计及三维装箱-异构车辆调度的工业物资调度优化模型

1、问题描述：

存在有向图G=(V,E)，其中V={$\mathrm{v_i}$|i=0,1,2,...,n}，V是一个配送中心和n个工业公司的顶点集合，工业公司的顶点集合$V_D = V/\{v_0\}$，弧集E=$\{(i,j)\,|\,i,j\in V, i\neq j\}$，弧$(i,j)$的距离$c_{ij}$表示点$i$到点$j$的的欧几里得距离。各工业公司的订单的集合$P=\{p_i|\ i=1,2,...,n,\forall i\in V_D\}$，工业制品物资种类集合$U=\{1,2,...,um\}$，针对每种工业制品的物资种类,定义各种工业制品物资对应的承载容器五元组数据集合为$\varphi=\{\phi l^u,\phi w^u,\phi h^u,\phi_u,\phi wei_u,\forall u\in U\}$，其中$\phi l^u$，$\phi w^u$，$\phi h^u$，$\phi_u$，$\phi wei$表示承载物资$u$，$\forall u\in U$的容器长，宽，高，数量及重量。

为清晰表达订单的基本属性，将工业公司中每个订单p_i的可定义为五元组集合$D_{pi}=\{d_i^u|\ i=1,2,...,n,\forall i\in V_D,\forall u\in U\}$，其中工业制品种类为$u$的订单$p$对应的五元组，$d_i^u=\{(l_i^u,w_i^u,h_i^u,b_i^u,wei_i^u),\forall i\in V_D,\forall u\in U\}$，其中表示订单$p_i$中的物资种类$u$的长$l_i^u$，宽$w_i^u$，高$h_i^u$，数量$b_i^u$，重量$wei_i^u$，每个订单对应的物资均需要通过容器进行装载。经容器装载的订单p五元组集合为$bD_{pi}=\{bd_i^u|\ i=1,2,...,n,\forall i\in V_D,\forall u\in U\}$ $bd_i^u=\{(\phi l_i^u,\phi w_i^u,\phi h_i^u,[b_i^u/\phi_u],\phi wei_i^u)\}$，其中$[b_i^u/\phi_u]$表示承运订单$p_i$中类型为$u$的最大周转箱个数。因此可以得到所有周转箱的数量集合为$J=\{1,2,...,NJ\}$，其中$NJ=\sum_{i\in V_d}\sum_{u\in U}[b_i^u/\phi_u]$，每个工业公司的时间窗为$[ET_i,LT_i],\forall i\in V_D$，其中：$ET_i$表示工业公司的$i$的开始收货时间，$LT_i$表示工业公司$i$的结束收货时间。

配送中心的车辆集合为$C=\{1,2,...,K\}$，车辆型号集合为$CM=\{1,2,...,vm\}$，不同类型车辆的车厢数据为$\{L_m,W_m,H_m\},\forall m\in CM$，其中$L_m,W_m,H_m,WEG_m$分别代表型号为$m$车辆的长，宽，高和重量。不同类型车辆$m,\forall m\in M$的单公里配送单价为$f_k^m,\forall m\in CM,\forall k\in K$。

2、决策变量：

$$x_{ij}^{k}=\begin{cases}1,车辆k的配送任务从点i行驶到点j\\0,否则\end{cases}$$

$$Z_{m}^{k}=\begin{cases}1,第k辆车的车辆型号为m\\0,否则\end{cases}$$

$$y_{j}^{k}=\begin{cases}1,容器j是被车辆k运输\\0,否则\end{cases}$$

$$o_{j}^{i}=\begin{cases}1,容器j属于第i个订单\\0,否则\end{cases}$$

3、目标函数：

优化目标以总体车辆装载率最大及总体车辆配送成本最小为优化目标，其中:车辆装载率越大代表所需车辆越少,同时在车辆装载率计算阶段可以得到各车辆的分配订单,进一步计算总体车辆配送成本，通过车辆配送成本进一步指导车辆的装载订单方案分配,从而达到车辆装载率最优及总体车辆配送成本最低的平衡。

$$\max:\frac{\sum_{j\in J}\sum_{u\in U}\sum_{k\in C}y_{j}^{k}*\phi l_{j}^{u}*\phi w_{j}^{u}*\phi h_{j}^{u}}{\sum_{m\in CM}\sum_{k\in C}z_{m}^{k}(L_{m}^{*}W_{m}^{*}H_{m})} \qquad (1)$$

$$\min:\sum_{i\in V,i\neq j}\sum_{j\in V_D,j\neq i}\sum_{k\in C}\sum_{m\in CM}c_{ij}*f_{m}^{k}*x_{ij}^{k}*z_{m}^{k} \qquad (2)$$

公式（1）表示总体车辆装载率最高，公式（2）表示总体车辆配送成本最低。

4、约束条件：

式（2）表示不同的配送距离异构车辆的配送单价：

$$o_{j}^{i}=\begin{cases}a_{1m},if\sum_{i\in V,i\neq j}\sum_{j\in V_D,j\neq i}\sum_{k\in C}c_{ij}x_{ij}^{k}z_{m}^{k}\leq Dis_{1}\\a_{2m},ifDis_{1}<\sum_{i\in V,i\neq j}\sum_{j\in V_D,j\neq i}\sum_{k\in C}c_{ij}x_{ij}^{k}z_{m}^{k}\leq Dis_{2}\\a_{3m},ifDis_{2}<\sum_{i\in V,i\neq j}\sum_{j\in V_D,j\neq i}\sum_{k\in C}c_{ij}x_{ij}^{k}z_{m}^{k}\leq Dis_{3}\\\cdots\\a_{nm},ifDis_{n-1}<\sum_{i\in V,i\neq j}\sum_{j\in V_D,j\neq i}\sum_{k\in C}c_{ij}x_{ij}^{k}z_{m}^{k}\leq Dis_{n}\end{cases} \qquad (2)$$

式中：a_{1m}，a_{2m}，a_{3m}，$\cdots$，a_{nm} 表示车辆类型为 m 在配送距离下的不同公里配送单价，$Dis_1,Dis_2,Dis_3,\cdots,Dis_n$ 表示不同距离区间的阈值。

式(3)表示工业制品物资货物正交放置约束：引入二进制变量o^{l}_{jku}，o^{w}_{jku}，o^{h}_{jku}，表示类型为m的集装箱j在车辆k内沿长，宽，高方向的放置情况。

$$o^{l}_{jku}+o^{w}_{jku}+o^{h}_{jku}=3,\forall j\in J,\forall k\in C,\forall u\in U \qquad (3)$$

这种约束确保每个装载箱在被装载到车辆时按车辆长宽高方向放置，有助于优化空间利用率并保持装载的稳定性。

式（4-6）表示约束货物都放置在车厢的内部，同时不超出车厢的范围。

$$\phi x^{l}_{jku}+\phi l^{u}\le L_{m},\forall j\in J,\forall k\in C,\forall u\in U,\forall m\in CM \qquad (4)$$

$$\phi y^{w}_{jku}+\phi w^{\mu}\le W_{m},\forall j\in J,\forall k\in C,\forall u\in U,\forall m\in CM \qquad (5)$$

$$\phi z^{h}_{iku}+\phi l^{u}\le L_{m},\forall j\in J,\forall k\in C,\forall u\in U,\forall m\in CM \qquad (6)$$

在式（4-6）中，ϕx^{l}_{jku}、ϕy^{w}_{jku}、ϕz^{h}_{iku}分别表示转载箱j在第k辆车的左后角的xyz三维坐标。

式（7-9）表示车辆中的任意装载箱都不能重叠放置，对于车辆k中任意两个不同装载箱j,j'，不重叠约束如下所示：

$$\phi x^{l}_{jku}+\phi l^{u}\le \phi x^{l}_{j'ku},\forall j,j'\in J\text{且}j\ne j',\forall k\in C,\forall u\in U,\forall m\in CM \qquad (7)$$

$$\phi y^{w}_{jku}+\phi w^{u}\le \phi y^{w}_{j'ku},\forall j,j'\in J\text{且}j\ne j',\forall k\in C,\forall u\in U,\forall m\in CM \qquad (8)$$

$$\phi z^{h}_{jku}+\phi z^{h}\le \phi z^{h}_{j'ku},\forall j,j'\in J\text{且}j\ne j',\forall k\in C,\forall u\in U,\forall m\in CM \qquad (9)$$

式（10）表示排除车辆路径之间的子回路，u^{k}_{ij}表示车辆k的配送顺序：

$$u^{k}_{i}-u^{k}_{j}+N*x^{k}_{ij}\le N-1,\forall i\in V,j\in V_{D},i\ne j,\forall k\in C \qquad (10)$$

其中：u_{k}表示车辆k访问节点的顺序。

根据LIFO（后进先出）原则，式（11）表示货物装载顺序约束，其按照车辆配送顺序的相反方向进行物资配送。

$$\phi x_{jku}^{l} * z_{j}^{k} * o_{j}^{a} \geq \phi x_{j'ku}^{l} * o_{j'}^{b} * z_{j}^{k}, \forall j, j' \in J, j \neq j',$$
$$\forall k \in C, \forall u \in U, \forall a, b \in P, a \neq b \quad (11)$$

式（12）表示每个货物只能装载一个容器中，并由一个车辆运输：

$$\sum_{k \in K} y_{j}^{k} = 1, \forall j \in J, \forall k \in C \quad (12)$$

式（13）表示货物稳定性约束，即每个装载容器必须得到底部容器的全部支撑，也就是装载容器下的支撑物底面积需大于装载容器的 当前装载容器的底面积：

$$\sum_{j' \in J} \phi l_{j'}^{u} * \phi w_{j'}^{u} * y_{j'}^{k} \geq \sum_{j \in J} \phi l_{j}^{u} * \phi w_{j}^{u} * y_{j}^{k}, \forall j, j' \neq J, j \neq j', \forall u \in U, \forall k \in C \quad (13)$$

式（14-16）表示装载容器的分布应尽可能均匀，即货物的重心应尽量保持在车辆中心附近。其中Δ_{m}^{l}、Δ_{m}^{w}、Δ_{m}^{h}分别表示车辆类型m的长宽高容忍偏差范围。

$$\left| \frac{\sum_{j \in J} (\phi x_{jku}^{l} + \frac{1}{2} \phi l_{j}^{u}) * (\phi l_{j}^{u} * \phi w_{j}^{u} * \phi h_{j}^{u})}{\sum_{j \in J} (\phi l_{j}^{u} * \phi w_{j}^{u} * \phi h_{j}^{u})} - \frac{1}{2} * L_{m} * y_{j}^{k} * z_{m}^{k} \right| \leq \Delta_{m}^{l}, \forall k \in C, \forall u \in U, \forall m \in CM \quad (14)$$

$$\left| \frac{\sum_{j \in J} (\phi y_{jku}^{w} + \frac{1}{2} \phi w_{j}^{u}) * (\phi l_{j}^{u} * \phi w_{j}^{u} * \phi h_{j}^{u})}{\sum_{j \in J} (\phi l_{j}^{u} * \phi w_{j}^{u} * \phi h_{j}^{u})} - \frac{1}{2} * W_{m} * y_{j}^{k} * z_{m}^{k} \right| \leq \Delta_{m}^{w}, \forall k \in C, \forall u \in U, \forall m \in CM \quad (15)$$

$$\left| \frac{\sum_{j \in J} (\phi z_{jka}^{h} + \frac{1}{2} \phi w_{j}^{u}) * (\phi l_{j}^{u} * \phi w_{j}^{u} * \phi h_{j}^{u})}{\sum_{j \in J} (\phi l_{j}^{u} * \phi w_{j}^{u} * \phi h_{j}^{u})} - \frac{1}{2} * H_{m} * y_{j}^{k} * z_{m}^{k} \right| \leq \Delta_{m}^{h}, \forall k \in C, \forall u \in U, \forall m \in CM \quad (16)$$

式（17）表示货物堆叠高度限制，其堆垛不超过型号为m车辆的限制高度，假设每个装载箱j内。为准确表达各装载箱在车辆上的三维坐标位置及高度，其有如下约束。

$$\sum_{j \in J} \phi h_{j}^{u} * \phi z x_{jku}^{l} \leq \chi * y_{j}^{k} * z_{m}^{k} * H_{m}, \forall u \in U, \forall k \in C, \forall m \in CM \quad (17)$$

其中：$\phi z x_{jku}^{l}$表示 0-1 变量，其表示装载箱j是否在型号为m的第k辆车在

以车厢长方向放置的x坐标。χ为折损系数，这表示装载箱堆叠高度不能完全等于型号为m的车辆高度。

式（18）表示允许订单分割约束，其表示若单个车辆无法满足一个订单需求的装载箱后，则允许将该订单要求的部分装载箱分配至另外车辆上。

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} o_j^i * y_j^k = [b_i^u / \phi_u], \forall i \in P, \forall u \in U \tag{18}$$

这个约束确保每个订单的总装载箱数量在所有分配的车辆上累 加起来等于该订单的总需求，允许分割订单到多个车辆。

式（19）表示车辆容量约束，即车辆装载的所有货物总体积不得超过车辆的最大容量：

$$\sum_{j \in J} \phi l_j^u * \phi w_j^u * \phi h_j^u * y_j^k * z_m^k \le L_m * W_m * H_m, \forall m \in CM, \forall k \in C \tag{19}$$

式（20-21）表示计量中心派出K辆车，并最终返回出发点：

$$\sum_{j \in V_D} x_{0jk} = 1, \forall k \in C \tag{20}$$

$$\sum_{j \in V} x_{j0k} = 1, \forall k \in C \tag{21}$$

式（22）表示示连通性约束，即对于每一个工业公司的订单，到访服务的车辆必须驶离：

$$\sum_{i,j \in V_D, j \ne i} x_{ijk} = \sum_{i,j \in V_D, j \ne i} x_{jik}, \forall k \in C \tag{22}$$

式（23）表示车辆载重约束，即每辆车装载箱总和不能超过车辆的最大载重量：

$$\sum_{j \in J} z_j^k * \phi wei_j^u \le WEH_m, \forall k \in C, \forall u \in U, \forall m \in CM \tag{23}$$

式（24）表示每个装载箱只分配给一个车辆进行运输：

$$\sum_{k \in C} y_j^k = 1, \forall j \in J \tag{24}$$

式（25）表示各车辆到达工业公司j的时间计算公式：

$$t_j^k = \sum_{i \in V, i \ne j} \sum_{j \in V_D, i \ne j} x_{ij}^k / V_{speed}^m, \forall k \in C, \forall m \in CM \tag{25}$$

式（26）表示每辆车到达工业公司i时间窗约束：

$$ET_i \le t_i^k \le LT_i, \forall i \in V_D, \forall k \in C \tag{26}$$

式（27）表示车辆数量约束：

$$\sum_{k \in C} k \le |C| \tag{27}$$

其中：$|C|$表示最多车辆数目。

式（28）表示车辆类型数量限制：

$$\sum_{k \in C} z_k^m \le \left|C\right|^m, \forall m \in CM \tag{28}$$

其中：$\left|C\right|^m$表示类型为m的最多车辆数目。

式（29）表示物资收发平衡约束，在这里表示每个工业公司应订单对应收到的装载箱数量等于车辆配送的装载箱数量约束。

$$\sum_{j \in V_D} \sum_{k \in C} y_j^k * o_j^i = [b_i^u / \phi_u], \forall u \in U, \forall i \in V_D \tag{29}$$

式（30）表示车辆最大里程约束：

$$\sum_{j \in J} \phi l_j^u * \phi w_j^u * \phi j_j^u * y_j^k * z_k^m \le L_m * W_m * H_m, \forall m \in CM, \forall k \in C \tag{30}$$