第十三章 光的干涉

13.1 光波及相干条件

科学技术史 1637　笛卡尔：《屈光学》 光的折射定律
1678　惠更斯：《论光》 光是一种波，传播光的介质是以太
1704　牛顿：《光学》 粒子流
1800　托马斯杨：杨氏双缝：证明光的干涉现象
1815　菲涅尔：完善惠更斯理论，子波相干思想。
1900　普朗克量子假说
1905　爱因斯坦：光量子假设，光电效应理论，光又一次被认为是粒子流
1923　德布罗意：光和实物粒子都具有波粒二象性

光学研究内容　光的现象、光的本质、光与物质的相互作用

光学分类　**几何光学**：光的直线传播为理论基础，研究各种光学仪器
波动光学：光的波动性为基础，研究光的电磁性质和传播规律（干涉、衍射、偏振）
量子光学：光的量子理论为基础，研究光与物质相互作用规律

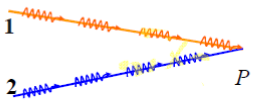
13.1.1 光波

光源　**定义**　**发射光波**的物体称为光源。光是**电磁波**，引起人视觉的是光矢量$\vec{E}$

光振幅：E_0　**光速**：$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$　**同一媒质中的相对光强**：$I = E_0^2$

可见光波段范围：$400 - 760nm$　$3.96 - 7.5 \times 10^{14}Hz$

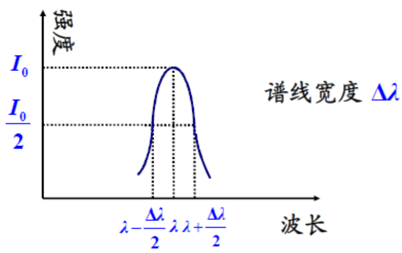
发光机制　**普通光源发光特点**：原子发光是断续的，每次发光形成一个长度有限的**波列**。各原子各次发光**相互独立**，各波列**互不相关**。电子从激发态跃迁到基态自发辐射$\Delta E = h\nu$



周期一般为 $\Delta t = 10^{-8} \sim 10^{-10}s$

自发辐射：　原子发光是**间隙式**的，各个原子发光**完全独立互不相关**
其何时发光是完全不确定的。发光频率、振动方向、初相位、传播方向等都可能不同。所以，**不同原子发的光不可能产生干涉现象。** 例如，普通灯泡发光、火焰、电弧、聚变大火球。

受激辐射：　**激光光源**，所释放光子为**全同光子**（频率、相位、振动、传播方向完全一致）
可以实现光放大；单色性好；**相干性好**
例如，氦氖激光器、红宝石激光器、半导体激光器等



单色光　具有**单一频率**的光波称为单色光

复色光　不同频率单色光的混合光称为复色光

光谱曲线　如右图

光波　**波函数**：$y = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$ 代表一列无限延续的平面单色光波
普通光源：具有间隙性与随机性，$\bar{\lambda} \gg \Delta\lambda$ 称为准单色光
光源单色性好坏参量：$\Delta\nu$　$\Delta\lambda$　**光振动**：电矢量E的振动

光强：$I = \frac{1}{2}E_0H_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2 = \frac{n}{2\mu c}E_0^2$

发散球面波：$E(\vec{r},t) = \frac{E_0}{r}\cos(kr - \omega t - \phi_0)$

13.1.2 光程 Optical Path

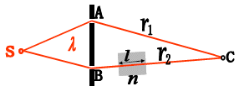
物理意义　光在媒质中通过的**几何路程**，按**波数相等**折合到**真空中的路程**

推导　真空中$n_0=1$，光速为c，光波进入媒质$(n>1)$，则波长被压缩$\lambda'=\lambda/n$，速度减慢$v=c/n$

此时，光在媒质中通过路程x，相当于光在真空中通过$\boldsymbol{l=nx}$的路程

一般式　$\boldsymbol{L=\Sigma_i n_i x_i}$　**分段求和**

示例



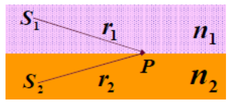
有单色点光源S发光，通过A、B，到达C点，求光程差$L_{BC}-L_{AB}$

则 $L_{BC}=r_2-l+nl$　　$L_{AC}=r_1$　　故**光程差$\boldsymbol{\delta=r_2-r_1+(n-1)l}$**

两束波的光程差

振动方程　$E=E_0\cos(\omega t+\varphi_0)$

波动方程　$E=E_0\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=E_0\cos(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi_0)$



推导　如右图：$E_1=E_{10}\cos\left(2\pi\left(ft-\frac{r_1}{\lambda_1}\right)+\varphi_{10}\right)$

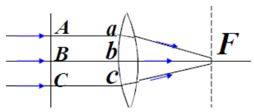
$$E_2=E_{20}\cos\left(2\pi\left(ft-\frac{r_2}{\lambda_2}\right)+\varphi_{20}\right)$$

两者在P点的相位差为 $\Delta\phi=\frac{2\pi r_2}{\lambda_2}-\frac{2\pi r_1}{\lambda_1}$　折算到真空中波长λ_0

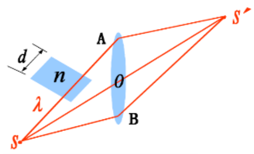
有：$\Delta\phi=\frac{2\pi n_2 r_2}{\lambda_0}-\frac{2\pi n_1 r_1}{\lambda_0}=\frac{2\pi}{\lambda_0}(n_2r_2-n_1r_1)$

光程差　$\Delta=n_2r_2-n_1r_1$

相位差　$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta$　　其中$k=\frac{2\pi}{\lambda}$称为**角波数**，$\vec{k}$称为波矢



凸透镜光程示意



插入媒质后光程差

透镜情况

结论　使用理想透镜**不会引起**各相干光之间的**附加光程差**

凸透镜　如图，AaF比BbF经过的几何路程长，但BbF在透镜中的路程比AaF长，透镜折射率大于 1，折算成光程，**可以证明$\boldsymbol{AaF}$光程等于$\boldsymbol{BbF}$**。无论是平面波垂直会聚，还是发散球面波经过透镜汇聚，其相位差为零，光程差为零。

插入媒质　如图插入n后，经过SAS'的一路光与其他两路光之间的光程差均为$\delta=d(n-1)$，$\Delta\varphi=2\pi\frac{d(n-1)}{\lambda}$

13.1.3 相干条件 Coherent Condition

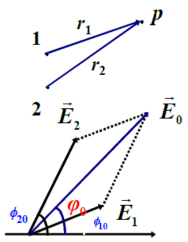
干涉　由于**光波叠加**引起**光强重新分布**的现象，称为光的干涉

条件　如 13.1.1 所述，独立发光的振动方向、相位差很难相同，对两个普通光源，无法产生干涉现象.

原子自发辐射的间断性和相位随机性，不利于干涉条件的实现。

必要条件：**频率相同、振动方向相同、相位差恒定**

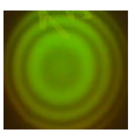
两列光波的叠加



有**两列光波**：$\omega_1=\omega_2=\omega$　　在P点处：$E_1=E_{10}\cos(\vec{k}_1\cdot\vec{r}_1-\omega t-\varphi_{10})$

$E_2=E_{20}\cos(\vec{k}_2\cdot\vec{r}_2-\omega t-\varphi_{20})$　　则**叠加**为$E=E_1+E_2=E_0\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t-\varphi_0)$

$E_0^2=E_{10}^2+E_{20}^2+2E_{10}E_{20}\cos\Delta\varphi$（用作图法可确定）其中$\boldsymbol{\Delta\varphi=2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}-(\varphi_{20}-\varphi_{10})}$



干涉图

平均光强为：$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\,\overline{\cos\Delta\varphi}$

非相干光源：$\overline{\cos\Delta\varphi}=0\Rightarrow I=I_1+I_2$　　　**完全相干光源**：$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\,\overline{\cos\Delta\varphi}$

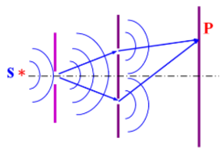
干涉判据

相长干涉	$\boldsymbol{\Delta\varphi = \pm 2k\pi\ (k = 0,1,2,3,\dots)}$	$\cos\Delta\varphi = 1$	$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$	**亮环**
相消干涉	$\boldsymbol{\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi\ (k = 0,1,2,3,\dots)}$	$\cos\Delta\varphi = -1$	$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$	**暗环**

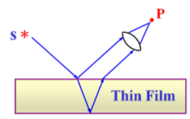
一般情况 $\boldsymbol{\Delta\varphi = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} - (\varphi_{20} - \varphi_{10}) \xrightarrow{\text{一般相等}} 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = 2\pi\frac{\delta}{\lambda}}$

其他表述 $\boldsymbol{\begin{cases} \delta = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, & k = 0,1,2,\dots \\ \delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, & k = 0,1,2,\dots \end{cases}}$

13.1.4 获得相干光波的两类典型方法



分波前法



分振幅法

分波前法　将点光源的**波阵面分为两部分**，使之分别通过两个光具组

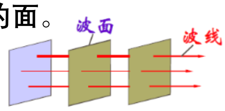
分振幅法　光投射到透明薄膜**上下表面依次反射**

分振动面法　晶体振动

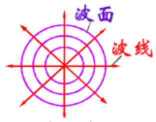
波的相关概念

- 波线　也称波射线，从波源沿个传播方向所画的带箭头的线
- 波面　也称**相面、波阵面**，泊在传播过程中，所有**振动相位相同的点连成的面**。
- 波前　**最前面的波面**，即波源最初振动状态传播到各点所连成的面
- 性质　① 在各向同性的均匀介质中，**波线 ⊥ 波面**

  ② 根据波前的形状可划分波为：平面波、球面波、柱面波等



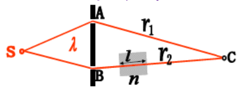
平面波



球面波

章节例题

1. 如图，在BC之间插入折射率为n，厚度为l的介质。求光由A,B到C的相位差

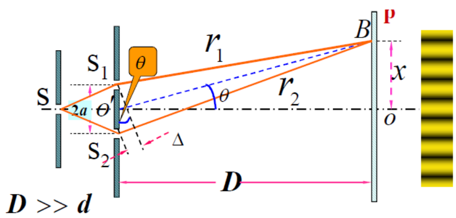


有$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$　$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - l + nd - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}[(r_2 - r_1) + (n-1)l]$

2. 两束平行相干光，每一束照明强度为I，照射表面彼此同相地合并在一起，则合照光光强为$4I$
3. 单色光从空气射入水中，则波长变短，光速变慢

13.2 分波前干涉

13.2.1 杨氏实验



实验装置　$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{x}{D}$　　光程差 $\Delta = r_2 - r_1 \approx 2a\sin\theta = \boldsymbol{\frac{2a}{D}x}$

明暗条纹位置　$x = \begin{cases} \text{明}\ \pm\frac{D}{2a}2k\frac{\lambda}{2}, & k = 0,1,2,\dots \\ \text{暗}\ \pm\frac{D}{2a}(2k+1)\frac{\lambda}{2}, & k = 0,1,2,\dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{\pm k\frac{D}{2a}\lambda} \\ \boldsymbol{\pm\frac{(2k+1)\lambda D}{4a}} \end{cases}$

杨氏干涉条纹是等间距的，相邻亮条纹之间间距为$\boldsymbol{\Delta x = \frac{D}{2a}\lambda}$

若使用复色光源(白光)，则干涉条纹是彩色的。杨氏干涉可以用于测量波长，是光波动性的依据

条纹分布　**二级亮纹-一级暗纹-一级亮纹-零级暗纹-中央亮纹-零级暗纹-一级亮纹-一级暗纹-二级亮纹**

讨论　条纹间距与λ的关系

① 双缝间距、板距一定时，增大波长，则增大条纹间距

② 波长、板距一定时，增大双缝间距，则减小条纹间距

例题

1. 一束波长为λ的光线透过双缝，在屏上形成干涉条纹，如果P点是**第零级暗纹**的位置，则该点的光程差为?

$\delta = r_2 - r_1 = \lambda/2$

2. 用白光进行双缝实验，用一个纯红色的滤光片遮盖一条缝，用一个纯蓝色的滤光片遮盖另一条缝，则：

不产生干涉条纹

3. 在双缝实验中，$2a = 0.3mm$，$d = 1.2m$。从中央向两侧数两根**第五条暗纹**之间的间隔为$22.8mm$，求λ

则 $\Delta x = \frac{\lambda D}{2a} = \frac{22.8}{9}(mm)$　则$\lambda = 6333\text{Å}$

4. 杨氏双缝中，波长$\lambda = 550nm$，双缝间距$d = 2\times10^{-4}m$，板距$D = 2m$，求

① 中央明纹两侧的**两条第十级**明纹中心间距

② 用一厚度为$t = 6.6\times10^{-6}m$,折射率$n = 1.58$的玻璃片覆盖一缝,求零级明纹将移动到原来的第几级明纹处?

1. 有$\Delta x = \mathbf{20}\frac{D\lambda}{d} = 20\times\frac{2\times5.5\times10^{-7}}{2\times10^{-4}} = 0.11m$

2. 有玻璃片后，**零级明纹光程差**为：$\Delta x' = [nt + 1\cdot(r_2 - t)] - 1\cdot r_1 = (n-1)t + (r_2 - r_1) = 0$

可得$r_1 - r_2 = (n-1)t = 3.828\times10^{-6}m$　　没有玻璃片时，可令光程差为$\Delta = r_1 - r_2 = k\lambda$

得：$k = \frac{3.828\times10^{-6}}{\lambda} = \frac{3.828\times10^{-6}}{5.5\times10^{-7}} = 6.96 \approx 7$　　移到原来的第七级明纹处

5. 杨氏双缝中，双缝间距$0.45mm$，波长$540nm$。① 要使得条纹间距为$1.2mm$，求板距

② 若有折射率为1.5，厚度为$9.0\mu m$的薄玻璃片遮盖狭缝S_2，求光屏上干涉条纹将发生什么变化？

1. 由$\Delta x = \frac{D}{2a}\lambda$可得 $D = \frac{d\Delta x}{\lambda} = 1.0m$

2. S_2遮盖前中央亮纹在$x = 0$处，遮后光程差为$\Delta = (nh + r_2 - h) - r_1 = h(n-1) + (r_2 - r_1) = h(n-1) + \frac{d}{D}x$

中央亮纹应满足$\Delta = 0$的条件，于是有$h(n-1) + \frac{d}{D}x = 0$，则遮后中央在$x = -\frac{h(n-1)D}{d} = -1\times10^{-2}m$

说明干涉条纹整体向下移动了$10mm$

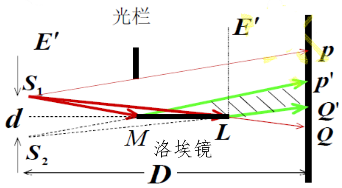
6. 折射率为 1.5 的玻璃片插入杨氏实验的一束光路中，光屏上原来的第五级亮纹所在位置变为新的中央条纹，试求插入的玻璃片的厚度。已知$\lambda = 6\times10^{-7}m$

原本的第五级($k = 5$)亮条所在位置满足条件：$d\cdot\frac{x}{D} = 5\lambda$

玻璃片插入后，该位置变为$k = 0$，对应光程差为$d\cdot\frac{x}{D} - (nh - h) = 0$，代入可得：

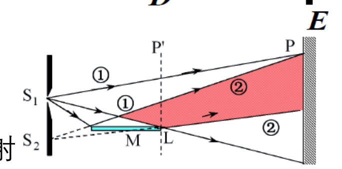
$5\lambda - (nh - h) = 0 \Rightarrow h = \frac{5\lambda}{n-1} = 6\times10^{-6}m$

13.2.2 其他分波阵面干涉装置



洛埃镜(劳埃镜)　当屏幕E移动到E'处，从S_1, S_2到L点的光程差为零，但是观察到了暗条纹，验证里反射时有半波损失的存在。

半波损失　光从**光疏介质射向光密介质**的反射过程中，反射光在离开发射点时，振动方向相对于入射光到达入射点时的振动方向相反。

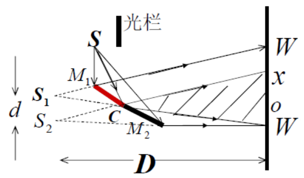


对于洛埃镜，它是入射光和镜面反射光相互干涉。在镜端两相干光束的光程相等，理应是亮条纹，但实际上是暗条纹，原因在于光在镜面上反射

菲涅尔双面镜　虚光源S_1, S_2，$\overline{S_1S_2}$ 平行于 $\overline{WW'}$，有$d \ll D$

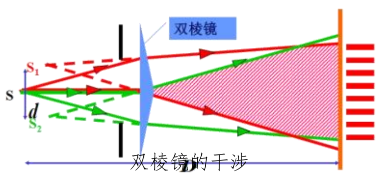
屏幕上 O 点在两个虚光源连线的垂直平分线上，屏幕上明暗条纹中心

对O点的偏移x为：$x = k\lambda\frac{D}{d}$　明纹中心；$x = \frac{2k+1}{2}\lambda\frac{D}{d}$　暗纹中心　$k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$



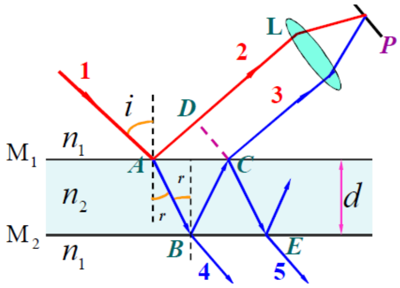
菲涅尔双面镜

双棱镜



13.3 分振幅干涉

13.3.1 薄膜干涉 Film Interference



概述　薄膜干涉是采用**分振幅法**获得相干光束的。

等倾干涉

光程差　$n_2 > n_1$　　$CD \perp AD$　　$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$

$\Delta_{32} = n_2(AB + BC) - n_1 AD + \lambda/2$

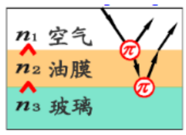
考虑到$AB = BC = d/\cos r$　　$AD = AC \sin i = 2d \cdot tgr \cdot \sin i$

则有$\Delta_{32} = \frac{2d}{\cos r} n_2(1 - \sin^2 r) + \frac{\lambda}{2} = \boldsymbol{2n_2 d\cos r + \frac{\lambda}{2}}$

反射光光程差：$\boldsymbol{\Delta_r = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}}$　　注意：$\frac{\lambda}{2}$这一项要视具体情况而定

明暗情况　$\Delta_r = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,\ldots \quad \textbf{加强} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\ldots \quad \textbf{减弱} \end{cases}$

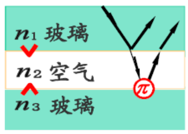
分类讨论　① $n_1 < n_2 < n_3$　则**界面反射条件相同**



附加相位差$\Delta\varphi' = \pi - \pi = 0$

附加光程差$\delta' = \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = 0$

② $n_1 < n_2 > n_3$ 或 $n_1 > n_2 < n_3$　则**界面反射条件不同**



附加相位差$\Delta\varphi' = \pi - 0 = \pi$

附加光程差$\delta' = \frac{\lambda}{2} - 0 = \frac{\lambda}{2}$

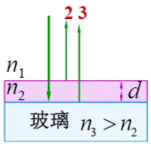
透射光　**透射光光程差：$\boldsymbol{\Delta_t = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}}$**

透射光和反射光具有**互补性**(能量守恒定律),对同样的入射光，反射干涉加强时，透射干涉减弱

半波损失　**光疏介质→光密介质**，反射光有π相位的突变，相当于反射光光程有半个波长的损失。

应用-增透膜和增反膜　利用薄膜干涉可以**提高光学器件的透光率**

应用：为了增加透射率，求**氟化镁**膜的最小厚度。已知空气$n_1 = 1$，氟化镁$n_2 = 1.38$，入射$\lambda = 550nm$



$\Delta_r = 2dn_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 取干涉减弱，则$k = 0$，$d = d_{min} = \frac{\lambda}{4n_2} = 99.6nm$

则 $\Delta_t = 2n_2 d + \frac{\lambda}{2} = \lambda$ 增强

等厚干涉

描述　处于同一条干涉条纹上的各个光点，是由薄膜上厚度相同的地方的反射光所形成的，故称等厚干涉

典型情形　竖直放置的肥皂膜、空气劈尖、牛顿环等

分类对比　**等倾干涉**　**发源**：薄膜厚度均匀d一定，Δ随着入射角i变化

情形　① 同一入射角，对应同一干涉条纹

② 不同入射角，对应不同条纹

③ 干涉条纹为**一组同心圆环**

等厚干涉　**发源**：入射角一定(平行光入射)，Δ随薄膜厚度d变化

情形　① 薄膜同一厚度处对应同一干涉条纹

② 薄膜不同厚度处对应不同干涉条纹

③ 条纹形状与**薄膜等厚线**相同