第十四章 光的衍射

14.1 惠更斯-菲涅尔原理和衍射现象分类

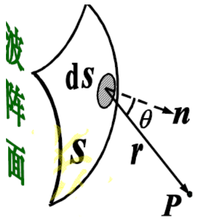
14.1.1 惠更斯-菲涅尔原理

衍射现象　光传播中，如果遇到障碍物，传播方向会发生变化，**能绕过障碍物边缘继续前进进而发生衍射现象**

惠更斯原理　一入射波传播到带有小孔的屏时，不论入射波阵面如何，通过小孔时，在小孔另一侧都产生以小孔**作为点波源的前进波**，可抽象为从小孔发出的一种子波，其频率与入射波频率相同。

媒质中波动传到的各点，都可以看做**能够发射子波的新波源**，在这之后的任意时刻，这些子波的**包络面就是该时刻的波面**。其适用于机械波、电磁波等所有波动。

惠更斯-菲涅尔原理　波阵面上任意一点均可视为能向外发射子波的子波源。波面前方空间某一点P的振动就是到达该点的**所有子波**的相干叠加



dS在P点引起的振动为$dy = c\frac{K(\theta)}{r}\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{r}{\lambda}\right)ds$　　$K(\theta)$为方向函数，θ增加,$K(\theta)$慢减

S上各面元在P点的合振动：$y = \int_S dy = \int_S c\frac{K(\theta)}{r}\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{r}{\lambda}\right)ds$

根据该原理，理论上可计算任意形状孔径的衍射问题，但本章不介绍解算该积分，而是运用该原理有关子波干涉的思想分析和处理一些典型的衍射问题。

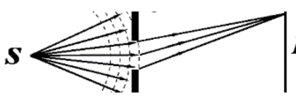
14.1.2 衍射现象分类

分类原理　按照**光源-障碍物-观察屏相对距离**来区分

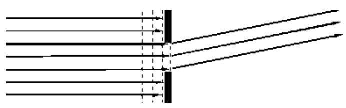
菲涅尔衍射　光源和观察屏距离障碍物**不都是**无限远

近场衍射，二者之一可以无限远

夫琅禾费衍射　光屏及观察屏均距离障碍物无限远，**远场衍射**



菲涅尔

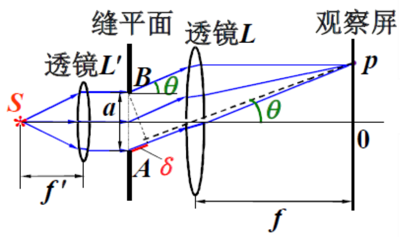

夫琅禾费

14.2 单缝和圆孔的夫琅禾费衍射

14.2.1 单缝的夫琅禾夫衍射

装置图解　光源位于L_1 的焦点上，屏在L_2的焦平面上　**缝宽$\overline{AB} = a$**

衍射角θ　　**光程差 $\delta = a\sin\theta$**



研究问题　明暗条纹**位置分布**、条纹**强度分布**

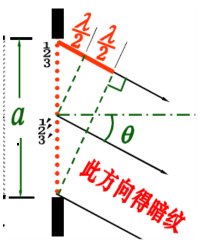
衍射情况　单缝衍射图样的明暗分布规律，是单缝处的入射波阵面上**无数个**子波波源在不同方向上的光干涉结果。

解算方法　① 严格的积分法　② 简易的半波带法

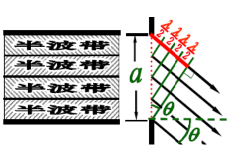
I 半波带法

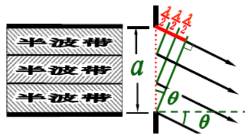
引例　若某θ方向,a 两端的**子波光程差 $\delta_{端}$ 恰为 λ**，单缝恰被分为两个半波带（菲涅尔半波带）

则上下两半对应的$11', 22', 33', 44'$ ...**各对子波光程差均为$\lambda/2$**，全部产生**相消干涉**。



推论：若$\delta_{端} = a\sin\theta = m\frac{\lambda}{2}$　m为偶数时，得到暗纹；m为奇数时，得到明纹

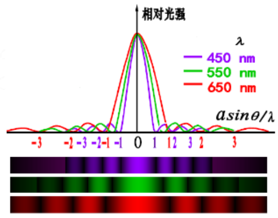




需要注意，如果不能被分为整数个半波带的方向，得到非明非暗的条纹

单缝衍射暗纹公式　$a\sin\theta=\pm 2k\frac{\lambda}{2}=\pm k\lambda\ \ (k=1,2,3,\dots)$ k为暗纹级数

单缝衍射明纹估算式　$a\sin\theta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}\ \ (k=1,2,3,\dots)$ k为明纹级数



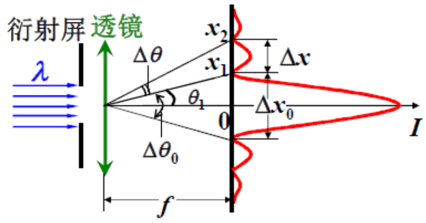
无论明纹暗纹，其角分布均取决于**比值** $\frac{\lambda}{a}$

波长一定,缝宽越窄,衍射现象越显著

缝宽一定，波长越长，各级衍射角越大，中央明纹越宽。

条纹宽度

中央明纹宽度　$a\gg\lambda$时，$\sin\theta_1\approx\theta_1$



角宽度　$\Delta\theta_0=2\theta_1\approx 2\frac{\lambda}{a}$

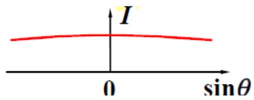
线宽度　$\Delta x_0=2f\cdot\mathrm{tg}\theta_1=2f\theta_1=2f\frac{\lambda}{a}\propto\frac{\lambda}{a}$　衍射反比定律

其他明纹宽度（次极大）

线宽度　在 $tg\theta\approx\sin\theta\approx\theta$时, $x_k\approx f\sin\theta_k=f\frac{k\lambda}{a}\ \Delta x\approx f\frac{\lambda}{a}=\frac{1}{2}\Delta x_0$ 单缝衍射明纹宽度的特征

波长对条纹影响　$\Delta x\propto\lambda$　波长越长，条纹间隔越宽

缝宽对条纹影响　$\Delta x=f\frac{\lambda}{a}$ 缝宽越小，条纹间隔越宽

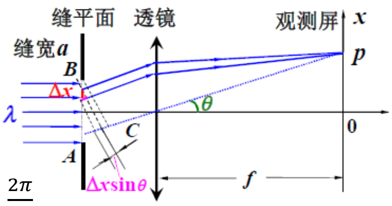


特别地：① 当$a>\lambda$且$\frac{\lambda}{a}\to 1$时，$\theta_1\to\frac{\pi}{2}$，**只存在中央明纹**，屏幕一片亮

② 当$a\uparrow$且$\frac{\lambda}{a}\to 0$时，$\Delta x\to 0,\theta_k\to 0$，只显出**单一明条纹**：单缝的几何光学像

由此，**几何光学是波动光学在$a\gg\lambda$时的极限情形**。

II 振幅矢量叠加法



方法描述　将单缝**等分为N个窄带**,每个窄带宽为$\Delta x=\frac{a}{N}$, 相邻光程差$\Delta=\frac{a}{N}\sin\theta$

各窄带所发出的子波在P点振幅近似相等，设为A,

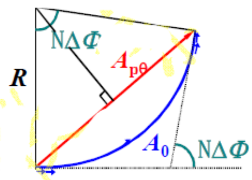
相邻窄带发出的子波到达P点的相位差为：$\Delta\phi=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x\sin\theta=\frac{a\cdot\sin\theta}{N}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}$

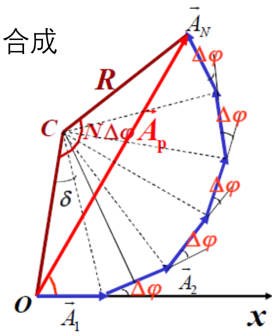
P点的合振幅A_θ就是各子波的振幅矢量和的模

求解　P点处时多个同方向、同频率、同振幅、初相依次差一个恒量$\Delta\varphi$的简谐振动的合成

合成的结果仍为简谐振动。 可以用**多边形法则**进行叠加。

当$N\to\infty$时，N个相接的折现将变为一个圆弧





$A_1=2R\sin\frac{\Delta\varphi}{2}\qquad A_P=2R\sin\frac{N\Delta\varphi}{2}$

$A_P=A_1\frac{\sin\frac{N\Delta\varphi}{2}}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}\approx A_1\frac{\sin\frac{N\Delta\varphi}{2}}{\frac{\Delta\varphi}{2}}=NA_1\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\varphi}{2}\right)}{\left(\frac{N\Delta\varphi}{2}\right)}$

令$\alpha=\frac{N\Delta\varphi}{2}=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}, A_p=NA_1\frac{\sin\alpha}{\alpha}$

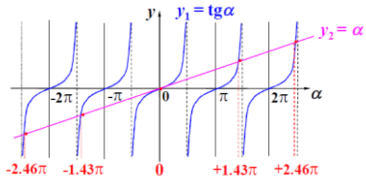
$\theta=0,\alpha=0,\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1, A_0=NA_1$ 即中央明纹中心处的振幅　　$A_p=\frac{A_0\sin\alpha}{\alpha}$

又有 $I\propto A_p^2, I_0\propto A_0^2$　　　**P 点光强**：$\boldsymbol{I_P=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$　　$\boldsymbol{\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$

由于：$\alpha=\frac{\delta}{2}=\frac{N\Delta\varphi}{2}=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}A_p=OB=2R\cdot\sin(\alpha)\qquad\widehat{OB}=A_0=R\cdot 2\alpha$

$$A_p = \widehat{OB}\frac{\sin(\alpha)}{\alpha} = A_0\frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \qquad I_p = A_p^2, I_0 = A_0^2$$

条纹位置 由$\boldsymbol{I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$**可得：**



主极大位置（中央明纹中心） $\theta = 0, \alpha = 0 \to \frac{\sin\alpha}{\alpha} = 1 \to I = I_0 = I_{max}$

极小位置（暗纹）： $\alpha = \pm k\pi$，$k = 1,2,3\ldots$时，$\sin\alpha = 0 \to I = 0$

$$\left.\begin{array}{l}\text{由 } \alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda} = \pm k\pi \to a\sin\theta = \pm k\lambda \\ \text{由 } N\Delta\varphi = \pm 2k\pi \to a\sin\theta = \pm k\lambda\end{array}\right\}\text{一致}$$
正是缝宽分为偶数个半波带的情形

次极大位置： 满足$\frac{dI}{d\alpha} = 0 \to \mathrm{tg}\alpha = \alpha$ 解得：$\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \cdots$

光强： 将各个次极大位置代入光强公式$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$得到

从中央往外各次极大的光强依次如图，且$I_{次极大} \ll I_{主极大}$