频率  $f_2$  在  $f_1$  的左侧, Fano 峰在背景宽谱缓变的区域叠加形成。

若使用相频特性曲线制作, 我们采用谷的右侧急速上升段进行, 其原因是不论强弱耦合, 均具有近似不变的较大斜率, 因此我们在改变本征频率以调节测量范围时不用考虑到其对测量灵敏度带来的影响。