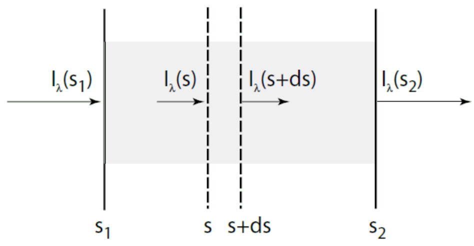
第七章 基于发射的辐射传输方程

7.1 施瓦兹希尔德方程



该介质中不考虑散射$\beta_a = \beta_e$

7.1.1 施瓦兹希尔德方程

7.1.1.1 施瓦兹方程基本形式

方程概述 施瓦兹方程同时考虑了辐射传输的**吸收和发射**。由于热红外波长远大于大气分子半径，散射不考虑同时，云接近于黑体，其散射同样可以忽略 （然而，有文献表明，薄云的多次散射仍然较强）

推导 对于$\tilde{\omega} = 0$（不散射）的情况，沿任意路径的**无限微元**的**辐射净改变**：

① 在纯吸收介质中，经过微元路径ds **吸收引起的辐射衰减** $dI_{\text{abs}} = -\beta_{\text{a}} I ds$

② 在**局地热平衡条件**下，经过微元路径ds **发射引起的辐射增强** $dI_{\text{emit}} = \beta_{\text{a}} B ds$

吸收率=发射率，且吸收率为 $dI_{abs}/I = \beta_a ds$，上式中B为黑体发射辐射 $B_\lambda(T)$

方程 $\boldsymbol{\frac{dI}{ds} = \beta_{\text{a}}(B - I)}$ 施瓦兹希尔德方程（**无散射介质辐射传输方程**）

完整形式：$dI(s) = -I(s)\beta_a(s)ds + B_\lambda(T)\beta_a(s)ds$

7.1.1.2 施瓦兹方程的求解

基本定义 **定义**任意点 s 和探测器 S 之间的光学厚度$\tau(s) = \int_s^S \beta_a(s')ds'$，因此**光学厚度微分** $d\tau = -\beta_a ds$

方程求解 将上式代入施瓦兹希尔德方程可得 $\frac{dI}{d\tau} = I - B \Rightarrow \frac{dI}{d\tau} - I = -B$ ，将该式两边同时乘以积分因子$e^{-\tau}$

$\frac{d}{d\tau}[Ie^{-\tau}] = -Be^{-\tau}$ 在探测器**位置$\boldsymbol{\tau = 0}$**（下限）和**某些任意点 $\boldsymbol{\tau'}$**（上限）的 τ 区间上对上式进行积分：

方程形式 **大气红外辐射传输方程**：

$$\boldsymbol{I(0) = I(\tau')e^{-\tau'} + \int_0^{\tau'} Be^{-\tau} d\tau}$$

几乎所有有关大气发射和吸收的常规辐射传输问题都可以通过该大气红外辐射传输方程来理解。

物理含义 ① 左边 $I(0)$表示位于 $\tau = 0$ 探测器观测到的辐射强度

② 右边第一项表示**路径远端$\boldsymbol{\tau'}$**的任意辐射源的直射辐射强度贡献。

③ 右边第二项表示由来自视线方向，探测器与 τ' 之间各位置 τ 的热发射$Bd\tau$ 的直射辐射强度贡献。

7.1.2 不同形式的红外大气辐射传输方程

光学厚度 基于**光学厚度 $\boldsymbol{\tau}$** 的大气红外辐射传输方程 $I(0) = I(\tau')e^{-\tau'} + \int_0^{\tau'} Be^{-\tau}d\tau$

透过率 基于**透过率 $\boldsymbol{t}$** 的大气红外辐射传输方程 $I(0) = I(\tau')t(\tau') + \int_{t(\tau')}^{1} B(\tau)dt$

路径距离 基于**路径距离 $\boldsymbol{s}$** 的大气红外辐射传输方程 $I(S) = I(s_0)t(s_0) + \int_{s_0}^{S} B(s)W(s)ds$

其中发射权重函数 $W(s) = \frac{dt(s)}{ds} = \beta_a(s)t(s)$