第三章 气旋与反气旋

章节概述 本节讲授涡度方程、位势倾向方程、ω方程的物理意义及其在分析温带气旋与反气旋发展机制方面的定性应用；影响我国的温带气旋、反气旋的结构特征与活动规律；用位势涡度守恒原理解释天气系统在上山、下山时强度的变化；用地转适应的观点解释气旋发展。

3.1 气旋、反气旋的特征和分类

气旋 气旋是占有三度空间的，在同一高度上中心气压**低于**四周的流场中的涡旋。涡旋中的空气在**北半球逆时针旋转，在南半球顺时针旋转**。**在北半球具有正的涡度，南半球具有负的涡度。**

反气旋 反气旋是占有三度空间的，在同一高度上中心气压**高于**四周的流场中的涡旋。涡旋中的空气在**北半球顺时针旋转，在南半球逆时针旋转**。**在北半球具有负的涡度，南半球具有正的涡度。**

3.1.1 气旋和反气旋的水平尺度

尺度定义 气旋、反气旋的水平尺度以最外围的闭合等压线的直径长度来表示，反气旋尺度大于气旋。

气旋尺度 平均而言，气旋：$1000km-3000km$，东亚气旋比欧洲和北美的水平尺度小

反气旋尺度 大者面积可达亚洲大陆的$3/4$

3.1.2 气旋和反气旋的强度

强度定义 使用**中心气压值**表征。气旋中心气压值越低，气旋越强；反气旋中心气压值越高，反气旋越强

气旋可以表述为加强或加深发展(等高面低于周围)，但反气旋只能说加强。

强度范围 气旋：$970-1010hPa$　　反气旋：$1020-1030hPa$

平均而言，温带的气旋和反气旋冬季强于夏季，海上的气旋强于陆上的，陆上的反气旋强于海上的。

3.1.3 气旋和反气旋的分类

气旋 地理区域：**热带气旋**和**温带气旋**

热力性质：**锋面气旋**(有温度对比)和**无锋气旋**(无温度对比，如台风、热低压)

反气旋 地理区域：**极地、温带和副热带反气旋**(西太平洋副热带高压)

热力性质：**冷性反气旋**(西伯利亚冷高压)**、暖性反气旋**(西太平洋副热带高压)

气旋与反气旋会相互转化。无锋气旋可以转化为锋面气旋(台风北上)、冷高压也可以受热变为热高压

温带气旋 源地：不是均匀分布在温带地区的。

北半球气旋源地的特点：① 1、7 月**北太平洋和北大西洋**两个气旋最大频率中心(阿留申低压、冰岛低压)、② 源地分布基本**与纬圈平行**、③ 巨大山地背风一侧及其以东地区、④ 海湾以及内陆胡泊（非绝热加热影响：冬季温度高）

东亚无论冬夏，$30\sim35N,45\sim50N$ 生成频率最多。 与锋生带有关

3.2 涡度和涡度方程

引入 使用气压的变化率误差较大，但发现大尺度大气运动具有涡旋和准地转平衡的特点，可以用涡度衡量。

3.2.1 涡度

涡度 度量空气块**旋转程度和旋转方向**的物理量　　单位：$1/s$　　量纲：$\boldsymbol{\zeta\sim V/L}$

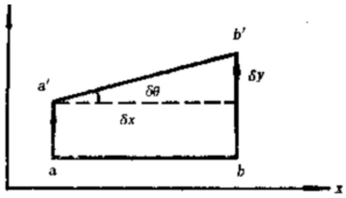
量级 $\vec{\zeta}\sim10^{-5}$ 大尺度　　$\vec{\zeta}\sim10^{-4}$ 中尺度　　$\vec{\zeta}\sim10^{-3}$ 小尺度　　$f\sim10^{-4}$ 中高纬度

$f=2\Omega\sin\varphi$ 称为地转参数，也称为**地转涡度**，对于大尺度运动，地转涡度要更大。

公式 $\vec{\zeta}=\nabla\times\vec{V}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ u & v & w\end{vmatrix}=\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)\vec{j}+\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{k}$ 大尺度准水平，前两项不考虑

我们关注的是 $\boldsymbol{\zeta_z=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}}$ P坐标系中相对涡度的垂直分量 $\boldsymbol{\zeta_p=\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_p-\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_p}$

方向 **涡度的方向是指旋转轴的方向**，不在气流旋转平面。



相对涡度 $\frac{\partial v}{\partial x}$ 分量的物理意义

物理意义 涡度的物理意义：简化问题：设$u=0$ $\frac{\partial u}{\partial y}=0$ 只考虑 $\frac{\partial v}{\partial x}>0$

由于**风速分布不均匀**，原线段ab变化为$a'b'$，**平移外发生了转动**。

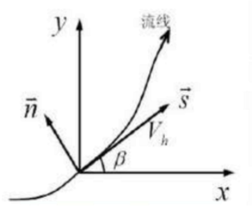
转动角速度有：$(v_b-v_a)\delta t=\delta x\delta\theta\Rightarrow\lim\limits_{\delta t\to 0}\frac{\delta\theta}{\delta t}=\frac{v_b-v_a}{\delta x}\Rightarrow\frac{d\theta}{dt}=\frac{\partial v}{\partial x}$

可得$\partial v/\partial x$表示与x轴平行的气块边界转动角速度，同理$-\partial u/\partial y$表示与y轴平行的气块边界角速度。

如果把气块换为刚体，则 $\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}$，于是 $\zeta_z=2\frac{d\theta}{dt}$，**涡度为刚体旋转角速度的两倍**。

风场在空间分布不均匀，导致质点在流场中发生旋转。

3.2.1.1 绝对涡度与相对涡度



自然坐标系的转换

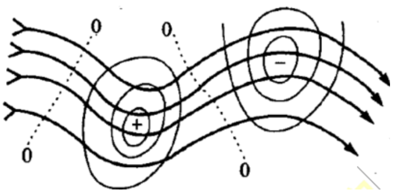
绝对涡度 $\vec{V}_a$表示绝对速度，$\vec{V}$表示空气相对于地球的相对速度，$\vec{V}_e$为牵连速度。

$\vec{V}_a=\vec{V}+\vec{V}_e\Rightarrow\vec{\zeta}_a=\vec{\zeta}+\vec{\zeta}_e$ **绝对涡度=相对涡度+地转涡度**

如果涡度没有矢量符号，则表示垂直分量

3.2.1.2 曲率涡度与切变涡度

自然坐标 令水平方向全风速为V_h，则有：$\vec{V}_h=V_h\vec{s}\Longrightarrow\begin{cases}u=V_h\cdot\vec{i}=V_h\cos\beta\\ v=V_h\cdot\vec{j}=V_h\sin\beta\end{cases}$



$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial V_h}{\partial x}\sin\beta+V_h\cos\beta\frac{\partial\beta}{\partial x}$ $\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial V_h}{\partial y}\cos\beta-V_h\sin\beta\frac{\partial\beta}{\partial y}$

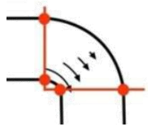
$\boldsymbol{\zeta}=V\frac{\partial\beta}{\partial s}-\frac{\partial V}{\partial n}=\underbrace{\boldsymbol{\frac{V}{R_s}}}_{\text{曲率涡度}}-\underbrace{\boldsymbol{\frac{\partial V}{\partial n}}}_{\text{切变涡度}}=\boldsymbol{VK_s-\frac{\partial V}{\partial n}}$

曲率涡度 表示由于流线(或等高线)弯曲造成的涡度，风速愈大，曲率愈大，涡度就愈大。
气旋性弯曲时，曲率涡度为正；反气旋性弯曲时，曲率涡度为负；等高线平直，曲率涡度为零。

切变涡度 速度在法线方向分布不均匀，也就是等高线沿着法线方向分布不均匀。**急流附近切变涡度较为明显**。

急流轴的两侧：北侧具有正的切变涡度 $-\frac{\partial V}{\partial n}>0$，南侧具有负的切变涡度 $-\frac{\partial V}{\partial n}<0$，导致高空辐散

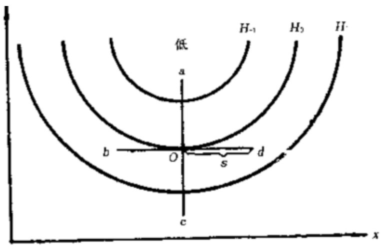
注意 弯曲流场的涡度可能等于零。 只要流体微团的环流保持不变。



$\oint_L\vec{V}\cdot d\vec{l}=0$ $\zeta=\frac{V}{R_s}--\frac{\partial V}{\partial n}=-\frac{a}{R^2}+\frac{a}{R^2}=0$

3.2.1.3 地转风涡度、热成风涡度与行星涡度

地转风涡度 以**地转风代替实际风**，得**地转风涡度**：



地转风涡度的计算

$\boldsymbol{\zeta_g}=\frac{\partial v_g}{\partial x}-\frac{\partial u_g}{\partial y}=\underbrace{\boldsymbol{\frac{g}{f}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)}}_{\text{拉普拉斯算子}}=\boldsymbol{\frac{9.8}{f}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right)}$

说明**等高线的不同弯曲状态，决定了地转风涡度的正负和大小**

二阶导数反应等高线曲率，如右图 $\zeta_g\approx\frac{v_d-v_b}{\Delta x}$

热成风涡度 以**热成风**：$u_T=-\frac{g}{f}\frac{\partial(z_2-z_1)}{\partial y}=-\frac{g}{f}\frac{\partial h}{\partial y}$ $v_T=\frac{g}{f}\frac{\partial(z_2-z_1)}{\partial x}=\frac{g}{f}\frac{\partial h}{\partial x}$ 代入

得到：$\boldsymbol{\zeta_T}=\frac{\partial v_T}{\partial x}-\frac{\partial u_T}{\partial y}=\boldsymbol{\frac{g}{f}\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)=\frac{g}{f}\nabla^2 h}$ 冷舌中有正的热成风涡度，暖舌中有负的热成风涡度

行星涡度 地转涡度 $\vec{V_e} = \vec{\Omega} \times \vec{R}$ 取自然坐标有 $\vec{\zeta}_e = \frac{V_e}{R} + \frac{\partial V_e}{\partial R} = 2\Omega$ 向量形式为 $\vec{\zeta}_e = 2\vec{\Omega}$

可见行星涡度的方向与地球自转方向一致，大小是自转角速度的两倍。

绝对涡度垂直分量：$(\vec{\zeta_a})_z = (\vec{\zeta})_z + 2\Omega\sin\phi$ $(\vec{\zeta_a})_p = (\vec{\zeta})_p + 2\Omega\sin\phi$

其中 $f = 2\Omega\sin\varphi$ 为行星涡度的垂直分量，又称**地转参数**。 北半球$f > 0$，南半球$f < 0$

3.2.2 涡度方程（p坐标）

3.2.2.1 涡度方程的推导与公式

引入 我们想通过旋转程度来分析气旋或反气旋的增强情况，需要推导涡度与时间的关系。

推导 对运动方程 $\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \omega\frac{\partial u}{\partial p} = -g\frac{\partial z}{\partial x} + fv$ ① $\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + \omega\frac{\partial v}{\partial p} = -g\frac{\partial z}{\partial y} - fu$ ②

对②求x偏导数，对①求y偏导数，并利用 $\zeta_p = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$

①：$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) + u\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y} + v\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} + \omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \cancel{-g\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}} + v\frac{\partial f}{\partial y} + f\frac{\partial v}{\partial y}$

②：$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + u\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p} + \omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) = \cancel{-g\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}} - u\frac{\partial f}{\partial x} - f\frac{\partial u}{\partial x}$

② − ①：$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \zeta\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + v\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} + \omega\frac{\partial \zeta}{\partial p} = -u\frac{\partial f}{\partial x} - v\frac{\partial f}{\partial y} - f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$

$$\left[\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u\frac{\partial \zeta}{\partial x} + v\frac{\partial \zeta}{\partial y} + u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y} + \omega\frac{\partial \zeta}{\partial p}\right] = \frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p} - (f + \xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

涡度方程 $\boxed{\frac{d(f+\zeta)}{dt} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p}\right) - (f + \xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)}$ **绝对涡度个别变化=涡度倾侧−散度项**

局地变化 $\boxed{\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\left(u\frac{\partial \zeta}{\partial x} + v\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) - \left(u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y}\right) - \omega\frac{\partial \zeta}{\partial p} + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p}\right) - (f + \xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)}$

涡度局地变化= −相对涡度平流−地转涡度平流−涡度垂直输送+涡度倾侧项−散度项

或记忆为：$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\vec{V}\cdot\nabla\zeta - \omega\frac{\partial \zeta}{\partial p} - \beta v + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial p}\right) - (f + \xi)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$

$\frac{\partial \zeta}{\partial t} > 0$ 表示气旋性涡度增加，反气旋涡度减小 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} < 0$ 表示反气旋性涡度增加，气旋性涡度减小