第十五章 早期量子论

15.1 黑体辐射

15.1.1 热辐射

热辐射 **任何凝聚态物体**在**任何温度下**都能辐射电磁波，一定时间内物体辐射能量的多少和辐射能量按波长的分布与**物体的温度**有关。这种与温度有关的辐射称为**热辐射。**

宏观物体内带电粒子的无规律热运动是热辐射产生的原因，其能量以光速在空间中传播。

单色辐出度 设某物体单位时间单位面积在某波长$\lambda \sim \lambda + d\lambda$的**微区域**的**辐射能**为$dM_\lambda$

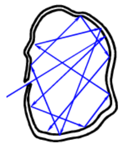
$M_\lambda(T) = \frac{\mathrm{d}M_\lambda}{\mathrm{d}\lambda}$ 为该物体对波长λ的**单色辐射出照度**，简称单色辐照度

其为辐射体的辐射波长λ和热力学温度T的函数，且与物体材料及表面情况有关。

单位：瓦·米$^{-3}$ $W \cdot m^{-3}$ （单位时间的辐射能·单位面积(米$^{-2}$) ·单位波长(米$^{-1}$)）

辐出度 从**物体单位表面**上辐射的**各种波长**的**总辐射功率**为：

$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda$ $M(T)$ 称为物体的辐射出照度，简称辐出度


黑体

单位：瓦·米$^{-2}$ $W \cdot m^{-2}$

单色吸收比 $\alpha(\lambda,T)$ 温度为T的物体**吸收**波长在$\lambda \sim \lambda + d\lambda$内的电磁波能量与相应波长的入射电磁波能量之比

单色反射比 $r(\lambda,T)$ 温度为T的物体**反射**波长在$\lambda \sim \lambda + d\lambda$内的电磁波能量与相应波长的入射电磁波能量之比

两者关系 $\alpha(\lambda,T) + r(\lambda,T) = 1$

黑体 假设有一个物体在任何温度下对任何波长的入射辐射能的**吸收比都等于 1**，这种理想物体称为**绝对黑体**，简称**黑体**。**小孔空腔表面的电磁辐射**就可以认为是黑体辐射

该物体**全部吸收入射辐射能**，**无任何反射**，发射各种波长热辐射能。

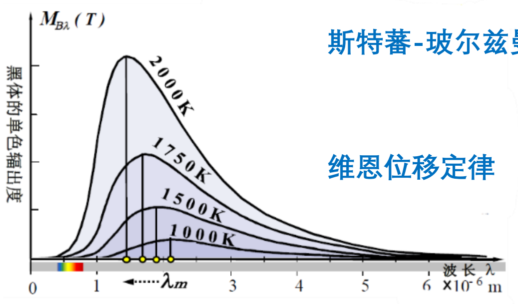
现实情况 实际物体的热辐射具有**高度复杂性**：① 反射某些波长辐射能随物而异 ② 吸收某些波长辐射能随物而异 ③ 发射各种波长辐射能随物而异 所以一般物体的辐出度研究十分复杂。

平衡辐射 任一物体辐射出去的能量必定等于在相同时间内吸收的能量，这种热辐射称为平衡辐射

热平衡时：$\frac{M_{\lambda 1}(T)}{\alpha_1(\lambda,T)} = \frac{M_{\lambda 2}(T)}{\alpha_2(\lambda,T)} = \cdots = \frac{M_{\lambda 0}(T)}{\alpha_0(\lambda,T)}$ 由于绝对黑体$\alpha_0(\lambda,T) = 1$，所以$\frac{M_\lambda(T)}{\alpha(\lambda,T)} = M_{\lambda 0}(T)$

基尔霍夫辐射定律 上式表明：任何物体的**单色辐出度**与**单色吸收比**之比等于**同一温度下绝对黑体的单色辐出度**。各种同温物体对同一波长辐射能的 $\frac{\text{单色发射能力}}{\text{单色吸收能力}} = C$ 比值相同，等于黑体对同一波长辐射能的单色发射能力。

15.1.2 黑体辐射基本规律

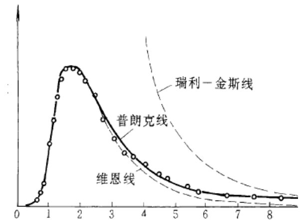


斯特藩-玻尔兹曼定律 $M_B(T) = \int_0^\infty M_{B\lambda}(T)\mathrm{d}\lambda = \sigma T^4$ $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$

黑体辐出度 $M_B(T) \propto T^4$ 黑体单色辐出度峰值随T升高向短波方向移动

维恩位移定律 $\lambda_m = \frac{b}{T}$ $b = 2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$

15.1.3 普朗克辐射公式与能量子



经典物理学导出理论

维恩公式 $M_{\lambda 0}(T)=\frac{c_1}{\lambda^5}\mathrm{e}^{-c_2/\lambda T}$ 在**短波**波段与实验曲线相符

瑞丽金斯公式 $M_{B\lambda}(T)=\frac{2\pi c}{\lambda^4}kT$ 在**长波**波段符合很好

紫外灾难 党波长向短波方向不断变短时，$M_{B\lambda}(T)\to\infty$，很明显不现实。

普朗克公式 其中 c为真空光速，k为玻尔兹曼常量，$\boldsymbol{h=6.626\times10^{-34}J\cdot s}$为**普朗克常量**

$$M_{B\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}$$

其将经典物理学的两个公式综合在一起，利用内插法，获得上述经验公式。

普朗克能量子假设 其对上述经验公式进行了**理论解释**。1900 年，普朗克在《关于正常光谱的能量分布定律的理论》一文中提出能量量子化假设，量子论诞生。其内容主要为：

① 组成黑体腔壁的分子或原子可视为**带电的线性谐振子**

② 这些谐振子和空腔中的辐射场相互作用过程中吸收和发射的能量是量子化的,只能取一些分立值：$\varepsilon,2\varepsilon,\cdots\ ,n\varepsilon$

③ 频率为ν的谐振子,吸收和发射能量的最小值$\boldsymbol{\varepsilon=h\nu}$ 称为**能量子**。

意义 ① 导出与实验曲线相吻合的经验公式,解决了黑体辐射的困难。

② 引入能量量子化的概念,是量子物理开端,为爱因斯坦光子论和玻尔氢原子理论奠定基础。“敲响近代物理晨钟”

③ 普朗克常量h已经成为物理学中最基本、最重要的常数之一。

15.1.4 例题

1. 实验测得太阳单色辐出度峰值对应的波长$\lambda_m=490\mathrm{nm}$。若将太阳当作黑体估算:太阳表面温度 T和太阳辐出度$M_{B\lambda}(T)$。

   由维恩位移定律：$T=\frac{b}{\lambda_m}=\frac{2.898\times10^{-3}}{490\times10^{-9}}=5.91\times10^3(\mathrm{K})$

   由斯特蕃玻尔兹曼定律：$M_B(T)=\sigma T^4=5.67\times10^{-8}\times(5.91\times10^3)^4=6.92\times10^7(\mathrm{W\cdot m^{-2}})$

2. 由普朗克公式推导出维恩位移定律。

   有$M_{B\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}$，令$\frac{\mathrm{d}M_{B\lambda}(T)}{\mathrm{d}\lambda}=0$ 求 λ_m 设：$x=\frac{hc}{kT\lambda}$

   有：$\frac{\mathrm{d}M_{Bx}(T)}{\mathrm{d}x}=\frac{2\pi k^5T^5}{h^4c^3}\cdot\frac{5x^4(e^x-1)-x^5e^x}{(e^x-1)^2}=0$ 得 $5-x=5e^{-x}$ 作直线 $5-x$ 和曲线 $5e^{-x}$,求得交点 x坐标

   $x=4.965$ 即$\frac{hc}{kT\lambda_m}=4.965$ 解得：$\lambda_mT=\frac{hc}{4.965k}=b=2.898\times10^{-3}(\mathrm{m\cdot K})$

3. (1) 温度为室温(20℃)的黑体,其单色辐出度的峰值所对应的波长是多少？ (2)若使一黑体单色辐出度的峰值所对应的波长在红色谱线范围内,其温度应为多少？ (3)以上两辐出度之比为多少?

   ① $\lambda_\mathrm{m}=\frac{b}{T}=\frac{2.898\times10^{-3}}{293}\mathrm{nm}=9890\mathrm{nm}$

   ② 取$\lambda_m=650nm$，则$T'=\frac{b}{\lambda_\mathrm{m}}=\frac{2.898\times10^{-3}}{6.5\times10^{-7}}\mathrm{K}=4.46\times10^3\mathrm{K}$

   ③ $\frac{M(T')}{M(T)}=\left(\frac{T'}{T}\right)^4=5.37\times10^4$

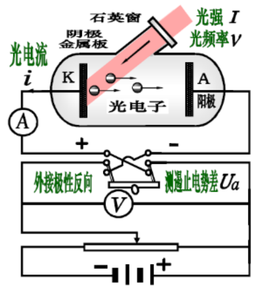
4. 假定恒星表面的行为和黑体表面一样,如果测得太阳和北极星辐射波谱的分别为5100 Å和3500Å,试估计这些恒星的表面温度以及单位面积上所发射出的功率。

   $T_1=\frac{b}{\lambda_{m1}}=5682k$ $T_2=\frac{b}{\lambda_{m2}}=8279k$ $M_1=5.91\times10^7(w/m^2)$ $M_2=2.66\times10^8(w/m^2)$

15.2 光电效应

历史发展 ① 光电效应是由赫兹在 1887 年首先发现的,这一发现对认识光的本质具有极其重要的意义。
② 1905 年,爱因斯坦从普朗克的能量子假设中得到启发,**提出光量子的概念**,成功地说明了光电效应的实验规律。
③ 1916 年,密立根以精确的光电效应实验证实了爱因斯坦的光电方程,测出的普朗克常数与普朗克按绝对黑体辐射定律中的计算值完全一致。
④ 爱因斯坦和密立根分别于 1921 年和 1923 年获得诺贝尔物理学奖。

15.2.1 光电效应实验规律



光电效应 **金属**中的**自由电子**在**光的照射下**,吸收光能而**逸出金属表面**, 这种现象称为光电效应。

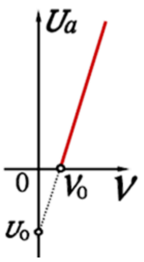
光电子 在光电效应中逸出金属表面的电子

光电流 光电子在电场的作用下运动所提供的电流

饱和光电流 增大AK之间的电压,电流表显示光电流在增大。当AK间电压足够大后,电流表读数不再改变,这就是饱和光电流。这表明光电效应中产生的光电子已能全部到达A极。所以升高电压电流也不会再增大。此时若再增大照射光强度,光电流会随之增大。
入射光频率一定,**饱和光电流与入射光强成正比**。即在饱和状态下,单位时间由阴极发出的光电子数与光强成正比。

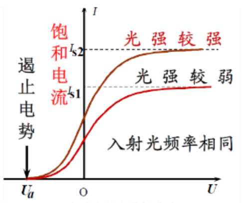
最大初动能 光电效应中从金属出来的电子,有的从金属表面直接飞出,有的从内部出来沿途与其它粒子碰撞,损失部分能量,因此电子速度会有差异。**直接从金属表面飞出的速度最大,其动能为最大初动能**。

遏止电压 在光电管上加**减速电压**,光电流逐渐减小,直到U_{AK}达到某一负值U_a时,光电流为零。此时的U_a称为遏止电压。这时从阴极逸出的具有最大初动能的电子不能穿过反向电场到达阳极,所以**电子的初动能等于它克服电场力所做的功**,有:$eU_a=\frac{1}{2}mv_{max}^2$



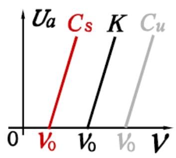
实验表明:**遏止电压大小与入射光频率成线性关系**,与光强无关。
$U_a=k\nu-U_0$ 其中k为与材料无关的普适常量,**U_0为与材料有关的常量**

由此,光电子的最大初动能与入射光频率成正比:$\frac{1}{2}mv_{0max}^2=ek\nu-eU_0$



红限频率 $\nu_0=\frac{U_0}{k}$ 推导:由于动能大于零,所以$ek\nu\geq eU_0\ \Rightarrow\ \nu\geq\frac{U_0}{k}$

红限波长 $\lambda_0=\frac{c}{\nu_0}$ 不同金属有自己的截止频率



不同金属情况

逸出时间 只要入射光频率大于金属红限频率,几乎立即产生光电子,无论光强多大。($<10^{-9}s$)

基本实验规律

① **饱和光电流与入射光强成正比**;即单位时间内逸出金属表面的光电子数,与入射光强成正比。

② 光电子的**初动能与光强无关**,但**与入射光的频率成正比**。$\frac{1}{2}mv_{0max}^2=ek\nu-eU_0$

③ 光电效应存在一个**截止频率(阈频率)**,当入射光的频率低于某一阈值时,不论光的强度如何,都没有光电子产生

④ 光电效应是**瞬时效应**,只要频率大于截止频率,光线一照射金属,立刻产生光电子,而无论光强多大。

15.2.2 经典理论的困难

光的波动理论 ① 能量是连续的(光是一种波)
② 振幅越大,光能越大,光的能量与频率无关。(遵从能量守恒)

经典理论的解释 ① 初动能与光强有关:电子从具有一定振幅的光波中吸收能量而逸出其初动能应与光强有关
② 无红限:不论什么频率,只要光足够强,总可连续供给电子足够的能量而逸出。
③ 响应快慢取决光强:光强越弱,电子从连续光波中吸收并累积能量到逸出所需的时间越长。
然而现实与上述三个推导全部矛盾。

15.2.3 爱因斯坦光子论及其对光电效应的解释

爱因斯坦光电效应方程

方程表达 $\boldsymbol{h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = eU_a}$

方程解释 **一个光子的能量 = 金属中一个电子吸收一个光子能量(初动能 + 逸出功)**

联系实验 $\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = ekV - eU_0$ 可得$h = ek$，$A = eU_0$，故$K = \frac{h}{e}$ $U_0 = \frac{A}{e}$

考虑到：$\nu_0 = \frac{U_0}{k}$ $\boldsymbol{A = h\nu_0}$ $\boldsymbol{\nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}}$

光子理论解释 ① 频率ν一定，**光强I越大，则单位时间打在金属表面的光子数就越多**，产生光电效应时单位时间被激发而逸出的光电子数也就越多，故饱和电流i_m与光强I成正比。

② **每一个电子所得到的能量只与单个光子的能量$h\nu$有关**,即只与光的频率ν成正比,故光电子的初动能与入射光的频率ν成线性关系,与光强I无关

③ **一个电子同时吸收两个或两个以上光子的概率几乎为零**,因此,若金属中电子吸收光子的能量$h\nu < A(A = h\nu)$,即入射光频率$\nu < \nu_0$时,电子不能逸出,不产生光电效应。

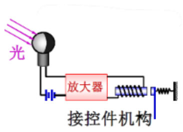
④ 光子与电子发生作用时,**光子一次性将能量$h\nu$交给电子**,不需要持续的时间积累,故光电效应瞬时即可产生

光的粒子性 光子具有质量、能量和动量。

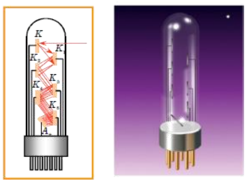
能量：$\boldsymbol{E = h\nu}$

相对论质量：$\boldsymbol{m_\gamma} = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \boldsymbol{\frac{h}{c\lambda}}$

动量：$\boldsymbol{p} = m_\gamma c = \frac{h\nu}{c} = \boldsymbol{\frac{h}{\lambda}}$



光控继电器


光电倍增管

技术应用 **1. 光电管**：将光信号转换为电信号

2. 光控继电器：用于自动控制，自动计数，自动报警，跟踪等。

3. 光电倍增管：对微弱光线进行放大，使光电流增大10^5~10^8倍，灵敏度高。

15.2.4 例题

1. 分别计算波长为$400nm$的紫光和波长为$10.0\ pm$的 X 射线的光子的质量。

紫光光子质量为：$m_1 = \frac{h}{c\lambda_1} = \frac{6.63\times10^{-34}}{3.00\times10^8\times4.00\times10^{-7}}\text{kg} = 5.53\times10^{-36}\text{kg}$

X 射线光子质量为：$m_2 = \frac{h}{c\lambda_2} = \frac{6.63\times10^{-34}}{3.00\times10^8\times1.00\times10^{-11}}\text{kg} = 2.21\times10^{-31}\text{kg}$

2. 用波长为$400nm$的紫光照射某种金属,观察到光电效应,同时测量到遏止电势差为$1.24V$,求
(1)求逸出的光电子的最大初动能 (2)求该金属的红限和逸出功A

① 动能有：$\frac{1}{2}m_0v^2 = eU_0 = 1.60\times10^{-19}\times1.24 = 1.984\times10^{-19}(J)$

② 有 $h\nu = h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{1}{2}m_0v^2$ 故 $A = h\frac{c}{\lambda} - \frac{1}{2}m_0v^2 = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{4.00\times10^{-7}} - 1.984\times10^{-19} = 2.99\times10^{-19}(J)$

又有$h\nu_0 = A$ 所以 $\nu_0 = \frac{A}{h} = \frac{2.99\times10^{-19}}{6.63\times10^{-34}} = 4.51\times10^{14}Hz$

3. 今用波长4000Å的紫光照射金属表面,产生的光电子初速度为5×10^5米/秒。求:
(1)光电子的最大初动能 (2)光电效应的红限频率

① 有$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 1.14\times10^{-19}(J)$

② 又有 $\frac{hc}{\lambda} = A + E_k$ 所以$A = 3.83\times10^{-19}(J)$ 考虑到：$h\nu_0 = A$ 所以$\nu_0 = 5.776\times10^{14}(\text{Hz})$

4. 从铝中移出一个电子需要4.2 eV的能量,今有波长为2000Å的光投射到铝表面。
(1)求逸出的光电子的最大初动能　　(2)求遏止电压为多大?　　(3)光电效应红限时入射波波长

① 由$h\nu = \frac{1}{2}mc^2 + A \quad E_k = \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A = 3.23 \times 10^{-19}\mathrm{J} = 2.0\mathrm{eV}$

② 由 $E_k = eU_a \qquad U_a = \frac{E_k}{e} = 2V$　　③ 由$\nu_0 = \frac{A}{h} = \frac{c}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = 2960$Å

5. 金属钾的红限频率为$4.62 \times 10^{14}Hz$,今用波长为$436nm$的光照射钾表面,求:
1、金属钾的逸出功　2、光电子的最大初动能　3、截止电压

① $A = h\nu_0 = 3.06 \times 10^{-19}J = 1.9eV$　　② $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A = 0.94eV$

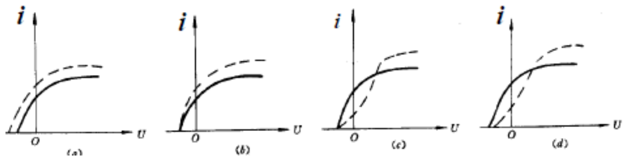
③ $\frac{1}{2}mv^2 = eU_a \Rightarrow U_a = 0.94V$

6. 用波长$\lambda = 0.35\mu m$的紫外光照射金属钾做光电效应实验,求
(1)紫外光子的能量、质量和动量　　(2)逸出光电子的最大初速度和相应的遏止电势差。

① $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 5.68 \times 10^{-19}(J) \qquad m = \frac{\varepsilon}{c^2} = 6.31 \times 10^{-36}(kg) \qquad P = \frac{h}{\lambda} = 1.89 \times 10^{-27}(\mathrm{Kg \cdot m \cdot s^{-1}})$

② 已知有$A_{钾} = 2.25eV \qquad v_{0max} = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}} = 6.76 \times 10^5(\mathrm{m \cdot s^{-1}}) \quad U_a = \frac{h\nu - A}{e} = 1.3(\mathrm{V})$

7. 以一定频率的单色光照射在某种金属上,测出其光电流曲线如图中实线所示。然后保持**光的频率不变,增大照射光强度**,测出其光电流曲线如图中虚线所示,哪一个图是正确的?

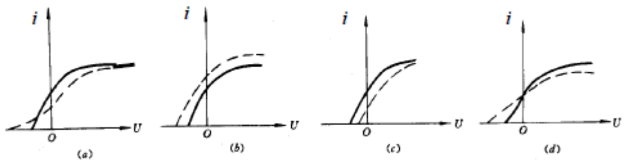


频率不变，饱和电流只与光强有关 $I \nearrow \quad i_m \nearrow$

$h\nu = A + \frac{1}{2}mu^2 = A + |eU| \qquad \nu, A$不变,$|U|$不变

故选择 B

8. 在**光强不变的情况下,增大照射光的频率**,测出其光电流曲线如图中虚线所示,不计转换效率与频率的关系,下列哪一个图是正确的?



光强$I = Nh\nu$ 不变，$\nu \uparrow, N \downarrow, i_m \downarrow$

$h\nu = A + \frac{1}{2}mu^2 = A + |eU|, \nu \uparrow, A$不变$, |U| \uparrow$

故选择 D

9. 波长 4000Å 的光照射在逸出功为$2.0eV$的金属材料上,光射到金属单位面积上的功率为$3.0 \times 10^{-9}W \cdot m^{-2}$,求:
1.单位时间内、单位面积金属上发射的光电子数　　2.光电子的最大初动能
① 对于单光子光电效应，忽略吸收效率问题，金属发射的光电子数等于在同一时间内射到金属表面的光子数

$$N = \frac{w}{h\nu} = \frac{w\lambda}{hc} = \frac{3\times10^{-9}\times4000\times10^{-10}}{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}} = 6.03 \times 10^9$$

② $E_{km} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{3}}{4000\times10^{-10}} - 2.0 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.77 \times 10^{-19}\mathrm{J}$

10. 用波长为$400nm$的紫光照射某金属,观察到光电效应,测得遏止电势差为 1.24V,试求该金属的红限和逸出功。

$A = h\nu - \frac{1}{2}mv_m^2$　　两边同时除以普朗克常量，得到：$\frac{A}{h} = \nu - \frac{mv^2}{2h}$　　左边就是红限ν_0

所以 $\nu_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{mv^2}{2h} = \frac{c}{\lambda} - \frac{eU_a}{h} \;\; (eU_a = \frac{1}{2}mv^2)$　　所以 $\nu_0 = 4.51 \times 10^{14}Hz$

有 $A = \nu_0 h = 4.51 \times 10^{14} \times 6.63 \times 10^{-34}J = 2.99 \times 10^{-19}\mathrm{J} = 1.87\mathrm{eV}$