第十二章 电磁感应

12.1 电磁感应及其基本规律

12.1.1 电磁感应现象 Electromagnetic Induction Phenomenon

法拉第电磁感应现象 $I \propto \frac{d}{dt}(\vec{B}\cdot\vec{S}) = \frac{d}{dt}(\vec{\Phi})$

1. 磁场相对于线圈或导体回路 改变大小和方向（导体不动，磁场动） $I \propto \frac{d}{dt}\vec{B}$

条形磁体插入拔出时，弯曲磁感线被切割，电路中有电流。电流大小和方向与磁铁运动速度方向有关。

2. 线圈或导体回路相对于磁场改变面积或取向（磁场不动，导体动） $I \propto \frac{d}{dt}\vec{S}$

导体棒划过线框或发电机

总结 ① 无论用何方法，只要穿过闭合电路**磁通量**发生变化，**闭合电路**中就有电流产生。

感应电流 由磁通量的变化所引起的回路电流

感应电动势 由磁通量的变化所产生的电动势

电磁感应现象 由于磁通量变化产生感应电动势的现象

② **感应电流产生条件**：电路必须闭合、磁通量发生变化

感应电动势产生条件：导线或线圈在磁场中运动、线圈内磁场发生变化（不要求闭合）

注意 ① 电磁感应的**本质**不是感应电流，而是**感应电动势**

② 感应电流随着回路中电阻变化而变化，而感应电动势与电阻无关，唯一决定于磁通量变化率

③ 当$\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$时，就产生感应电动势。当回路为闭合导体回路时，在电动势作用下产生感应电流。

④ **感应电流与原电流本身无关，是与原电流的变化有关**。

12.1.2 电磁感应定律 Electromagnetic Induction Law

法拉第电磁感应定律

内容 当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中产生感应电动势，其<u>正比于</u>**磁通量对时间变化率的负值**。该定律为**实验定律**。

公式 $\boldsymbol{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$ **单位**：伏特

方向 由于公式中量均为标量，故规定两个标定方向满足右螺旋关系

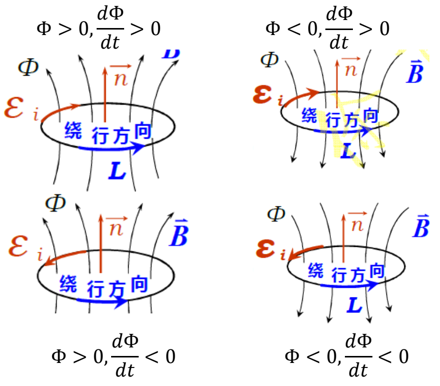
任意确定回路绕行方向，规定**电动势方向与绕行方向一致时为正**。当磁力线方向与回路绕行方向成右螺旋时，**规定磁通量为正（$\vec{B}$与$\vec{e}_n$同向）**

① $\Phi > 0, \frac{d\Phi}{dt} > 0 \Rightarrow \varepsilon_i < 0$ ε_i与 L 方向相反

② $\Phi > 0, \frac{d\Phi}{dt} < 0 \Rightarrow \varepsilon_i > 0$ ε_i与 L 方向相同

③ $\Phi < 0, \frac{d\Phi}{dt} > 0 \Rightarrow \varepsilon_i < 0$ ε_i与 L 方向相反

④ $\Phi < 0, \frac{d\Phi}{dt} < 0 \Rightarrow \varepsilon_i > 0$ ε_i与 L 方向相同



N 匝情况　若回路有n匝线圈，各匝$\Phi=\varphi_1,\varphi_2,\dots$，总$\Phi=\varphi_1+\varphi_2+\cdots+\varphi_n$。如果每匝磁通量相等，则

$\boldsymbol{\Phi=n\varphi}$（**磁通链数**）　有$\boldsymbol{\varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}=-n\frac{d\varphi}{dt}}$　**使用总磁通运算**

感应电流　若闭合回路电阻为R：$I_i=\frac{\varepsilon_i}{R}=-\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$

感应电量　在t_1-t_2时间间隔内通过导线任一截面的感应电量 $dq=I_idt$

$$q=\int_{t_1}^{t_2}I_idt=-\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}d\Phi=\frac{1}{R}(\Phi_1-\Phi_2)$$

楞次定律 Lenz law

内容　闭合回路中的感应电流方向，总是使得它自己所激发的磁场**阻碍**引起感应电流的磁通量的变化

感应电流的效果总是反抗引起感应电流的原因。(反抗相对运动、磁场变化或线圈变形)

感应电流产生的磁通反抗回路原磁通的增大（可以用楞次定律判断电流方向）

这种阻碍或反抗是**能量守恒定律**在电磁感应现象中的具体体现。

（磁棒插入线圈中，线圈中感应电流产生的磁场阻碍磁棒插入，若继续插入则需要克服磁场力做功，感应电流释放出焦耳热，这是插入的机械能转化而来的）

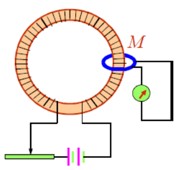
应用　用法拉第电磁感应定律求解感应电动势

① 任意选定回路 L 正方向　② 用右手螺旋法则确定此回路为边界的曲面的正向

③ 计算任意时刻通过 L 的磁通量　④ 用$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}=-n\frac{d\varphi}{dt}$ 计算Φ_m

例题

1. 螺绕环，截面积$S=2\times10^{-3}\ m^2$，单位长$n=5000$ 匝，环上有一匝数$N=5$的线圈 M，电阻 R=2Ω。调节可变电阻使得通过螺绕环的电流每秒降低 20A，求 ① M 中产生的感应电动势和感应电流 ② 2s 内通过 M 的感应电量q_i

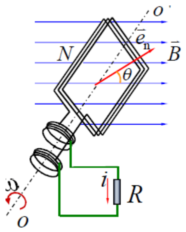


① 有安培环路定理$B=\mu_0nI$，通过 M 的全部磁通：$\Phi=N\varphi=NBS=N\mu_0nIS$

$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}=-N\mu_0nS\frac{dI}{dt}=1.26\times10^{-3}V$　$I_i=\frac{U}{R}=6.3\times10^{-4}A$

② 2s 内通过电量为 $q_i=\int_{t_1}^{t_2}I_idt=I_i\Delta t=1.26\times10^{-3}C$

2. 匀强磁场中，有面积为 S 的绕轴转动的 N 匝线圈以角速度ω匀速转动，求线圈中的感应电动势



已知 S,N,ω，求ε。设$t=0$时，$\vec{e}_n$与$\vec{B}$同向，则$\theta=\omega t$，$\psi=N\phi=NBS\cos\omega t$

$\varepsilon=-\frac{d\psi}{dt}=NBS\omega\sin\omega t$　如果令最大值为$\varepsilon_m=NBS\omega$，则$\varepsilon=\varepsilon_m\sin\omega t$

$i=\frac{\varepsilon_m\sin\omega t}{R}=I_m\sin\omega t$　$\left(I_m=\frac{\varepsilon_m}{R}\right)$　由此可见，**这种感应电流为交流电**

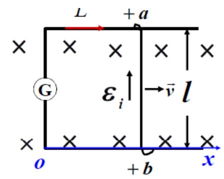
12.2 感应电动势

概述　有两种途径产生磁通量的变化

① **动生电动势**：磁场不变（稳恒磁场），导体运动；回路面积变化；取向变化

② **感生电动势**：导体不动，磁场随时间变化

12.2.1 动生电动势

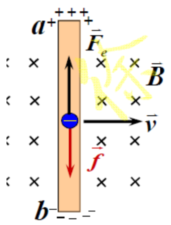


描述公式　如图建立坐标系，$\phi = Blx(t)$，$\boldsymbol{\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt}} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blv$

负号说明电动势方向与所设方向相反。

形成原因　导线内每个**自由电子**受到的洛伦兹力为 $\vec{f}_{非静电力} = -e(\vec{v}\times\vec{B})$

其驱使电子沿导线由a向b移动，由于洛伦兹力作用使b端出现**过剩的负电荷**，a端出现**过剩正电荷**



由此，导线**内部形成静电场$\vec{E}$**，使电子受到静电力 $\vec{F}_e = -e\vec{E}$　平衡时：$\vec{F}_e = \vec{f}$

此时电荷积累停止，ab两端**形成稳定的电势差**。**洛伦兹力是产生动生电动势的根本原因**。

平衡时 $qvB = -qE = -q\frac{\Delta U}{l}$ $\Rightarrow$ $\Delta U = -Blv$　ab等效电源，反抗$\vec{F}_e$做功，将$+q$由负极→正极，维

ΔU的非静电力，即洛伦兹力$\vec{f}$。 动生电动势只存在于**运动导体内**

产生$\varepsilon_动$的非静电力$\vec{F}_K = \vec{f} = q\vec{v}\times\vec{B}$　非静电场强 $\vec{E}_K = \frac{\vec{f}}{q} = \vec{v}\times\vec{B}$　$\varepsilon_动 = \oint_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

一般情况　导线为**曲线**，磁场为**非均匀场**。选取导线上**微元$d\boldsymbol{l}$**，其各自具有$\vec{v},\vec{B}$。则dl上$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

整个导线l上的动生电动势为 $\boldsymbol{\varepsilon_{i动} = \int d\varepsilon_i = \int_l (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}$

方向：运动导线中的正电荷受力方向（即$\vec{v}\times\vec{B}$在运动导线上的投影方向）

电动势计算　① 由定义求解 $\varepsilon_动 = \oint_L \vec{E}_K\cdot d\vec{l} = \oint_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_-^+ (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$　　适用于**切割磁力线导体**

可以理解为$\int_l \left(\boldsymbol{vB}\sin\left(\widehat{\vec{v},\vec{B}}\right)\boldsymbol{dl}\cos\left(\widehat{\vec{v}\times\vec{B},d\vec{l}}\right)\right)$

典型结论：对于一根在磁场中运动的直棒，棒与磁场成一定角度，有$\varepsilon = Bvl\sin\alpha$

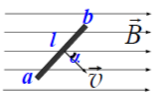
由此：闭合线圈平动，磁通量不变，感生电动势为零。

② 由法拉第定律求解 $\boldsymbol{\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt}}$ 适用于**一切产生电动势的回路**

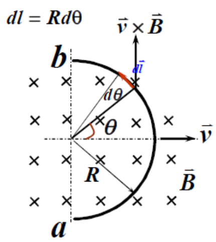
如果回路不闭合，需要添加辅助线使其闭合。大小和方向可以分别确定。

例题：

1. 如图所示直导线 ab 的电动势为 0



2. 有一个半圆形金属导线在匀强磁场中切割磁力线运动，已知$\vec{v},\vec{B},R$，求动生电动势



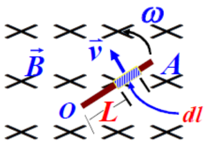
法一：　做辅助线形成闭合回路，则整体电动势为零。又有 ab 电动势为$2RvB$

故半圆电动势为$2RBv$，方向$a\to b$

法二：　取微元 $d\varepsilon = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = vB\sin 90°\, dl\cos\theta$

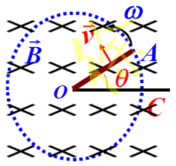
$\varepsilon = vBR\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta = vB2R$　方向$a\to b$

3. 长为 L 的导棒在 B 匀强场中以角速度ω绕 O 轴转动，求两端动生电动势大小与方向



法一：　取棒上微元$d\vec{l}$，有$v=\omega l$　$(\vec{v}\times\vec{B})$与$d\vec{l}$同向。

$d\varepsilon_i = Bvdl = Bl\omega dl$　　$\varepsilon_i=\int d\varepsilon_i=\int_0^L Bl\omega dl=\frac{1}{2}B\omega L^2$　　方向$A\rightarrow O$

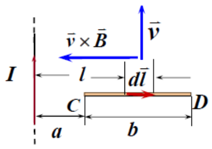


法二：　作辅助线形成闭合回路$OACO$

$\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_S BdS=BS_{OACO}=\frac{1}{2}B\theta L^2$

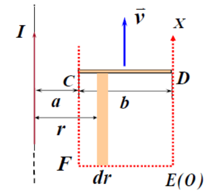
$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{1}{2}BL^2\frac{d\theta}{dt}=-\frac{1}{2}B\omega L^2$　方向沿$AOCA$

4. 一直导线 CD 在一个无限长的直电流磁场中切割磁场线运动，求动生电动势。



法一：　$d\varepsilon_i=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=v\frac{\mu_0 I}{2\pi l}\sin 90^\circ dl\cos 180^\circ=-\frac{\mu_0 vI}{2\pi l}dl$

$\varepsilon_i=-\frac{\mu_0 vI}{2\pi}\int_a^{a+b}\frac{1}{l}dl=-\frac{\mu_0 vI}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$　C 端高电势

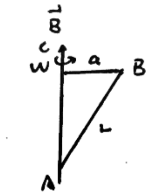


法二：作辅助线，形成闭合回路 CDEF

则$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}xdr=\frac{\mu_0 Ix}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$

$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}=-\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\right)\frac{dx}{dt}=-\frac{\mu_0 vI}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$

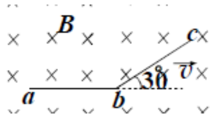
5. 如图，回路 ABC 在匀强磁场中以角速度ω绕 AC 边旋转，BC=a，AB=L，求电动势



CB：$-\frac{1}{2}B\omega a^2$　　BA：$\frac{1}{2}B\omega a^2$

总通量变化为零，总电动势为 0

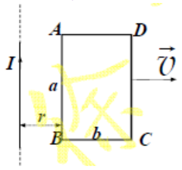
6. 弯折导棒 abc 在均匀磁场中以速度 v 运动，求动生电动势



则 ab 段不产生动生电动势

有 bc 端产生动生电动势：$Blv\cdot\sin\theta=\frac{1}{2}Blv$

7. 无限长直导线电流 I，旁边有矩形线圈 ABCD，AB 长为 a，BC 长为 b，线圈向右运动$\vec{v}$，当 B 点与导线距离$r=d$时，求线圈内的感应电动势大小和感应电动势的方向。



设任意时刻 B 与长直导线间距为 r。则任意时刻 ABCD 磁通量为$\Phi=\int_r^{r+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}adx=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\frac{r+b}{r}$

所以，感应电动势为$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d\Phi}{dr}\frac{dr}{dt}\Big|_{r=d}=\frac{\mu_0 Iavb}{2\pi d(d+b)}$　方向为顺时针

12.2.2 感生电动势

描述　导体回路不动，由于**磁场变化**产生的感应电动势叫做感生电动势

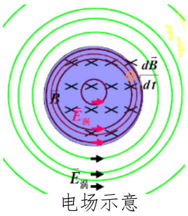
电荷受力　存在一种不同于静电场的新类型的电场（**感生电场、涡旋电场**）。它**来源于磁场的变化**，提供产生感生电动势的非静电力。电荷受力有$\vec{F}=q\vec{E}_{静}+q\vec{E}_{感}+q\vec{v}\times\vec{B}$

麦克斯韦假设　**变化的磁场在其周围空间激发一种涡旋状的电场**，称为涡旋电场或感生电场。记为$\vec{E}_{感}$

根据定义：$\varepsilon_i=\oint_L \vec{E}_{涡}\cdot d\vec{l}=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\right)=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

公式描述　$\oint_L \vec{E}_{涡}\cdot d\vec{l}=-N\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

注意　① 该式反应变化磁场和感生电场的相互关系。**感生电场由变化磁场产生**。

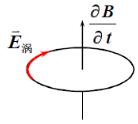


电场示意

② S 是以 L 为边界的任一曲面。$\vec{S}$的法线方向应与曲线 L 的积分方向成右手螺旋关系。

$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$是曲面上任一面元处磁感应强度的变化率，不是积分回路线元上的磁感应强度变化率

③ $\vec{E}_{涡}$与$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$构成左旋关系。



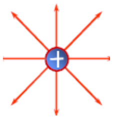
左旋关系

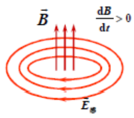
性质　① 感生电场对处在其中的电荷有力的作用。

② 在感生电场中引进导体，导体内会产生感应电动势，导体不是等势体

③ 在静电场中引进导体，产生静电平衡，导体是个等势体

电场比较





	静电场	感生电场
起源	由**静止**电荷激发	由**变化**着的磁场激发
电场线	**非闭合**曲线	**闭合**环路
性质	**有源**：$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_{内}$	**无源**：$\oint_S \overrightarrow{E_{涡}}\cdot d\vec{S} = 0$
	保守：$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$	**涡旋**：$\oint_L \vec{E}_{涡}\cdot d\vec{l} = -N\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$
特点	**不能**脱离源电荷存在	**可以**脱离源在空间传播
对电荷作用	$\vec{F}_{静} = q\vec{E}_{静}$	$\vec{F}_{感} = q\vec{E}_{感}$

相互联系　$\vec{F}_{感}$作为产生感应电动势的非静电力，可以引起导体中电荷的堆积，从而建立起静电场

感应电动势比较

	动生电动势	感生电动势
公式	$\varepsilon_i = \int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$	$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_{涡}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$
原因	由于 S 变化引起通量变化	由于 B 变化引起通量变化
非静电力来源	**洛伦兹力**	**感生电场力**

电势计算　① 计算电动势：　$\varepsilon_i = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$　　闭合回路：$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_{涡}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

② 感生电场分布：　$\oint \vec{E}_{涡}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$

适用条件　具有轴对称性的感生电场分布求解

① 任意选定回路 L 正方向　② 用右手螺旋确定此回路为边界的曲面的正向

③ 用楞次定律判定$E_{涡}$方向　④ 代入积分式计算