

第四章 垂直升降过程

4.1 干绝热垂直升降过程

定义 垂直绝热升降过程中，假设讨论对象是干空气或无凝结且不包含液水的湿空气（即未饱和干空气），称之为干绝热过程。该过程中**位温不变，温度下降，比湿不变，水汽压下降**

干绝热减温率

推导 干绝热过程： $\delta q = c_p dT - v dp = 0 \Rightarrow c_p dT = \frac{RT}{P} dP$ 静力平衡： $\frac{dP}{dz} = -\rho g$

公式 $\Gamma_{dry} = -\frac{dT}{dz} = \frac{RT}{P} \frac{dP}{dz} \frac{1}{c_p} = \frac{RT}{\rho RT} - \rho g \frac{1}{c_p} = -\frac{g}{c_p} = -9.8^\circ\text{C}/\text{km}$ 可以理解为**大气降温的最大值**

露点减温率

定义 $\Gamma_{dew} = -\frac{dT_d}{dz}$ （等饱和混合比线） 其中 T_d 不知道，但知道其和饱和水汽压有关

推导 根据 $\begin{cases} \frac{de}{dz} = \frac{de_s(T_d)}{dz} = \frac{de_s(T_d)}{dT_d} \frac{dT_d}{dz} \\ e = \frac{\omega P}{\omega + \varepsilon} \end{cases} \Rightarrow \frac{de}{dz} = \frac{\omega}{\omega + \varepsilon} \frac{dP}{dz} = \frac{e}{P} \frac{dP}{dz} \Rightarrow \frac{de_s(T_d)}{dT_d} \frac{dT_d}{dz} = \frac{e_s(T_d)}{P} \frac{dP}{dz}$

通过 C-C 方程： $\frac{de_s(T_d)}{dT_d} = e_s(T_d) \frac{l_v}{R_v T_d^2}$ 故： $\frac{dT_d}{dz} = \frac{e_s(T_d)}{P} \frac{dP}{dz} \frac{dT_d}{de_s(T_d)} = \frac{e_s(T_d)}{P} \frac{dP}{dz} \frac{R_v T_d^2}{e_s(T_d) l_v}$

公式 $\Gamma_{dew} = -\frac{dT_d}{dz} = \frac{R_v T_d^2 g}{l_v R T} \approx \frac{T_d^2 g}{0.622 l_v T}$

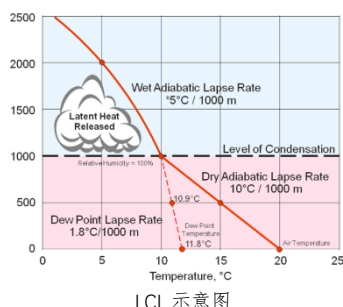
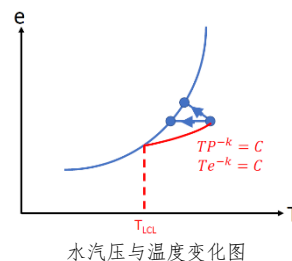
内容 ① 公式中 l_v 约等于常数（汽化潜热约等于常数）
② 减温率不是常数，随着温度有变化。**对流层范围在1.7 – 1.9°C，平均状态大气可取1.8°C**

抬升凝结高度 Lifting Condensation Level

定义 未饱和湿空气干绝热上升刚好达到饱和的高度，对应于**热力对流积云的云底高度**（不是所有云的云底高，适用于对流云和地形云）

在 LCL 高度的**气压和温度**分别称为**饱和气压**和**饱和温度**

计算 干绝热线： $T(z) = T_0 - \Gamma_{dry}(z - z_0)$
露点减温线： $T(z) = T_{d0} - \Gamma_{dew}(z - z_0)$
两条线的交点为： $T_0 - \Gamma_{dry}(z - z_0) = T_{d0} - \Gamma_{dew}(z - z_0)$
可得： $z = \frac{T_0 - T_{d0} + \Gamma_{dry} z_0 - \Gamma_{dew} z_0}{\Gamma_{dry} - \Gamma_{dew}}$ 当 $z_0 = 0\text{m}$ 时， $z \approx \frac{T_0 - T_{d0}}{8}$



4.2 湿绝热升降过程

定义 饱和气块（含有液态水的气块）的绝热垂直升降过程。该过程有液态水凝结相变。
关于抬升促进性，**凝结潜热**本身有利于云的抬升，但一旦降水便能量耗散，此为彼此竞争关系。
对流核心区可近似看为湿绝热过程

4.2.1 可逆绝热过程

可逆湿绝热过程 ① 对于包含干空气、饱和水汽、液态水的气块，系统可逆变化，则**系统总熵不变**。
② 湿绝热过程中，**气块始终饱和**
③ 假设仅有干空气时 T_0 ，中部任意状态 T ，结束状态(饱和)为 T'

可逆湿绝热方程

推导

$$\begin{array}{c} T_0 \\ P_{d0} \\ m_{d\text{干空气}} \\ m_{v\text{水汽}} = 0 \\ m_{w\text{液态水}} = m_t \end{array} \xrightarrow{\text{增温}} \begin{array}{c} T \\ P_{d0} \\ m_d \\ m_v = 0 \\ m_w = m_t \end{array} \xrightarrow{\text{增压}} \begin{array}{c} T \\ P_d \\ m_d \\ m_v = 0 \\ m_w = m_t \end{array} \xrightarrow{\text{蒸发}} \begin{array}{c} T \\ P_d \\ m_d \\ m_v \\ m_w \end{array}$$

对应左侧四个阶段参量

$$\Delta S = \frac{\Delta q}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{总熵变化为零}$$

$$\Delta S_{\text{增温}} = (m_d c_{pd} + m_t c_w)(\ln T - \ln T_0) \quad \Delta S_{\text{增压}} = -m_d R_d (\ln P_d - \ln P_{d0}) \quad \Delta S_{\text{蒸发}} = \frac{l_v m_v}{T}$$

$$\text{相加为零: } \Delta S = \Delta S_{\text{增温}} + \Delta S_{\text{增压}} + \Delta S_{\text{蒸发}} = 0$$

$$\text{求解任意两点的方程: } \Delta S = (m_d c_{pd} + m_t c_w)(\ln T - \ln T_0) - m_d R_d (\ln P_d - \ln P_{d0}) + \frac{l_v m_v}{T}$$

$$\Delta S' = (m_d c_{pd} + m_t c_w)(\ln T' - \ln T_0) - m_d R_d (\ln P_d' - \ln P_{d0}) + \frac{l_v m_v'}{T'}$$

$$\text{联立方程有: } \Delta S = \Delta S' = 0 \quad \Delta S - \Delta S' = 0$$

$$\text{则: } (m_d c_{pd} + m_t c_w)(\ln T' - \ln T) - m_d R_d (\ln P_d' - \ln P_d) + \left(\frac{l_v m_v'}{T'} - \frac{l_v m_v}{T} \right) = 0$$

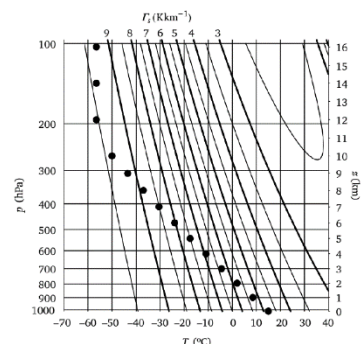
方程 最终可得: $(C_{pd} + w_t C_w) d \ln T - R_d d \ln P_d + d \left(\frac{l_v w_s}{T} \right) = 0$ (可逆过程气块饱和, $w_s = w_v$ 已替换)

该方程即为饱和气块按可逆湿绝热上升运动时的热量方程

湿绝热减温率

公式
$$\Gamma_{sat} = \Gamma_{dry} \cdot \frac{1 + \frac{l_v w_s}{R_d T}}{1 + \frac{l_v^2 w_s}{c_p R_p T^2}} = \frac{\Gamma_{dry}}{1 + \frac{l_v^2 w_s}{c_p R_p T^2}}$$

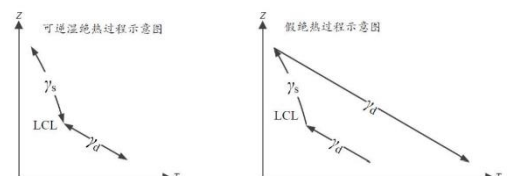
注意 ① 在对流层下部的暖湿气层中，饱和气块温度**下降较慢**，因为有大量水汽可以凝结，约为 5°C ，中部代表性数值 7°C
② 上部几乎没有水汽了，湿绝热减温率接近于干绝热减温率 9.8°C
由于饱和水汽压变化曲线，每变化一度，能凝结出来的水汽减少)



黑点为一条湿绝热线

湿绝热上升的两种极端形式

- ① **可逆湿绝热过程**: 有云无降水，且云与周围空气无混合
- ② **假绝热过程**: 全部为降水（无云）
- ③ **真实情况**在这两种极端情况之间



两种极端状况示意图

4.2.2 假绝热过程

条件 开放系统

过程 ① 干绝热上升

② 气块继续上升，凝结出的液态水**立刻脱离气块**，但**潜热仍保留在气块中**

整个过程的熵变化由干空气和饱和水汽混合比 w_s 来确定，由于凝结释放的潜热仍保留在气块中，因此可认为是近似的绝热过程，**熵近似不变**。

假绝热方程

与可逆湿绝热方程类似，把**总水混合比**换为**饱和水汽混合比**即可（只剩水汽，液水掉出）

$$(C_{pd} + w_s C_w) d \ln T - R_d d \ln P_d + d \left(\frac{l_v w_s}{T} \right) = 0$$

该式是饱和气块按照假绝热上升运动时的热量方程。

由于 $w_s C_w \approx w_t C_w \ll C_{pd}$ ，所以可逆湿绝热方程与假绝热方程都近似于：

$$(C_{pd}) d \ln T - R_d d \ln P_d + d \left(\frac{l_v w_s}{T} \right) = 0$$

相当位温 θ_e

来源 饱和湿空气的垂直升降过程有相变，因此位温会变化，需要新设计一个不变量。

定义 气块干绝热上升到 LCL，再湿绝热上升直到所有水汽凝结为液态水，含有**液态水和干空气**的气块下降到 1000hPa 时所具有的温度（下降过程中不考虑相变）。

公式

$$\theta_e = T \left(\frac{1000}{P_d} \right)^{\frac{R_d}{C_{pd} + w_s C_w}} \cdot \exp \left[\frac{l_v w_s}{(C_{pd} + w_s C_w) T} \right]$$

注意

① θ_e 称为相当位温

② θ_e 为**当其饱和混合比 w_s 为零时空气块的位温**。（当水汽含量上升到一定高度全部凝结为零）

③ 要在热力学图上得到 θ_e ，把气块沿**假绝热线**绝热抬升直到**假绝热线平行于到干绝热线**（没有水汽，因此平行），然后沿**干绝热线**绝热压缩 1000 hPa

④ θ_e 在**干绝热和饱和绝热过程**中都是**守恒的**，是标识空气团的一个很好的示踪量

假相当位温 θ_{se}

定义 气块干绝热上升到 LCL，再湿绝热上升直到所有水汽凝结成液态水并**立刻落下离开气块**，剩下的干空气下降到 1000 百帕所具有的温度。（实际上，**不沿着干绝热减温线下降**，此处 $c_p = c_{pd} + w_s c_w$ ）

公式

$$\theta_{se} = T \left(\frac{1000}{P_d} \right)^{\frac{R_d}{C_{pd} + w_s C_w}} \cdot \exp \left[\frac{l_v w_s}{(C_{pd} + w_s C_w) T} \right]$$

但由于 $w_s C_w \approx w_t C_w \ll C_{pd}$ ，可得 $\theta_{se} \approx \theta_e \approx T \left(\frac{1000}{P_d} \right)^{\frac{R_d}{C_{pd}}} \cdot \exp \left[\frac{l_v w_s}{C_{pd} T} \right]$

假湿球温度 T_{sw} 与假湿球位温 θ_{sw}

定义 未饱和气块经过干绝热过程上升达到饱和后，再按照可逆湿绝热过程下降到**起始气压处**的温度，称为假湿球温度 T_{sw} ；沿可逆湿绝热过程下降到 1000 hPa 处的温度，称为假湿球位温 θ_{sw}

图解 一般认为**假湿球温度等于湿球温度**

