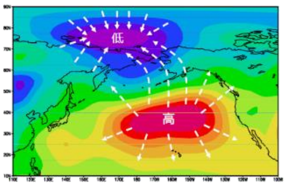
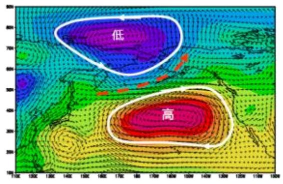
# 第六章 旋转流体动力学



没有自转



实际情况形成环流

**章节引言** 前述流体运动均在惯性坐标系下，未考虑地球旋转效应。地球以一定速度自转($\Omega=7.292\times10^{-5}s^{-1}$)，而地球的旋转效应，将会对地球大气、海洋等流体的运动产生很显著的影响。本章将主要介绍考虑地球旋转效应下的流体运动，讨论旋转流体运动的控制方程，了解旋转效应所引起的流体流动特性变化，并通过方程的分析揭示在地球旋转效应影响下所出现的特殊的流体运动、现象及其物理描述。

## 6.1 旋转参考系中的流体运动方程

### 6.1.1 微分算子

**旋转参考系** 假设考虑流体运动的参考系，**本身**是以一定的**角速度绕轴转动**的，这种参考系称为**旋转参考系**。而相对于旋转参考系的流体运动则称之为**旋转流体运动**。大多数的地球物体流体力学所关心的大量问题均属于旋转流体动力学问题。

**运动速度** **惯性坐标系**与**旋转坐标系**中的运动速度之间满足：$\vec{V}_{a\text{绝对速度}}=\vec{V}_{\text{相对速度}}+\vec{V}_{e\text{牵连速度}}$

例如，人在运动的火车上运动，地面为惯性坐标系（绝对坐标系），火车为相对坐标系，$\vec{V}_a$为地面上看人的速度，$\vec{V}$为火车上观测到的人的速度，$\vec{V}_e$就是火车相对地面的速度，这个速度可直线可曲线。

由于引进旋转坐标系而产生的**牵连速度**：$\vec{V}_e=\vec{\Omega}\times\vec{r}$ 其中$\vec{\Omega}$为由于旋转产生的转动角速度

回归矢径随时间的变化的形式：$\frac{d_a\vec{r}}{dt}=\frac{d\vec{r}}{dt}+\vec{\Omega}\times\vec{r}$ （惯性坐标系建立于遥远太空中的某一点）

**微分算子** $\frac{d_a}{dt}(\square)=\frac{d}{dt}(\square)+\vec{\Omega}\times(\square)$ ① **绝对变化项** ② **相对变化项** ③ **牵连变化项**

对于**任意矢量**$\vec{A}$，满足：$\frac{d_a}{dt}(\vec{A})=\frac{d}{dt}(\vec{A})+\vec{\Omega}\times(\vec{A})$ 该算子是联系惯性坐标系与旋转坐标系的普遍关系

对于标量而言，无需引入关系式，其在不同坐标系中相同

**证明** 对任意矢量$\boldsymbol{A}$，可写在不同的坐标系中，用不同$i,j,k$表达：

绝对坐标系 惯性静止坐标系，有 $\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}$ 单位坐标矢量为**常矢量**

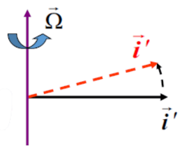
旋转坐标系 相对坐标系，有$\vec{A}=A'_x\vec{i}'+A'_y\vec{j}'+A'_z\vec{k}'$ 单位坐标矢量**可变**($x,y$轴会随着地球旋转改变)

求该矢量对时间$t$的导数：

绝对：$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d_aA_x}{dt}\vec{i}+\frac{d_aA_y}{dt}\vec{j}+\frac{d_aA_z}{dt}\vec{k}$ $\frac{d_r\vec{A}}{dt}=\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{dA'_x}{dt}\vec{i}'+\frac{dA'_y}{dt}\vec{j}'+\frac{dA'_z}{dt}\vec{k}'$ （省略下标$r$）

$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d_a(A'_x\vec{i}'+A'_y\vec{j}'+A'_z\vec{k}')}{dt}\xrightarrow{\text{全微分 展开}}\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d_aA'_x}{dt}\vec{i}'+\frac{d_aA'_y}{dt}\vec{j}'+\frac{d_aA'_z}{dt}\vec{k}'+A'_x\frac{d_a\vec{i}'}{dt}+A'_y\frac{d_a\vec{j}'}{dt}+A'_z\frac{d_a\vec{k}'}{dt}$ 坐标的变化

$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{dA'_x}{dt}\vec{i}'+\frac{dA'_y}{dt}\vec{j}'+\frac{dA'_z}{dt}\vec{k}'$ $A'_x,A'_y,A'_z$为**标量**在绝对坐标系和相对坐标系中的**时间微商相同**




由于$\vec{i}'$是旋转系中的单位矢量，所以$\frac{d_a\vec{i}'}{dt}$**表示$\vec{i}'$的转动速度**，有：（根据方向和大小可得）

$\frac{d_a\vec{i}'}{dt}=\vec{\Omega}\times\vec{i}'$ $\frac{d_a\vec{j}'}{dt}=\vec{\Omega}\times\vec{j}'$ $\frac{d_a\vec{k}'}{dt}=\vec{\Omega}\times\vec{k}'$ 上式变为：$\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d\vec{A}}{dt}+A'_x\vec{\Omega}\times\vec{i}'+A'_y\vec{\Omega}\times\vec{j}'+A'_z\vec{\Omega}\times\vec{k}'$

故有 $\frac{d_a\vec{A}}{dt}=\frac{d\vec{A}}{dt}+\vec{\Omega}\times\vec{A}$

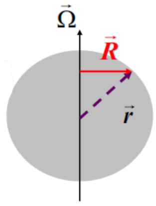
关于标量的说明：**上述算子只适用于矢量的情形**，而标量的绝对变化与相对变化没有差别。

### 6.1.2 运动方程

**牛二定理** 流体运动方程反映了流体运动状态的变化与所受合力的关系，但是，牛顿第二定理是建立在惯性坐标系的基础上的，即：$\frac{d_a\vec{V}_a}{dt}=\sum_i F_i$ 考虑地球的旋转效应，引进的旋转坐标系；前面给出旋转坐标系与惯性坐标系之间的基本关系，以下通过分析，得出适用于描述旋转流体的运动方程。

**推导** 对任意矢量$\boldsymbol{A}$取为任意流体质点对应的绝对速度矢量$\boldsymbol{V}_a$时，可以得到绝对加速度表达式：

$$\frac{d_a\vec{V}_a}{dt}=\frac{d\vec{V}_a}{dt}+\vec{\Omega}\times\vec{V}_a \Rightarrow \frac{d_a\vec{V}_a}{dt}=\frac{d(\vec{V}+\vec{\Omega}\times\vec{r})}{dt}+\vec{\Omega}\times(\vec{V}+\vec{\Omega}\times\vec{r}) \Rightarrow \frac{d_a\vec{V}_a}{dt}=\frac{d\vec{V}}{dt}+2\vec{\Omega}\times\vec{V}+\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r})$$

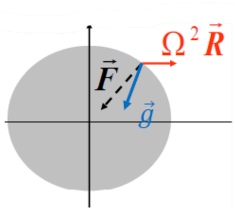



其中：$\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r})=\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{R})=-\Omega^2\vec{R}_{\text{纬圈面半径}}$ 故 $\frac{d_a\vec{V}_a}{dt}=\frac{d\vec{V}}{dt}+2\vec{\Omega}\times\vec{V}-\Omega^2\vec{R}$

$(|R|=|r|\cos\varphi_{\text{纬度}})$（下方 NS 方程近似为不可压缩流体，去掉散度梯度项）

又有 N-S 方程 $\frac{d\vec{V}_a}{dt}=\vec{F}-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\nabla^2\vec{V}_a$ 则 $\frac{d_a\vec{V}_a}{dt}=\frac{d\vec{V}}{dt}+2\vec{\Omega}\times\vec{V}-\Omega^2\vec{R}$ 代入$\frac{d\vec{V}_a}{dt}$

$$\frac{d\vec{V}}{dt}=\vec{F}-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\nabla^2\vec{V}-2\vec{\Omega}\times\vec{V}_{\text{地转偏向力项}}+\Omega^2\vec{R}_{\text{惯性力项}}$$




又有 $\vec{F}=-\frac{GM}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$ 万有引力(地心引力)与惯性力项合成**重力项**

有$\vec{g}=\vec{F}+\Omega^2\vec{R}$ 代入后与惯性力项抵消

**方程** $\frac{d\vec{V}}{dt}=\vec{g}-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\nabla^2\vec{V}-2\vec{\Omega}\times\vec{V}_{\text{科氏力项(地转偏向力)}}$ **旋转流体力学运动方程**

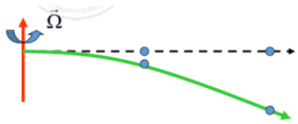
如果考虑旋转坐标系的自转角速度为0，方程中的科氏力与惯性离心力不存在，方程退化为 N-S 方程。

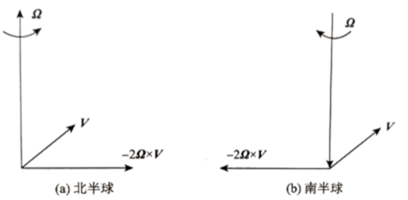
**地转偏向力** ① 引进了旋转坐标系之后或者说考虑了地球的旋转效应之后，出现了**地转偏向力（或称柯氏力）**。从它的表达式不难看出，地转偏向力**与流速相垂直**，且它**只改变流速的方向**；并且沿着流向观测。对于地球流体运动而言，偏向力使流体**向右偏转（北半球）** $-2\vec{\Omega}\times\vec{V}$ $-2\Omega\vec{k}\times\vec{V}$

在赤道地区，会产生一个垂直运动。

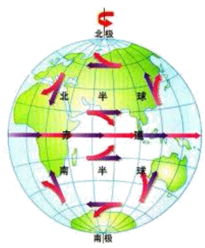
② 偏向力的出现，完全是由于旋转参考系下观测流体运动所产生的旋转效应，在流体的运动方程中，增加了偏向力项，从而成为旋转流体方程。所以，科氏力是一种**视示力/虚假力**。但由于我们在旋转的地球上观测，所以其对实际观测情况吻合的很好。

③ 在地球物理流体力学或大气动力学中，流体运动方程大多数是采用旋转流体运动方程的（除小尺度运动外）。但必须注意：旋转效应与流体运动的尺度密切相关。




地转偏向力的方向




科氏力示意图

# 6.2 旋转流体的无量纲方程和罗斯贝波

### 6.2.1 特征尺度

**特征长度尺度**：$L$　　**特征速度尺度**：$U$　　**特征时间尺度**：$T$　　**重力加速度特征量**：$g$

**密度特征量**：$\rho_0$　　**旋转参考系的自转角速度特征量**：$\Omega$

**特征压强差**：可以取两种不同的尺度：$\rho_0 U^2$　$\rho_0\Omega^2L^2$　　考虑到 $\frac{U}{\Omega L}\ll 1$，通常选择$\rho_0\Omega^2L^2$作为压力差的尺度

### 6.2.2 旋转流体运动的无量纲方程

**推导**　$\frac{d\vec{V}}{dt}=\vec{g}-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\nabla^2\vec{V}-2\Omega\vec{k}\times\vec{V}\quad\Rightarrow\quad\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{g}+\nu\nabla^2\vec{V}-2\Omega\vec{k}\times\vec{V}$

对应有：$\frac{U}{T}+\frac{U^2}{L}=\frac{\rho_0\Omega^2L^2}{\rho_0 L}+\mathrm{g}+\nu\frac{U}{L^2}-\Omega U\xrightarrow{\text{同除科氏力项 }\Omega U}\frac{1}{\Omega T}+\frac{U}{\Omega L}=\frac{\Omega L}{U}+\frac{g}{\Omega U}+\frac{\nu}{\Omega L^2}-1$　（简化形式）

$$\frac{1}{\Omega T}\frac{\partial\vec{V}'}{\partial'}+\frac{U}{\Omega L}(\vec{V}'\cdot\nabla')\vec{V}'=\frac{\Omega L}{U}\left(-\frac{1}{\rho'}\nabla'p'\right)+\frac{g}{\Omega U}\vec{g}'+\frac{\nu}{\Omega L^2}\nabla'^2\vec{V}'-2\vec{k}\times\vec{V}'\Rightarrow$$

$$\underbrace{\frac{U}{\Omega L}}_{Ro}\left[\frac{L}{UT}\frac{\partial\vec{V}'}{\partial'}+(\vec{V}'\cdot\nabla')\vec{V}'\right]=\frac{1}{\frac{U}{\Omega L}}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla'p'+\underbrace{\frac{g}{\Omega^2 L}}_{1/Fr}\vec{g}'\right]+\underbrace{\frac{\nu}{\Omega L^2}}_{Ek}\nabla'^2\vec{V}'-2\vec{k}\times\vec{V}'$$

**无量纲方程**　$Ro\left[\frac{L}{UT}\frac{\partial\vec{V}'}{\partial t'}+(\vec{V}'\cdot\nabla')\vec{V}'\right]=\frac{1}{\mathrm{Ro}}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla'p'+\frac{1}{\mathrm{Fr}}\vec{g}'\right]+\mathrm{Ek}\,\nabla'^2\vec{V}'-2\vec{k}\times\vec{V}'$

如果罗斯贝数Ro大，则重力项和压力梯度项1/Ro很小；反之亦然。

### 6.2.3 几个常用的无量纲数

#### ① 罗斯贝数 $Ro$

**定义**　$\mathrm{Ro}=\frac{\text{特征惯性力}}{\text{特征偏向力}}=\frac{U^2/L}{\Omega U}=\frac{U}{\Omega L}$

**意义**　是衡量旋转效应的一个重要量。本质上与第三章中定义的$R_0=\frac{U}{fL}=\frac{U}{2\Omega\sin\varphi L}$ 是一致的

**讨论**　① $R_o\ll 1$，偏向力的作用大，**旋转效应重要【大尺度缓慢运动】**

② $R_o\gg 1$，偏向力的作用小，可**不考虑地球的旋转效应【中小尺度高速运动】**

③ 尺度角度：大尺度运动（$L$大 百公里量级），流速缓慢（$U$小）→偏差大→$R_o\ll 1$

中小尺度运动，流速快→偏差小→$R_o\gg 1$　实际情况在 1 附近，偏向力也很重要

#### ② 埃克曼数 $Ek$

**定义**　$Ek=\frac{\text{特征粘性力}}{\text{特征偏向力}}=\frac{\nu}{\Omega L^2}=\frac{\text{Ro 罗斯贝数}}{\text{Re 雷诺数}}$

**意义**　主要**反映粘性的重要程度**（与流体边界层、Ekman 层有关（湍流形成的粘性力））

① 若$Ek\gg 1$，粘性力项重要，偏向力不重要　② 若$Ek\ll 1$，**偏向力重要。**　例如高层大气

**比较**　$R_e=\frac{\text{特征惯性力}}{\text{特征粘性力}}=\frac{\frac{U^2}{L}}{\frac{\nu U}{L^2}}=\frac{UL}{\nu}$　　$E_k=\frac{\text{特征粘性力}}{\text{特征偏向力}}=\frac{\nu}{\Omega L^2}=\frac{U/\Omega L}{UL/\nu}=\frac{Ro}{Re}$

#### ③ 旋转流体的弗雷德数 $Fr$

**定义**　$F_r=\frac{\text{特征旋转惯性力}}{\text{特征重力}}=\frac{\Omega^2L}{g}=\frac{(\Omega L)^2/L}{g}\sim\frac{(10^{-5})^2\times O[L]}{10}$　　原始定义：$F_r=\frac{\text{特征惯性力}}{\text{特征重力}}=\frac{U^2}{gL}$

**意义**　衡量旋转作用与重力的相对重要性　一般特征重力项要远大于特征惯性力

#### ④ 旋转流体的特征压强差

**定义**　反映了流体运动与压力之间的相互制约关系，通常分如下两种情况：

$$\Delta p=\begin{cases}\rho U^2 & R_0\gg 1\\ \rho\Omega^2L^2 & R_0\ll 1\end{cases}$$

## 6.3 泰勒 - 普鲁德曼定理

### 6.3.1 定理内容

**定理内容** **不可压或正压流体，在有势力作用下的准定常缓慢运动，由于强旋转效应，其速度将与垂直坐标无关，流动趋于两维化**（流动是水平、二维的）

### 6.3.2 定理推导

**引入** 旋转与非旋转流体动力学的本质差别在于**地转偏向力**的作用。

旋转流体运动的无量纲方程为：$Ro\left[\frac{L}{UT}\frac{\partial\vec{V}'}{\partial t'}+(\vec{V}'\cdot\nabla')\vec{V}'\right]=\frac{1}{\mathrm{Ro}}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla' p'+\frac{1}{\mathrm{Fr}}\vec{g}'\right]+\mathrm{Ek}\,\nabla'^2\vec{V}'-2\vec{k}\times\vec{V}'$

为了突出旋转流体的主要特征，下面着重讨论**偏向力有重要作用**的流体运动，此时，在运动方程中，偏向力项远远大于运动的惯性项和粘性项。

**假设** 假定流体运动满足：$\mathrm{Ro}\ll 1$ 或者 $\mathrm{Ro}\to 0$（**罗斯贝数很小，强旋转**）、$Ek=\frac{Ro}{Re}\to 0$

同时要求：$\frac{R_oL}{UT}\to 0$ （即要求$T$很大，对应**缓慢运动或者准定常流动**）

$$Ro\left[\cancel{\frac{L}{UT}\frac{\partial\vec{V}'}{\partial t'}}+(\vec{V}'\cancel{\cdot\nabla'})\vec{V}'\right]=\frac{1}{Ro}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla' p'+\frac{1}{F_r}\vec{g}'\right]+\cancel{Ek\nabla'^2}\vec{V}'-2\vec{k}\times\vec{V}'\ \Rightarrow \boldsymbol{2\vec{k}\times\vec{V}'=\frac{1}{Ro}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla' p'+\frac{1}{Fr}\vec{g}'\right]}$$

**压力梯度项** ① **假设流体均质不可压**：$\rho'=const\Rightarrow -\frac{1}{\rho'}\nabla' p'=-\nabla'\left(\frac{p'}{\rho'}\right)$ 可以写到梯度项内

② **正压流体**：$\rho=f(p)\Rightarrow\rho'=f(p')$ $\quad -\frac{1}{\rho'}\nabla' p'=-\frac{1}{f(p')}\nabla' p'=-\nabla' F(p')$ 可以写到梯度项内

可见：上述两种情况下均可将流体的**压力梯度项表示为某个函数的梯度**

**重力项** 考虑重力为有势力，$\vec{g}=g\vec{g}'$，$|\vec{g}'|=1$ $\quad \frac{1}{Fr}\vec{g}'=\frac{1}{Fr}(-\vec{k})=-\nabla'\frac{z'}{Fr}$ 重力项写为重力位势的梯度

**方程更新** $2\vec{k}\times\vec{V}'=\frac{1}{\mathrm{Ro}}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla' p'+\frac{1}{Fr}\vec{g}'\right]\xrightarrow{\text{流体不可压/正压流体，有势力}}\boldsymbol{2\vec{k}\times\vec{V}'}=\frac{1}{\mathrm{Ro}}\left[-\nabla'\boldsymbol{F(p')}-\nabla'\boldsymbol{\frac{z'}{Fr}}\right]$

对上式取旋度：$\nabla'\times(\vec{k}\times\vec{V}')=0$ $\quad$ 有矢量法则:$\nabla\times(\vec{a}\times\vec{b})=(\vec{b}\cdot\nabla)\vec{a}-(\vec{a}\cdot\nabla)\vec{b}+\vec{a}(\nabla\cdot\vec{b})-\vec{b}(\nabla\cdot\vec{a})$

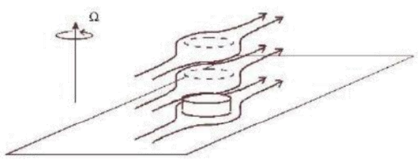
$\nabla'\times(\vec{k}\times\vec{V}')=(\vec{V}'\cdot\nabla')\vec{k}-(\vec{k}\cdot\nabla')\vec{V}'+\vec{k}(\nabla'\cdot\vec{V})-\vec{V}'(\nabla'\cdot\vec{k})$

由于$\vec{\boldsymbol{k}}$**为常矢量**，$(\vec{V}'\cdot\nabla')\vec{k}=0,\ \vec{V}'(\nabla'\cdot\vec{k})=0$；由**不可压连续方程**可知 $\vec{k}(\nabla'\cdot\vec{V})=0$

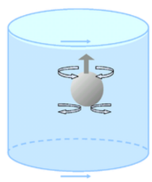
于是：$\boldsymbol{\nabla'\times(\vec{k}\times\vec{V}')=-(\vec{k}\cdot\nabla')\vec{V}'=-\frac{\partial}{\partial z'}\vec{V}'=0}$ 最后有：$(\vec{k}\cdot\nabla')\vec{V'}=0\Rightarrow\boldsymbol{\frac{\partial\vec{V}'}{\partial z'}=0}$

通常取 $\vec{V}'=u'\vec{\imath}+v'\vec{\jmath}+w'\vec{k}$ $\quad$ 于是有：$\frac{\partial u'}{\partial z'}=\frac{\partial v'}{\partial z'}=\frac{\partial w'}{\partial z'}=0$ **流体运动不随高度变化**

**边界条件** 考虑**下边界平坦时**，边界条件为：$z'=0,w'=0\Rightarrow w'=0$
任何高度上恒有：$w'=0$
此时，流体无垂直运动，运动为水平的，且水平运动不随高度变化，即为水平的二维运动。
水平方向运动分量远远大于垂直方向运动方向。




泰勒柱



运动物体上方和下方的流体运动被迫循环，
因此被限制在物体沿旋转轴延伸的柱体内。

# 6.4 地转流动

**引入** **普鲁德曼-泰勒定理**的条件下，旋转流体运动中的偏向力作用为主要作用项，相对加速度项和粘性项可忽略不计。本节介绍满足普鲁德曼-泰勒定理的**典型流体运动：地转流动**。

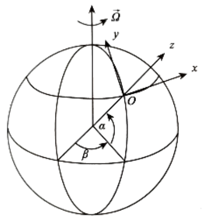
**无量纲式** $Ro \to 0, Ek = \frac{\mathrm{Ro}}{Re} \to 0\,, \frac{\mathrm{Ro}L}{UT} \to 0$

$$Ro\left[\cancel{\frac{L}{UT}\frac{\partial \vec{V}'}{\partial t}} + \cancel{(\vec{V}'\cdot\nabla')\vec{V}'}\right] = \frac{1}{\mathrm{Ro}}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla' p' + \frac{1}{Fr}\vec{g}'\right] + \cancel{Ek\nabla'^2\vec{V}'} - 2\vec{k}\times\vec{V}'$$

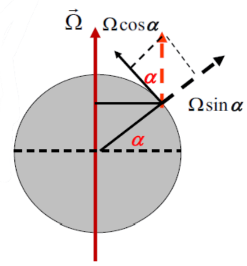
$$\frac{1}{R_0}\left[-\frac{1}{\rho'}\nabla' p' + \frac{1}{Fr}\vec{g}'\right] - 2\vec{k}\times\vec{V}' = 0$$ 简化的无量纲方程

**有量纲式** $0 = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p - 2\vec{\Omega}\times\vec{V}$ 或 $\boldsymbol{\frac{1}{\rho}\nabla p - \vec{g} = -2\vec{\Omega}\times\vec{V}}$ 式中$\vec{\Omega}$为地球自转角速度矢

由科氏力、压力梯度力、重力相平衡的形式所控制的流体运动称之为地转运动。



局地直角坐标系




地转角速度分解

**分析** 分析方程在**局地直角坐标**中的形式：$\vec{V} = u\vec{\imath} + v\vec{\jmath} + w\vec{k}$

地转角速度矢分量形式为：$\vec{\Omega} = 0\vec{\imath} + \Omega\cos\alpha\,\vec{\jmath} + \Omega\sin\alpha\,\vec{k}$

重力项形式：$\vec{g} = -g\vec{k}$ 垂直地面向下

有：$-2\vec{\Omega}\times\vec{V} = -2\cdot\begin{vmatrix}\vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k}\\ 0 & \Omega\cos\alpha & \Omega\sin\alpha\\ u & v & w\end{vmatrix} \Rightarrow \begin{matrix}(2\Omega\sin\alpha\, v - 2\Omega\cos\alpha\, w)\vec{\imath}\\ (-2\Omega\sin\alpha\, u)\vec{\jmath}\\ (2\Omega\cos\alpha\, u)\vec{k}\end{matrix}$

于是由$\nabla p = \left(-2\vec{\Omega}\times\vec{V} + \vec{g}\right)\rho$，可得地转运动方程的分量形式：
$$\begin{cases}\frac{\partial p}{\partial x} = 2\rho\Omega\sin\alpha\, v - 2\rho\Omega\cos\alpha\, w\\ \frac{\partial p}{\partial y} = -2\rho\Omega\sin\alpha\, u\\ \frac{\partial p}{\partial z} = 2\rho\Omega\cos\alpha\, u - \rho g\end{cases}$$

若令$f = 2\Omega\sin\alpha$，可以将其写成如下的近似式：
$$\begin{cases}\frac{\partial p}{\partial x} = \rho f v\\ \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho f u\\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g\end{cases}$$ 地转运动方程+静力平衡

以上就是**动力气象学中常用的地转运动方程和静力平衡方程**