第十章 粒子单次散射和吸收

10.1 大气粒子

10.1.1 大气粒子基本情况

10.1.1.1 大气粒子的尺度与数浓度

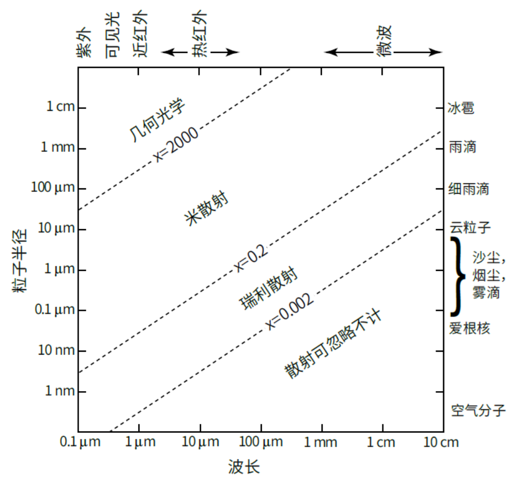
基本情况 ① 辐射传输方程由**消光系数β_e、单次散射反照率$\tilde{\omega}$、散射相函数p** 描述。

② 这些粒子**单次散射特性**(以上参数)**与辐射波长和粒子的尺度、成分、形状和数目**有关。

③ 为此需要确定粒子物理、几何特性与粒子吸收和散射特性之间的联系。

粒子情况

类型	尺寸	数浓度
气体分子	**$\sim\ 10^{-4}\ \mu m$**	$<\ 3\times\ 10^{19}cm^{-3}$
爱根核气溶胶	$<\ 0.1\ \mu m$	$\sim\ 10^4 cm^{-3}$
大核气溶胶	$0.1\sim 1\mu m$	$\sim\ 10^2 cm^{-3}$
巨核气溶胶	$>\ 1\mu m$	$\sim\ 10\sim 1\ cm^{-3}$
云粒子	**$5\sim 50\mu m$**	$10^2\sim 10^3 cm^{-3}$
细雨滴	$100\ \mu m$	$\sim\ 10^3 m^{-3}$
冰晶	$10\sim 10^2\ \mu m$	$\sim 10^3\sim 10^5\ m^{-3}$
雨滴	**$0.1\sim\ 3\ mm$**	$10\sim 10^3 m^{-3}$
霰	$0.1\sim\ 3\ mm$	$1\sim\ 10^2 m^{-3}$
冰雹	$\sim\ 1\ cm$	$10^{-2}\sim\ 1\ m^{-3}$
昆虫	$\sim\ 1\ cm$	$<\ 1\ m^{-3}$
鸟	$\sim\ 10\ cm$	$<\ 10^{-4} m^{-3}$
飞机	$\sim\ 10\ m$	$<\ 1\ km^{-3}$



粒子尺度参数

注意：这个划分不是严格的

10.1.1.2 粒子尺度参数

尺度参数 $\boxed{x\equiv 2\pi r/\lambda}$ 其中r 表示**球形粒子半径**。

对于非球形粒子，r根据情况可表示为一个与其具有相同体积或表面积的球体半径。

① 瑞利散射与几何光学的粒子可以是任意形状，**米散射只能是球形粒子**。

② 上图划分并不严格，注意量级即可。瑞利散射与米散射的分界是：$x=0.2$。

10.1.2 电偶极子辐射

10.1.2.1 瑞利散射的推导

瑞利条件 $|m|x\ll 1$，，即当**粒子相对波长足够小**。

电偶极子 电偶极矩$=ql$，外界电磁辐射作用于电偶极子，其自身产生时变电磁场，称为**电偶极子辐射**。

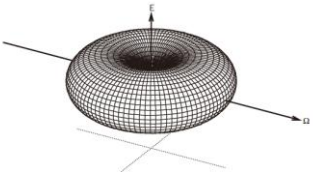
① 一个小球形粒子的偶极矩（电荷乘以距离）**正比于**外部电场的强度：$\vec{\mathbf{p}}=\alpha\vec{\mathbf{E}}_0\exp(i\omega t)$,

其中α 称为粒子的**极化率**，依赖于粒子的成分和尺度以及入射波的频率(通常不好算)。

② 散射电场**正比于**偶极子电荷**加速度**在与散射方向相垂直的平面上的投影：

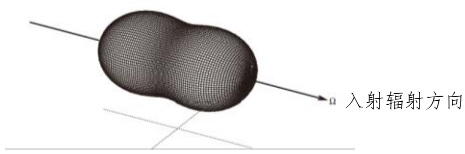
$|\vec{\mathbf{E}}_{scat}|\propto\frac{\partial^2\vec{\mathbf{p}}}{\partial t^2}\sin\gamma\propto\omega^2\sin\gamma$，其中$\gamma$ 是$\vec{\mathbf{E}}_0$和散射方向$\hat{\Omega}'$所形成的夹角。

③ 远场观测的散射**辐射强度 I 正比于电场振幅的平方**：$I\propto\left|\vec{\mathbf{E}}_{scat}\right|^2\propto\omega^4\sin^2\gamma$



入射辐射垂直偏振

入射辐射水平偏振



综合起来：非偏振
散射角=90° 时偏振最强

10.1.2.2 散射辐射强度的角度分布推导

模型假设 设入射方向 $\widehat{\Omega}$ 与 z 轴重合，入射电场矢量$\vec{\mathbf{E}}_0$ 与 x 轴对齐，Θ 是 $\widehat{\Omega}$ 和 $\widehat{\Omega}'$之间的夹角(散射角)，

Φ 是以 x轴为起点绕 $\widehat{\Omega}$ 方向旋转的方位角。

模型计算 $\widehat{\Omega}' = (\sin\Theta\cos\Phi, \sin\Theta\sin\Phi, \cos\Theta)$ $\qquad$ $\cos\gamma = \hat{\mathbf{x}}\cdot\widehat{\Omega}' = (1,0,0)\cdot\widehat{\Omega}' = \sin\Theta\cos\Phi$

$\sin^2\gamma = 1-\cos^2\gamma = 1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi$ $\qquad$ $I \propto \omega^4(1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi)$

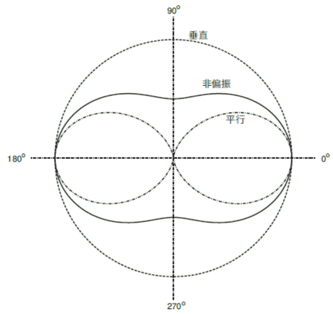
10.1.2.3 散射辐射强度的角度分布特征

分布特征 ① **散射辐射强度正比于入射辐射频率的四次方，即与波长的四次方成反比**。

② 当Φ 等于$90°$ 或者$270°$，即当**任意散射光线处于垂直$\vec{E}_0$的平面内**时，**散射辐射强度是常数，且为最大值**，与Θ 无关。

③ 当Φ 等于$0°$或者$180°$，即**当两个方向都沿着偶极子轴时**，散射辐射强度等于零。

10.2 瑞利散射



10.2.1 瑞利散射相函数

相函数 对于非偏振入射辐射，可以通过在Φ 上对散射辐射强度进行平均，并进行**归一化处理**来得到相函数：

$$p(\Theta) = \frac{3}{4}(1+\cos^2\Theta)$$

上式就是通常用来描述非常小的粒子的散射相函数。

10.2.2 瑞利散射和吸收特性

消光效率 $Q_e = 4x\Im_{虚部}\left\{\frac{m^2-1}{m^2+2}\left[1+\frac{x^2}{15}\left(\frac{m^2-1}{m^2+2}\right)\frac{m^4+27m^2+38}{2m^2+3}\right]\right\} + \frac{8}{3}x^4\Re_{实部}\left\{\left(\frac{m^2-1}{m^2+2}\right)^2\right\}$ 只是$x, m_{复折射率}$的函数

散射效率：$Q_s = \frac{8}{3}x^4\left|\frac{m^2-1}{m^2+2}\right|^2$ $\qquad$ **吸收效率**：$Q_a = 4x\Im\left\{\frac{m^2-1}{m^2+2}\right\}$

① **吸收效率Q_a正比于x，但是散射效率Q_s正比于x^4**。

② **吸收明显强于散射**，如果有虚部的话（$x<0.2$，$x^4<x$）

散射截面 考虑到粒子散射效率在瑞利极限时正比于x^4，而散射截面σ_s等于Q_s与粒子截面πr^2之积，因此：

$\boxed{\sigma_s \propto \left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right)^4\cdot\pi r^2 \propto \frac{r^6}{\lambda^4}}$ 大粒子散射能力远大于小粒子，在雷达应用上非常广泛。

案例：两个$10\mu m, 1\mu m$的粒子，大粒子散射能力为小粒子的一百万倍。

单次散射反照率 对于足够小的x，同时假设m具有非零虚部，单次散射反照率正比于x^3，即 $\tilde{\omega} \equiv \frac{Q_s}{Q_e} \propto x^3$，

因此对于足够小的x，$Q_s \ll Q_a \approx Q_e$，**即完全可以忽略粒子散射**

应用：① 大气热红外辐射的分子吸收 ② 云滴微波辐射吸收。

质量吸收系数 对于半径r和密度ρ的球形粒子，质量吸收系数写成 $k_a = \frac{Q_a\pi r^2}{\rho(4/3)\pi r^3} = \frac{3Q_a}{4\rho r}$

将粒子吸收效率和尺度参数代入上式可得 $k_a = \frac{6\pi}{\rho\lambda}\Im\left\{\frac{m^2-1}{m^2+2}\right\}$。因此，**质量吸收系数与粒子半径完**

全无关。体积吸收系数等于质量吸收系数与介质密度的乘积，即 $\beta_a = k_a\rho_m$。

10.2.3 瑞利散射总结

总结情况

① 对于一个**固定尺寸的粒子**，并将它暴露在两不同波长$\lambda_1 < \lambda_2$ 的辐射之下，那么**较短波长λ_1的散射辐射要比较长波长λ_2 强$(\lambda_2/\lambda_1)^4$ 倍**。

② 对于**固定波长λ 的辐射**，并用其来照明两个半径$r_1 < r_2$ 的粒子，那么**较大粒子的散射辐射要比较小粒子强$(r_2/r_1)^6$ 倍**。

③ 对于足够小的粒子，散射是可以忽略的，吸收**只正比于质量路径**，与粒子尺度无关。在此极限中，一块云的辐射表现就像吸收气体一样，而不是像一群离散的散射体一样。

10.3 米氏散射

米氏散射求解思路

用于求解**任意**尺度参数x和相对折射率m 的**均匀球体**的散射和吸收特性，详细推导过程可以参考教材。利用**麦克斯韦方程**推导三维空间中电磁辐射的波动方程，将其用球极坐标(r, ϕ, Θ) 进行描述，并结合球体表面的合适边界条件。得到一个可变量分离的**偏微分方程**，其解可以表述为多个正交基函数之积的无穷级数，包括**正弦和余弦函数**（对ϕ的依赖项）、**球贝塞尔函数**（对r 的依赖项）和**连带勒让德多项式**（对$cos\Theta$的依赖项）。

求解结果

球体的消光和散射效率可以表示为：$Q_e = \frac{2}{x^2}\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)\Re(a_n+b_n)$,

$Q_s = \frac{2}{x^2}\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)(|a_n|^2+|b_n|^2)$， 其中米散射系数$a_n$和$b_n$都是$x$ 和m 的函数。从实际应用出发，总需要**对级数进行截断**，仅保留足够多的项来得到一个足够准确的近似。通常所需项数**必须接近 $x + 4x^{1/2} + 2$ 的整数**。

10.4 散射案例与一般情况

10.4.1 非吸收球体的消光效率

非吸收球体消光情况

非吸收意味着折射率的虚部为零 $\Im(m) = 0$，吸收效率也为零 $Q_{obs} = 0$，$Q_{sca} = Q_{ext}$。

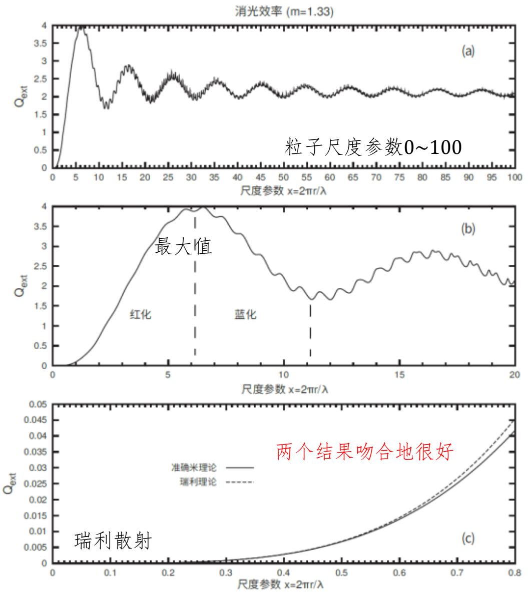
① **瑞利散射极限**条件下$Q_{ext} \propto x^4$。 下方左图最下方图

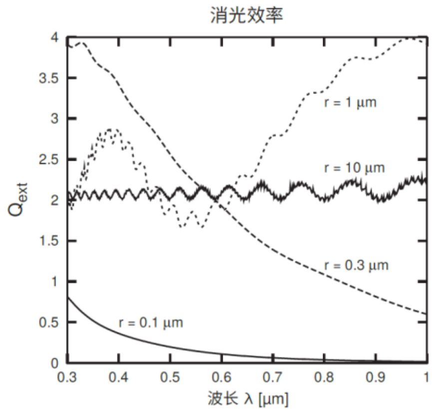
② 当**粒子尺度与波长大小接近时**，Q_{ext}达到最大值。 $x = 2\pi r/\lambda$ 约等于 6时，出现最大值

③ **几何光学极限**条件下$Q_{ext} \to 2$。 因为衍射光接近于原有传输方向，散射角非常小

④ 球体的**衍射光和透射光相干涉**引起消光的振荡，表现为一系列的主极大和极小。

⑤ 由擦过和通过球体的**边缘光线**引起**消光的小脉动**，表现为一系列的**毛刺现象**。





10.4.2 光学现象的解释

10.4.2.1 消光系数趋近于 2 的现象

几何极限 几何极限情况下消光系数趋近于 2，可以解释白云：云滴粒子$10\mu m$，$x=\frac{2\pi r}{\lambda_{可见光}}\sim 100$，则$Q\rightarrow 2$，由此**各个波段散射的光基本一致**，所以总和形成白云。

10.4.2.2 红移和蓝移现象

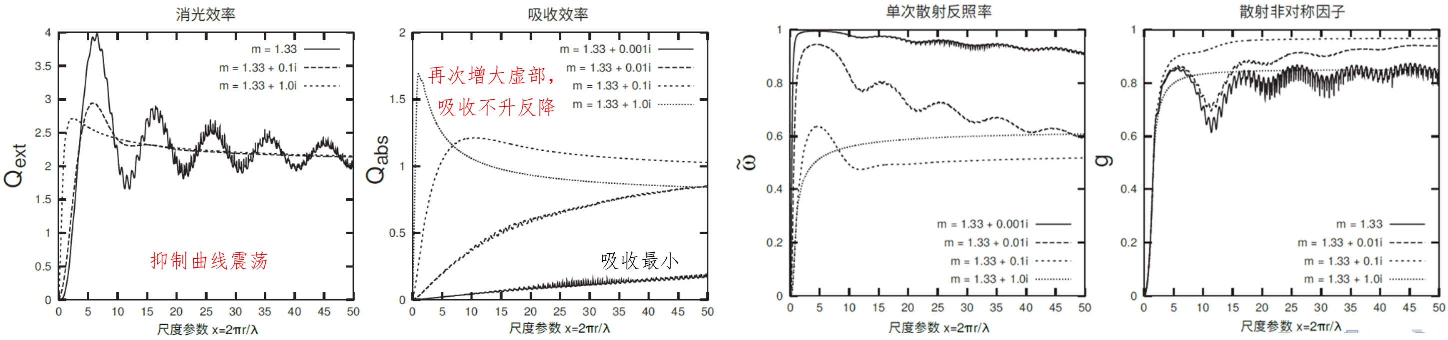
红移现象 当**雾天**粒子半径介于$0.1-0.3\ \mu m$时，**波长越短，辐射消光越强**，出现红化现象。
朝霞晚霞的解释：阳光倾斜传输，更多的蓝光被散射，传输到人眼的光变为红光。

蓝移现象 当**气溶胶粒子**半径约为$1\ \mu m$时，**波长越长，辐射消光越强**，出现蓝化现象。
当大气粒子不再是分子大气，则天空变为绿色或其他颜色。
当**有云大气粒子**半径$10\ \mu m$时，消光效率几乎不依赖于波长大小，形成白云/乌云。

10.4.3 吸收球体的消光和散射

吸收球体 折射率虚部不等于零 $\Im(m)\neq 0$，因此散射和吸收效率都需要考虑。

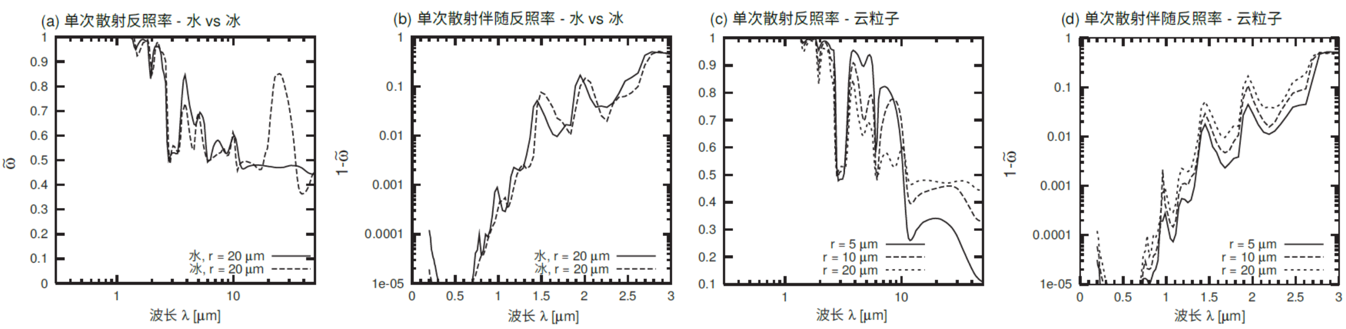
主要特点
① **增加**介质粒子**吸收**(通过增加m虚部)具有**抑制Q_e曲线振荡的效果**。
② 对于 $x\rightarrow 0$，瑞利散射单次散射反照率$\varpi\rightarrow 0$。由于瑞利散射吸收与x成正比，远大于散射的x^4
但是如果折射率虚部 $\Im(m)=0$，无论 x 是多少，$\varpi=1$。 只有散射没有吸收
③ 对于 $x>10$，**$\Im(m)$ 与 Q_a 或 ϖ 之间没有完全可预测的联系**。虚部增大，吸收效率不一定增大。
④ 对于 $\Im(m)=0$，Q_e 和 g 曲线中存在大量精细的涟漪结构。
⑤ 对于$x=0$，非对称因子g 也是零，正如**瑞利散射**预期的一样。
⑥ 随着x增加，g **也以非常快的速度增大**，直至达到约 0.8(水云)和 0.95(冰云)。



注意 **对于可见光区域**，**水云和冰晶粒子**，吸收是非常弱的，**可以近似为非吸收球体**的情况。
但对于红外、紫外等区域，都需要考虑吸收情况。

10.4.4 云的散射和吸收特性

主要特点 ① **在 VIS 可见光区域 ($0.4\ \mu m<\lambda<0.7\ \mu m$)，水云和冰晶粒子，云滴吸收可以认为是零**，，**可以近似为非吸收球体**的情况。在 UV 或者近红外，ϖ 快速降到 1 以下；在大多数红外谱带，ϖ 处于 0.5-0.8。
② 球形**冰晶粒子**与同样尺度的**水滴粒子**的单次散射反照率存在明显的不同（可用于云相态识别）。
③ 对于大多数波长，液态水云单次散射反照率对其液滴半径存在明显的依赖性；在同样的波长上，大液滴相比小液滴具有更强的吸收性（可用于云粒子有效半径遥感）。



10.4.5 真实的散射相函数

瑞利散射　对于$x = 0.1$，经典瑞利散射相函数，前向和后向呈对称性分布。

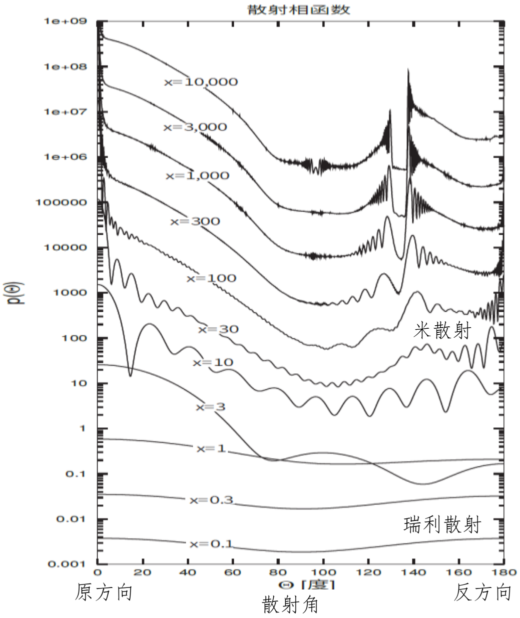
米散射　① 对于$x = 3$，在Θ 约为0° 至40° 内有一个散射增强的宽瓣。

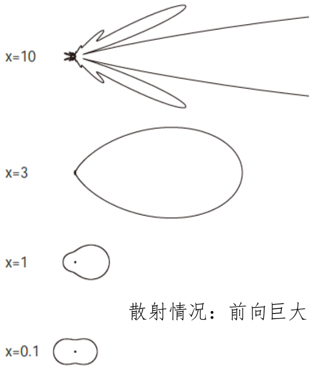
② 随着x 增加，**前向散射瓣**变得**更窄**和**更强**。

几何光学　对于非常大的x，该所谓的前向衍射峰开始类似于δ 函数。

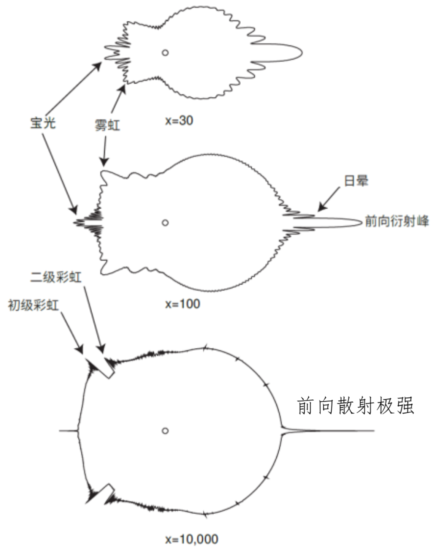
随着x 增大，相函数的**其余部分变得更加复杂**，呈现出更多的涟漪毛刺。集中在彩虹区域。

对于$x \geq 100$，在$\Theta \approx 140°$ 时出现主虹，在$\Theta \approx 130°$ 时出现附虹，在$\Theta \approx 180°$ 时出现宝光。





散射情况：前向巨大



取对数后的散射相函数

10.4.6 光学现象

曙暮辉光　光穿过云层后基本往前走（注意：光能被看到是因为发生了散射被人眼看到，但大部分往前）

日华　用植物遮住太阳，被遮住的地方，即**太阳附近的震荡**（日晕等）。花粉也能产生这种现象。

宝光　位于太阳后方，即散射角180°，其正中心为观测者自己的影子，也称为**佛光**。

强前向散射

日华

宝光

佛光

雾虹

10.5 粒子谱分布

尺度谱分布 现实中存在大量不同的粒子，要考虑多种粒子的散射情况。

粒子尺度谱分布：$n(r)dr = \{$(单位空气体积里)半径落于 $[r, r+dr]$ 范围内粒子数目$\}$

单位：单位体积单位 r 区间 $[\mathrm{m^{-3}\mu m^{-1}}]$

体消光系数 $\beta_e = \int_0^\infty n(r)Q_e(r)\pi r^2 dr$

体散射系数 $\beta_s = \int_0^\infty n(r)Q_s(r)\pi r^2 dr$

散射相函数 各个方向的散射截面比上总的截面：$p(\cos\Theta) = \frac{1}{\beta_s}\int_0^\infty n(r)Q_s(r)\pi r^2 p(\cos\Theta; r)dr$

非对称因子 $g = \frac{1}{\beta_s}\int_0^\infty n(r)Q_s(r)\pi r^2 g(r)dr$