

# 第十五章 早期量子论

## 15.1 黑体辐射

### 15.1.1 热辐射

#### 热辐射

任何凝聚态物体在任何温度下都能辐射电磁波，一定时间内物体辐射能量的多少和辐射能量按波长的分布与**物体的温度**有关。这种与温度有关的辐射称为**热辐射**。

宏观物体内部带电粒子的无规律热运动是热辐射产生的原因，其能量以光速在空间中传播。

#### 单色辐出度

设某物体单位时间单位面积在某波长 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 的**微区域**的辐射能为 $dM_\lambda$

$$M_\lambda(T) = \frac{dM_\lambda}{d\lambda} \quad \text{为该物体对波长}\lambda\text{的单色辐射出照度，简称单色辐照度}$$

其为辐射体的辐射波长 $\lambda$ 和热力学温度 $T$ 的函数，且与物体材料及表面情况有关。

$$\text{单位: } \text{瓦} \cdot \text{米}^{-3} \quad \text{W} \cdot \text{m}^{-3} \quad (\text{单位时间的辐射能} \cdot \text{单位面积}(\text{米}^{-2}) \cdot \text{单位波长}(\text{米}^{-1}))$$

#### 辐出度

从物体单位表面上辐射的各种波长的**总辐射功率**为：

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda \quad M(T) \text{ 称为物体的辐射出照度，简称辐出度}$$

$$\text{单位: } \text{瓦} \cdot \text{米}^{-2} \quad \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$



#### 单色吸收比

$\alpha(\lambda, T)$  温度为 $T$ 的物体吸收波长在 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 内的电磁波能量与相应波长的入射电磁波能量之比

#### 单色反射比

$r(\lambda, T)$  温度为 $T$ 的物体反射波长在 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 内的电磁波能量与相应波长的入射电磁波能量之比

$$\text{两者关系} \quad \alpha(\lambda, T) + r(\lambda, T) = 1$$

#### 黑体

假设有一个物体在任何温度下对任何波长的入射辐射能的吸收比都等于1，这种理想物体称为**绝对黑体**，简称**黑体**。**小孔空腔表面的电磁辐射**就可以认为是黑体辐射

该物体全部吸收入射辐射能，无任何反射，发射各种波长热辐射能。

#### 现实情况

实际物体的热辐射具有**高度复杂性**：① 反射某些波长辐射能随物而异 ② 吸收某些波长辐射能随物而异 ③ 发射各种波长辐射能随物而异 所以一般物体的辐出度研究十分复杂。

#### 平衡辐射

任一物体辐射出去的能量必定等于在相同时间内吸收的能量，这种热辐射称为平衡辐射

$$\text{热平衡时: } \frac{M_{\lambda 1}(T)}{\alpha_1(\lambda, T)} = \frac{M_{\lambda 2}(T)}{\alpha_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{M_{\lambda 0}(T)}{\alpha_0(\lambda, T)} \quad \text{由于绝对黑体} \alpha_0(\lambda, T) = 1, \text{ 所以} \frac{M_\lambda(T)}{\alpha(\lambda, T)} = M_{\lambda 0}(T)$$

#### 基尔霍夫辐射定律

上式表明：任何物体的**单色辐出度与单色吸收比之比**等于同一温度下**绝对黑体的单色辐出度**。各种同温物体对同一波长辐射能的  $\frac{\text{单色发射能力}}{\text{单色吸收能力}} = C$  比值相同，等于黑体对同一波长辐射能的单色发射能力。

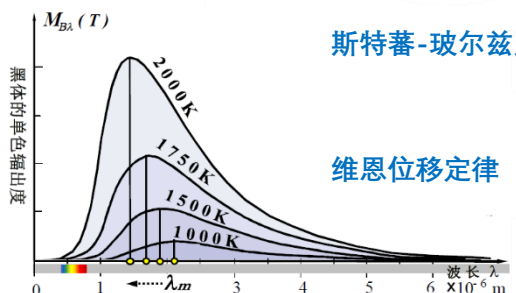
### 15.1.2 黑体辐射基本规律

$$\text{斯特藩-玻尔兹曼定律} \quad M_B(T) = \int_0^\infty M_{B\lambda}(T) d\lambda = \sigma T^4 \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

黑体辐出度  $M_B(T) \propto T^4$  黑体单色辐出度峰值随 $T$ 升高向短波方向移动

#### 维恩位移定律

$$\lambda_m = \frac{b}{T} \quad b = 2.898 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$$



### 15.1.3 普朗克辐射公式与能量子

#### 经典物理学导出理论

维恩公式

$$M_{\lambda 0}(T) = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-c_2/\lambda T} \quad \text{在短波波段与实验曲线相符}$$

瑞利金斯公式

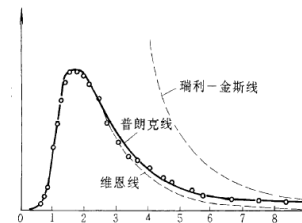
$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT \quad \text{在长波波段符合很好}$$

紫外灾难

当波长向短波方向不断变短时,  $M_{B\lambda}(T) \rightarrow \infty$ , 很明显不现实。

普朗克公式

其中  $c$  为真空光速,  $k$  为玻尔兹曼常量,  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$  为普朗克常量



$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

#### 普朗克能量子假设

其将经典物理学的两个公式综合在一起, 利用内插法, 获得上述经验公式。

其对上述经验公式进行了理论解释。1900 年, 普朗克在《关于正常光谱的能量分布定律的理论》一文中提出能量量子化假设, 量子论诞生。其内容主要为:

- ① 组成黑体腔壁的分子或原子可视为带电的线性谐振子
- ② 这些谐振子和空腔中的辐射场相互作用过程中吸收和发射的能量是量子化的, 只能取一些分立值:  $\varepsilon, 2\varepsilon, \dots, n\varepsilon$
- ③ 频率为  $\nu$  的谐振子, 吸收和发射能量的最小值  $\varepsilon = h\nu$  称为能量子。

意义

- ① 导出与实验曲线相吻合的经验公式, 解决了黑体辐射的困难。
- ② 引入能量量子化的概念, 是量子物理开端, 为爱因斯坦光子论和玻尔氢原子理论奠定基础。  
“敲响近代物理晨钟”
- ③ 普朗克常量  $h$  已经成为物理学中最基本、最重要的常数之一。

#### 15.1.4 例题

1. 实验测得太阳单色辐出度峰值对应的波长  $\lambda_m = 490 \text{nm}$ 。若将太阳当作黑体估算: 太阳表面温度  $T$  和太阳辐出度  $M_{B\lambda}(T)$ 。

$$\text{由维恩位移定律: } T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{490 \times 10^{-9}} = 5.91 \times 10^3 (\text{K})$$

$$\text{由斯特藩玻尔兹曼定律: } M_B(T) = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times (5.91 \times 10^3)^4 = 6.92 \times 10^7 (\text{W} \cdot \text{m}^{-2})$$

2. 由普朗克公式推导出维恩位移定律。

$$\text{有 } M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}, \quad \text{令 } \frac{dM_{B\lambda}(T)}{d\lambda} = 0 \text{ 求 } \lambda_m \quad \text{设: } x = \frac{hc}{kT\lambda}$$

$$\text{有: } \frac{dM_{B\lambda}(T)}{dx} = \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c^3} \cdot \frac{5x^4(e^x - 1) - x^5 e^x}{(e^x - 1)^2} = 0 \quad \text{得 } 5 - x = 5e^{-x} \text{ 作直线 } 5 - x \text{ 和曲线 } 5e^{-x}, \text{ 求得交点 } x \text{ 坐标}$$

$$x = 4.965 \text{ 即 } \frac{hc}{kT\lambda_m} = 4.965 \text{ 解得: } \lambda_m T = \frac{hc}{4.965k} = b = 2.898 \times 10^{-3} (\text{m} \cdot \text{K})$$

3. (1) 温度为室温(20°C)的黑体, 其单色辐出度的峰值所对应的波长是多少? (2) 若使一黑体单色辐出度的峰值所对应的波长在红色谱线范围内, 其温度应为多少? (3) 以上两辐出度之比为多少?

$$\text{① } \lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{293} \text{ nm} = 9890 \text{ nm}$$

$$\text{② 取 } \lambda_m = 650 \text{ nm}, \text{ 则 } T' = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{6.5 \times 10^{-7}} \text{ K} = 4.46 \times 10^3 \text{ K}$$

$$\text{③ } \frac{M(T')}{M(T)} = \left(\frac{T'}{T}\right)^4 = 5.37 \times 10^4$$

4. 假定恒星表面的行为和黑体表面一样, 如果测得太阳和北极星辐射波谱的分别为  $5100 \text{Å}$  和  $3500 \text{Å}$ , 试估计这些恒星的表面温度以及单位面积上所发射出的功率。

$$T_1 = \frac{b}{\lambda_{m1}} = 5682 \text{ K} \quad T_2 = \frac{b}{\lambda_{m2}} = 8279 \text{ K} \quad M_1 = 5.91 \times 10^7 (\text{W/m}^2) \quad M_2 = 2.66 \times 10^8 (\text{W/m}^2)$$

## 15.2 光电效应

### 历史发展

- ① 光电效应是由赫兹在 1887 年首先发现的,这一发现对认识光的本质具有极其重要的意义。
- ② 1905 年,爱因斯坦从普朗克的能量子假设中得到启发,提出光量子的概念,成功地说明了光电效应的实验规律。
- ③ 1916 年,密立根以精确的光电效应实验证实了爱因斯坦的光电方程,测出的普朗克常数与普朗克按绝对黑体辐射定律中的计算值完全一致。
- ④ 爱因斯坦和密立根分别于 1921 年和 1923 年获得诺贝尔物理学奖。

### 15.2.1 光电效应实验规律

#### 光电效应

金属中的自由电子在光的照射下,吸收光能而逸出金属表面,这种现象称为光电效应。

#### 光电子

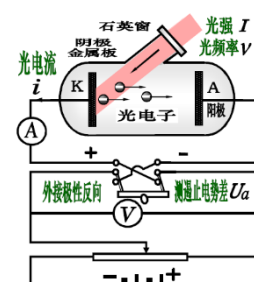
在光电效应中逸出金属表面的电子

#### 光电流

光电子在电场的作用下运动所提供的电流

#### 饱和光电流

增大AK之间的电压,电流表显示光电流在增大。当AK间电压足够大后,电流表读数不再改变,这就是饱和光电流。这表明光电效应中产生的光电子已能全部到达A极。所以升高电压电流也不会再增大。此时若再增大照射光强度,光电流会随之增大。入射光频率一定,饱和光电流与入射光强成正比。即在饱和状态下,单位时间由阴极发出的光电子数与光强成正比。

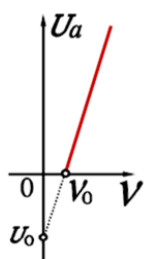


#### 最大初动能

光电效应中从金属出来的电子,有的从金属表面直接飞出,有的从内部出来沿途与其它粒子碰撞,损失部分能量,因此电子速度会有差异。直接从金属表面飞出的速度最大,其动能为最大初动能。

#### 遏止电压

在光电管上加减速电压,光电流逐渐减小,直到 $U_{AK}$ 达到某一负值 $U_a$ 时,光电流为零。此时的 $U_a$ 称为遏止电压。这时从阴极逸出的具有最大初动能的电子不能穿过反向电场到达阳极,所以电子的初

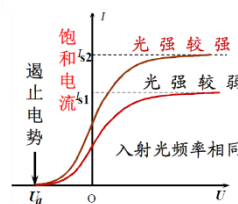


动能等于它克服电场力所做的功,有:  $eU_a = \frac{1}{2}mv_{max}^2$

实验表明:遏止电压大小与入射光频率成线性关系,与光强无关。

$$U_a = k\nu - U_0 \quad \text{其中 } k \text{ 为与材料无关的普适常量, } U_0 \text{ 为与材料有关的常量}$$

由此,光电子的最大初动能与入射光频率成正比:  $\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = ek\nu - eU_0$



#### 红限频率

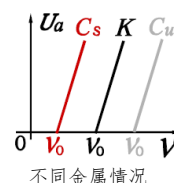
$$\nu_0 = \frac{U_0}{k}$$

推导: 由于动能大于零, 所以  $ek\nu \geq eU_0 \Rightarrow \nu \geq \frac{U_0}{k}$

#### 红限波长

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$$

不同金属有自己的截止频率



#### 逸出时间

只要入射光频率大于金属红限频率,几乎立即产生光电子,无论光强多大。( $< 10^{-9}s$ )

#### 基本实验规律

- ① 饱和光电流与入射光强成正比,即单位时间内逸出金属表面的光电子数,与入射光强成正比。
- ② 光电子的初动能与光强无关,但与入射光的频率成正比。  $\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = ek\nu - eU_0$
- ③ 光电效应存在一个截止频率(阈频率),当入射光的频率低于某一阈值时,不论光的强度如何,都没有光电子产生
- ④ 光电效应是瞬时效应,只要频率大于截止频率,光线一照射金属,立刻产生光电子,而无论光强多大。

### 15.2.2 经典理论的困难

#### 光的波动理论

- ① 能量是连续的(光是一种波)
- ② 振幅越大,光能越大,光的能量与频率无关。(遵从能量守恒)

#### 经典理论的解释

- ① 初动能与光强有关: 电子从具有一定振幅的光波中吸收能量而逸出其初动能应与光强有关
- ② 无红限: 不论什么频率,只要光足够强,总可连续供给电子足够的能量而逸出。
- ③ 响应快慢取决光强: 光强越弱,电子从连续光波中吸收并累积能量到逸出所需的时间越长。然而现实与上述三个推导全部矛盾。

### 15.2.3 爱因斯坦光子论及其对光电效应的解释

#### 爱因斯坦光电效应方程

方程表达  $h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = eU_a$

方程解释 一个光子的能量 = 金属中一个电子吸收一个光子能量(初动能 + 逸出功)

联系实验  $\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = ekV - eU_0$  可得  $h = ek$ ,  $A = eU_0$ , 故  $K = \frac{h}{e}$   $U_0 = \frac{A}{e}$

考虑到:  $\nu_0 = \frac{U_0}{k}$   $A = h\nu_0$   $\nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}$

#### 光子理论解释

- ① 频率 $\nu$ 一定, 光强 $I$ 越大, 则单位时间打在金属表面的光子数就越多, 产生光电效应时单位时间被激发而逸出的光电子数也就越多, 故饱和电流 $i_m$ 与光强 $I$ 成正比。
- ② 每一个电子所得到的能量只与单个光子的能量 $h\nu$ 有关, 即只与光的频率 $\nu$ 成正比, 故光电子的初动能与入射光的频率 $\nu$ 成线性关系, 与光强 $I$ 无关
- ③ 一个电子同时吸收两个或两个以上光子的概率几乎为零, 因此, 若金属中电子吸收光子的能量 $h\nu < A (A = h\nu_0)$ , 即入射光频率 $\nu < \nu_0$ 时, 电子不能逸出, 不产生光电效应。
- ④ 光子与电子发生作用时, 光子一次性将能量 $h\nu$ 交给电子, 不需要持续的时间积累, 故光电效应瞬时即可产生

#### 光的粒子性

光子具有质量、能量和动量。

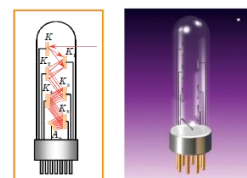
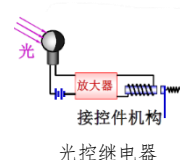
能量:  $E = h\nu$

相对论质量:  $m_\gamma = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$

动量:  $p = m_\gamma c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

#### 技术应用

1. 光电管: 将光信号转换为电信号
2. 光控继电器: 用于自动控制, 自动计数, 自动报警, 跟踪等。
3. 光电倍增管: 对微弱光线进行放大, 使光电流增大 $10^5 \sim 10^8$ 倍, 灵敏度高。



### 15.2.4 例题

1. 分别计算波长为 $400nm$ 的紫光和波长为 $10.0 pm$ 的X射线的光子的质量。

紫光光子质量为:  $m_1 = \frac{h}{c\lambda_1} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{3.00 \times 10^8 \times 4.00 \times 10^{-7}} kg = 5.53 \times 10^{-36} kg$

X射线光子质量为:  $m_2 = \frac{h}{c\lambda_2} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{3.00 \times 10^8 \times 1.00 \times 10^{-11}} kg = 2.21 \times 10^{-31} kg$

2. 用波长为 $400nm$ 的紫光照射某种金属, 观察到光电效应, 同时测量到遏止电势差为 $1.24V$ , 求  
(1) 求逸出的光电子的最大初动能 (2) 求该金属的红限和逸出功 $A$

① 动能有:  $\frac{1}{2}m_0v^2 = eU_0 = 1.60 \times 10^{-19} \times 1.24 = 1.984 \times 10^{-19} (J)$

② 有  $h\nu = h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{1}{2}m_0v^2$  故  $A = h\frac{c}{\lambda} - \frac{1}{2}m_0v^2 = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4.00 \times 10^{-7}} - 1.984 \times 10^{-19} = 2.99 \times 10^{-19} (J)$

又有  $h\nu_0 = A$  所以  $\nu_0 = \frac{A}{h} = \frac{2.99 \times 10^{-19}}{6.63 \times 10^{-34}} = 4.51 \times 10^{14} Hz$

3. 今用波长 $4000\text{\AA}$ 的紫光照射金属表面, 产生的光电子初速度为 $5 \times 10^5$ 米/秒。求:  
(1) 光电子的最大初动能 (2) 光电效应的红限频率

① 有  $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 1.14 \times 10^{-19} (J)$

② 又有  $\frac{hc}{\lambda} = A + E_k$  所以  $A = 3.83 \times 10^{-19} (J)$  考虑到:  $h\nu_0 = A$  所以  $\nu_0 = 5.776 \times 10^{14} (Hz)$

4. 从铝中移出一个电子需要 $4.2\text{ eV}$ 的能量,今有波长为 $2000\text{ \AA}$ 的光投射到铝表面。

(1)求逸出的光电子的最大初动能 (2)求遏止电压为多大? (3)光电效应红限时入射波波长

$$\textcircled{1} \text{ 由 } h\nu = \frac{1}{2}mc^2 + A \quad E_k = \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A = 3.23 \times 10^{-19}\text{ J} = 2.0\text{ eV}$$

$$\textcircled{2} \text{ 由 } E_k = eU_a \quad U_a = \frac{E_k}{e} = 2\text{ V} \quad \textcircled{3} \text{ 由 } \nu_0 = \frac{A}{h} = \frac{c}{\lambda_0} \quad \lambda_0 = 2960\text{ \AA}$$

5. 金属钾的红限频率为 $4.62 \times 10^{14}\text{ Hz}$ ,今用波长为 $436\text{ nm}$ 的光照射钾表面,求:

1、金属钾的逸出功 2、光电子的最大初动能 3、截止电压

$$\textcircled{1} A = h\nu_0 = 3.06 \times 10^{-19}\text{ J} = 1.9\text{ eV} \quad \textcircled{2} \frac{1}{2}mv^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A = 0.94\text{ eV}$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{2}mv^2 = eU_a \Rightarrow U_a = 0.94\text{ V}$$

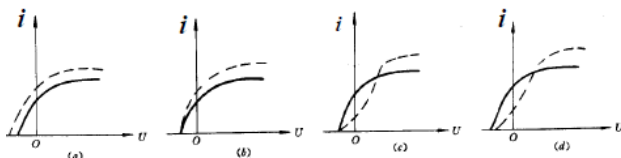
6. 用波长 $\lambda = 0.35\mu\text{m}$ 的紫外光照射金属钾做光电效应实验,求

(1)紫外光子的能量、质量和动量 (2)逸出光电子的最大初速度和相应的遏止电势差。

$$\textcircled{1} \varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 5.68 \times 10^{-19}\text{ (J)} \quad m = \frac{\varepsilon}{c^2} = 6.31 \times 10^{-36}\text{ (kg)} \quad P = \frac{h}{\lambda} = 1.89 \times 10^{-27}\text{ (Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\textcircled{2} \text{ 已知有 } A_{\text{钾}} = 2.25\text{ eV} \quad v_{0\text{max}} = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}} = 6.76 \times 10^5\text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}) \quad U_a = \frac{h\nu - A}{e} = 1.3\text{ (V)}$$

7. 以一定频率的单色光照射在某种金属上,测出其光电流曲线如图中实线所示。然后保持光的频率不变,增大照射光强度,测出其光电流曲线如图中虚线所示,哪一个图是正确的?

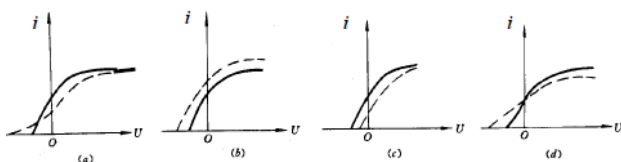


频率不变, 饱和电流只与光强有关  $I \nearrow \quad i_m \nearrow$

$$h\nu = A + \frac{1}{2}mu^2 = A + |eU| \quad \nu, A \text{ 不变, } |U| \text{ 不变}$$

故选择 B

8. 在光强不变的情况下,增大照射光的频率,测出其光电流曲线如图中虚线所示,不计转换效率与频率的关系,下列哪一个图是正确的?



光强  $I = Nh\nu$  不变,  $\nu \uparrow, N \downarrow, i_m \downarrow$

$$h\nu = A + \frac{1}{2}mu^2 = A + |eU|, \nu \uparrow, A \text{ 不变, } |U| \uparrow$$

故选择 D

9. 波长  $4000\text{ \AA}$  的光照射在逸出功为 $2.0\text{ eV}$ 的金属材料上,光射到金属单位面积上的功率为 $3.0 \times 10^{-9}\text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ,求:

1.单位时间内、单位面积金属上发射的光电子数 2.光电子的最大初动能

① 对于单光子光电效应,忽略吸收效率问题,金属发射的光电子数等于在同一时间内射到金属表面的光子数

$$N = \frac{w}{h\nu} = \frac{w\lambda}{hc} = \frac{3 \times 10^{-9} \times 4000 \times 10^{-10}}{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 6.03 \times 10^9$$

$$\textcircled{2} E_{km} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4000 \times 10^{-10}} - 2.0 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.77 \times 10^{-19}\text{ J}$$

10. 用波长为 $400\text{ nm}$ 的紫光照射某金属,观察到光电效应,测得遏止电势差为 $1.24\text{ V}$ ,试求该金属的红限和逸出功。

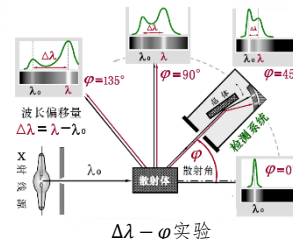
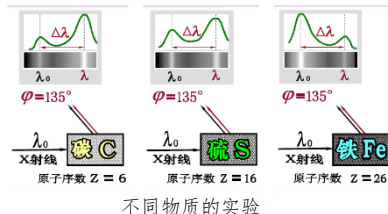
$$A = h\nu - \frac{1}{2}mv_m^2 \quad \text{两边同时除以普朗克常量, 得到: } \frac{A}{h} = \nu - \frac{mv^2}{2h} \quad \text{左边就是红限 } \nu_0$$

$$\text{所以 } \nu_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{mv^2}{2h} = \frac{c}{\lambda} - \frac{eU_a}{h} \quad (eU_a = \frac{1}{2}mv^2) \quad \text{所以 } \nu_0 = 4.51 \times 10^{14}\text{ Hz}$$

$$\text{有 } A = \nu_0 h = 4.51 \times 10^{14} \times 6.63 \times 10^{-34}\text{ J} = 2.99 \times 10^{-19}\text{ J} = 1.87\text{ eV}$$



## 15.3 康普顿效应



### 15.3.1 康普顿效应及其观测

**概述** 1920年,美国物理学家康普顿在观察X射线被物质散射时,发现散射线中含有**波长发生了变化**的成分

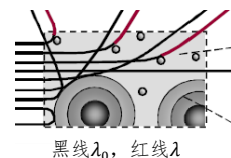
**康普顿效应** 用射线照射一散射体(如石墨)时,X射线发生散射,散射线中除有波长和入射线 $\lambda_0$ 相同的成分外,还有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的成分。这种现象称为康普顿效应。谱线 $\lambda$ 称为**位移线**。 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 称为**康普顿偏移**。

是指当X射线或伽马射线的光子跟物质相互作用, **因失去能量而导致波长变长的现象**

#### 实验情况简介

##### 基本设置

1. X射线: 其光子能量比可见光光子能量大上上万倍, 波长 $\lambda_0$
2. 散射体: 最初使用石墨, 其原子序数不大, 电子结合能不高
3. 原子核与内层电子组成原子实, 还有外层电子存在。



##### $\Delta\lambda - \varphi$

$\Delta\lambda$ 随 $\varphi$ 的增大而增大, 与物质种类无关。

##### 不同物质

相同散射角情况下, **各种物质对同一散射角, 波长偏移量相等**。

若散射物质的**原子序数增加**, 散射线中 $\lambda_0$ 谱线**强度增强**,  $\lambda$ 强度减弱。

##### 实验规律

- ① 散射光: 由瑞利散射(原波长) + 康普顿散射( $\lambda > \lambda_0$ 成分)组成
- ② 波长改变量: 与 $\lambda_0$ 和散射物质无关, 与散射方向 $\varphi$ 有关。且 $\varphi \uparrow \Delta\lambda \uparrow$ ;  $I_{\lambda_0} \downarrow, I_{\lambda} \uparrow$
- ③ **原子量越小的物质, 康普顿效应越显著**。 $\varphi$ 一定, $\Delta\lambda$ 一定,轻元素散射 $\frac{I_{\lambda}}{I_{\lambda_0}}$ 较大

### 15.3.2 光子论对康普顿效应的解释

#### 经典理论困难

1. 根据经典电磁波理论,当电磁波通过物质时,物质中带电粒子将作受迫振动,其频率等于入射光频率,所以它所发射的散射光频率应等于入射光频率: $\Delta\lambda = 0$
2. 电磁波为横波,在 $\varphi = 90^\circ$ 方向无散射波 经典物理无法解释康普顿效应

#### 光子论解释

##### 基本思想

1. X射线(光子流)与散射物质相互作用情况与散射物质种类无关。
2. 光子、电子均视为“点粒子”,所以一般**不考虑非弹性碰撞**(例如光电效应为完全非弹性)

3. 弹性碰撞: ① **瑞利散射**: 光子  $\leftrightarrow$  内层电子  $\xrightarrow{\text{束缚强}}$  光子  $\leftrightarrow$  整个原子  
由于 $m \ll M$ , 光子能量不变,  $\Delta\lambda = 0$

- ② **康普顿散射**: 光子  $\leftrightarrow$  外层自由静止电子  $\xrightarrow{\text{束缚弱}}$  光子  $\leftrightarrow$  自由电子  
光子能量减少, 电子反冲, 波长增大, 产生康普顿散射

原子量越小物质发生第二种碰撞概率越大,康普顿效应显著

##### 定量计算

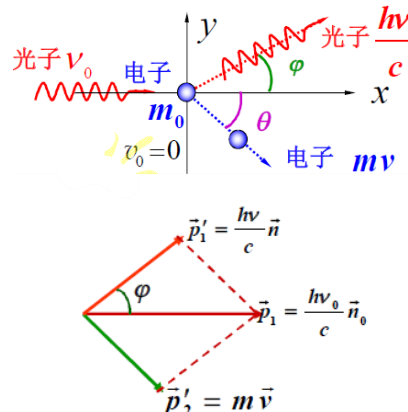
假设光子能量远大于自由电子热运动能量。全过程为弹性碰撞(能量、动量守恒)

	撞前	撞后
光子	$E_1 = h\nu_0, \vec{p}_1 = \frac{h\nu_0}{c} \vec{n}_0$	$E'_1 = h\nu, \vec{p}'_1 = \frac{h\nu}{c} \vec{n}$
电子	$E_2 = m_0 c^2, \vec{p}_2 = 0$	$E'_2 = mc^2, \vec{p}'_2 = m\vec{v}$
方程建立	能量守恒: $h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + mc^2$	

$$\text{动量守恒: } \frac{h\nu_0}{c} \vec{n}_0 = \frac{h\nu}{c} \vec{n} + m\vec{v}$$

$$\text{余弦定理: } m^2 v^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu_0}{c}\right)\left(\frac{h\nu}{c}\right) \cos \varphi$$

$$\text{质速关系: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$



$$\text{康普顿公式 } \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \lambda_c (1 - \cos \varphi) = \frac{h}{m_0 \text{电子静质量} c} (1 - \cos \varphi)$$

其中**电子康普顿波长**  $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2.43 \times 10^{-12}(\text{m}) = 0.00243(\text{nm})$  波长最大改变量为 $2\lambda_c$

### 说明

① 对于瑞利散射, 散射物质原子实的质量 $m_0$ 一般为 $10^{-26} \sim 10^{-23} kg$ 数量级, 故 $\frac{h}{m_0 c}$ 为 $10^{-16} \sim 10^{-19} m$ 数量级, 如此小的波长偏移量仪器无法分辨, 可以认为 $\Delta\lambda \rightarrow 0$

② 散射物质的原子序数增大, 原子核对电子的束缚力增强, 组成原子实的电子数目相对增多, 可作为自由电子看待的电子数目相对减少, 散射线中的 $\lambda$ 谱线强度相对减弱,  $\lambda_0$ 谱线的强度相对增强。

### 重要意义

理论结果与实验相符, 康普顿获 1927 年诺贝尔物理奖。

1. 证明了爱因斯坦光子理论的正确性
2. 证明了能量守恒、动量守恒定律的普适性
3. 证明相对论效应在宏观、微观均存在

### 与光电效应的联系:

① 康普顿效应与光电效应都涉及光子与电子的相互作用。

② 在光电效应中, 入射光为可见光或紫外线, 其光子能量为 $eV$ 数量级, 与原子中电子的束缚能相差不远, 光子能量全部交给电子使之逸出, 并具有初动能。光电效应证实了此过程服从能量守恒定律。吸收光子

③ 在康普顿效应中, 入射光为 X 射线或 Y 射线, 光子能量为 $10^4 eV$ 数量级甚至更高, 远大于散射物质中电子的束缚能, 原子中的外层的电子可视为自由电子, 光子能量只被自由电子吸收了一部分并发生散射。光子电子碰撞

④ 康普顿效应证实了此过程可视为弹性碰撞过程, 能量、动量均守恒, 更有力地证实了光的粒子性。

### 15.3.3 光的波粒二象性

#### 波粒二象性

单纯用粒子、波动模型都不能完整地描述光的性质。光性质的不同侧面:

波动性: 突出表现在传播过程中 (干涉、衍射)

粒子性: 突出表现在与物质相互作用中 (光电效应、康普顿效应、电子偶效应)

无法用经典语言准确建立光的模型。需要用量子力学描述。

#### 光量子力学模型

相对论能量和动量关系:  $E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$

$$\text{光子: } E_0 = 0, E = pc, p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\text{能量: } E = h\nu \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\text{概率波: } \frac{I}{I} \propto \frac{A^2}{N} \quad N \propto A^2 \quad \text{振幅越大, 表示光子数越多, 光子到达该处概率越大}$$

### 15.3.4 例题

1. 波长为 $\lambda_0 = 0.200 nm$  的 X 射线在某物质中产生康普顿散射, 在散射角为 $\varphi = 90^\circ$  的方向上观测到散射 X 射线  
(1) 散射 X 射线相对于入射线的波长改变量  $\Delta\lambda$  (2) 引起这种散射的反冲电子所获得的动能  $E_k$

$$\text{① 波长改变量: } \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = 2.43 \times 10^{-12} (1 - \cos 90^\circ) = 2.43 \times 10^{-12} m$$

$$\text{② 反冲电子所获得的动能 } E \text{ 等于 X 光子损失的能量: } E_k = mc^2 - m_0 c^2 = h\nu_0 - h\nu = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_0 + \Delta\lambda} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)}$$

$$E_k = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8 \times 2.43 \times 10^{-12}}{2.00 \times 10^{-10} \times (2.00 \times 10^{-10} + 2.43 \times 10^{-12})} J = 1.19 \times 10^{-17} J$$

$$\text{且入射 X 射线光子的能量为: } h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8}{2.00 \times 10^{-10}} J = 9.95 \times 10^{-16} J$$

2. 波长为 $\lambda_0 = 1.6 \times 10^{-10} m$  的 X 射线在某物质上产生康普顿散射, 在散射角为 $\varphi = 60^\circ$  的方向上观测到 X 射线。求散射 X 射线相对于入射线的波长改变量  $\Delta\lambda$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \lambda_c (1 - \cos \varphi) = 1.215 \times 10^{-12} m$$

3. 入射 X 射线的波长是 $5.00 \times 10^{-11} m$ , 求在散射角分别为  $45^\circ$ 、 $90^\circ$  以及  $180^\circ$  方向上散射的波长各为多少?

$$\text{有 } \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) \quad \varphi_1 = 45^\circ \quad \Delta\lambda_1 = 0.071 \times 10^{-11} \quad \lambda_1 = 5.07 \times 10^{-11} m$$

$$\text{同理: } \lambda_2 = 5.24 \times 10^{-11} m \quad \lambda_3 = 5.49 \times 10^{-11} m$$

4. 散射光线与入射光线之间的夹角为  $60^\circ$ , 散射光波长为  $0.0254\text{nm}$ , 试求出反射电子的动能。

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) = 1.22 \times 10^{-3}\text{nm} \Rightarrow \lambda = 24.1 \times 10^{-3}\text{nm} \quad E_k = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)} = 4 \times 10^{-16}\text{J}$$

5. 波长为  $10^{-10}\text{m}$  的辐射, 射到碳上, 从而产生康普顿效应。从实验中测得散射辐射的方向与入射辐射的方向垂直, 求: (1) 散射辐射的波长 (2) 反冲电子的动能和运动方向

$$\lambda' = 10.24\text{nm} \quad E_k = 4.66 \times 10^{-17}\text{J} \quad \theta = 44^\circ 18'$$

6. 在康普顿效应中, 入射的 X 射线波长为  $5.00 \times 10^{-2}\text{nm}$ , 求在散射角为  $60^\circ$  方向上散射 X 射线的波长和引起这种散射的反冲电子所获得的动能。

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) \quad \frac{h}{m_0c} = 2.43 \times 10^{-12}\text{m} \quad \lambda = \lambda_0 + \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) = 51.22 \times 10^3\text{nm}$$

$$E_k = h\nu_0 - h\nu = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)} = 9.5 \times 10^{17}\text{J}$$

7. 在波长为  $4.2 \times 10^{-3}\text{nm}$  的入射光子与散射物质中的自由电子发生碰撞, 碰撞后电子的速度达到  $1.5 \times 10^8\text{m/s}$ , 求散射光子的波长和散射角。

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\phi) \quad h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \quad \phi = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{(\lambda - \lambda_0)m_0c}{h} \right) = 68.5^\circ$$

8. 康普顿散射中, 入射光子的波长为  $0.030\text{A}$ , 反冲电子的速度为光速的  $60\%$ 。求散射光子的波长及散射角。

$$E_k = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) m_0c^2 = 2.04 \times 10^{-14}\text{J} \quad E_k = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0.043\text{A}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\phi) \quad \cos\phi = 0.465(\text{rad}) \Rightarrow \phi = 62.3^\circ$$

9. 假定某光子的能量  $\varepsilon$  在数值上恰好等于一个静止电子的固有能量  $m_0c^2$ , 求该光子的波长。

$$\text{设 } \varepsilon = h\nu = hc/\lambda = m_0c^2 \quad \text{得 } \lambda = \frac{hc}{m_0c^2} = \frac{h}{m_0c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} = 2.43 \times 10^{-12}(\text{m}) = 0.00243(\text{nm})$$

联想到康普顿波长  $\lambda_c = \frac{h}{m_0c}$  其数值恰等于本题所设光子的波长。即, 若一个光子的能量在数值上等于一个静止电子的固有能量时, 该光子的波长在数值上等于康普顿波长(在研究实物粒子的波动性时又称为电子的康普顿波长)

10. 用波长为  $200\text{nm}$  的光照射铝(铝的截止频率为  $9.03 \times 10^{14}\text{Hz}$ ), 能否产生光电效应? 能否观察到康普顿效应(假定所用的仪器不能分辨出小于入射波长的千分之一的波长偏移)?

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 3 \times \frac{10^8}{200 \times 10^{-9}} = 1.5 \times 10^{15}(\text{Hz}) > \text{截止频率} \quad \text{可产生光电效应}$$

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\phi}{2} \quad \phi = 180^\circ \text{时(逆向散射)} \Delta\lambda = \Delta\lambda_{\max} \quad \Delta\lambda_{\max} = 2\lambda_c = 2 \times 0.00243(\text{nm}) = 0.00486(\text{nm})$$

$$\frac{\Delta\lambda_{\max}}{\lambda_0} = \frac{0.00486\text{nm}}{200\text{nm}} = 0.0000243 < 0.001 \quad \text{观察不到康普顿效应}$$

11. 能量为  $0.5\text{MeV}$  的光子射中电子时, 该电子获得  $0.2\text{MeV}$  的动能。假设电子原本静止, 求

1. 散射光子波长、能量、动量和质量 2. 散射光子与入射方向的夹角。

$$\textcircled{1} \quad \text{由于能量守恒} \quad 0.5\text{MeV} + m_0c^2 = h\nu + 0.2\text{MeV} + m_0c^2 \quad \text{则散射光子能量: } 0.3\text{MeV}$$

$$\text{波长 } \lambda = \frac{hc}{E} = 4.14 \times 10^{-12}\text{m} \quad \text{动量 } p = \frac{h}{\lambda} = 1.6 \times 10^{-22} \quad \text{质量 } p = mc \Rightarrow m = \frac{h}{c\lambda}$$

$$\textcircled{2} \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_0 - \frac{hc}{E_0} = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\phi)$$



## 15.4 氢原子光谱和玻尔量子论

旧量子论	1900	普朗克能量量子论	经典物理在解释热辐射上的困难
	1905	爱因斯坦光子量子论	经典物理解释光电效应上的困难
	1913	玻尔氢原子理论	经典物理在解释氢光谱上的困难

### 15.4.1 原子的核型结构及其与经典理论的矛盾

历史发展	1897	J.J.汤姆孙发现电子	
	1903	汤姆孙: 葡萄干蛋糕模型 (枣糕模型)	原子中的正电荷和原子的质量均匀地分布在半径为 $10^{-10}m$ 的球体范围内,电子浸于其中
	1909	卢瑟福: 行星模型	原子的中心有一带正电的原子核,它几乎集中了原子的全部质量,电子围绕这个核旋转,核的尺寸与整个原子相比是很小的.这个结构模型有如太阳系中各行星绕太阳运动,故称为行星模型。

**经典理论矛盾**

① **原子寿命问题**: 电子绕核运动是加速运动必向外辐射能量,电子轨道半径越来越小,直到掉到原子核与正电荷中和,这个过程时间 $< 10^{-12}$ 秒,因此不可能有稳定的原子存在。

② **光谱连续问题**: 绕核运动的电子不断向外辐射电磁波,轨道半径随能耗而连续变小,因电磁波频率 $\nu \propto r^{-3/2}$ ,半径的连续变化,必导致产生连续光谱。

经典物理学理论的上述结论是与实际情况不符的。原子发光的光谱是线光谱,而不是经典物理学理论所预示的连续谱。

### 15.4.2 氢原子光谱的规律性

**巴耳末系** 1885 年瑞士数学家巴耳末发现可见光范围内氢原子光谱的四条谱线。  $H_{\alpha}H_{\beta}H_{\gamma}H_{\delta}$

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \text{ nm}, \quad n = 3, 4, 5, 6 \dots \quad B = 364.56 \text{ nm} \quad \text{波数 } \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, 5, 6 \dots$$

其中  $R = \frac{2^2}{B} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  为**氢原子里德伯常数**

**氢原子光谱公式** 波数  $\tilde{\nu}_{kn} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = T(k) - T(n)$  **光谱项**

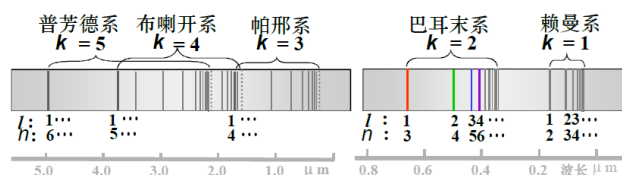
系序数  $k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad n = k + 1, k + 2, k + 3 \dots \quad T(k) = \frac{R}{k^2} \quad T(n) = \frac{R}{n^2}$

系内的线序数  $l \quad \text{系序数} + \text{线序数 } n = k + l \quad \tilde{\nu}_{kn} = 1/\lambda$

**谱系** **紫外** 莱曼系  $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 2, 3, \dots$

**可见光** 巴耳末系  $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, \dots$

**红外** 帕邢系、布拉开系、曾丰德系、汉弗莱系

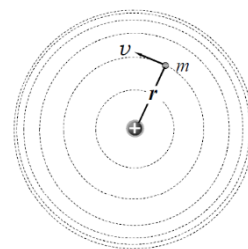


### 15.4.3 玻尔的量子论

**中心思想** **定态假设、量子化条件假设、频率条件假设**

**定态假设** 原子中的电子只能在一些**半径不连续**的轨道上作圆周运动。在这些轨道上运动的电子**不辐射(或吸收)能量**而处于稳定状态,称为**定态**。相应的轨道称为**定态轨道**

**量子化条件假设** 在定态轨道上运动的电子, 其**角动量只能取 $\frac{h}{2\pi}$ 的整数倍**, 即  $L = m_e v r = n \frac{h}{2\pi} = n \hbar$  称为角动量子化条件, 其中  $n = 1, 2, 3 \dots$  为**量子数**。

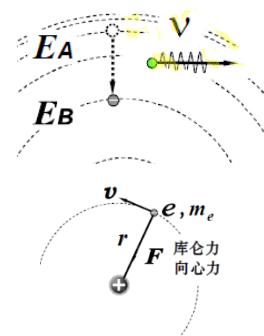


## 频率条件假设

电子从某一定态向另一定态跃迁时将发射(或吸收)光子。

若初态和终态的能量分别为 $E_A$ 和 $E_B$ 若 $E_A > E_B$ , 则**发射光子频率**

$$\nu = \frac{E_A - E_B}{h} \text{ 称为玻尔的频率条件}$$



## 定态轨道半径

牛顿定律:  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$  库仑力 向心力

由角动量量子化条件  $L = m_e v r = n \frac{h}{2\pi} n = 1, 2, 3, \dots$

联立可解:  $r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2 = r_1 n^2$   $n = 1$  时,  $r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = 5.29 \times 10^{-11} \text{m}$  为最小半径

最小半径称为**玻尔半径** $a_0$ , 电子可能轨道为 $n^2 a_0$ , 即 $a_0, 4a_0, 9a_0, 16a_0, \dots$

## 氢原子能量

同样由牛顿定律和角动量量子化条件联立解得:  $v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h n}$

电子在轨道 $r_n$ 上运动具有的总能量 $E_n$ 是动能 $E_{kn}$ 和势能 $E_{pn}$ 之和, 若取 $\infty$ 处势能为零, 则

$$E_n = E_{kn} + E_{pn} = \frac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2} E_1 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

## 基态

氢原子的**最低能态**:  $n = 1$ ,  $E_1 = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -13.6 \text{eV}$

## 激发态

$E_n = E_1/n^2$  其他各个定态, 称为**激发态**  $n = 2$ 为**第一激发态**

## 电离能

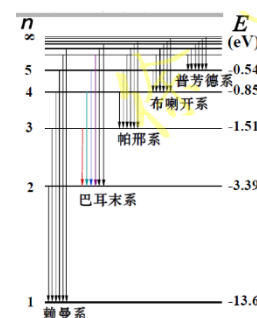
将电子从基态电离, **摆脱氢原子的束缚**变为自由态, 外界至少要提供能量  $E_\infty - E_1 = 13.6 \text{eV}$

## 导出氢原子光谱

由 $E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$  和跃迁能量  $h\nu = E_n - E_k$

得  $\nu = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$  对应波数为  $\tilde{\nu} = \frac{\nu}{c} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

其中  $\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1.097373 \times 10^{-7} \text{m}^{-1}$ , 与里德伯常量符合很好



## 理论意义

- ① 正确地指出**原子能级**的存在(原子能量量子化)
- ② 正确地指出**定态**和**角动量量子化**的概念
- ③ 正确的解释了**氢原子**及**类氢离子**光谱

## 理论局限

- ① 无法解释比氢原子更复杂的原子
- ② 把微观粒子的运动视为有确定的轨道是不正确的
- ③ 是半经典半量子理论,存在逻辑上的缺点,即把微观粒子看成是遵守经典力学的质点(电子沿圆形“轨道”绕核运动的行星模型,无任何已知的方法能够验证,且这种假设对微观粒子并不正确),同时,又赋予它们量子化的特征.
- ④ 无法计算谱线的强度、宽度和偏振等一系列问题

**例题** 1. 处于激发态的氢气体发射光谱, 其跃迁辐射的谱线中属于巴耳末系的只有三条。求 1. 对应最高激发态的能级的主量子数 2. 所能辐射谱线总条数 3. 原子从最高激发态回到基态, 放出光子的能量和动量

① 由于  $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ,  $n = 3, 4, 5, 6, \dots$  所以  $n_{\max} = 5$

② 则下方两两配对  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$  条

③ 从  $n = 5 \rightarrow n = 1$ ,  $h\nu = E_5 - E_1 = \frac{-13.6}{5^2} - (-13.6) = 13.056 \text{MeV}$

$$p = \frac{h\nu}{c} = 6.96 \times 10^{-21}$$