

3 云降水物理基础

3.1 背景知识

3.1.1 章节性质

性质	广义上：大气中的 云的科学
范围	范围可包括从云的分类、形成、演变、云中辐射传输、云中光电现象等一直到云降水化学特性
内容	<u>云、雾和降水物理学</u> （简称 云物理学 ）是 以大气热力学和大气动力学为基础 ，研究大气中水分在各阶段所经历的物理过程，具体而言就是 研究云、雾和降水的形成、发展、维持和消散规律的科学

3.1.2 研究对象

尺度	天气尺度	云雨单元的集体以及范围较大的 天气系统
	中小尺度	有独立意义的中小规模的云雨 单元及天气系统
	小尺度	结构尺度， 云雨 中的特征结构
	微尺度	云雨滴 的形成、增长和消散规律
微尺度	对象	气体质粒与离子（1A-1nm）、核云雨质粒（1nm—1cm）、雹胚、雹块、微涡、乱流（1-10cm） 小涡、墙角风（0.1-1m） 热泡、尘卷、碎云、亮带厚（1-100m）
宏观尺度		
小尺度	对象	初生云、弧状云、龙卷漏斗、悬球云、云塔、降水幡等、雷达回波结构（弱回波区、回波墙、高悬回波等） （100m-5km）
中小尺度	对象	阵风锋、雷暴云和积云单体、龙卷气旋、中尺度高压及低压、雨团（2km-25km）
大中尺度	对象	云集体（飚线、云团、细胞状云）、雨带（25km-500km） 台风、气旋、锋面及辐合带云系、盾状云、螺旋云带、逗点云（>500km）
学科分类	按尺度可分为 宏观云物理学 和 微观云物理学	
宏观云物理学	研究水平尺度 10m ~ 100km ~ 1000km，垂直厚度 10m ~ 10km 范围云形成、发展和消散的动力过程，主要是 大气动力学 问题	
微观云物理学	研究云体的组成元素—云粒子（云滴、冰晶）和降水粒子（雨、雪和冰雹等）所经历的凝结（华）、碰并和蒸发等过程，尺度仅 0.1 μ m ~ 1cm 水汽的 相变热力学 和 气溶胶力学 问题，所需的知识为热力学原理、扩散理论和物理化学等	
相互关系	① 云-降水-辐射气候效应 ② 相互依存、相互作用 ③ 通常的云物理学著作侧重于云的微物理学，并不是认为云的动力过程不重要，主要原因是对云的动力学的了解远不如对云的微物理学那样清楚	

3.1.3 目的与意义

水循环、天气、气候、**人工影响天气**、地气系统**辐射**能量收支、气溶胶云相互作用

3.1.4 方法体系

感性认识	观测和探测
理性认识（分析和综合）	理化实验、实验模拟、数值模拟
人为干扰（双重意义）	人工影响天气
观测和探测	对客观自然或人工影响后的云雾获得感性认识 例如：中小尺度观测网；云内外温、湿、压及气流分布探测，云体发展及夹卷情况探测、雷

达回波及卫星云图；云内微物理结构及有关参量和特征（如滴谱、含水量等）观测、降水观测等

理化实验(隔离因子) 从云雾过程的整体中隔离出一些因子，在实验室分析较为单一的物理关系

例如：水滴半径与下落末速度的关系、冻结核的有效阈温、不同半径水滴的重力碰并或电力碰并等

实验模拟(综合因子) 用实验方法模拟自然过程及机制

模拟的现象与自然过程在直观上有一定相似性，可用增减因子或改变参量的控制性实验方法研究云雾物理过程的因子、机制、子过程等

例如：在有垂直风洞的冷云室中，模拟冰雹在有过冷水滴的云中的增长，并分析影响其增长的因子；在水箱中加入由 BaCl_2 和 Na_2SO_4 溶液混合而沉淀出 BaSO_4 ，用此沉淀物下沉情况模拟自然热云泡上升的情况；用薄层流体顶部冷却底部加热，模拟自然云泡对流过程及嵌入云和波状云的形状，研究相应的自然过程及云状的形成条件等

数值模拟 根据控制自然云雾降水发展过程的基本规律所遵循的**数学物理方程组**（包括宏观的流体动力学、热力学方程组和云雾微观过程方程组），按实测的初始及边界条件，进行数值求解可摆脱实验室的约束和局限，可考虑较多因子；可以很复杂，但自然界的复杂性不能完全用方程表达出来

人工影响云雾降水 用人为方法干扰云雾降水过程，观测干扰后果，以了解云雾降水发展规律。

干扰的原理、催化剂性质和剂量、干扰部位及被干扰对象的特点等，都直接或间接影响云雾降水过程的后续发展；自然云雾降水过程十分复杂，影响因子的主次常有变化；干扰后果是自然发展与人为干扰的综合叠加造成，区分十分困难

3.1.5 发展简史

500B.C.	第一次希腊降水观测
400B.C.	印度宏观降水观测
200B.C.	巴勒斯坦降水观测记录
100B.C.	罗马人和希腊人将箭射入雷雨云中，企图防止冰雹闪电
1325	大炮最早在 1325 年用于军事作战。向积雨云发射大炮弹，其弹片可以炸毁雷雨，将这种方法认为是他及其朋友的贡献
1784	赫顿/哈顿 ：发表雨暴（Rainstorms）的形成理论，认为两团不同温度的空气混合时，空气中的一部分水汽变成雨水降落，因此暖风（气流）和冷风（气流）的交会是雨暴的成因。
1802	法国的 Jean Baptiste Lamarck (1744 - 1829) 首先将云分为 5→12 种类型
1803	英国的药剂师 Luke Howard：对云的改造和人工影响，把云按形态分为四类
1896	巴黎出版第 1 部国际云图，现用瑞士 1956 年版
1843	John Dalton：混合气体（大气）的总压等于组成它的各个气体的分压之和；测量饱和水汽压；
1868	法国 Peslin 首先说明降雨是上升气流的绝热膨胀引起的

3.2 暖云形成与微物理过程

章节概述 全过程概述：核化→凝结→碰并

3.2.1 云滴形成

小节概述 过饱和→均质核化（开尔文公式）→异质核化（大气气溶胶，溶质效应，科勒曲线，云凝结核）

过饱和 过程 气块上升→膨胀、绝热冷却→LCL→过饱和

过饱和度 相对于纯水平面 $S(\%) = (RH - 100) = (e/e_s - 1) * 100$ 自然云中一般小于 1%

相对于平冰面 $S_i(\%) = (RH_i - 100) = (e/e_{si} - 1) * 100$ 深对流云可观测高达 100%

鬃积雨云 15km 以上云顶观测到 300% 平冰面过饱和度（由于水面饱和 > 冰面，水面未饱和，冰面已饱和）

3.2.1.1 均质核化与开尔文公式

均质核化 定义 在无外来粒子帮助的情况下，依靠过饱和水汽凝结而形成纯水滴的过程

① 水汽相态的一些水分子由于随机碰撞聚集到一起，形成足够大而且能够稳定存在的小水滴胚胎（初始滴）

概述 初始滴大小和稳定性与过饱和度密切相关，稳定存在是动态平衡的过程。

理论基础

1. 一个系统总是趋向于以能量减少的方式达到平衡
2. 系统设定：假设一个体积为 V ，表面积为 A 的小滴在一定温度 T 和气压 p 下的过饱和水汽中形成
3. 如果 μ_l 和 μ_v 分别表示每个分子在液相和气相的吉布斯自由能， n 为单位体积液体中的水分子数，那么系统由于凝结导致的吉布斯自由能减小为： $nV(\mu_v - \mu_l)$ （由气态→液态的差值）
4. 建立单位面积液滴表面所需要作的功为： $A\sigma$ ，其中 σ 为水的表面能（构建单位面积汽-液界面所需要作的功，克服表面张力做功）
5. 由于液滴形成导致的系统能量净增加值为： $\Delta E = A\sigma - nV(\mu_v - \mu_l)$
6. 可以证明 $\mu_v - \mu_l = kT \ln \frac{e}{e_s}$ 吉布斯自由能与水汽压差值有关

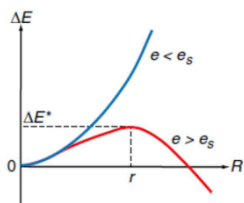
则由于半径为 R 的小滴形成引起的系统能量净增加为：

$$\Delta E = 4\pi R^2 \sigma \text{ 构建一个气液界面所需要的能量} - \frac{4}{3}\pi R^3 nkT \ln \frac{e}{e_s} \text{ 由于凝结导致的系统吉布斯自由能减少}$$

σ 水的表面能（克服表面张力做功） n 单位体积液体中的水分子数 k 波尔茨曼常数

开尔文理论

1. 若不饱和，则不稳定，无法生存。
2. 曲线最高点对应的 r 为初始滴半径。对于不同过饱和度， r 不同。



② 开尔文公式 在何情况下形成的水滴大小

初始滴平衡半径 $r = \frac{2\sigma}{nkT \ln(e/e_s)}$ σ 水的表面能 n 水分子数 k 波尔茨曼常数

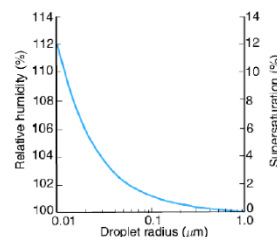
推导

由开尔文理论对 ΔE 求导可得

开尔文曲线

曲率效应：对较低的过饱和度，需要的平衡状态的 r 值更大。

然而，实际大气中过饱和度相当小，初始滴粒径 $> 0.1\mu m$ ，难度极大
在自然界中，依靠纯水汽形成初始滴是不现实的，必须依靠异质核化



曲率效应

③ 平衡是不稳定的，当其半径大于（小于） r 时，小滴将会增长（蒸发）

④ 自然云中的云滴不会由纯水汽的均质核化形成

例题 1. 证明上方左图中临界能障 ΔE^* 的高度可写为 $\Delta E^* = \frac{16\pi\sigma^3}{3(nkT \ln \frac{e}{e_s})^2}$ （对每个 r 对应 ΔE^* ）

当 $R=r$ 时， $\Delta E = \Delta E^*$ ，从而 $\Delta E^* = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4}{3}\pi R^3 nkT \ln \frac{e}{e_s}$ 和 $r = \frac{2\sigma}{nkT \ln(e/e_s)}$

$$\text{则 } \Delta E^* = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4}{3}\pi r^2 (2\sigma) \Rightarrow \Delta E^* = \frac{4}{3}\pi r^2 \sigma = \frac{16\pi\sigma^3}{3(nkT \ln \frac{e}{e_s})^2}$$

2. 如果由于在纯水中加入十二烷基硫酸钠使表面张力 σ 减少了10%,确定 ΔE^* 、 r 改变了几成(忽略 n 、 e 变化)

将上式对 σ 求导, 则 $\frac{d(\Delta E^*)}{d\sigma} = \frac{16\pi\sigma^2}{(nkT \ln \frac{e}{e_s})^2}$ 如果小水滴的表面张力减少10%, 亦即 $\frac{d\sigma}{\sigma}$ 减少10%, 则 $\frac{d(\Delta E^*)}{d\Delta E^*} = -0.3$

则临界能障减少30%。从开尔文公式可得, $\frac{dr}{r} = \frac{d\sigma}{\sigma}$ 。因此, 如果 σ 减少10%, 那么 r 也将减少10%。

人工影响天气播撒吸水性更强的盐粉更有利于形成降水的原因。

3. 添加十二烷基硫酸钠对小水滴的均质核化有哪些影响?

r 为由水分子随机碰撞形成的小胚滴要继续保持自发凝结增长所必须达到的临界半径。因此, 对某一给定的环境空气过饱和度, 如果 r 减少了(由于加入十二烷基硫酸钠), 小水滴的均质核化将变得更容易。

大气中加入某些颗粒物更有利于云滴形成。

3.2.1.2 大气气溶胶

定义 悬浮于大气中的固体和或液体粒子和大气组成的胶体体系(不包括云粒子)。

目前一般所指的是气溶胶中的颗粒物。其下落末速度可忽略不计

形态 形态复杂, 多为不规则颗粒状

构成 碳黑(链状)、硫酸铵、尘埃、硫酸、海洋性有机物、海盐、晶体状生物有机物、生物质烟尘(山火)、花粉
粒径 由于形态复杂, 有多种描述和替代方法

空气动力学等效直径: 与所研究的粒子具有相同降落末速率、密度为 $1g/cm^3$ 球体的直径(D_p)

体积等效直径/几何直径: 所研究不规则形状的粒子与直径为 D_p 的球形粒子具有相同的体积 【环境领域】

光学等效直径: 所研究不规则形状的粒子与直径为 D_p 的球形粒子具有相同的光散射能力 【大气辐射】

气溶胶颗粒一般直径不到发丝的1/20, PM_{2.5}, PM₁₀

生源 **一次气溶胶**: 海洋二甲基硫醚排放二氧化硫 DMS、海水飞沫(海盐)、山火、火山爆发、人类活动等
二次气溶胶: 在空气中转化为气溶胶、**气粒转化**等

汇 **干沉降**: 粒子被地面各类物体吸附等

湿沉降: 核化凝结、布朗扩散捕获粒子、泳移现象(phoresis)、重力碰并等

一次粒子 天然污染源和人为污染源直接排放的颗粒物

如: 道路、建筑和农业产生的扬尘(粗粒子为主)柴油发动机机动车、锅炉、废物焚烧、露天烧烤、火烧秸秆和居民烧柴等产生的碳黑粒子等

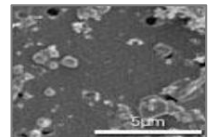
二次粒子 大气中某些污染气体(如二氧化硫SO₂, 氮氧化物NO_x, 碳氢化合物VOCs等)之间, 或这些气体与大气中的常规组分(如氧气)之间通过化学/光化学反应形成的颗粒物

如: 光化学烟雾→硫酸盐、硝酸盐、铵盐、有机碳等

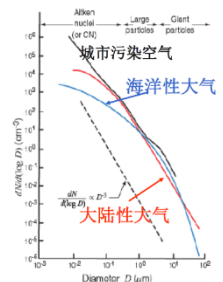
成核机制 高能电离辐射+紫外辐射→离子诱导均相核化→碰并增长+离子粘连→有机物凝结增长

总浓度情况 海洋~10³cm⁻³ 陆地农村~10⁴cm⁻³ 污染城市≥10⁵cm⁻³

尺度分布 10⁻⁴~10¹μm



气溶胶电镜图



3.2.1.3 异质核化与科勒曲线

异质核化

定义 在**外来粒子**的帮助下水汽核化形成水滴的过程(主要为气溶胶)

描述 1. 大气气溶胶中的一些**粒子**能够成为使水汽在其上**凝结**的核, 这些粒子称之为**云凝结核 (CCN)**, 包括**可湿性和可溶性**(硫酸盐、硝酸盐等)气溶胶

2. 云滴能够在比均质核化所要求的过饱和度**低得多**的条件下在这些气溶胶粒子上形成和增长
提供了液滴凝结的界面, 有效降低了所需的过饱和度。

3. 某些大气气溶胶是水溶性的, 因而当有水汽在其表面凝结时, 它们就开始溶解

4. 溶液滴表面上的平衡饱和水汽压小于与其同样大小纯水滴表面的值, 即所谓的**溶质效应**

气溶胶对气候的影响: **直接效应**(阳伞效应(对太阳辐射散射、到达地面辐射减少, 使地表降温)、黑炭气溶胶吸收辐射, 使大气中部加热、边界层逆温重污染)、**间接效应**(影响辐射特性影响大气层结等, 如云滴增多、降水不易、云更白、反射更强等)

5. 某些不可溶的气溶胶可以作为有效的**冰核 (IN)**, 参与大气冰粒子的形成

溶质效应

原理

溶液滴表面上的饱和水汽压（它与水滴表面的水分子浓度成正比）小于纯水滴表面上的值，因为溶液滴表面的某些位置被盐分子（或离子，如果盐粒子电离的话）占掉了，使水分子浓度(饱和水汽压)降低

数学表达式

由于溶质效应使水汽压减小的份数为 $f = \frac{e'}{e}$ e' 为溶液滴表面的饱和水汽压

e 为在同温下同样大小的纯水滴表面上的饱和水汽压

$$f = \frac{\text{the number of kilomoles of pure water in the solution 纯水滴分子数}}{\text{the total number of kilomoles (pure water+salt) in the solution 总和分子数}}$$

数学表达

考虑一个半径为 r 的溶液滴，它含有质量为 m (kg)，分子量为 M_s 的盐溶解其中

如果每个盐分子在水中电离为 i 个离子（如氯化钠 2），那么，液滴中盐的有效粒子数为 $\frac{i(1000m)}{M_s}$

如果溶液滴的密度为 ρ' 且水的分子量为 M_w

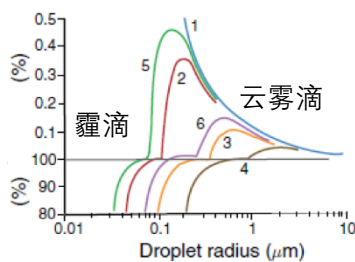
$$f = \frac{\left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m\right) \frac{M_w}{M_s}}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m\right) \frac{M_w}{M_s} + \frac{i(1000m)}{M_s}} = \left[1 + \frac{imM_w}{M_s \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m\right)}\right]^{-1} \quad \text{只要 } \frac{imM_w}{M_s \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m\right)} > 0, \text{ 则 } f < 1$$

利用开尔文公式（把 σ 和 n 分别置换为 σ' 和 n' ，以分别表示溶液中水分子表面能和密度）

$$\frac{e'_{\text{溶液饱和水汽压}}}{e_s_{\text{纯水饱和水汽压}}} = \left[\exp \frac{2\sigma'}{n'kTr} \right] \left[1 + \frac{imM_w}{M_s \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m\right)} \right]^{-1}$$

该公式可以用来计算临近半径为 r 的溶液滴表面空气的水汽压 e'

Köhler 寇拉曲线



在某一小滴粒径下，贴近溶液滴的水汽压小于同温度下与纯水平面达到平衡的水汽压

随着液滴增长，溶液浓度变弱，开尔文曲率效应为主导影响因素，最终贴近溶液滴的相对湿度变得与纯水滴表面上的相对湿度相同

最大值左侧曲线上的点所表示的液滴处于稳定平衡状态，并称之为**霾滴**，可以降低大气能见度

第一条为纯水滴，2 为氯化钠，5 为硫酸铵。可见加入量一致时，会有一定差别。

极值点左侧称为霾滴 Haze：随着湿度增大，粒径增长有限，且水汽下降，粒径同样下降。

如果环境过饱和度达到最高点，则**颗粒活化**，称为**云滴或雾滴**，只要过饱和，则不断增长气溶胶核越大，越容易活化。（临界活化半径越小）

（有研究表明：由于可溶性气体也参与凝结，所以有时不需要 100% 的湿度也能形成水滴）

云凝结核 (Cloud Condensation Nuclei)

定义

大气气溶胶中的一小部分可作为水汽在其上凝结形成水滴的**质粒**，而这些小水滴在云中可得到的过饱和度和条件下通过**活化和凝结**增长形成**云滴**。

特性

气溶胶的**质粒愈大**，则此质粒越易被水湿润，其水溶性也就越大，它能够成为 CCN 要求的过饱和度就越低。（例如气溶胶包裹沙尘）大多数的 CCN 是由可溶和不可溶成分构成的混合物（称之为**混合核**）（黑炭气溶胶与可溶性气溶胶混合形成不同形态（外混：黑白分明）（内混：包裹等各种情况））

测量

在各种过饱和度下活化的 CCN 浓度，可以用**热扩展云室**测量出来

平板式扩散型 CPC：知道空气体积与水滴浓度，可知活化率

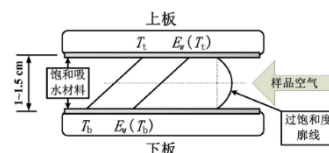
中心面最大过饱和度决定于上、下板之间的温差，如温差为 3.5°C 时

中心面过饱和度可达到 0.5%

连续气流纵向热力梯度 CCN 计数器 (CFSTG-CCN)：同温同压下水汽扩散 > 热扩散

浓度

比气溶胶一般低 1-2 个量级



3.2.2 暖云的微结构

概念 暖云：整体位于 0°C 等温线以下的云

液水含量 (LWC)：单位体积空气中所含的液水量，一般以 g/m^3 表示

云滴浓度：单位体积空气中总的水滴数，一般用每立方厘米云滴个数表示

云滴尺度分布(云滴尺度谱)：一般用不同水滴尺度区间内每单位立方厘米的个数的直方图表示。

常用伽马、对数正态分布等。谱分布对降水形成判断非常有用。

这三个参量不是相互独立的，例如，如果滴谱为已知，则云滴浓度和液水含量都可由此导出

云滴测量方法

直接碰撞法 早期的云观测中把涂油的玻璃片装在飞机上，暴露于飞行路径长度上的云内空气中，与玻璃片相碰撞的小水滴，全部浸入玻璃片上的油内，保存下来用于随后的分析。

玻璃片涂一层氧化镁粉(这可通过在玻璃片附近燃烧镁带而达到)，以获得云滴的印模。当云滴碰到玻璃片时，在氧化镁粉的涂层上，就会留下一个清楚的痕迹。可在痕迹的大小与云滴实际大小之间建立某种联系。

缺陷：绕流引起的偏差

间接测量法 **光学测量法**：从飞机上测量云滴大小而不收集云滴的自动仪器(例如，通过测量单个云滴对激光散射的角分布)

暖云微结构特征

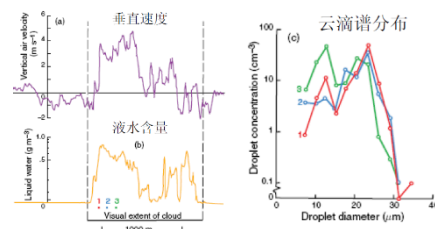
概述 ① 云内上升气流区，而下沉气流刚好位于其边界之外

② 高液水含量区与较强上升气流区相对应

③ 云内物理参量非常的不均匀

④ 云滴半径从几微米到 17 微米的范围内变化

⑤ 云的液水含量一般随着云底以上高度的增加而增大，在云上半部的某区域达到最大值，然后向着云顶随高度减小。



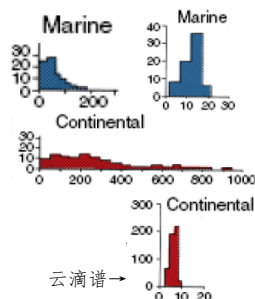
特征 ① **云滴浓度**：大多数的海洋性积云中的云滴浓度低于 100cm^{-3} ，某些大陆性积云中的云滴浓度超过 900cm^{-3} ，且大多数大陆云的云滴浓度都有每立方厘米几百个 【海洋低浓度】

② **液水总量**：因为海洋性积云的液水含量与大陆性积云的相差不大，大陆性积云中较高的云滴浓度必定会导致在这类云中的平均云滴大小小于海洋性积云中的值 【海洋云滴大,易降水】

③ **云滴谱**：大陆性积云的云滴谱远比海洋性积云中的窄，而且平均云滴半径也要小得多

④ **云边界**：通常在大陆性云中比较小的云滴导致这类云的边界清晰可见，这是由于小云滴在未饱和的环境空气中迅速蒸发造成的 【海洋云边界模糊】

⑤ 在远离大陆性积云主要边界的地方没有云滴存在使得它们的外形看起来比海洋性云更明亮



气溶胶对暖云的影响

① 气溶胶增多增大云滴数浓度，云滴更小，使云更白，反射更多太阳辐射，对地表冷却

3.2.3 液水含量与夹卷

绝热液水含量 由斜 T-lnp 图根据气块绝热的假设导出的液水含量 (理想情况)

实际液水含量 实际观测的 LWC 远低于绝热 LWC，因为未饱和的环境空气被夹卷进入积云中并导致蒸发

夹卷 ① 夹卷主要发生在其顶部。当云水蒸发以使卷入的气块饱和时，气块变冷

② 如果在气块由于混合失去它的身份之前有足够的蒸发发生，气块将下沉，与更多的云内空气混合

③ 下沉的气块将一直下降到它的负浮力等于零或失去它的身份(与周围一致)。这样的气块可在云中下降几千米，这时它们被称为穿透性下沉气流

④ 能够增宽云滴尺度分布，因为云滴在下沉气流中将部分或完全蒸发，而当进入上升气流中将再次增长

⑤ 海洋层积云的顶部由于向空间发射长波辐射而冷却，而其底部由于地表长波辐射而变暖。加热差异驱动浅对流活动，其中较冷的云内空气下沉，云滴蒸发，而较暖的云内空气上升，云滴增长。这种运动是造成层积云胞状外形的部分原因



3.2.4 液滴凝结增长

描述 如果液滴增长通过了寇拉曲线的最高点, 它就会活化, 继续通过水汽凝结增长 (只要空气中的水汽压超过贴近液滴的水汽压) 我们来用数学表达式描述这一现象

凝结增长方程

- 假设**
1. 假定有一个孤立云滴, 在时间 t 时, 半径为 r , 并处于过饱和环境中。
 2. 离云滴很远的地方(大气环境), 水汽密度为 $\rho_v(\infty)$, 而在云滴附近空气中的水汽密度为 $\rho_v(r)$
 3. 假定此系统处于平衡状态(在水滴周围没有水汽聚集,水汽分布均一), 则于时间 t , 云滴质量 M 的增大率等于以此云滴为中心, 半径为 x 的任一球面上通过的水汽通量

推导 如果把空气中水汽扩散系数 D 定义为在水汽密度梯度为 1 时, 垂直于单位面积所通过的水汽质量通量, 则云滴质量增大率可写为 $\frac{dM}{dt} = 4\pi x^2 \text{球面通量} D \frac{d\rho_v}{dx} \text{梯度}$, 其中 ρ_v 为距云滴 x ($> r$) 处的水汽密度

由于在稳定条件下, dM/dt 与 x 无关, 所以 $\frac{dM}{dt} \int_{x=r}^{x=\infty} \frac{dx}{x^2} = 4\pi D \int_{\rho_v(r)}^{\rho_v(\infty)} d\rho_v$ 或可以写为

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r D [\rho_v(\infty) - \rho_v(r)] \text{ 把 } M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_l \text{ 代入, 其中 } \rho_l \text{ 代表液水密度, 则 } \frac{dr}{dt} = \frac{D}{r \rho_l} [\rho_v(\infty) - \rho_v(r)]$$

利用水汽理想气体状态方程, 有 $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r} \frac{D \rho_v(\infty)}{\rho_l e(\infty)} [e(\infty) - e(r)]$

其中 $e(\infty)$ 为距云滴很远处的环境空气的水汽压, 而 $e(r)$ 为贴近云滴处的水汽压

注意: 严格的说, 上式中 $e(r)$ 应当用 e' 代替。但对半径大于 $1\mu\text{m}$ 左右的云滴来说, 由科勒曲线, 溶液效应和开尔文曲线效应都已不很重要。因此, 水汽压 $e(r)$ 十分接近于纯平水面的饱和水汽压 e_s

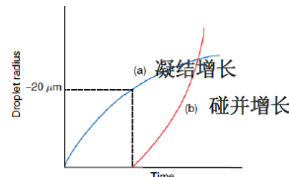
此时, 如果 $e(\infty)$ 和 e_s 相差不大, 则 $\frac{e(\infty)-e(r)}{e(\infty)} \approx \frac{e(\infty)-e_s}{e_s} = S_{\text{过饱和度}}$

方程 $r \frac{dr}{dt} = \frac{D \rho_v(\infty)}{\rho_l} S$ r 为液滴半径, D 为扩散系数, $\rho_v(\infty)$ 为环境空气水汽密度, ρ_l 为液水密度

S 为环境空气的过饱和度 (以小数表达而非百分数)

可见, 对于固定的 S , r 越小, 凝结增长率越快。 r 越大, 增长率越慢 (右图→) 暖云中仅靠凝结增长显然太慢, 难以形成数毫米大的雨滴

(一个半径 $10\mu\text{m}$ 的云滴, 要增大为 1mm 半径的雨滴, 须增加体积 100 万倍 而在一块云中, 只有百万分之一个云滴(即约每升一个), 能够由云滴转化为雨滴)



气块中液滴群的形成与增长

过饱和度先增加后减小, 较小的液滴增长率更大, 霾粒子缓慢蒸发, 凝结增长导致液滴尺度单分散分布 假定只有凝结增长, 则云滴谱极窄。

3.2.5 液滴碰并增长

下落末速度 液滴在重力影响下在静止大气中稳定下落的速度。或在重力与阻力平衡时液滴的速度。

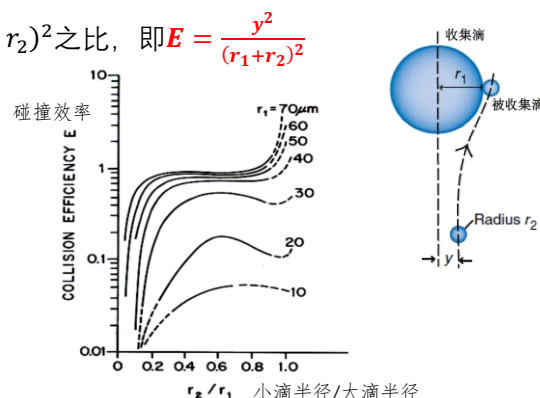
下落末速度随液滴尺度增加而增大, 因而云中尺度大于平均尺度的滴将拥有比平均值更大的下落末速度, 它们将与处于其下方路径上的小滴发生碰撞。

碰撞效率 并非所有处于收集滴(collector drop)路径上的小滴(droplet)都会被收集滴捕获

半径为 r_2 的小滴, 只有其中心与通过半径为 r_1 的大滴的中心线之间的距离小于 y 才能与收集滴碰撞

定义 收集滴的有效碰撞横截面积 πy^2 与几何碰撞横截面积 $\pi(r_1 + r_2)^2$ 之比, 即 $E = \frac{y^2}{(r_1 + r_2)^2}$

- 注意**
1. 碰撞效率随收集滴尺度增加而增大
 2. 半径小于 $20\mu\text{m}$ 的收集滴的碰撞效率很小
 3. 当收集滴远大于小滴 ($r_2/r_1 \ll 1$) 时, 碰撞效率很小, 这是因为小滴更紧密地沿着流线围绕收集滴运动
 4. 随着比值 r_2/r_1 增加, E 先增加, 然后在比值间于 0.6 和 0.9 之间时减小, 然后当比值趋向于 1 时再次增加



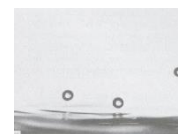
5. 收集滴后面的**尾流效应 (wake effects)** 可产生**大于 1 的 E 值** 吸引绕过去的小滴
 6. 大气中的**湍流**和**云滴荷电**可促进碰撞

并合效率与碰并效率

说明

实验室实验表明：在某些条件下，水滴能够从水面弹开 (the next slide)

弹开可发生在当两个水滴相互靠得很近，这时如果在它们之间有**空气被夹在其中**，那么水滴之间相互作用并变形，但实际上**没有接触**



弹开实验图

定义

如果在弹开之前被裹夹的空气被挤出来了，那么滴之间就会有物理接触并产生并合
 半径为 r_2 的小滴与半径为 r_1 的大滴之间的**并合效率 E'** 定义为导致并合的碰撞份数
电场的存在或水滴荷电都可促进并合 **碰并效率 $E_c = EE'$** 实际中 $E' \approx 1$

连续碰并模式

可以有问题：① 下降多远距离，能从 $r_0 \rightarrow r'$? ② 多长时间，能增长多大?

③ 需要的液水含量是多少等等

假定一个半径为 r_1 、下降末速为 v_1 的收集滴在**静止**空气中通过一个半径为 r_2 、末速为 v_2 、由**相同大小云滴**组成的云层。假定云滴**均匀分布**于空中，并在一定大小的各收集滴上以**同一速率作均匀碰并**，则称此为**连续碰并模式**。

因碰撞引起的收集滴质量 M 的增加率为 $\frac{dM}{dt} = \pi r_1^2 (v_1 - v_2) w_l E_c$ 碰并效率
 (w_l 为半径为 r_2 的云滴所组成的云的液水含量)

$$\text{代入 } M = \frac{4}{3} \pi r_1^3 \rho_l \text{ 液水密度} \quad \frac{dr_1}{dt} = \frac{(v_1 - v_2) w_l E_c}{4 \rho_l} \quad \text{如果 } v_1 \gg v_2, \text{ 并且假设并和效率 } E' \approx 1$$

$$\text{则 } E_c = E, \text{ 得到 } \frac{dr_1}{dt} = \frac{v_1 w_l E}{4 \rho_l}$$

由于 v_1 和 E 都随 r_1 增加而增大， dr_1/dt 也随 r_1 增加而增大，亦即，**滴的碰并增长是一个加速的过程**

增加条件

如果**云中有一稳定上升气流**，速度为 w ，则收集滴相对于地面的上升速度为 $(w - v_1)$ ，而云滴上升速度

将为 $(w - v_2)$ ，收集滴的运动可以用下式表示： $\frac{dh}{dt} = w - v_1$

其中， h 为时间 t 时，在某一参考面(例如云底)以上的高度。与前式结合消去 dt ，并假定 $v_1 \gg v_2$

$$E_c = E, \text{ 可得 } \frac{dr_1}{dh} = \frac{v_1 w_l E}{4 \rho_l (w - v_1)}$$

或者，如果在云底以上 H 处收集滴的半径为 r_H ，在云底处的收集滴半径为 r_0 ，则

$$\int_0^H w_l dh = 4 \rho_l \int_{r_0}^{r_H} \frac{w - v_l}{v_1 E} dr_1. \text{ 若 } w_l \text{ 不随 } h \text{ 改变, 则可得 } H = \frac{4 \rho_l}{w_l} \left[\int_{r_0}^{r_H} \frac{w}{v_1 E} dr_1 - \int_{r_0}^{r_H} \frac{1}{E} dr_1 \right]$$

说明

① 当水滴很小时， $w > v_1$ ，此时式中第一个积分大于第二个积分，于是 H 就随 r_H 的增大而增大，**即水滴在碰并增大时，将被云中上升气流所带升**

② 当水滴增大到 v_1 大于 w 的时候，上式第二个积分就大于第一个积分， H 就随 r_H 的增大而减小，即水滴**将在上升气流中下降**，并最终将通过云底，掉到地面，成为雨滴

③ 有些较大的水滴可能在通过空气下降时**破碎**，所造成的碎滴可能被带到云中的上升气流中，**连锁反应，往往加强降水**

举例

1. 一个半径为 r_0 的水滴进入云底，按一定的碰并效率而增大。它在云中先上升，然后下降，当它重行回返云底时，半径已增大为 R ，试证明 R 仅为 r_0 和云中上升气流速度 w (假定也是常数) 的函数

$$\text{令 } H = 0, r_H = R, \text{ 代入 } \int_0^H w_l dh = 4 \rho_l \int_{r_0}^{r_H} \frac{w - v_l}{v_1 E} dr_1 \Rightarrow 0 = 4 \rho_l \int_{r_0}^R \frac{w - v_l}{v_1 E} dr_1$$

$$\text{由于 } E \text{ 和 } w \text{ 都假设为常数, 故有 } w \int_{r_0}^R \frac{dr_1}{v_1} = \int_{r_0}^R dr_1 = R - r_0 \text{ 因而 } R = r_0 + w \int_{r_0}^R \frac{dr_1}{v_1}$$

$$\text{由于 } \int_{r_0}^R \frac{dr_1}{v_1} \text{ 仅为 } R \text{ 和 } r_0 \text{ 的函数, } R \text{ 仅为 } r_0 \text{ 和 } w \text{ 的函数}$$