

第五章 天气形势及天气要素的预报

5.1 天气系统外推预报法

5.1.1 天气预报

- 天气预报

根据气象观测资料，应用天气学、动力学、统计学的原理和方法，对某区域或某地点未来一定时段的天气状况做出定性或定量的预测。包括：天气形势预报和气象要素预报。
- 天气形势

是指大范围流场、气压场、温度场三度空间的分布形势。
它包含了大范围的环流及环流形势的各个天气系统。
- 形势预报

预报各种天气系统的生消、移动和强度变化，是气象要素预报的基础。

5.1.2 外推预报法

- 基本概念

根据最近一段时间内天气系统的移动速度和强度变化规律，顺时外延，预报出天气系统未来的移动速度和强度变化。依据：天气过程的发展在一定时间间隔内常具有连续性。该方法简单方便。
- 分类

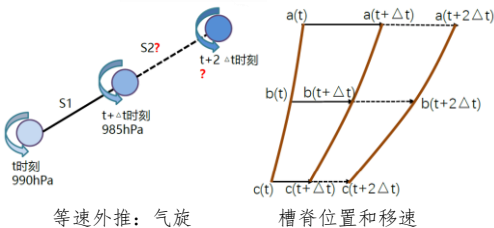
外推预报法可以分为等速外推和加速外推两种。

5.1.2.1 等速外推（直线外推）

- 假设

假定系统的移动速度和强度变化基本上不随时间改变，系统的移动距离或它的强度与时间成线性关系，外推依据这种线性关系进行。
- 适用系统

① 闭合系统 ② 高空槽脊位置及其强度

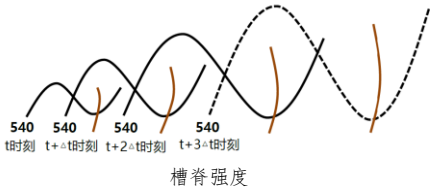


5.1.2.2 加速外推（曲线外推）

- 假设

假定系统的移动速度和强度变化接近等加速状态，这时系统的移动距离或它的强度与时间成曲线关系，外推时要考虑加速情况。
- 适用系统

① 闭合系统 ② 高空槽脊



5.1.2.3 两者比较

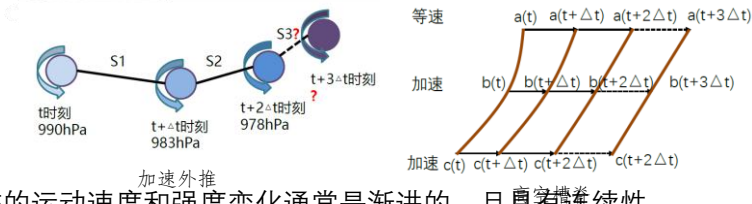
- 等速外推

至少需要两个时次的数据
- 加速外推

至少需要三个时次的数据
- 适用范围

大气运动处于相对稳定的状态，天气系统的运动速度和强度变化通常是渐进的，且具有连续性。
- 注意事项

系统位置和强度定准确、外推时间不能过长、已知数据各个时次的时间间隔不能过长



5.2 天气系统运动学预报法

5.2.1 基本概念

- 变压法

运动学预报法也称为变压法，其利用气压系统过去移动和变化所造成的变高 $\partial H/\partial t$ (或变压 $\partial p/\partial t$)的分布特点通过运动学公式来预报系统未来的移动和变化的方法。
其本质上是外推法，运动学方法分析所得的变高(或变压)通过运动学公式具有动力学意义。
- 适用范围

大气运动处于相对稳定的状态，不能预报出系统的转折性变化。
- 注意事项

① 3小时变压须消除日变化的影响。
② 移速公式未考虑加速度，一般情况下：加强的系统移动减速，减弱的系统移动加速。

5.2.1.1 运动坐标系与固定坐标系中局地变化的关系

固定坐标系 $\frac{d}{dt}_{\text{个别变化}} = \frac{\partial}{\partial t}_{\text{局地变化}} + \vec{V} \cdot \nabla$ 水平面上固定于地表的坐标系，质点运动速度为 \vec{V}

运动坐标系 $\frac{d}{dt} = \frac{\delta}{\delta t} + (\vec{V} - \vec{C}) \cdot \nabla$ 水平面上，随着运动的天气系统相对于地表以速度 \vec{C} 做水平运动的坐标系。

质点相对于运动坐标系的速度为 $\vec{V} - \vec{C}$ ，其中 $\frac{\delta}{\delta t}$ 是运动坐标系中的局地变化。

推导 由于个别变化不依赖于参考系，则 $\left(\frac{d}{dt}\right)_{\text{因}} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{\text{运}}$ ，所以 $\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla = \frac{\delta}{\delta t} + (\vec{V} - \vec{C}) \cdot \nabla$

则有两种局地变化的关系： $\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t}_{\text{局地变化}} + \vec{C} \cdot \nabla$ 假设风速恰恰等于移动速度，则运动坐标系

中局地变化可以看作固定坐标系中以速度 \vec{C} 运动的质点的个别变化。

C 的求解 在运动系统上，选取一些特定点或特定线，使得在这些点或线上某要素在运动坐标系中的局地变化为

零，即 $\frac{\delta}{\delta t} = 0$ ，则 $\frac{\partial}{\partial t} + \vec{C} \cdot \nabla = 0$ 则 $\frac{\partial}{\partial t} + C_x \frac{\partial}{\partial x} + C_y \frac{\partial}{\partial y} = 0$ ，其同时涉及两个方向，较为复杂，

不妨假设 $C_x = C, C_y = 0$ ，则有系统移动的运动学公式为： $C = C_x = -\frac{\partial(\frac{\partial H}{\partial x})/\partial t}{\partial(\frac{\partial H}{\partial x})/\partial x}$

5.2.1.2 天气系统基本特征

高数知识 对于极小值，其一次导数为零，二次导数大于零，由此可以判断槽脊线、低压高压中心的情况。

槽线 $\frac{\partial H}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} > 0$ **脊线** $\frac{\partial H}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} < 0$

低压中心 $\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} > 0, \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} > 0$ **高压中心** $\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} < 0, \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} < 0$

5.2.2 高空槽(脊)线的移动

公式推导 取x轴垂直于槽脊线，并指向气流下游，则在槽脊线上 $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$ （气压梯度情况），则为特定线的特定要

素；代入运动学公式： $C = C_x = -\frac{\partial(\frac{\partial H}{\partial x})/\partial t}{\partial(\frac{\partial H}{\partial x})/\partial x} = -\frac{\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial H}{\partial x})}{\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial H}{\partial x})} = -\frac{\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t}}{\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}}$ 其中 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ 表示槽脊的凹凸程度，

即反映了槽脊的强度，槽大于零，脊小于零。

移动方向 槽沿变高梯度方向移动，脊沿变高升度方向移动。

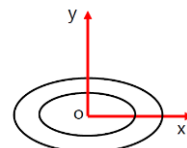
① 若 $\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial H}{\partial t}) < 0$ ，变高沿着x方向减小【相对涡度】，则 $C > 0$ ，槽前进，沿变高(压)梯度方向移动

② 若 $\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial H}{\partial t}) > 0$ ，变高沿着x方向增加【地转涡度】，则 $C < 0$ ，槽后退，沿变高(压)梯度方向移动

③ 对于脊的情况，由于分母符号变化，则原有的方向都反向，则沿着变高(压)升度方向移动。

移动速度 ① 槽的移速大小与变高梯度成正比，脊的移速大小与变高升度成正比。

② 强系统比弱系统移动慢，槽、脊的移速大小与系统的强度成反比。



5.2.3 地面高压和低压中心的移动

坐标系建立 原点在气旋和反气旋中心点上： $\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0$ ；x轴为长轴方向，y轴为短轴方向，假设运动过程中气

旋、反气旋的形态不变化。在运动坐标系中： $\frac{\delta}{\delta t}(\frac{\partial p}{\partial x}) = 0$ 为特殊点。

速度分解 闭合气压系统一般是近似椭圆形的，系统中心的移动速度C可以分解为 C_x, C_y 两个分量。

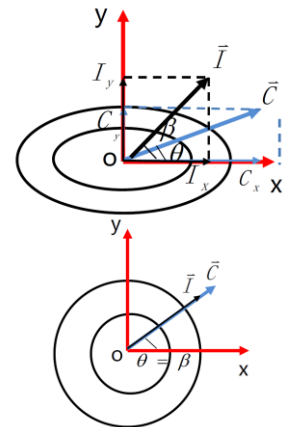
则 $\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{C} \cdot \nabla_2 \xrightarrow[\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} = 0]{\frac{\delta(\frac{\partial p}{\partial x})}{\delta t} = 0} \frac{\delta}{\delta t} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + C_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + C_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$ 有两个分量，很难讨论。

x方向 在系统中心， $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0$ 。所以 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + C_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0$ ，则 $C_x = -\frac{\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t}}{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}$

y方向 在系统中心， $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0$ 。所以 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) + C_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0$ ，则 $C_y = -\frac{\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t}}{\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}}$

移动速度 $C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}$

移动方向 可以使用它与x轴的夹角 θ 表示： $tg\theta = \frac{C_y}{C_x} = \frac{-\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} / \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}}{-\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} / \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}$



我们希望进一步讨论 θ 局限的范围：如果以 I_x 和 I_y 表示变压升度沿两轴的分量： $I_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$

则上式可以变为： $tg\theta = \frac{C_y}{C_x} = \frac{I_y / \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}}{I_x / \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}} = \frac{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}} \times \frac{I_y}{I_x} = \frac{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}} \times tg\beta$ β 是变压升度与x轴的夹角

正圆形系统 当系统为正圆形时， $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$ ， $\theta = \beta$ **正圆形**高低压的中心移动方向与变压升度(梯度)方向一致；高压向变压升度方向移动，低压向变压梯度方向移动。

椭圆形系统 ① 对于椭圆形高压 $\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} < \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} < 0 \Rightarrow \frac{tg\theta}{tg\beta} < 1$ 则 $\theta < \beta$ 。 **椭圆形**高压中心移向介于变压升度与长轴之间，而且长轴越长，则 θ 比 β 小得更多，故高压越接近于向着长轴方向移动。

② 对于椭圆形低压 $\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} > \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} > 0 \Rightarrow \frac{tg\theta}{tg\beta} < 1$ 则 $\theta < \beta$ 。 **椭圆形**低压中心移向介于变压梯度与长轴之间，而且长轴越长，则 θ 比 β 小得更多，故高压越接近于向着长轴方向移动。

5.2.4 运动学预报气压系统的发展

5.2.4.1 槽脊线强度预报

代入变量 将 H 本身代入，得到 $\frac{\delta H}{\delta t} = \frac{\partial H}{\partial t} + C_x \frac{\partial H}{\partial x} + C_y \frac{\partial H}{\partial y}$ 在槽脊上， $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$ ，且 $C_y = 0$ ，则 $\frac{\delta H}{\delta t} = \frac{\partial H}{\partial t}$

当 $\frac{\partial H}{\partial t} < 0$ 时，则槽加深，脊减弱。当 $\frac{\partial H}{\partial t} > 0$ 时，则槽减弱，脊加强。

这边的证明意义在于：槽脊是会移动的，这边局地变化和个别变化中的联系深入了槽脊强度的变化。

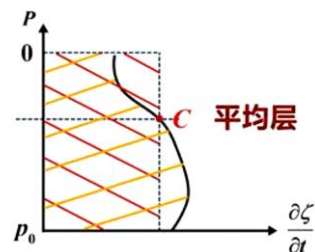
5.2.4.2 高低压中心的预报

带入变量 将气压本身代入，得到 $\frac{\delta p}{\delta t} = \frac{\partial p}{\partial t} + C_x \frac{\partial p}{\partial x} + C_y \frac{\partial p}{\partial y}$ ，则 $\frac{\delta p}{\delta t} = \frac{\partial p}{\partial t}$ 。

固定坐标系中的局地变化也可以表征高低压本身的变化。

结论 从原则上讲，当气旋中心或槽上出现负变压时，气旋或槽将加深；当反气旋或脊上出现正变压时，反气旋或脊将加强。

5.3 高空天气形势预报方程



5.3.1 基本方程与假设

5.3.1.1 方法思路 and 平均层

方法思路 用涡度方程对整层大气积分，用平均层来代替整层的结果，用平均层上的等高线、等温线的形态来判断某地的位势变化。即根据 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} \approx \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} \sim -\frac{\partial H}{\partial t}$ 关系，目的是预报位势高度变化 $\frac{\partial H}{\partial t} = ?$

平均层概念 **中值定理**：曲线下的面积总能在曲线上找到一点，作平行于x轴的直线，使得矩形面积等于曲线面积。固定点整层涡度局地变化的积分平均等于某层等压面上该点的涡度局地变化，此层称为平均层。

则 $\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dp$ ，其积分结果一般在 600hPa，近似地把 500hPa 作为平均层。

$$\int_{p_0}^0 \frac{\partial \zeta}{\partial t} dp = \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} (0 - p_0) \quad \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} (p_0 - 0) = \int_0^{p_0} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dp$$

高度关系 $\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = \frac{9.8}{g} \nabla^2 \frac{\partial H}{\partial t} \propto -\frac{\partial H}{\partial t}$

假定条件 假设各层等温线平行，因此各层之间热成风方向相同，则可把平均层的风 $\bar{\vec{V}}$ 、 $\bar{\vec{V}}_T$ (p_0 地面到平均层的热成风)当作已知量，任一层的风则为 $\vec{V} = \bar{\vec{V}} + A \bar{\vec{V}}_T$ ，其中A为系数，是p的函数 $A = A(p)$ ：

平均层 $A = 0$ ，平均层以上 $A > 0$ ，平均层与地面之间 $A \in (-1, 0)$ ，且地面 $p = p_0$ 处 $A = -1$ A随时间、空间的变化比较小，可以忽略，认为A与它们无关，即 $A(x, y, t, p) \rightarrow A(p)$

涡度情况 对风两边取涡度，则 $\zeta = \bar{\zeta} + A \zeta_T$ 其中 ζ_T 为等温线的涡度(弯曲程度) 500hPa 上的等温线、等高线可以影响各个层次的涡度、温度。

5.3.1.2 高空形势预报方程

方程推导 从简化后的涡度方程出发： $\frac{d(f+\zeta)}{dt} = -(f+\zeta) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \bar{\vec{V}} \cdot \nabla (\zeta + f) = -f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$

而 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial \omega}{\partial p}$ 代入上式，则 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\bar{\vec{V}} \cdot \nabla (f + \zeta) + f \frac{\partial \omega}{\partial p}$ 。两边由 $0 \rightarrow p_0$ 积分，并乘以 $\frac{1}{p_0}$

$$\text{得到 } \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dp = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} -(\bar{\vec{V}} + A \bar{\vec{V}}_T) \cdot \nabla (f + \bar{\zeta} + A \zeta_T) dp + \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} f \frac{\partial \omega}{\partial p} dp$$

假设 ① 若不考虑地形和摩擦作用，认为地面平坦，则上式第三项可忽略 $\omega_{p_0} \approx 0$
② 认为大气层顶 $\omega_0 = 0$ 考虑到地面垂直速度主要由地形和摩擦引起 \uparrow

则上式变为： $\frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} \frac{\partial \zeta}{\partial t} dp = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} -(\bar{\vec{V}} + A \bar{\vec{V}}_T) \cdot \nabla (f + \bar{\zeta} + A \zeta_T) dp$ 应用中值定理得到：

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} = -(\bar{\vec{V}} + A \bar{\vec{V}}_T) \cdot \nabla (f + \bar{\zeta} + A \zeta_T) = -\bar{\vec{V}} \cdot \nabla (f + \bar{\zeta}) - \bar{\vec{V}} \cdot \nabla A \zeta_T - A \bar{\vec{V}}_T \cdot \nabla (f + \bar{\zeta}) - A^2 \bar{\vec{V}}_T \cdot \nabla \zeta_T$$

因为平均层处 $A = 0$ ，且 $\bar{\vec{V}}_T, \zeta_T, \bar{\zeta}, \bar{\vec{V}}$ 与 p 无关，则 $\nabla A \zeta_T = 0$ ，故 $\bar{\vec{V}} \cdot \nabla A \zeta_T = A \bar{\vec{V}}_T \cdot \nabla (f + \bar{\zeta}) = 0$

同时，经过统计得到： $\bar{A}^2 \approx 0.6$ ，则得到方程： $\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} = -\bar{\vec{V}} \cdot \nabla (f + \bar{\zeta}) - 0.6 \bar{\vec{V}}_T \cdot \nabla \zeta_T$

预报方程 高空形势预报方程： $-\frac{\partial H}{\partial t} \propto \frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} = -\bar{\vec{V}}_g \cdot \nabla (f + \bar{\zeta}_g) - 0.6 \bar{\vec{V}}_T \cdot \nabla \zeta_T$

平均层上的涡度局地变化是由该层绝对涡度平流及热成风对热成风涡度平流所决定的。

方程说明 ① 推导过程中考虑了热成风，因而出现了热成风涡度平流，所以这一项是由于大气斜压性而产生的(正压大气无热成风)，然而这种斜压性和大气实际情况有所差别，实际情况各层等温线并不严格平行，只是大致平行，因此它只是一个定性分析的近似方程。

- ② 在推导过程中，我们假定地面是平坦且没有摩擦作用，且垂直运动也会影响到变高。
- ③ 严格地说，平均层函数 $A(x, y, t, p)$ ，不一定固定于某个等压面上。一般而言，平均层接近 600hPa，但实际业务分析中多为 500hPa，可以近似认为是平均层。
- ④ 热成风涡度平流的因数仅为 0.6，所以 500hPa 上天气系统的发生发展和移动中以涡度平流为主，但热成风涡度平流很重要，因为如果忽略掉，则 $\frac{d}{dt}(\zeta + f) = 0$ 绝对涡度守恒，涡度恒定不变，明显不符合系统生消的事实（尤其在系统强烈发展或消失时），考虑这一斜压性是很重要的。

注意 基本方程是在若干近似条件下获得的，除去一些次要因子得到的近似情况来抓住影响天气形势演变的主要因子，其抓住了主要矛盾。

符号定义 定义相对涡度平流为 A_ζ ，地转涡度平流为 A_f

5.3.2 地转涡度平流项的定性判断及应用

5.3.2.1 竖槽

地转平流 地转涡度平流项为 $A_f = -\bar{V}_g \cdot \nabla f = -\bar{u} \frac{\partial f}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial f}{\partial y} = -\beta \bar{v}$ 已知 $\beta > 0$ ，则仅取决于气流的径向分量。

槽前脊后 $-\beta \bar{v} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} > 0$ 正变高，槽向西移动，槽强度无变化（与相对涡度相反）

槽后脊前 $-\beta \bar{v} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 负变高

5.3.2.2 横槽

槽线上 $\bar{v} < 0 \rightarrow A_f > 0$ 有正的地转涡度平流 $\frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 负变高，槽加深

如果其转竖，堆积在槽后的冷空气会大量南下，造成寒潮等降温天气。

槽前后 变高性质相同，对槽的移动无明显作用。

5.3.2.3 倒槽

槽线上 $\bar{v} > 0 \rightarrow A_f < 0$ 有负的地转涡度平流 $\frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} > 0$ 正变高

槽前后 变高性质相同，对槽的移动无明显作用。

5.3.3 相对涡度平流项的定性判断及应用

适用条件 对于 $L < 3000 \text{ km}$ 的短波， $-\bar{V}_g \cdot \nabla \bar{\zeta}_g \gg -\bar{v} \frac{\partial f}{\partial y}$ 。其中相对涡度平流项为： $A_\zeta = -\bar{V}_g \cdot \nabla \zeta_g$

拆分细化 将相对涡度平流用自然坐标表示： $A_\zeta = -\bar{V} \cdot \nabla \zeta = -V_s \frac{\partial \zeta}{\partial s} - V_n \frac{\partial \zeta}{\partial n} = -V \frac{\partial \zeta}{\partial s}$

将 $\zeta = K_s V - \frac{\partial V}{\partial n}$ 代入上式，则： $A_\zeta = -V \frac{\partial}{\partial s} \left(K_s V - \frac{\partial V}{\partial n} \right) = \boxed{-V \left(K_s \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial K_s}{\partial s} - \frac{\partial^2 V}{\partial s \partial n} \right)}$

设大范围的运动是准地转的，以 $V_g = -\frac{9.8}{f} \frac{\partial H}{\partial n}$ 代替上式中的 V ，得：

$A_\zeta = -V_g \left(K_s \frac{\partial V_g}{\partial s} + V_g \frac{\partial K_s}{\partial s} - \frac{\partial^2 V_g}{\partial s \partial n} \right) = -\frac{9.8^2}{f^2} \frac{\partial H}{\partial n} \left(K_s \frac{\partial^2 H}{\partial s \partial n} + \frac{\partial H}{\partial n} \frac{\partial K_s}{\partial s} - \frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial^2 H}{\partial n^2} \right)$ 更加复杂了，不常用

5.3.3.1 曲率项

曲率项 曲率沿 s 的改变 $V_g \frac{\partial K_s}{\partial s}$ $A_\zeta \propto -V_g^2 \frac{\partial K_s}{\partial s} \sim \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} \sim -\frac{\partial \bar{H}}{\partial t}$

槽前脊后 $\frac{\partial K_s}{\partial s} < 0, V_g^2 > 0 \Rightarrow -V_g^2 \frac{\partial K_s}{\partial s} > 0 \rightarrow A_\zeta > 0$ 则 $\frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 负变高

槽后脊前 $\frac{\partial K_s}{\partial s} > 0, V_g^2 > 0 \Rightarrow -V_g^2 \frac{\partial K_s}{\partial s} < 0 \rightarrow A_\zeta < 0$ 则 $\frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} > 0$ 正变高

槽脊线上 $\frac{\partial K_s}{\partial s} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = 0$, 故该项对槽脊的发展并无贡献, 主要使得其移动。

不管槽脊是否对称, 曲率项对槽脊的发展没有贡献, 仅让其向前移动, 这是普适规律。

5.3.3.2 散合项 (对称槽脊)

散合项 速度沿s的改变 $K_s \frac{\partial V}{\partial s} \quad A_\zeta \propto -V_g K_s \frac{\partial V_g}{\partial s} \sim \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} \sim -\frac{\partial \bar{H}}{\partial t}$

如右图, 这是一种特殊的对称槽, 等高线疏密程度不等, 槽脊线处风速最大。

I区 $K_s > 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 负变高, 且 $A_\zeta > 0$ 有正的相对涡度平流

II区 $K_s > 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} > 0$ 正变高, 且 $A_\zeta > 0$ 有负的相对涡度平流

槽脊线上 $\frac{\partial V_g}{\partial s} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = 0$ 故该项对槽脊的发展并无贡献, 主要使得其移动。

III区 同理可得 $K_s < 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} > 0$ 正变高

IV区 同理可得 $K_s < 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 负变高

5.3.3.3 散合项 (非对称槽脊)

疏散槽 槽线上的风速不是最大的。槽线上有 $K_s > 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 疏散槽, 负变高, 槽发展

汇合槽 槽线上: $K_s > 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} > 0$ 汇合槽, 正变高, 槽减弱

疏散脊 脊线上: $K_s < 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} > 0$ 正变高, 脊发展

汇合脊 脊线上: $K_s < 0, V_g > 0, \frac{\partial V_g}{\partial s} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 负变高, 脊减弱

总结 疏散槽脊发展, 汇合槽脊减弱。槽脊前后变高性质相同, 故该项对非对称性槽脊移动影响不大。

5.3.3.4 疏密项

疏密项 切变涡度随s的变化 $-\frac{\partial^2 V}{\partial s \partial n} \quad A_\zeta \propto -V_g \left(-\frac{\partial^2 V_g}{\partial s \partial n} \right) \sim \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} \sim -\frac{\partial \bar{H}}{\partial t}$

槽前脊后 A点 $\frac{\partial V_g}{\partial n} < 0$, B点 $\frac{\partial V_g}{\partial n} > 0$, 则 $\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial V_g}{\partial n} \right) = \frac{B-A}{\Delta s} = \frac{\left(\frac{\partial V_g}{\partial n} \right)_B - \left(\frac{\partial V_g}{\partial n} \right)_A}{\Delta s} > 0$, 且 $V_g > 0$, 则 $\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} > 0 \rightarrow \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} < 0$ 则槽前脊后有负变高 (AB之间的区域), 但这一项影响很小, 业务上应用很少。

5.3.3.5 结论

重要结论 ① 从相对涡度平流来看, 由于疏密项相对甚小, 且在槽脊线上曲率最值, 曲率项为零, 因此槽脊的发展主要由散合项贡献。槽脊的移动由散合项和曲率项贡献。

② 散合项对对称性槽脊的发展无贡献, 主要使得其移动; 而对非对称性槽脊的发展有贡献, 疏散槽脊加强, 汇合槽脊减弱, 但对其移动影响不大。

③ 槽脊前疏散, 槽脊后汇合, 则移动迅速; 槽脊前汇合, 槽脊后疏散, 则移动缓慢。

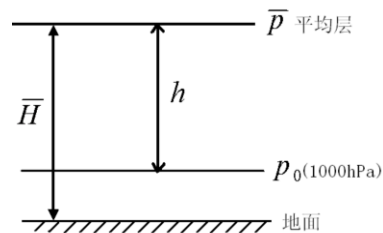
5.3.4 热成风涡度平流项的定性判断及应用

热成风 因为大气经常处于斜压状态, 必须考虑斜压的作用。假定各层等温线平行, 平均层上的等温线可以近似与热成风方向一致。

槽前脊后 正热成风涡度平流 $-\vec{V}_T \cdot \nabla \zeta_T > 0$ 负变高 物理实质是冷平流

槽后脊前 负热成风涡度平流 $-\vec{V}_T \cdot \nabla \zeta_T < 0$ 正变高

- 典型情况**
- ① 温度槽落后于高度槽：温度槽前有正的热成风涡度平流输送，负变高，**槽发展**。
 - ② 温度脊落后于高度脊：温度脊前有负的热成风涡度平流输送，正变高，**脊发展**。
 - ③ 温度槽平行于高度槽，不发展；温度槽超前于高度槽，使槽减弱。



5.4 地面形势预报方程

5.4.1 基本方程

推导思路 通常用 **1000hPa 等压面图** 作为地面图，设其等压面高度为 H_0 ，则平均层与 1000hPa 之间的厚度为 $h = \bar{H} - H_0$ ，或 $H_0 = \bar{H} - h$ 应用 P 坐标系静力方程 $\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho} = -\frac{RT}{p}$ 、状态方程 $\phi = 9.8H$ ，得到：

$$\frac{\partial H}{\partial p} = -\frac{1}{9.8\rho} = -\frac{RT}{9.8p} \xrightarrow{\text{积分}} \int_{p_0}^{\bar{p}} \frac{\partial H}{\partial p} dp = -\frac{R}{9.8} \int_{p_0}^{\bar{p}} T d(\ln p) \Rightarrow H_{\bar{p}} - H_{p_0} = -\frac{R}{9.8} \cdot \bar{T} \ln \frac{\bar{p}}{p_0} \quad (\bar{T} \text{ 是两层平均温度})$$

$$\text{并对时间 } t \text{ 求导，得：} \frac{\partial H_{\bar{p}}}{\partial t} - \frac{\partial H_{p_0}}{\partial t} = \frac{R}{9.8} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \quad (h = \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \bar{T})$$

以热力学能量方程 $\frac{\partial T}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla T + (\Gamma_d - \Gamma)\omega - \frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt}$ 代入上式，得到基本方程：

基本方程
$$\frac{\partial H_0}{\partial t} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \left[\overline{-\vec{V} \cdot \nabla T} + \overline{(\Gamma_d - \Gamma)\omega} + \frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt} \right]$$

平均层的高度变化项

垂直运动造成的绝热变化项

平均冷暖平流项 (平均层到地面之间的平均温度平流)

非绝热变化项

5.4.2 方程的讨论

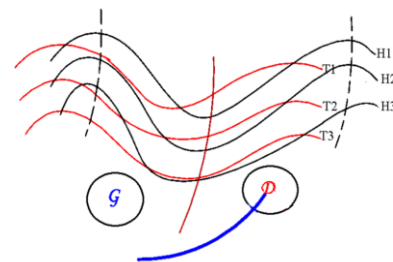
5.4.2.1 平均层的高度变化项

高度变化项
$$-\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \propto -\bar{\vec{V}}_g \cdot \nabla(f + \bar{\zeta}_g) - 0.6 \bar{\vec{V}}_T \cdot \nabla \zeta_T \quad \frac{\partial H_0}{\partial t} \sim \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \sim -(-\bar{\vec{V}} \cdot \bar{\zeta}_g)$$

动力因子 一个发展的气旋，总处于高空槽前

物理意义 温带气旋上空处在 500hPa 槽前脊后，槽前的正相对涡度平流引起地面气旋减压，加深发展。

间接作用 热力因子直接作用使得高空槽脊发展，高空槽加深，使得等高线气旋性曲率增大，槽前正相对涡度平流加大，进一步促使地面气旋减压更厉害，气旋加深。



5.4.2.2 平均冷暖平流项

冷暖平流项
$$\frac{\partial H_0}{\partial t} \sim -\frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \cdot \overline{(-\vec{V} \cdot \nabla T)}$$
 其和引导气流密切相关，详见 5.4.3 节。

冷平流
$$\overline{-\vec{V} \cdot \nabla T} < 0 \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} > 0 \quad \text{地面等压面抬升}$$

暖平流
$$\overline{-\vec{V} \cdot \nabla T} > 0 \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} < 0 \quad \text{地面等压面降低}$$

- 物理意义**
- ① 地面气旋后部与反气旋前部之间上空对应 500hPa 槽线处，**风随高度逆转**，使气层间有冷平流（包括槽线处），地面正变高，**加压**。
 - ② 地面气旋前部与反气旋后部之间上空对应 500hPa 脊线处，**风随高度顺转**，使气层间有暖平流（包括槽线处），地面负变高，**减压**。
 - ③ 而地面气旋中心处无变化，**强度无影响**，气旋向**变高梯度方向**移动，**即前进**。

5.4.2.3 垂直运动产生的温度绝热变化项

稳定大气 $\Gamma_d - \Gamma > 0$ 垂直运动项在稳定大气中，是抑制气旋和反气旋发展的。

上升运动： $\omega < 0 \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} > 0$ 若温带气旋附近无雷暴，大气处于稳定。地面气旋中心上升运动，绝热膨胀冷却，**气柱收缩**，地面等压面高度增高，**抑制气旋发展**。

下沉运动: $\omega > 0 \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} < 0$ 下沉运动对反气旋发展也不利。

不稳定大气 $\Gamma_s - \Gamma < 0$ 潮湿不稳定大气中, 上升运动有利于气旋的发展。

上升运动: $\omega < 0 \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} < 0$ 一般是上升运动 下沉运动: $\omega > 0 \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} > 0$ 利于反气旋发展

注意 绝热变化作用并不是气旋发生、发展的主要因子, 它只是在气旋形成后才起作用的。

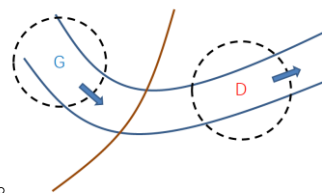
5.4.2.4 非绝热加热项

非绝热项 $\frac{\partial H_0}{\partial t} \sim -\frac{d\bar{Q}}{dt}$ 包括乱流、辐射、蒸发、凝结

热源地区 在热源地区地面气压下降。冬季内陆包围的暖水面上(洞庭湖、鄱阳湖及里海、咸海、巴尔喀什湖、贝加尔湖)常有气旋发生发展; 夏季在青藏高原、云贵高原等地, 常有热低压发展。

冷源地区 $\frac{dQ}{dt} < 0 \Rightarrow \frac{\partial H_0}{\partial t} > 0$ 地面气压上升, 冬季西伯利亚、蒙古等地常成为冷高压生成或加强的源地。

气旋移动 冬半年, 当温带气旋从大陆移到海上, 海洋表面是热源地区, 气旋上空气柱吸热 $\frac{dQ}{dt} > 0$, 中心附近地面气压降低 $\frac{\partial H_0}{\partial t} < 0$, 气旋加深。同理, 高压入海后减弱。



5.4.3 引导气流

含义 地面系统中心的移动沿着平均层气流的方向移动, 称平均层的气流为引导气流。从地面形势预报方程出发, 在地面气旋和反气旋中心上空, 地转风与热成风几乎平行, 所以没有冷暖平流, 即在地面气旋和反气旋中心, 冷暖平流项对气压变化不起作用, 起到移动的作用。

证明思路 欲证明: $C = \bar{\bar{V}}_g$, 但无法找到直接的关系, 转而证明 $C = \bar{V}_T$ 。

具体证明 从平均冷暖平流项: $\frac{\partial H_0}{\partial t} \sim -\frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{p} \cdot (-\bar{\bar{V}} \cdot \nabla T)$ 高空平均层地转风: $\bar{\bar{V}}_g = \bar{V}_{g_0} + \bar{V}_T$

对于地面系统中心, 地转风为零: $\bar{V}_{g_0} = 0 \Rightarrow \bar{\bar{V}}_g = \bar{V}_T$ 平均层地转风等于热成风, 则证明变为 $C = \bar{V}_T$

假设各层等温线大致平行, 则可以用平均层上等温线来代表热成风方向, 只要证明地面系统中心是沿热成风方向移动的, 设 h 为平均层至 1000hPa 的厚度, 由静力学方程积分可得厚度公式:

$$h = -\int_{p_0}^{\bar{p}} \frac{RT}{9.8} d \ln p = \int_{\bar{p}}^{p_0} \frac{RT}{9.8} d \ln p = \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \bar{T} \Rightarrow \nabla h = \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \cdot \nabla T \quad \text{即厚度梯度正比于温度梯度}$$

$$\frac{\partial H_0}{\partial t} = \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \cdot \bar{\bar{V}} \cdot \nabla T \approx \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \tilde{\bar{V}} \cdot \nabla T \approx \tilde{\bar{V}}_g \cdot \nabla h \quad \tilde{\bar{V}}_g \text{ 表示平均层至 } 1000\text{hPa} \text{ 的平均风速}$$

$$\text{设 } \tilde{\bar{V}}_g = \frac{1}{2}(\bar{V}_{g_0} + \bar{\bar{V}}_g) \quad \text{则 } \frac{\partial H_0}{\partial t} = \frac{1}{2}(\bar{V}_{g_0} + \bar{\bar{V}}_g) \cdot \nabla h = \frac{1}{2}(\bar{V}_{g_0} + \bar{V}_{g_0} + \bar{V}_T) \cdot \nabla h = \bar{V}_{g_0} \cdot \nabla h + \frac{1}{2} \bar{V}_T \cdot \nabla h$$

$$\text{而 } h = \frac{R}{9.8} \ln \frac{p_0}{\bar{p}} \bar{T} \quad \text{等厚度线 } h \text{ 平行于等温度线 } T, \text{ 即热成风与等厚度线平行, 则 } \bar{V}_T \cdot \nabla h = 0$$

$$\text{则 } \frac{\partial H_0}{\partial t} = \bar{V}_{g_0} \cdot \nabla h = u_{g_0} \frac{\partial h}{\partial x} + v_{g_0} \frac{\partial h}{\partial y} \quad \text{而系统的移动速度: } C_x = -\frac{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x \partial t}}{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2}} = -\frac{\frac{\partial}{\partial x}(u_{g_0} \frac{\partial h}{\partial x} + v_{g_0} \frac{\partial h}{\partial y})}{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2}}$$

将地转风的公式 $u_{g_0} = -\frac{9.8}{f} \frac{\partial H_0}{\partial y}$ $v_{g_0} = \frac{9.8}{f} \frac{\partial H_0}{\partial x}$ 代入:

$$\text{得到: } C_x = -\frac{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x \partial t}}{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2}} = -\frac{\frac{\partial}{\partial x}(-\frac{9.8}{f} \frac{\partial H_0}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{9.8}{f} \frac{\partial H_0}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y})}{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2}} = -\frac{-\frac{9.8}{f} (\frac{\partial^2 H_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial H_0}{\partial y} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2})}{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2}} - \frac{\frac{9.8}{f} (\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial H_0}{\partial x} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y})}{\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2}}$$

考虑到: $\frac{\partial^2 H_0}{\partial x \partial y} = 0, \frac{\partial H_0}{\partial y} = 0, \frac{\partial H_0}{\partial x} = 0$, 并略去 f 的变化, 最终可以简化为 $C_x = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial y}$ 发现这就是 u_T

同理可得： $C_y = v_T$ 则证明了移动速度等于平均层地转风速度。

总结

在气旋暖区，地面等压线和等厚度线接近平行，故气旋中心沿暖区地面等压线移动。

实际情况

地面系统：气旋移动方向比初始时刻的引导气流偏右；反气旋移动方向比引导气流偏左。

由于绝热变化项和非绝热变化项对温度平流项有抵消的作用，实际地面系统的移动速度比引导气流速度小。（暖平流上升绝热膨胀冷却，会抵消一部分厚度平流作用，使得移动速度减慢；此外，暖平流区域，暖空气向冷的下垫面移动，通过湍流和辐射，大气热量传递给下垫面（大气获得下垫面的热量），非绝热作用一般也会抵消部分厚度平流，使得移动速度减慢）

热带气旋

夏季，大西洋上的亚速尔高压外围引导气流，会引导热带气旋的移动，当高压较强时气旋会向西进入墨西哥湾，当高压较弱时气旋则向北影响美国东海岸或者不登陆。

