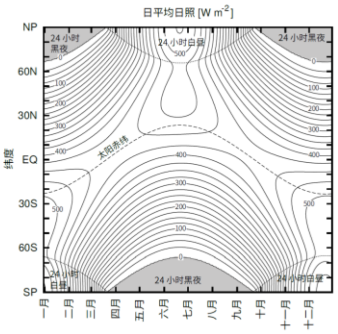
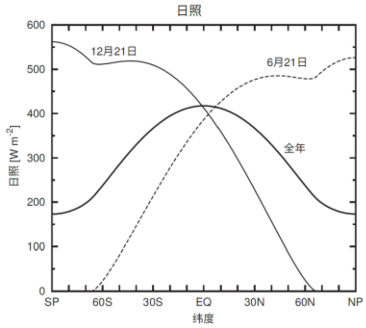
第三章 基本辐射物理量



随纬度和时间函数变化的大气顶日平均太阳辐射通量



随纬度函数变化的大气顶日平均太阳辐射通量，包括夏至日、冬至日和年平均三种情况

3.1 辐射通量密度

辐射通量密度 也称为**辐照度** ***flux density***，是电磁辐射在**单位时间**里通过**单位面积表面**所传输的总能量。

$dF = \frac{dE}{dAdtd\lambda}$ $F \sim (\vec{r}, \vec{n}, t, \lambda)$ 则有$3+2+1+1=7$个自由度，是个很复杂的函数。

该表面可以是真实的(如地面、云顶、探测器)或假象的平面(如任意大气水平面)

宽带通量密度 指定$\boldsymbol{\lambda_1}$ **和**$\boldsymbol{\lambda_2}$**内**所有波长贡献的辐射通量密度，例如太阳常数。单位：$\mathrm{W \cdot m^{-2}}$。

单色通量密度 F_λ（又称为光谱通量密度）可以定义为$F_\lambda = \lim_{\Delta\lambda \to 0} \frac{F(\lambda, \lambda+\Delta\lambda)}{\Delta\lambda}$

其中$F(\lambda, \lambda+\Delta\lambda)$是介于$\lambda$和$\lambda+\Delta\lambda$波长区间贡献的辐射通量密度。典型单位：$\mathbf{Wm^{-2}\mu m^{-1}}$

因此$[\lambda_1, \lambda_2]$ 的宽带辐射通量密度等于$F(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F_\lambda d\lambda$

例题 在0.3 μm 和1.0 μm波长范围内，入射物体表面的总辐射通量为200 Wm^{-2}。

(a) 在该波长区间的**平均光谱（单色=光谱）通量**是多少？答案单位应为$Wm^{-2}\mu m^{-1}$。

(b) 若光谱通量不随波长变化，那么仅由0.4 μm至0.5 μm波长区间贡献的总通量是多少？

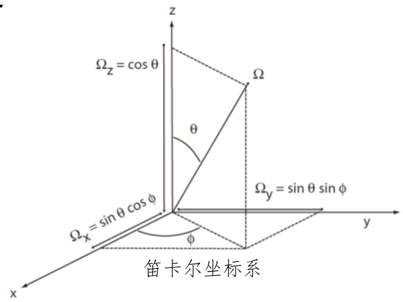
(c) 完全由0.5 μm 波长辐射贡献的总通量（单位Wm^{-2}）是多少？

① 根据定义可知平均光谱辐射通量为$F_\lambda = \frac{F}{\Delta\lambda} = \frac{200\mathrm{Wm^{-2}}}{1.0\mu m - 0.3\mu m} = 285.7\mathrm{Wm^{-2}}\mu m^{-1}$

② 该波长区间的总辐射通量为$F_b = F_\lambda \Delta\lambda = 285.7W\mathrm{m^{-2}}\mu\mathrm{m^{-1}} \cdot (0.5\mu m - 0.4\mu m) = 28.6W\mathrm{m^{-2}}$

③ 只有在波长区间贡献的辐射通量密度可能不为零，因此**答案为零**

3.2 辐射强度



笛卡尔坐标系

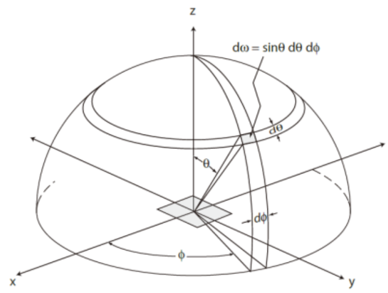
3.2.1 立体角

引入 大量方向组成的一个小区域，即**立体角** ***Solid Angle***。

球坐标系 其中天顶角θ、方位角ϕ。因此，若在笛卡尔坐标系中方向$\hat{\Omega}$表示为$(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$，而在球坐标系中可以表示为$(\theta, \phi)$

立体角 物体相对某视点的立体角定义为该物体在以**此视点为球心**的**单位球上**的**投影表面面积** **定义**：$d\Omega = \frac{d\sigma_{表面积}}{r^2_{球半径}} = \sin\theta \, d\theta_{天顶角} d\phi_{方位角}$

单位：球面度 Sr



立体角和球极坐标之间的关系

例题 考虑一块云，当从地面某个位置对它进行观测时，它所占的天空区域为 $\pi/4 < \theta < \pi/2$ 和 $0 < \phi < \pi/8$。

求 (a) 云所包含的立体角是多少？ (b) 天空被云覆盖的百分比是多少？

① 云包含的立体角等于立体角微元的二重积分$\Delta\omega = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \, d\theta d\phi = 0.28$ Sr

② 考虑到所有方向组成的立体角是4π，而天空方向半球具有2π球面度的立体角，则 $\frac{\Delta\omega}{2\pi} = 4.4\%$

3.2.2 辐射强度

引入 天空各个方向辐射不同，辐射通量密度没有刻画**辐射流向**的信息，只能提供流过面源的通量。
我们需要分辨**各个方向**上的辐射，我们借助立体角度量方向。

定义 **辐射强度** ***radiant intensity***（又称为**辐亮度、辐射率**）$I(\hat{\Omega})$是指在特定方向$\hat{\Omega}$上**单位立体角内**传输的辐射通量（**由垂直于光束的面元进行度量**）。朝$\hat{\Omega}$方向看，识别出一个非常小的单元场景，其立体角为$\delta\omega$。

垂直于光束观测仅由那个小单元传来的辐射通量δF，进而$\hat{\Omega}$方向的**辐射强度**表示为 $\boldsymbol{I(\hat{\Omega}) = \frac{\delta F}{\delta \omega}}$

高级定义 $\boldsymbol{I = \frac{dE}{dA_\perp d\omega dt d\lambda}}$ $\quad I \sim (\vec{r}, \vec{\Omega}, t, \lambda)$ 则有$3+2+1+1=7$个自由度，与通量密度一致(限定面源方向)

$\boldsymbol{I = \frac{dE}{dA \cdot \cos\theta d\omega dt d\lambda}}$ $\quad \cos\theta = \vec{n}\cdot\vec{\Omega}$ 如果不限定垂直于光束的面元度量，需要投影到垂直的平面。

单位 $\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot Sr^{-1} \cdot \mu m^{-1}}$

强度守恒 在**真空中**或者在其他透明的介质中，**沿任意光学路径的辐射强度都是守恒的**，辐射强度是**基本物理量**。而辐射通量密度是改变的(面积改变)。 太阳辐射发出量不变，通量密度随距离增大而反比减小，然而辐射强度保持不变，因为距离增大，立体角相应减小，因此$\delta\omega \propto 1/R^2$。

证明：$\Delta\omega = \iint \sin\theta \, d\theta d\phi = \int_0^\theta \int_0^{2\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi(1-\cos\theta)$ 做泰勒展开：$\cos\theta = 1 - \frac{1}{2!}\theta^2 + \cdots$

$$\Delta\omega \approx 2\pi\left(\frac{\theta^2}{2}\right) = \pi\theta^2 \approx \pi\sin\theta^2 = \pi\left(\frac{R_s}{R}\right)^2$$ 则与距离的平方成反比。

遥感卫星上单个像素上检测的就是辐射强度。

例题 1. 对于在演讲中使用的典型激光笔，它的功率为$5mW$，它发射的准平行光束(圆柱)直径为$5\ mm$。
(a) 那么垂直于光束的**辐射通量密度**是多少？相比于典型晴空的太阳辐射通量$1000\ Wm^{-2}$，谁大谁小？
(b) 如果假设光束局限在**角直径 1 毫弧的圆锥体**内，那么光束**辐射强度**是多少？单位为$\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot Sr^{-1}}$。相比于由上述太阳辐射通量和**角直径为0.5**的太阳圆盘计算而来的太阳光辐射强度，谁大谁小？

① 垂直于光束的辐射通量密度等于功率与光束横截面积的比值：$F_{激光} = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{\pi(D/2)^2} = \frac{5\mathrm{mW}}{\pi(2.5\mathrm{mm})^2}$

$= \frac{5\times10^{-3}\mathrm{W}}{\pi(2.5\times10^{-3}\mathrm{m})^2} = 254.6\mathrm{Wm^{-2}}$ 激光笔的辐射通量密度大约只有**太阳辐射的四分之一左右**

② 为计算辐射强度，我们将通量密度除以光束投影的立体角。考虑到激光和太阳光束所占的立体角非常小，所以采用**小角近似**来计算立体角：

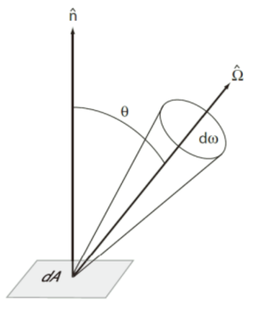
$\delta\omega_{激光} = \pi\left(\frac{\theta_{激光}}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{1\mathrm{mrad}}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{10^{-3}}{2}\mathrm{rad}\right)^2 = 7.8540\times10^{-7}\mathrm{sr}$ 明显激光立体角远小于太阳

$\delta\omega_{太阳} = \pi\left(\frac{\theta_{太阳}}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{0.5^\circ}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{0.5}{180}\times\frac{\pi}{2}\mathrm{rad}\right)^2 = 5.9811\times10^{-5}\mathrm{sr}$ 根据辐射强度定义可知

$I_{激光} = \frac{F_{激光}}{\delta\omega_{激光}} = \frac{254.6\mathrm{Wm^{-2}}}{7.8540\times10^{-7}}\mathrm{sr} = 3.2417\times10^8\mathrm{Wm^{-2}sr^{-1}}$ 所以 $\frac{I_{激光}}{I_{太阳}} \approx 19$

$I_{太阳} = \frac{F_{太阳}}{\delta\omega_{太阳}} = \frac{1000\mathrm{Wm^{-2}}}{5.9811\times10^{-5}}\mathrm{sr} = 1.6719\times10^7\mathrm{Wm^{-2}sr^{-1}}$ 激光笔的辐射强度大约是**太阳的 19 倍**

3.3 两者之间的联系



沿$\hat{\Omega}$方向传输的光束通过面元dA所携带的辐射通量密度正比于$\cos\theta = \hat{n}\cdot\hat{\Omega}$。

向上的通量密度 对辐射强度在半球立体角上积分：$\boldsymbol{F^\uparrow = \int_{2\pi} I^\uparrow(\hat{\Omega})\hat{n}\cdot\hat{\Omega} d\omega}$ 通用表达

$\boldsymbol{F^\uparrow = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I^\uparrow(\theta,\phi)\cos\theta}\sin\theta\, d\theta d\phi$ 其中$\cos\theta = \hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\Omega}$ Z坐标

向下的通量密度 $F^\downarrow = -\int_0^{2\pi}\int_{\pi/2}^{\pi} I^\downarrow(\theta,\phi)\cos\theta\sin\theta\, d\theta d\phi$ 保证通量密度为正

净辐射通量密度 $\boldsymbol{F}^{\mathbf{net}} \equiv \boldsymbol{F}^{\uparrow} - \boldsymbol{F}^{\downarrow} = \int_{4\pi} I^{\uparrow}(\widehat{\Omega})\hat{\mathrm{n}} \cdot \widehat{\Omega} d\omega$ 处理能量平衡，常用于气候研究。

特殊情况 上式积分主要由不同位置辐射强度不同所致，对于各向同性辐射强度情况，$\boldsymbol{F = \pi I}$

例题 1. 如果入射到表面的辐射强度在所有方向上都是均匀的，且由常数I表示，证明$F = \pi I$。

设球坐标z 轴方向与该表面法向方向重合，根据辐射强度与通量密度之间的联系可得：

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I \cos\theta \sin\theta \, d\theta d\phi \ = 2\pi I \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \ = 2\pi I \frac{1}{2} = \pi I$$

注意，这可以近似描述**阴霾天空下水平表面的照明情况**、漫反射的物体(黑板、白墙)，也可以描述离开表面的辐射通量和强度之间的关系，如果地表在所有方向上发射强度均匀的辐射。