第三章 气旋与反气旋

章节概述 本节讲授<mark>涡度方程、位势倾向方程、ω方程</mark>的物理意义及其在分析温带气旋与反气旋发展机制方面的 定性应用;影响我国的温带气旋、反气旋的结构特征与活动规律;用位势涡度守恒原理解释天气系统 在上山、下山时强度的变化;并用地转适应的观点解释气旋发展。

3.1 气旋、反气旋的特征和分类

气旋 气旋是占有三度空间的,在同一高度上中心气压<mark>低于</mark>四周的流场中的涡旋。涡旋中的空气在<mark>北半球逆</mark>

时针旋转,在南半球顺时针旋转。在北半球具有正的涡度,南半球具有负的涡度。

反气旋 反气旋是占有三度空间的,在同一高度上中心气压<mark>高于</mark>四周的流场中的涡旋。涡旋中的空气在<mark>北半球</mark>

顺时针旋转,在南半球逆时针旋转。在北半球具有负的涡度,南半球具有正的涡度。

3.1.1 气旋和反气旋的水平尺度

尺度定义 气旋、反气旋的水平尺度以最外围的闭合等压线的直径长度来表示,反气旋尺度大于气旋。

气旋尺度 平均而言,气旋: 1000km - 3000km, 东亚气旋比欧洲和北美的水平尺度小

反气旋尺度 大者面积可达亚洲大陆的3/4

3.1.2 气旋和反气旋的强度

强度定义 使用中心气压值表征。气旋中心气压值越低,气旋越强,反气旋中心气压值越高,反气旋越强

气旋可以表述为加强或加深发展(等高面低于周围),但反气旋只能说加强。

强度范围 气旋: 970 - 1010hPa 反气旋: 1020 - 1030hPa

平均而言,温带的气旋和反气旋冬季强于夏季,海上的气旋强于陆上的,陆上的反气旋强于海上的。

3.1.3 气旋和反气旋的分类

气旋 地理区域:热带气旋和温带气旋

热力性质:锋面气旋(有温度对比)和无锋气旋(无温度对比,如台风、热低压)

反气旋 地理区域: **极地、温带和副热带反气旋**(西太平洋副热带高压)

热力性质: 冷性反气旋(西伯利亚冷高压)、暖性反气旋(西太平洋副热带高压)

气旋与反气旋会相互转化。无锋气旋可以转化为锋面气旋(台风北上)、冷高压也可以受热变为热高压

温带气旋 源地:不是均匀分布在温带地区的。

北半球气旋源地的特点:① 1、7 月**北太平洋和北大西洋两个气旋最大频率中心**(阿留申低压、冰岛低压)、② 源地分布基本**与纬圈平行**、③ 巨大山地背风一侧及其以东地区、④ 海湾以及内陆胡泊(非绝热加热影响:冬季温度高)

东亚无论冬夏, 30~35N,45~50N 生成频率最多。 与锋生带有关

3.2 涡度和涡度方程

引入 使用气压的变化率误差较大,但发现大尺度大气运动具有涡旋和准地转平衡的特点,可以用涡度衡量。

3.2.1 涡度

涡度 度量空气块**旋转程度和旋转方向**的物理量 单位: 1/s 量纲: $\zeta \sim V/L$

量级 $\vec{\zeta} \sim 10^{-5}$ 大尺度 $\vec{\zeta} \sim 10^{-4}$ 中尺度 $\vec{\zeta} \sim 10^{-3}$ 小尺度 $f \sim 10^{-4}$ 中高纬度

 $f = 2\Omega \sin \varphi$ 称为地转参数,也称为**地转涡度**,对于大尺度运动,地转涡度要更大。

公式
$$\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \vec{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \vec{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \vec{k}$$
 大尺度准水平,前两项不考虑

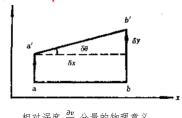
我们关注的是 $\zeta_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ P坐标系中相对涡度的垂直分量 $\zeta_p = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_p - \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_p$

方向 涡度的方向是指旋转轴的方向,不在气流旋转平面。

物理意义 涡度的物理意义: 简化问题: 设u=0 $\frac{\partial u}{\partial v}=0$ 只考虑 $\frac{\partial v}{\partial x}>0$

由于**风速分布不均匀**,原线段*ab*变化为*a'b'*,**平移外发生了转动**。

转动角速度有: $(v_b - v_a)\delta t = \delta x \delta \theta \Rightarrow \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta \theta}{\delta t} = \frac{v_b - v_a}{\delta x} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x}$



可得 $\partial v/\partial x$ 表示与x轴平行的气块边界转动角速度,同理 $-\partial u/\partial y$ 表示与y轴平行的气块边界角速度。如果把气块换为刚体,则 $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}$,于是 $\zeta_z = 2\frac{d\theta}{dt}$,**涡度为刚体旋转角速度的两倍**。

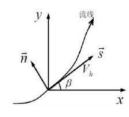
风场在空间分布不均匀,导致质点在流场中发生旋转。

3.2.1.1 绝对涡度与相对涡度

绝对涡度 \vec{V}_a 表示绝对速度, \vec{V} 表示空气相对于地球的相对速度, \vec{V}_a 为牵连速度。

 $\vec{V}_a = \vec{V} + \vec{V}_e \Rightarrow \vec{\zeta}_a = \vec{\zeta} + \vec{\zeta}_e$ 绝对涡度=相对涡度+地转涡度

如果涡度没有矢量符号,则表示垂直分量



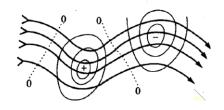
自然坐标系的转换

3.2.1.2 曲率涡度与切变涡度

自然坐标 令水平方向全风速为
$$V_h$$
,则有: $\vec{V}_h = V_h \vec{s} \implies \begin{cases} u = V_h \cdot \vec{\iota} = V_h \cos \beta \\ v = V_h \cdot \vec{\jmath} = V_h \sin \beta \end{cases}$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial V_h}{\partial x} \sin \beta + V_h \cos \beta \frac{\partial \beta}{\partial x} \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial V_h}{\partial y} \cos \beta - V_h \sin \beta \frac{\partial \beta}{\partial y}$$

$$\zeta = V \frac{\partial \beta}{\partial s} - \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{R_{s \text{ maxing}}} - \frac{\partial V}{\partial n}$$
 要認度 $VK_{s} - \frac{\partial V}{\partial n}$



曲率涡度 表示由于**流线(或等高线)弯曲造成的涡度**,风速愈大,曲率愈大,涡度就愈大。

气旋性弯曲时, 曲率涡度为正; 反气旋性弯曲时, 曲率涡度为负; 等高线平直, 曲率涡度为零。

切变涡度 速度在法线方向分布不均匀,也就是**等高线沿着法线方向分布不均匀。<mark>急流附近切变涡度较为明显</mark>。**

急流轴的两侧: 北侧具有正的切变涡度 $-\frac{\partial V}{\partial n} > 0$, 南侧具有负的切变涡度 $-\frac{\partial V}{\partial n} < 0$, 导致高空辐散

注意 弯曲流场的涡度可能等于零。 只要流体微团的环流保持不变。

$$\oint_{L} \vec{V} \cdot d\vec{l} = 0 \qquad \qquad \zeta = \frac{V}{R_{s}} - \frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{a}{R^{2}} + \frac{a}{R^{2}} = 0$$



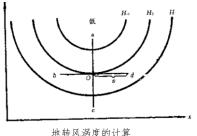
3.2.1.3 地转风涡度、热成风涡度与行星涡度

地转风涡度 以地转风代替实际风, 得地转风涡度:

$$\boldsymbol{\zeta}_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{g}{f} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{z}}{\partial y^2} \right)_{\frac{1}{10} \stackrel{\text{\tiny def}}{=} \frac{1}{10}} = \frac{9.8}{f} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right)$$

说明等高线的不同弯曲状态。决定了地转风涡度的正负和大小

二阶导数反应**等高线曲率**,如右图 $\zeta_g \approx \frac{v_d - v_b}{\Delta x}$



地特风汭及的订异槽线上曲率涡度最大

热成风涡度 以热成风: $u_T = -\frac{g}{f} \frac{\partial (z_2 - z_1)}{\partial y} = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial y}$ $v_T = \frac{g}{f} \frac{\partial (z_2 - z_1)}{\partial x} = \frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial x}$ 代入

得到: $\zeta_T = \frac{\partial v_T}{\partial x} - \frac{\partial u_T}{\partial y} = \frac{g}{f} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = \frac{g}{f} \nabla^2 h$ 冷舌中有正的热成风涡度, 暖舌中有负的热成风涡度

行星涡度 牵连速度代入 $\vec{V}_e = \vec{\Omega} \times \vec{R}$ 取自然坐标有 $\vec{\zeta}_e = \frac{V_e}{R} + \frac{\partial V_e}{\partial R} = 2\Omega$ 向量形式为 $\vec{\zeta}_e = 2\Omega$ 可见行星涡度的方向与地球自转方向一致、大小是自转角速度的两倍。

绝对涡度垂直分量: $\left(\vec{\zeta}_a\right)_z = \left(\vec{\zeta}\right)_z + 2\Omega\sin\phi$ $\left(\vec{\zeta}_a\right)_p = \left(\vec{\zeta}\right)_p + 2\Omega\sin\phi$

其中 $f = 2\Omega \sin \varphi$ 为行星涡度的垂直分量,又称**地转参数**。 北半球f > 0,南半球f < 0

3.2.2 涡度方程 (p坐标)

3.2.2.1 涡度方程的推导与公式

引入 我们想通过旋转程度来分析气旋或反气旋的增强情况,需要推导涡度与时间的关系。

推导 对运动方程 $\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} = -g \frac{\partial z}{\partial x} + fv$ ① $\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} = -g \frac{\partial z}{\partial y} - fu$ ②

要凑出涡度的表达式 $\zeta_p = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial v}$,可以对②求x偏导数,对①求y偏导数,并相减:

2:
$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} + \omega \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = -g \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - u \frac{\partial f}{\partial x} - f \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial$$

$$\left[\frac{\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p}\right] = \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - (f + \zeta) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

涡度方程 $\frac{d(f+\zeta)}{dt} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p}\right) - (f+\zeta)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ **绝对涡度个别变化=涡度倾侧**—绝对涡度水平**散度项**

局地变化 $\frac{\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\left(u\frac{\partial \zeta}{\partial x} + v\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) - \left(u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y}\right) - \omega\frac{\partial \zeta}{\partial p} + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p}\right) - (f + \zeta)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)}{2}$

涡度局地变化= -相对涡度平流-地转涡度平流-涡度垂直输送+涡度倾侧项-绝对涡度水平散度项

或记忆为:
$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla \zeta - \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} - \beta v + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p}\right) - (f + \zeta) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} > 0$ 表示气旋性涡度增加,反气旋性涡度减小 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} < 0$ 表示反气旋性涡度增加,气旋性涡度减小

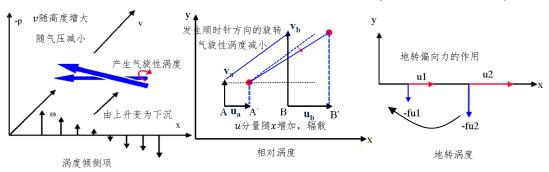
3.2.2.2 涡度方程的物理意义

涡度倾侧项 $\left(\frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial u}{\partial n} - \frac{\partial \omega}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial n}\right)$ 由于垂直速度在水平方向分布不均匀,使涡度水平分量<u>转化为</u>铅直分量

相对涡度 相对涡度与水平散度 $-\zeta\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ $\zeta > 0$ 时(具有气旋性涡度时),水平辐散使气旋性涡度减小 $\zeta < 0$ 时(具有反气旋性涡度时),水平辐散使反气旋性涡度减弱 **辐散使得旋转系统减弱**

地转涡度 地转涡度与水平散度 $-f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ 辐散使反气旋性涡度增加,气旋性涡度减小;辐合使气旋性涡度

增加,反气旋性涡度减小 水平辐散时, $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} > 0$ 有 $-f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) < 0$



槽线上相对涡度最大,槽前有正的相对涡度平流,槽后有负的相对涡度平流 槽脊情况

- ① 槽前脊后,沿着气流方向相对涡度减小,**有正涡度平流**,局地涡度增加 $\Delta \zeta > 0$ 附加气旋性环流
- ② 槽后脊前、沿着气流方向相对涡度增加、**有负涡度平流**、局地涡度减小 Δζ < 0 **附加反气旋环流** 附加的环流结合地转偏向力导致辐散(高空槽前有辐散)
- ③ 槽前脊后同时有高空辐散,低层辐合上升,冷却,导致 $-\Delta H$; 槽后脊前同时有高空辐合, $+\Delta H$
- ④ 槽脊线为**涡度平流零线**,正圆形的高低压系统涡度平流为零

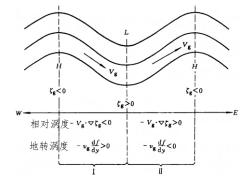
短波槽 $(L \leq 3000km)$ 以相对涡度平流为主、长波槽以地转涡度平流为主,稳定西退

$-\left(u\frac{\partial\zeta}{\partial x}+v\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)$ 空气**作水平运动时**产生的涡度局地变化 相对平流

相对涡度分布不均匀和大气水平运动所引起的局地涡度变化

地转平流
$$-\left(u\frac{\partial f}{\partial x}+v\frac{\partial f}{\partial y}\right)=-oldsymbol{eta}v_{y$$
方向速度,空气块南北运动 $\frac{\partial f}{\partial x}=0$ $\frac{\partial f}{\partial y}=eta$

北半球, f > 0, $\beta > 0$ 当吹南风时(v > 0), 气块f增大, 为 保持绝对涡度守恒, 气块ζ必须减小, 使得局地相对涡度减小。



垂直输送

$$-\omega \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$
 涡度垂直输送,取决于相对涡度随高度的变化

 $\frac{\partial \zeta}{\partial n}>0$ 相对涡度随高度减小, $\omega<0$ 上升运动局地涡度增加, $\omega>0$ 下沉运动局地涡度减小

 $\frac{\partial \zeta}{\partial n} < 0$ 相对涡度随高度增加, $\omega < 0$ 局地涡度减小, $\omega > 0$ 局地涡度增加

高空槽前下方有气旋,槽前正涡度平流随高度增强,低层辐合上升加强,触发气旋发展。

3.2.3 涡度方程的简化

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\left(u\frac{\partial \zeta}{\partial x} + v\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) - v\frac{\partial f}{\partial y} - \omega\frac{\partial \zeta}{\partial p} + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p}\right) - (f+\zeta)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right),$$

$$\frac{V^{2}}{L^{2}} \qquad V \cdot 10^{-13} \quad \frac{WV}{LH} \qquad \frac{WV}{LH} \qquad f_{0} \cdot 10^{-6}$$

$$\mathbf{10}^{-10} \qquad \mathbf{10}^{-10} \qquad \mathbf{10}^{-11} \qquad \mathbf{10}^{-11}$$

$$\frac{d(f+\zeta)}{dt} = -(f+\zeta)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

运动方程中速度的时间导数项比气压梯度力小一个数量级; 气压局地变化项为小项

物理解释

相对涡度的局地变化主要由涡度的平流变化,空气微团的南北运动以及水平辐合辐散造成。

又因为 $f \gg \zeta$ 有 $\frac{d(f+\zeta)}{dt} = -f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ 当大气准水平无辐散时,有 $\frac{d(f+\zeta)}{dt} = 0$

即水平无辐散大气中绝对涡度守恒,由此导致了罗斯贝波的生成。

3.2.4 位涡(位势涡度)及位涡守恒

垂直位涡度 $\frac{f+\zeta}{H}$ 或 $\frac{f+\zeta}{\Delta p}$ 绝对涡度与气柱厚度的比值

称为正压大气的**垂直位涡度**。



空气块受扰动后的路径



罗斯贝波的生成

位涡守恒

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{f+\zeta}{H} \right) = \mathbf{0}$$
 位涡是一个常数

位涡 位涡是一个综合描述大气运动状态和热力状态的物理量。

位涡守恒定律揭示了大气热力结构对涡度变化的约束效应。

位涡度方程 由涡度方程、连续方程、热力学能量方程以及状态方程,通过变换,可以得到 Ertel 位涡度方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{\zeta}_{a} \cdot \nabla s}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \nabla s_{\text{\mathfrak{m}}} \cdot \nabla \times \vec{F}_{\text{\underline{p}}} \times \vec{F}_{\text{\underline{p}}} \times \vec{F}_{\text{\underline{p}}} \times \nabla \times \vec{F}_$$

在<mark>绝热无摩擦</mark>条件下,则位涡度方程变为 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\overline{\xi}_{a} \cdot \nabla_{s}}{a} \right) = 0$ 称为**位涡守恒定律。**

形式推导

因大气的水平运动远大于垂直运动, 且物理量的垂直变化远大于水平变化, 近似有

$$\frac{\vec{\varsigma}_a \cdot \nabla s}{\rho} \xrightarrow{\hat{\theta}(\ell) + \epsilon} \frac{(f + \zeta)}{\rho} \cdot \frac{\partial s}{\partial z} \xrightarrow{\hat{\eta}} \frac{c_p}{\rho} (f + \zeta) \frac{\partial \ln \theta}{\partial z} \qquad s = c_p \ln \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{f + \zeta}{\rho} \frac{\partial \ln \theta}{\partial z} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \theta}{\partial z} - \left(\frac{\partial F_y}{\partial z} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) + \frac{f + \xi}{\rho c_p} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{Q}{T} \right) \qquad \frac{d}{dt} \left[(f + \zeta) \frac{\partial \ln \theta}{\partial p} \right] = \frac{\partial \ln \theta}{\partial p} \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) + \frac{f + \xi}{c_p} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{Q}{T} \right)$$

若绝热无摩擦 $\frac{d}{dt}\left[(f+\zeta)\frac{\partial \ln \theta}{\partial n}\right]=0$ 进一步的,在干绝热过程中,**空气微团始终在等位温面或等熵**

面上运动,在两个等熵面之间的空气柱尽管在运动过程中有所伸缩,但始终被禁锢在两个等熵面(位温 面)间。介于两个等位温面间的气柱,设其气压差为 Δp ,因绝热过程中空气微团的位温保持守恒,则:

$$(f+\zeta)\frac{\partial \ln \theta}{\partial p} = (f+\zeta)\frac{\ln \theta_2 - \ln \theta_1}{\Delta p} = \frac{(f+\zeta)}{\Delta p}\ln \frac{\theta_2}{\theta_1} \quad \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{f+\zeta}{\Delta p}\right) = 0$$

若假定气层厚度为H,且空气不可压,则有 AH = const,A为气柱底面积,H为厚度

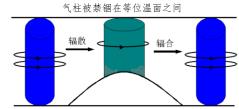
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{H} \frac{dH}{dt} \qquad \frac{d(f+\xi)}{dt} = -(f+\xi) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \qquad \qquad \frac{d(f+\zeta)}{dt} = (f+\zeta) \frac{1}{H} \frac{dH}{dt}$$

$$\frac{d(f+\zeta)}{dt} = (f+\zeta)\frac{1}{H}\frac{dH}{dt}$$

应用

① 气柱上山、H减小、辐散、f不变、则气旋性涡度减小, 反气旋性涡度增大。上山一侧有利于反气旋生成发展, 背风 坡一侧有利于气旋的生成。

② 正压绝热过程下的位涡守恒: $\frac{d}{dt} \left(\frac{f+\xi}{\Delta n} \right) = 0$



具体解释

如下方左图,均匀广阔的西风气流,遇到南北向无限宽的山脉地形

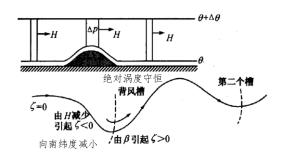
- ① 上山前,均匀西风气流,因此相对涡度为0
- ② 上山,**厚度H减小**,f不变,因此相对涡度 ζ 减小;此时 ζ < 0,是反气旋性涡度,导致空气块向南 运动, 进一步导致**f减小**
- ③ 越过山顶后,因为 β 效应,即绝对涡度守恒,f减小,则相对涡度增加。同时下山中,H增加,位涡 守恒要求相对涡度增加。
- ④ 因此气块运动将按照气旋式环流轨迹,使得在山后形成第一个槽:背风槽(下方右图)。此后按照 **绝对涡度守恒**. 向下游形成一些列的槽。 真实情况下,有地形的摩擦作用、绕流作用。

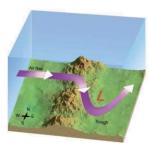
问题

为何使用涡度方程可以预测天气变化?

因为大尺度天气过程中,大气基本上是**做涡旋运动的**,且满足**准地转关系**,知道了涡度变化也就大致 知道了气压变化,因而可以利用涡度变化做大尺度天气预报。 $\zeta_g = \frac{1}{f} \nabla^2 \phi \propto -\phi$

sin()函数求两次导变为负号 所以 $\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} \propto -\frac{\partial \phi}{\partial t}$ 由此引入涡度方程





3.3 位势倾向方程与ω方程

- 引入 涡度方程不能直接用于判断形势发展(<mark>右端水平辐散项不能直接从天气图上的位势高度判断</mark>),为此需 要将涡度方程**变化为位势倾向方程**。同时为了理解气旋发展的物理实质,常引入ω方程。
- 倾向 某地**物理量随时间的变化**,也就是通常所说的**物理量的局地变化**,表示为 $\partial/\partial t$

3.3.1 位势倾向方程

3.3.1.1 方程形式与推导

推导 1. 将连续方程 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial \omega}{\partial y}$ 代入**涡度方程**: $\frac{d(f+\zeta)}{dt} = -f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$, 并展开个别变化为局地变化和

2. 假设**准地转关系**,以**地转风** $\begin{cases} u_g = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{cases} \Rightarrow \zeta_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{1}{f} \nabla^2 \phi \text{ 代入得到:}$

 $abla^2 rac{\partial \phi}{\partial t} + f \overrightarrow{V_g} \cdot \nabla (f + \zeta_g) = f^2 rac{\partial \omega}{\partial p}$ ② 其中有两个变量 ϕ , ω , ϕ 是未知数保留,我们<mark>希望消去 ω </mark>

注意: 第一项 ϕ 是连续的,可以偏导交换;中间一项表示涡度平流项,是已知项,可以通过等高线分析判断得到。 平流补充: $-\vec{V}\cdot\nabla$ (:...) 其依赖于风速、物理要素梯度和两者的夹角。

3. 从**位温**出发: $\theta = T\left(\frac{1000}{p}\right)^{\frac{AR}{c_p}} \Rightarrow \ln \theta = \ln T + \frac{AR}{c_p}(\ln 1000 - \ln p)$ 取微分: $\frac{1}{\theta}d\theta = \frac{1}{T}dT - \frac{AR}{c_pp}dp$

乘以系数凑整: 原式× $Tc_p \Rightarrow \frac{Tc_p}{\theta}d\theta = c_p dT - \frac{ART}{p}dp$ 利用热力学第一定律: $dQ = c_p dT - \frac{ART}{p}dp$

(系统内能变化等于加入系统的热量与系统对环境做功的差)。则 $\frac{Tc_p}{\theta}d\theta=dQ\Rightarrow \frac{dQ}{c_pT}=\frac{d\theta}{\theta}$

对**单位时间**而言(求dt): $\frac{1}{c_p T} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$ 使温的个别变化 展开: $\frac{1}{\theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \theta + \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} \right) = \frac{1}{c_p T} \frac{dQ}{dt}$ ③

4. 对**位温公式**取对数后在**等压面上**(p=const), **两端求** $\frac{\partial}{\partial t}$: $\frac{\partial}{\partial t} \ln \theta = \frac{\partial}{\partial t} \ln T \Rightarrow \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t}$

引入气体状态方程 $p = \rho RT$, $T = \frac{p}{R\rho}$, $\alpha = \frac{1}{\rho}$ 得到: $\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\rho R}{p} \cdot \frac{p}{R} \cdot \frac{\partial (1/\rho)}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t}$

所以 $\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t}$ 两端求 $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$: $\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x}$ 和 $\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y}$ 由此可得**位温和比容的关系**: $\frac{1}{\theta} \nabla \theta = \frac{1}{\alpha} \nabla \alpha$

5. 代入③式,取地转近似,得到 $\frac{1}{\alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{1}{\alpha}\vec{V}_g \cdot \nabla \alpha + \frac{1}{\theta}\omega \frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{\rho R}{c_n p}\frac{dQ}{dt}$ 两端同乘 α 并移项,得到:

 $\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \alpha = \frac{R}{c_p p} \frac{dQ}{dt} - \frac{\alpha}{\theta} \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} \quad$ **令稳定度** $: \quad \sigma = -\frac{\alpha}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} \quad$ **得到** $: \qquad \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \alpha = \frac{R}{c_p p} \frac{dQ}{dt} + \sigma \omega$

该式同时也为 ω 方程推导的中间过程 注意稳定大气中 $\frac{\partial \theta}{\partial n} < 0 \Rightarrow \sigma > 0$

- 6. 由于比容 $\alpha = \frac{1}{\rho} = -\frac{\partial \phi}{\partial p}$ $(\partial p = -\rho g \partial z = -\rho \partial \phi)$ 应用到上式: $\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{R}{c_p p} \frac{dQ}{dt} \sigma \omega$
- 7. 上式两端求 $\frac{\partial}{\partial p} \times \frac{f^2}{\sigma}$, 得到 $\frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -\frac{f^2 R}{\sigma c_n p} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{dQ}{dt} \right) f^2 \frac{\partial \omega}{\partial p}$ ④

与②式比较,发现可以消去 ω : ②式+④式,得到最终方程。 此处近似 σ 与高度无关

位势倾向整个空间的 Laplace

地转风的绝对涡度平流

温(厚)度平流随高度的变化

非绝热加热随高度的变化

3.3.1.2 方程的物理意义

左端第一项 $\left(\nabla^2 + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial n^2}\right) \frac{\partial \phi}{\partial t}$ 位势倾向整个空间的 Laplace 前面有一串系数,

假设 $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ 的分布是**正负相间出现的正弦波动**:则 $\frac{\partial \phi}{\partial t} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{a \neq b \neq 0} \sin kx \sin ly \sin mp \quad k, l, m$ 为波数

求水平方向的拉普拉斯: $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -k^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_A \sin kx \sin ly \sin mp$ 则<mark>拉普拉斯对应有负号</mark>

则: 在稳定大气中 $(\sigma > 0)$ $\left(\nabla^2 + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\left(k^2 + l^2 + \frac{(fm)^2}{\sigma}\right) \frac{\partial \phi}{\partial t} \propto -\frac{\partial \phi}{\partial t}$ 忽略系数,有正比关系

则稳定大气位势倾向方程可以简化为: $-\frac{\partial \phi}{\partial t} \propto -f\vec{V}_g \cdot \nabla(f + \zeta_g) + \frac{f^2}{g} \frac{\partial}{\partial p} \left(-\vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) - \frac{f^2R}{c_p ng} \frac{\partial}{\partial p} \frac{dQ}{dt}$

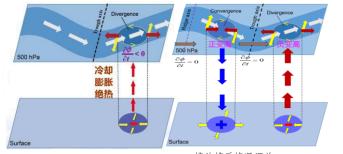
右端第一项 $-f\vec{V}_g \cdot \nabla (f + \zeta_g)$ 地转风绝对涡度平流 其可拆分: $-\vec{V}_g \cdot \nabla f - \vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g$ 地转涡度平流+相对涡度平流 对于一般波长 <3000km 的短波(八个以上的槽脊),上式右端第二项较大,因此地转风绝对涡度平流 **的强弱主要取决于地转风相对涡度平流**。波长越长,相对平流的贡献变小。

槽前脊后: 正的地转风相对涡度平流 $-\vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g > 0$ $-\frac{\partial \phi}{\partial t} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} < 0$ 负变高

物理意义:西南风→正相对涡度平流输送→气旋性涡度增加→水平地转偏向力→高层辐散→地面减压 (整层气柱质量)→**气压梯度力→地面辐合→大气运动的连续性→上升运动→绝热情况下膨胀冷却**(非绝 热由第三项单独考虑)**→气柱收缩→等压面高度降低→负变高**

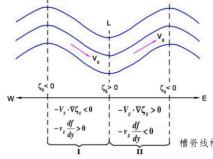
 $-\vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g < 0$ $-\frac{\partial \phi}{\partial t} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} > 0$ 正变高 槽后脊前: 负的地转风相对涡度平流

物理意义: 西北风→负相对涡度平流→反气旋性涡度增加→水平地转偏向力→高层辐合→地面加压→气 压梯度力→地面辐散→下沉运动→绝热情况下压缩增温→气柱膨胀→等压面高度升高→正变高 在对称槽、脊线上: 涡度平流为0, 变高为零, 因而槽脊不会发展, 而是向前移动 (变高的梯度方向)



槽前负变高的物理过程

槽前槽后情况汇总



长波地转涡度平流的作用: $-\vec{V}_g \cdot \nabla f = -\left(u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y}\right) = -v_g \beta$ 在北半球 $\frac{\partial f}{\partial y} > 0 \Rightarrow \beta > 0$

槽前: 西南风 $v_g > 0, -\vec{V}_g \cdot \nabla f < 0, \frac{\partial \phi}{\partial t} > 0$ 正变高 (负的涡度平流)

槽后: 西北风 $v_g < 0, -\vec{V}_g \cdot \nabla f > 0, \frac{\partial \phi}{\partial t} < 0$ 负变高 (正的涡度平流)

作用:对于长波,其占据主导作用,导致后退。 不改变槽脊强度。

右端第二项 $\frac{f^2}{\sigma}\frac{\partial}{\partial p}\left(-\overrightarrow{V}_g\cdot\nabla\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)$ 温(厚)度平流随高度的变化 将 $\frac{\partial\phi}{\partial p}=\frac{g\partial z}{-\rho g\partial z}=-\frac{1}{\rho}=-\frac{RT}{p}$ 代入原式可得:

 $-\overrightarrow{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} = -\overrightarrow{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{RT}{p} \right) = \frac{R}{p_{\text{thermin}}} \overrightarrow{V}_g \cdot \nabla T \propto \overrightarrow{V}_g \cdot \nabla T \qquad \text{If } \bigcirc \left(-\frac{\partial \phi}{\partial t} \propto \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\overrightarrow{V}_g \cdot \nabla T \right) \right)$

当 $-\vec{V}_a \cdot \nabla T > 0$,为暖平流 当 $-\vec{V}_a \cdot \nabla T < 0$,为冷平流

一般事实:在对流层自由大气中,一般来说温度平流总是随高度减弱的。

① 若冷平流随高度减弱(暖随高度增加) $\frac{\partial}{\partial z}(-\vec{V}_g\cdot\nabla T)>0$ $-\frac{\partial\phi}{\partial t}>0\Rightarrow \frac{\partial\phi}{\partial t}<0$ 负变高

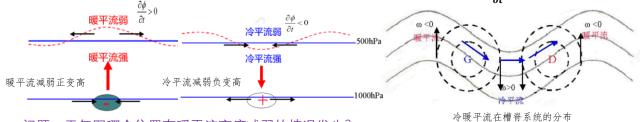
850 冷平流较强(-5), 500 冷平流较弱(+2), 则 $\frac{\partial}{\partial z} \left(-\vec{V}_g \cdot \nabla T \right) \approx \frac{\left(-\vec{V}_g \cdot \nabla T \right)_{z_2} - \left(-\vec{V}_g \cdot \nabla T \right)_{z_1}}{z_2 - z_1} > 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) < 0$

物理意义:冷平流随高度减弱 \rightarrow 下层气柱收缩 \rightarrow 厚度减小 \rightarrow 高层等压面降低 \rightarrow $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ < 0负变高

② 若暖平流随高度减弱(冷随高度增加) $\frac{\partial}{\partial z}(-\vec{V}_g\cdot\nabla T)<0$ $-\frac{\partial\phi}{\partial t}<0\Rightarrow\frac{\partial\phi}{\partial t}>0$ 正变高

850 冷平流较强(5), 500 冷平流较弱(2), 则 $\frac{\partial}{\partial z} \left(-\vec{V_g} \cdot \nabla T \right) \approx \frac{\left(-\vec{V_g} \cdot \nabla T \right)_{z_2} - \left(-\vec{V_g} \cdot \nabla T \right)_{z_1}}{z_2 - z_1} < 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) > 0$

物理过程:暖平流随高度减弱→下层气柱膨胀→厚度增加→高层等压面升高→ $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ > 0正变高



问题: 天气图哪个位置有暖平流高度减弱的情况发生?

低压后部与高压前部的槽线, 地转风随高度逆转, 冷平流

低压前部与高压后部的**脊线,地转风随高度顺转,暖平流**,进一步地,气柱增温膨胀,500hPa 等压面 脊线处位势高度增加, $\partial \phi/\partial t > 0$,即**脊加强**。

作用: 改变槽、脊的强度,并让两者增强。理想状态不改变地面高低压强度。

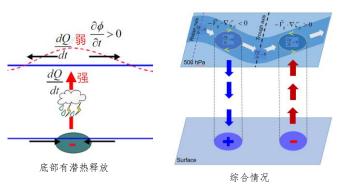
右端第三项 $-\frac{f^2R}{c_n p \sigma} \frac{\partial}{\partial p} \frac{dQ}{dt}$ 非绝热加热随高度的变化 潜热、湍流、相变等

 $-\frac{\partial \phi}{\partial t} \propto -\frac{f^2 R}{c_p p \sigma_{\text{Purt}}} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial Q}{\partial t} \rightarrow -\frac{\partial}{\partial p} \frac{dQ}{dt} \implies -\frac{\partial \phi}{\partial t} \propto \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{dQ}{dt}\right)$ 即正比于非绝热加热随高度的变化

① $\frac{\partial}{\partial z} \frac{dQ}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} < 0$ 上层热源负变高 如果有非绝热加热随高度增加,则等压面高度变低

② $\frac{\partial}{\partial z} \frac{dQ}{dt} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} > 0$ 下层热源正变高 如果有非绝热加热随高度减小,则等压面高度升高

物理过程:dQ/dt 随高度减弱 \rightarrow 下层气柱受热膨胀 \rightarrow 厚度增加 \rightarrow 高层等压面升高 \rightarrow $\partial \phi/\partial t > 0$ 正变高 \rightarrow 气压梯度力 \rightarrow 水平辐散 \rightarrow 地面减压(如果低压伴随强烈降水,释放大量凝结潜热,将使得对流层中上层**维持较强的辐散**,低层减压增强,低压得以更快地发展)【正反馈】



如果后三项都有利于位势下降,这种情况有爆发性气旋,非绝热加热的作用很大。

- - ② 本方程各项都容易计算, 且和气旋紧密联系, 故可以帮助理解中纬度气旋反气旋发展的物理机制。

3.3.2 ω方程

3.3.2.1 方程形式与推导

引入 ω方程与位势倾向方程描述的是同一个过程,但是从不同的角度推导。该方程用于**分析哪些因素影响 了上升或下沉的运动**,为了更好的理解气旋发展的过程。

由位势倾向方程的②式出发: $\nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} + f \overrightarrow{V_g} \cdot \nabla (f + \zeta_g) = f^2 \frac{\partial \omega}{\partial p}$ 总体思路是凑出 $\left(\nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial p^2}\right) \omega \propto -\omega$ 推导

对上式求 $\frac{\partial}{\partial r}$: $\nabla^2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + f \frac{\partial}{\partial r} \left(\overline{V_g} \cdot \nabla (f + \zeta_g) \right) = f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2}$ 用静力平衡方程、密度比容关系代入:

$$-\nabla^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} + f \frac{\partial}{\partial p} \left(\overrightarrow{V_g} \cdot \nabla (f + \zeta_g) \right) = f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} \quad \text{①} \qquad \qquad \qquad \\ \underline{\mathbf{H}} \ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \overrightarrow{V_g} \cdot \nabla \alpha = \frac{R}{c_p p} \frac{dQ}{dt} + \sigma \omega \ \text{ 热流量方程已知}$$

进行 ∇^2 ,得 $\nabla^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla^2 \vec{V}_g \cdot \nabla \alpha = \frac{R}{c_{nD}} \nabla^2 \frac{dQ}{dt} + \sigma \nabla^2 \omega$ ② ① ①+② 直接得到:

$$\nabla^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla^2 \vec{V}_g \cdot \nabla \alpha - \nabla^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} + f \frac{\partial}{\partial p} \left(\vec{V}_g \cdot \nabla (f + \zeta_g) \right) = \frac{R}{c_p p} \nabla^2 \frac{dQ}{dt} + \sigma \nabla^2 \omega + f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2}$$

 $\boxed{\left(\sigma\nabla^2 + f^2\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)\omega = f\frac{\partial}{\partial p}\left[\overrightarrow{V}_g\cdot\nabla(f+\zeta_g)\right] - \nabla^2\left[\overrightarrow{V}_g\cdot\nabla\frac{\partial\phi}{\partial p}\right] - \frac{R}{c_pp}\nabla^2\frac{dQ}{dt}}$ 方程

温度平流的 Laplace

该方程没有时间的导数, 所以可以基于某一时刻的天气图φ场判断ω的方向

3.3.2.2 方程的物理意义

为了便于定性讨论: $-\boldsymbol{\omega} \propto f \frac{\partial}{\partial p} \left[\vec{V}_g \cdot \nabla (f + \zeta_g) \right] - \nabla^2 \left[\vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right] - \frac{R}{C_n p} \nabla^2 \frac{dQ}{dt}$ 左端

右端第一项 $f \frac{\partial}{\partial n} [\overrightarrow{V}_g \cdot \nabla (f + \zeta_g)]$ 绝对涡度平流随高度的变化

在北半球, f > 0 有 $-\omega \propto f \frac{\partial}{\partial n} [\vec{V}_g \cdot \nabla (f + \zeta_g)] \Rightarrow \omega \propto f \frac{\partial}{\partial p} [-\vec{V}_g \cdot \nabla (f + \zeta_g)_{\text{濕度平流}}]$

一般事实:中纬度地区,系统中心涡度平流(无论正负)总是随着高度增加。

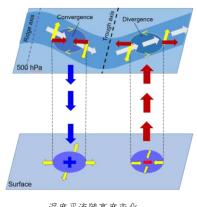
① 当正涡度平流随高度增加(负涡度平流随高度减小): 则 $\omega < 0$ 上升运动 【低压、槽前】

有 $-\vec{V}_g \cdot \nabla (f + \zeta_g) > 0$,且 $\frac{\partial}{\partial n}$ (涡度平流) < 0,故 $\omega < 0$ 表示地面低压中心有上升运动

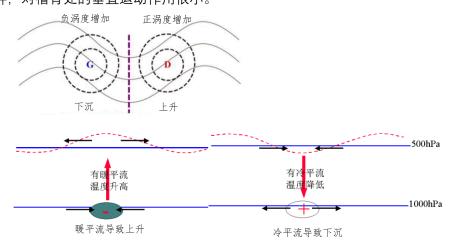
物理过程:正涡度平流随高度增加→气旋性涡度增加→水平地转偏向力→辐散→地面减压→气压梯度 力(变压风)→<mark>辐合</mark>→上升运动

② 当负涡度平流随高度增加(正涡度平流随高度减小): 则 $\omega > 0$ 下沉运动 物理过程:负涡度平流随高度增加→反气旋性涡度增加→水平地转偏向力→辐合→地面加压→气压梯 度力 (变压风) → <mark>辐散</mark> → 下沉运动

随高度变化的本质在于涡度平流上下层的差异,位势倾向方程中隐藏了低层涡度平流很弱的条件 ③ 槽脊线上: 不存在上下差异, 对槽脊处的垂直运动作用很小。



涡度平流随高度变化



右端第二项 $-\nabla^2 \left[\overrightarrow{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right]$ 温度平流的拉普拉斯 $-\nabla^2 \left[\overrightarrow{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right] \propto \overrightarrow{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{R}{p} \overrightarrow{V}_g \cdot \nabla T \Rightarrow -\omega \propto -\overrightarrow{V}_g \cdot \nabla T$

① 当有暖平流时, $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0 \Rightarrow \omega < 0$ 上升运动

物理过程: 暖平流→气柱膨胀→厚度增加→高层等压面升高→<mark>正变高→气压梯度力→高层辐散</mark>→地面减压→<mark>气压梯度力</mark>→低层辐合→上升运动

② 当有冷平流时, $-\vec{V}_a \cdot \nabla T < 0 \Rightarrow \omega > 0$ 下沉运动

物理过程:冷平流→气柱收缩→厚度减小→高层等压面降低→<mark>负变高→气压梯度力→高层辐合</mark>→地面加压→<mark>气压梯度力</mark>→低层辐散→下沉运动

显著位置: 低压中心后部下沉运动最明显, 低压中心前部上升运动最明显。

对比分析 相对涡度平流导致的垂直运动: 高、低压中心附近

温度平流导致的垂直运动: 槽区和脊区 (低压后部高压前部、低压前部高压后部) 阻塞高压: 由于暖平流很强,导致不断加深,最终闭合,南北向大,维持时间长



① 非绝热加热区, $\frac{dQ}{dt} > 0$, $\omega < 0$ 上升运动

物理过程:加热→气柱膨胀→厚度增加→高层等压面升高→正变高→气压梯度力→高层辐散→地面减压 →气压梯度力→低层辐合→上升运动 【正反馈】(等水汽消耗完毕后,该项作用即消失) 如果低压伴随强烈降水,释放大量凝结潜热,将使得对流中上层维持较强的辐散,低层减压增强, 上升运动加强。(爆发性气旋)

② 非绝热冷却区, $\frac{dQ}{dt} < 0$, $\omega > 0$ 下沉运动

3.4 温带气旋与反气旋

皮耶克尼斯 挪威气象学家,提出气旋的生命史模式:气团与锋面学说、锋面理论与气旋波动理论(右图:其提出的气旋基本模式)

气旋模型 温带气旋形成于一条锋面上,这里有强温度对比,形成一条狭窄的过渡区(锋区),是一条温度或密度的不连续线,有强的温度梯度和风气旋式切变。 逗点云系

海空气 海空气 海空气 通空气 通空气 通空气 通空气 通空气

3.4.1 温带气旋发展的动力因子及热力因子

问题引入 温带气旋的发展有不同的研究角度:

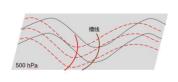
- ① **波动角度**: 斜压波动不稳定造成的 ② **气压变化**: 大气柱<mark>质量辐合辐散</mark>与气旋发展的关系
- ③ **涡度变化**: 流场中的<mark>涡度</mark>生成说明气旋发展 综上,气旋发展是一个**三度空间**的现象,<mark>气压变化与涡度变化应当是统一的</mark>。我们从这个观点出发研究气旋发展的物理过程。

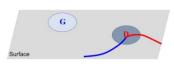
3.4.1.1 温压场初始结构

基本情况 温带气旋主要是在锋区上发展起来,有很大斜压性,<mark>温度场位相落后于高度</mark>,且<mark>高空槽前地面为气旋,槽后地面为反气旋</mark>。从这种基本情况出发, 我们先来研究斜压系统发展的理想模式。

初始条件 气压是准地转的,流场与气压场是地转适应的。

我们从流场: 涡度平流开始推导随后的演化。(风带着质点运动)





温压场初始结构

3.4.1.2 槽前涡度因子

演变情况 ① 槽前上空有正的涡度平流→**气旋性涡度增加**→导致高空流场与气压场的**不匹配**。

② 高空地转偏向力→高层辐散→**地面减压**→导致地面流场与气压场**不匹配**。

平衡情况 地面气压梯度力→低层辐合→<mark>质量守恒:上升运动</mark>在此过程中,流场与气压场将达到**新的平衡**。

高空情况 ① 高空辐散导致负涡度的产生,使得高空气旋性涡度增加不致太快 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla(\zeta + f) = -f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$

② 上升运动使大气绝热膨胀冷却,空气柱厚度减小,高空等压面下降,气压场改变,以适应改变了的流场,达到新的地转平衡。

地面情况 ① **低层辐合**补偿了高层辐散,使得**地面减压不致太快**。

② **辐合**导致**气旋性涡度**生成,流场适应地面减压了的气压场。

总结 气压场与风场一定是相互适应的。

高空槽前的正涡度平流(上下层涡度平流的差异)促进了地面气旋的发展。温带斜压系统发展本质原因我们称其为气压变化的动力因子/涡度因子。此外,气旋的发展必然对应有上升运动的发展,并通过上升运动(及其高层的辐散和低层的辐合)使流场和气压场达到新的地转平衡。

3.4.1.3 槽后涡度因子

演变情况 ① 槽后上空有负的涡度平流→<mark>反气旋性涡度增加</mark>→导致高空流场与气压场的**不匹配**。

② 高空地转偏向力→高层辐合→**地面加压**→导致地面流场与气压场**不匹配**。

平衡情况 地面气压梯度力→低层辐散→<mark>质量守恒:下沉运动</mark>在此过程中,流场与气压场将达到**新的平衡**。

高空情况 ① 高空辐合导致正涡度的产生,使得高空反气旋性涡度增加不致太快

② 下沉运动使大气绝热压缩增温, 空气柱厚度增加, 高空等压面上升, 气压场改变, 适变化的流场。

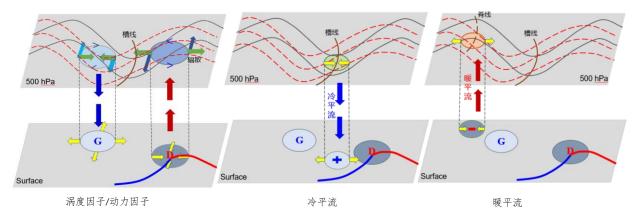
地面情况 ① 低层辐散补偿了高层辐合,使得地面加压不致太快。

② 辐散导致反气旋性涡度生成,流场适应地面加压了的气压场。

总结 高空槽后的负涡度平流(上下层涡度平流的差异)促进了地面反气旋的发展。

此外, 反气旋的发展必然对应有下沉运动的发展, 并通过**下沉运动**使流场和气压场达到新的地转平衡。 对称系统中, **涡度因子导致槽脊向前移动, 使得地面气旋、反气旋加强发展。** 寒潮冷高压即属于该类

槽区脊区 该位置上下层涡度平流差异很小,**涡度因子影响不大,使槽脊向东移动**,主要由热力因子影响。



3.4.1.4 槽区热力因子

演变情况 (1) 槽区下部为冷平流区→气柱冷却→高空等压面下降→槽加深→导致气压场和流场不匹配。

② 高空气压梯度力→高层辐合→<mark>地面加压</mark>→导致地面气压场和流场不匹配。

平衡情况 地面气压梯度力→低层辐散→<mark>质量守恒:下沉运动</mark> 在此过程中,流场与气压场将达到**新的平衡**。

高空情况 ① 高空辐合导致正涡度的产生,下沉运动<mark>绝热增温</mark>部分抵消冷平流,使得<mark>高空减压不致太快</mark>

地面情况 ① **低层辐散**补偿了高层辐合,下沉运动**绝热增温**部分抵消冷平流,使得**地面加压不致太快**。

② 低层辐散导致反气旋性涡度生成,使得地面加压不致太快,适应地面加压了的气压场。

注意 有利于发展的因子(冷平流)在地面高压发展中逐渐减弱(由于地面南北风速减小,热成风逐渐减小),导致地面槽后的小高压无法进步发展。

总结 高空槽的冷平流使槽加深,同时使地面气旋后部加压,下沉运动是此过程中必然出现的现象。 **ω**方程中冷平流造成下沉运动的物理实质也在于此,称这种产生气压变化的温度平流为热力因子。

3.4.1.5 脊区热力因子

演变情况 ① 脊区下部为暖平流区→气柱增温→高空等压面上升→<mark>脊加强</mark>→导致气压场和流场不匹配。

② 高空气压梯度力→高层辐散→**地面减压**→导致地面气压场和流场不匹配。

平衡情况 地面气压梯度力→低层辐合→**质量守恒:上升运动** 在此过程中,流场与气压场将达到**新的平衡**。

高空情况 ① 高空辐散导致负涡度的产生,上升运动绝热减温部分抵消暖平流,使得高空加压不致太快

地面情况 ① **低层辐合**补偿了高层辐散,上升运动**绝热减温**部分抵消暖平流,使得**地面减压不致太快**。

② 低层辐合导致气旋性涡度生成,使得地面减压不致太快,适应地面加压了的气压场。

对称系统中,热力因子使得高空槽脊加深加强,地面温带气旋、反气旋移动。

气旋中心 在气旋和反气旋中心**温度平流很弱**,热力因子几乎不起作用。

热力因子导致高空等温线改变后,进一步改变了高空的涡度平流,间接影响了气旋反气旋的强度。

3.4.1.6 非绝热加热因子

位置 气旋发展的上升运动区

平衡情况 足够的水汽凝结释放潜热,**抵消**了部分绝热**膨胀冷却**的作用,使得

气柱降温不致太快。

高层情况 高层减压变慢→维持较强的辐散

地面情况 低层**减压增强→气旋**加快**发展→上升运动**增强

3.4.1.7 斜压地转发展与地转适应理论

理论说明 大尺度大气一方面在作准地转运动(地转演变缓慢,以天为单位)

另一方面风场与气压场又在作适应变化(很快的过程,迅速适应)

这种变化为我们对大尺度天气预报提供了有利的时间条件。 天气图看不到非地转, 因为是快速变化,

一旦出现很快又变成地转。这种条件不是全球尺度而是局地的。

3.4.2 温带气旋的生命史及发展

总述 波动阶段、成熟阶段、锢囚阶段、消亡阶段

这几个阶段都需要持续一段时间,每个阶段都有阶段早期和阶段晚期,持续时间可能也不相同。

3.4.2.1 波动阶段

发生前背景 高纬为**东风**,低纬为**西风**。高纬冷,低纬暖,<mark>中间有一条锋面</mark>。

第一根闭合的等压线形成即气旋形成。波动后期出现冷暖锋面及锋面降水。地面图上出现低压中心(可能只较周围低 2~3 百帕)

有时只有一根闭合等压线,低压沿着<mark>暖气流的方向自西向东</mark>移动,24 小时可以移动十几个经距。

新生气旋能量较强,可以移动>1000km

形势分析 有利:和典型模态基本一致:涡度平流、温度平流都有利于气旋发展。

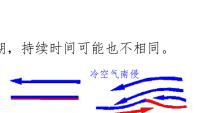
不利:存在有<mark>摩擦效应和上升冷却两个不利因子</mark>,但其处于次要地位。

温压场特征 ① **温度场落后于高度场**,地面气旋位于高空槽前,高空未出现闭合等高线 动力因子输送还很强盛

- ② 温度平流零线穿过气旋中心,气旋前部为暖平流,后部为冷平流
- 变压场特征 ① 动力因子: 槽前为正涡度平流区, 动力因子使地面减压气旋发展
 - ② 热力因子使地面气旋前部减压,后部加压,地面气旋移动,高空槽加深
 - ③ 此时地面摩擦影响较小(风速较小)。
 - 4 低压中心被负变压控制。

天气 ① 气旋强度不大, 坏天气区域小

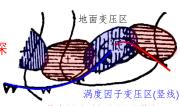
- ② 暖锋前: 雨层云, 连续性降水, 较差的能见度
- ③ 冷锋后: 多为第二型冷锋, 移动速度快, 坡度大
- ④ 暖区: 层云、层积云雾, 毛毛雨或较薄的云层



气旋发生前 开

开始波动 暖空气北

高空温压场



热力因子引起变压区(横线)



3.4.2.2 成熟阶段(青年气旋阶段)

波动振幅增加,冷暖锋进一步发展,锋面降水继续增强,雨区扩大 形势分析 地面图上闭合等压线增多,中心气压可比外围低 10-20 百帕左右,

低压一般仍沿暖区气流方向移动,速度比波动阶段略减,24 小时约移动 10 个经距。

有利:此时温压场形势仍有利于气旋发展,同时**上升运动潜热释放**利于发展。

不利:存在有摩擦效应和上升冷却两个不利因子,但其处于次要地位。

此阶段**不利因子作用强于初生阶段,综合作用使其继续发展。**

温压场特征 ① 温度场仍落后于高度场,但低中心和冷中心比前一阶段接近

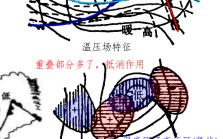
- ② 高空图上等高线曲率加大
- ③ 地面闭合等压线增多,气旋前部为暖平流,后部为冷平流

变压场特征 ① 动力因子使地面气旋发展, 高空系统移动

- ② 热力因子使地面气旋移动,高空槽加深(正常理想情况)
- ③ 地面摩擦影响增大,但还不占主导地位

天气 ① 气旋强度加大,风速加大

- ② 暖锋前: 暖锋云系, 向前伸展很远, 离中心越近, 云区越宽
- ③ 冷锋后: 视高空槽与地面锋位置而定一型或二型冷锋 (若高空槽在地面锋线后面,地面上垂直于锋的速度小,属于一型)



3.4.2.3 锢囚阶段

冷暖锋相遇,锋面抬升增强。形成锢囚锋,高空出现暖舌。 形势分析 **气旋发展达到最盛时期**,地面**高空**均出现圆形**闭合**中心。

> 冷锋逐渐追上暖锋,将地面的暖空气向上抬,气旋开始锢囚。 由于地面逐渐被冷空气所占据,成为冷性涡旋,气旋开始减弱。

冷涡漩的厚度越来越大,地面低压中心较四周低 20hPa 以上,移速大大减慢(摩擦与强度)

有利: 涡度平流、温度平流、非绝热凝结潜热 不利: 摩擦效应、上升冷却

锢囚初期, 锢囚点附近仍然有负变压, 但涡度、温度平流对气压变化的作用减弱, 不利因子作用逐渐

占主导地位,综合作用使温带气旋逐渐填塞。

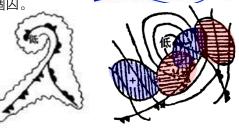
温压场特征 ① 温度场仍然落后于高度场,低中心和冷中心更加接近,高空图出现 闭合中心, 涡度平流减弱。

- ② 高空出现暖舌, 等高线和等温线夹角减小, 温度平流减小。
- ③ 地面气旋中心发展到最强阶段,闭合等压线增多,气旋开始锢囚。

变压场特征 ① 动力因子作用减弱 ② 热力因子作用也减小

③ 摩擦影响增大,相对成为主要因子。

天气 云雨范围最大,强度加强,风力增大,天气变化最剧烈。



3.4.2.4 消亡阶段

气旋逐渐**与锋面脱离成为冷涡旋**,上升运动已消失,受地面摩擦作用 形势分析 气旋减弱慢慢填塞消亡。

有利: 动力、热力因子作用都非常小了 不利: 摩擦作用占主导。

温压场特征 ① 高空温压场趋于重合,深厚的冷性涡旋

② 地面气旋变成一个冷低压,锋面移动气旋的外侧。

变压场特征 ① 动力和热力因子迅速减弱 ② 摩擦作用使气旋填塞消亡

完成这四个阶段一般需要五天。欧洲锢囚阶段较长,寿命可远超 5 总体概述 天; 东亚波动与成熟阶段较短, 1~2 天即可达到锢囚, 寿命在 5 天 以下, 常在3天左右。需要注意:上述模型是理想情况,有的气旋 没有发展即消亡,有的锢囚后仍能存在,有的四个阶段的情况与上

述分析不同。必须具体情况具体分析(空气中水汽含量、垂直上升运动、抬升空气稳定度等)。





3.4.3 温带反气旋的发展

初生阶段、发展阶段、消亡阶段。通常从冷锋后部微弱的地面高压脊中发展起来的。 主要阶段

温度场落后于高度场, 地面高压脊上空为负涡度平流, 高压脊前为冷平流, 热力和涡度因子共同促进 初生阶段 高压脊发展和移动。此外,**下垫面辐射冷却**作用进一步加强反气旋发展。

发展阶段 反气旋发展**最盛时期**。温度脊与反气旋中心逐渐接近,转变为**温度比较对称的深厚暖性反气旋**,涡度 和热力因子作用减小、地面反气旋中心无正变压出现、反气旋停止发展。

① 转化为暖性反气旋,随后减弱并消亡 ② 减弱、消失并入到副热带高压中。 消亡阶段

3.4.3 气旋再生与气旋族

3.4.3.1 气旋再生

趋于消亡的气旋在一定条件下又重新发展起来的过程。 概念

① 副冷锋加入后的再生(带来新的冷空气) 三种情况



③ 两个锢囚气旋合并加强(后面的气旋给要消亡的气旋注入活力)

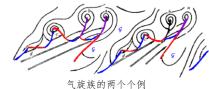


概念 在同一锋系上同时出现几个不同发展阶段的气旋序列,称为气旋族。 即同一条锋系上出现一连串气旋, 最先一个已锢囚, 紧跟的一个成熟, 再后面的一个波动,呈一系列的气旋。

天气持续时间变长,平均为5~6天,但也有长达10天或更长的。 生命史

活动规律 ① 在我国境内除江淮地区的梅雨季节外、气旋族较少产生;在欧洲气旋族最为常见。

> ② 一个气旋族的气旋个数多少不等,多者可达五个,少者只有两个。据统计大西洋上平均每族有四个 气旋,太平洋上和我国沿海多是2~3个。



3.4.4 热低压

一种**无锋面气旋**,由于近地面加热,一般只出现在近地面层(700hPa 以下)。3~4km 就不明显的暖性低 定义 压系统、浅薄少移动。通常可分为地方性热低压和锋前热低压。

① **局地加热**: 地方性热低压的强度<mark>有明显的日变化</mark>。夜间和早晨,地面温度较低,热低压较弱,有时 形成 甚至消失;白天随着地面温度的增高,热低压逐渐增强,到午后达到最强,傍晚又随着地面温度的下

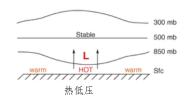
降而减弱。 $\frac{\partial T}{\partial t} > 0 \Rightarrow \frac{\partial H}{\partial t} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} > 0 \Rightarrow \nabla_h \cdot V_h > 0 \Rightarrow \frac{\partial P_0}{\partial t} < 0 \Rightarrow \nabla_h \cdot V_{h_0} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} > 0 \Rightarrow$ 热低压

② 锋前热低压: 这种热低压出现在冷锋前的暖区里。其成因主要是冷锋前的暖区上空有暖平流,引起 地面降压(还有局地受热不均的影响)。当冷锋进入后,其可能转化为锋面气旋。

① 一般很少移动。地方性热低压多在原地消失,但锋前热低压可随锋面一起移动,但移速较慢,往往 活动规律 小干冷锋移谏。当锋面进入热低压,随即填塞、消失或转为锋面气旋。

> ② 四季均可出现。尤其在夏季为最多,初秋次之,冬季最少。在我国多出现在西北、西南地区,地方 性热低压最易出现在沙漠地区及盆地,如塔里木盆地和柴达木盆格地等。

③ 热低压所产生的天气因其出现的地方、时间和水汽条件的不同而不同。



两个锢囚气旋

3.5 东亚气旋与反气旋

3.5.1 东亚气旋概述

3.5.1.1 北方气旋

范围 45°-55°N, 70°-140°E 以黑龙江、吉林与内蒙的交界地区产生最多; 伴随大风和降温; 降水量相对小。

种类 蒙古气旋、东北气旋、黄河气旋、黄海气旋

蒙古气旋 多生成在蒙古中部和东部。

东北气旋 又称东北低压,多系蒙古气旋或河套、华北以及渤海等地气旋**移到东北地区**而改称。

黄河气旋 生成于**河套及黄河下游地区**。

黄海气旋 生成于**黄海**和由**内陆移来**的气旋。

3.5.1.2 南方气旋

范围 25°-35°N, 70°-140°E 多生成于我国的**江淮流域、东海和日本南部**海面的广大地区。

天气以降水为主,降雨量大,有时出现雷阵雨。

种类 江淮气旋、东海气旋

江淮气旋 发生地主要在长江中下游、淮河流域和湘(湖南)赣(江西)地区。

东海气旋 活动于东海地区,在东海地区生成或江淮气旋东移入海后而改称。

3.5.1.3 东亚气旋的路径

路径 ① 日本以东或东南方洋面 ② 我国东北地区

③ 朝鲜、日本北部地带 总体往东北方向(引导气流)

东亚气旋移动路径

移速 每小时 30~40km。夏季慢,**春季快**(气流调整时期)。一般**在初生阶段快**(系统的移动速度与强度成反比)。锋面气旋的移动方向一般沿对流层(500 或 700hPa)气流的方向(引导气流)移动

3.5.2 东亚反气旋的活动地区和路径

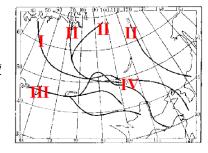
活动地区 蒙古西部到我国河套地区,呈西北-东南向。冬夏呈现显著差异。

路径 ① 亚洲大陆西北-西伯利亚-蒙古-我国 (冬半年)

② 亚洲大陆北方自北向南或自东北向西南, 转向东南-西伯利亚-蒙古-我国 (冬半年)

- ③ 大陆西方由西向东直接进入我国或折向东北由蒙古进入(夏半年)
- ④ 蒙古-我国 (冬半年)

寒潮关键区 95%的冷空气都要经过西伯利亚中部地区并在那里积累加强。



东亚反气旋移动路径

3.5.3 蒙古气旋和江淮气旋的生成

3.5.3.1 蒙古气旋的生成过程

生成总述 北方气旋以蒙古气旋为代表。蒙古气旋一年四季均可出现,以春秋季为最多。

形成过程 分三类:暖区新生,冷锋进入倒槽,蒙古副气旋 (后两类参见天气学分析基础)

暖区新生类出现次数最多。西西伯利亚发展**很深的气旋**向东北或向东移动时,受到**蒙古西部的萨彦岭、阿尔泰山**等山脉的影响,往往减弱填塞,但一旦越过山脉,中东部下坡<mark>地形有利于气旋形成加强</mark>。

新生条件 迎风坡: 高空槽上山减弱变平, 冷空气堆积温度槽加深 背风坡: 高空槽下山加深

疏散的高度槽,正涡度平流加深。春季高原下垫面的**非绝热加热作用**使温度脊更为强烈;蒙古中部地面先出现热低压或倒槽或相对暖低压区;**疏散槽**(动力因子正涡度平流叠加,暖低压获得动力性的发展) 温度场落后于高度场,冷暖平流均强烈,促进冷暖锋锋生。

3.5.3.2 江淮气旋的生成过程

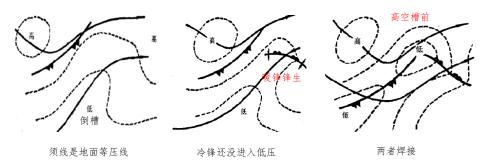
形成过程 两类:静止锋波动型,倒槽锋生型

静止锋波动 与典型气旋生成类似,高空短波槽移动到江淮静止锋上空。在槽前脊后,**动力因子作用**(正相对涡度

平流使得地面减压) 使得静止锋上生成低压中心,偏北气流南压,偏南气流北抬,形成冷暖锋。

倒槽锋生

- ① 开始时,由于高空**南支锋区**上西南气流将暖空气向北输送,**地面减压形成倒槽并东伸**。
- ② 这时在北支锋区上有一小槽从西北移来,在地面上配合有一条冷锋和锋后冷高压。南支槽前暖平流增强,暖锋锋生,高空槽东移,地面冷锋逐渐接近倒槽。
- ③ 南北两支锋区在江淮**叠加**, **冷锋进入倒槽与暖锋相接**, 在**槽前正涡度平流**(动力因子加入)下方, **江** 淮**气旋形成**。



3.5.4 爆发性气旋

Explosive cyclogenesis 一般来说,中高纬地区气旋发展速度达到 24h 降低 24hPa 或 12h 降低 12hPa, 就称之为爆发性气旋,也称为"气象炸弹"。由于气旋快速发展,往往会导致天气剧变,引发狂风与强降水、暴雪。一般在东亚地区,只有 2%的低压气旋能实现爆发式增长,常出现于冬季。 其本质是冷暖气团交汇,在锋面上形成,是一种特殊的温带气旋、锋面气旋。

形成位置

含义

东亚地区多形成于**日本以东的西北太平洋上**,以冬春季节最多。

形成因素

① 绝大多数爆发性气旋形成于高空西风急流出口区左侧,少数形成于入口区右侧。

与急流有关:这两个区域有强烈的辐散,低层上升运动,利于气旋发展。

与高原地形有关: 冬春季节急流偏南,易被青藏高原分支,南支槽较浅,移动缓慢;北支槽移动速度较快,发展较深。当北支槽与南支脊在日本附近上空处于同一经度,构成了典型的东亚急流。且极锋急流和副热带急流在日本上方可能汇合,进一步加强了急流的强度。

- ② 急流中心位于日本福井上空,位于急流出口区左侧,强烈辐散;北支槽前为强的正涡度平流区,涡度因子有利于低层气旋和上升运动的强烈发展。
- ③ **温度平流和非绝热加热**: **暖湿洋面**和<mark>黑潮日本暖流</mark>的供应充分; 气旋西北侧有强的冷空气入侵, 也供应充分; 冷暖气流强烈交汇, 产生上升运动, 积云凝结潜热释放, 利于气压下降和气旋发展。

综合因素 温度平流、温度平流、非绝热加热、海气交换、急流有关的非地转加速。