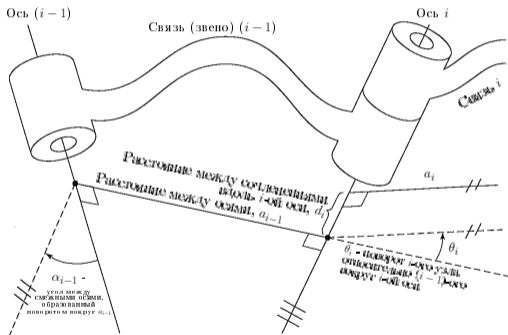


ЛЕКЦИЯ № 2

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

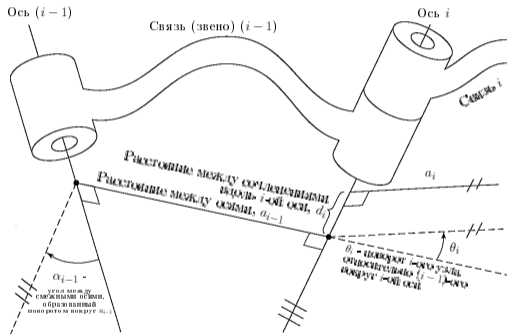
Анастасия А. Усова
anastasy.edu@gmail.com

ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ЗВЕНЬЯ ЦЕПИ



- Каждое сочленение (узел) насажено на некоторую ось. Расстояние между этими осями определяется параметром a — длина общего перпендикуляра, ограниченного смежными осями (может быть равна нулю, если оси лежат в одной плоскости).
- Расстояние между перпендикулярами двух смежных звеньев, измеренное вдоль i -ой оси (то есть оси i -ого узла), обозначается d_i и называется **смещением звена (link offset)**.
- Угол между перпендикулярами a_{i-1} и a_i , образованный поворотом вокруг оси i -ого сочленения, обозначается θ_i и называется **углом сочленения (joint angle)**.
- Угол между смежными осями, образованный поворотом вокруг a_{i-1} , обозначается α_{i-1} .

КРАЙНИЕ ЗВЕНЬЯ ЦЕПИ



- Для крайних звеньев полагаем $a_0 = a_n = 0$ и $\alpha_0 = \alpha_n = 0$.
- Параметры d_i и θ_i корректно определяются для сочленений, начиная со 2 и до $n-1$. Поэтому для вращательного первого звена начальное значение θ_1 выбирается произвольно, а d_1 полагаем равным 0 . Симметрично, для поступательного первого звена — начальное смещение d_1 выбираем произвольно, а угол θ_1 договоримся брать равным 0 .

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Алгоритм и правила введения систем координат

1. В каждой точке сочленения манипулятора ввести оси Oz .

Правило: Oz_i есть ось,

- **вдоль** которой осуществляется поступательное движение для прямолинейно движущегося звена, либо
- **вокруг** которой осуществляется вращательное движение для вращательного звена;

2. Выбрать базовую (неподвижную) систему координат.

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ: ВЫБОР O_i

3. Определить точку O_i — начало системы координат i -ого сочленения.
 Выбор O_i осуществляется по **правилам** в зависимости от ситуации
- 3.1 В точке пересечения общей нормали a_i (пунктирная линия) с z_i (см. Рис. к п.3.1.)
 - 3.2 В точке пересечения осей z_i и z_{i+1} (т.е. $O_i = z_i \cap z_{i+1}$, см. Рис. к п.3.2.)
 - 3.3 В любом удобном месте вдоль z_i (см. Рис. к п.3.3.)

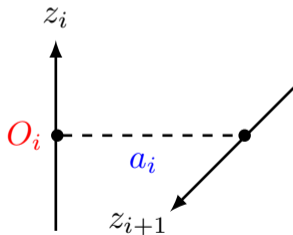


Рисунок к п. 3.1.

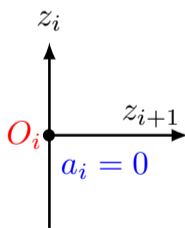


Рисунок к п. 3.2.

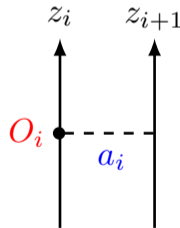


Рисунок к п. 3.3.

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ x_i

4. Выбор оси абсцисс x_i для i -ого сочленения по **правилу**:

4.1 Ось x_i должна быть направлена вдоль общего перпендикуляра между z_i и z_{i+1} в направлении $(i+1)$ сочленения (т.е. $x_i \perp z_i$ и $x_i \perp z_{i+1}$, см. рис. 4.3.)

4.2 Ось x_i есть нормаль к плоскости образованной векторами z_i и z_{i+1} (т.е. $x_i \perp z_i$ и $x_i \perp z_{i+1}$, см. рис. 4.4.)

4.3 Для случая на рис. 4.5., когда оси z_i и z_{i+1} параллельны, ось x_i проводят в любом удобном направлении, ортогонально оси z_i (но при этом рекомендуется проводить ее так, чтобы d_{i+1} равнялась нулю, то есть расстояние между x_i и x_{i+1} вдоль z_{i+1} нулевое, что означает $x_i \cap x_{i+1} \neq \emptyset$).

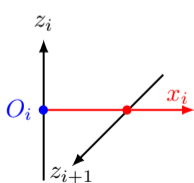


Рисунок к п. 4.3.

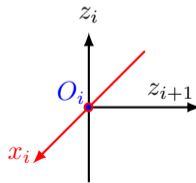


Рисунок к п. 4.4.

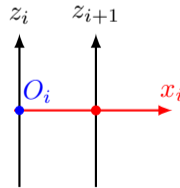


Рисунок к п. 4.5.

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ: НАЗНАЧЕНИЕ y_i

5. Выбор оси абсцисс y_i для i -ого сочленения по **правилу** «правой руки», а именно поворот от x_i к y_i вокруг z_i должен осуществляться против часовой стрелки.
6. Присвоить системы координат для базы и конечного звена («схват» или end-effector)

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ БАЗЫ И СХВАТА

Определяем **базовую** (неподвижную, нулевую $\{0\}$) систему координат, *иными словами систему отсчета*.

1. Поскольку выбор базовой системы координат произволен, то удобно провести ось z_0 , совпадающей с z_1 .
2. Начало O_0 выбирается так, что при нулевых отклонениях $O_0 = O_1$.
3. При таком определении базовой системы координат $a_0 = 0$ и $\alpha_0 = 0$. Кроме того, это гарантирует, что $d_1 = 0$, если первое звено является вращательным, и $\theta_1 = 0$, если оно поступательное.

Определим конечную систему координат, систему координат для **схвата**.

1. Если сочленение n вращательное, то
 - направление x_n должно совпадать с x_{n-1} , когда $\theta_n = 0$
 - начало координат $\{n\}$ располагается там, где $d_n = 0$.
2. Если сочленение n поступательное, то
 - направление x_n должно быть таким, чтобы угол $\theta_n = 0$
 - начало координат $\{n\}$ располагается в точке пересечения x_{n-1} и z_n при $d_n = 0$.

ПАРАМЕТРЫ ДЕНАВИТА-ХАРТЕНБЕРГА

Таблица параметров Денавита-Хартенберга (ДН-параметры) последовательно фиксирует смещение и поворот систем координат относительно друг друга.

Звено, i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	a_0	α_0	d_1	θ_1
...
n	a_{n-1}	α_{n-1}	d_n	θ_n

a_{i-1} — расстояние от O_{i-1} начала координат $(i-1)$ -того звена до точки пересечения x_{i-1} и z_i вдоль x_{i-1} : $a_{i-1} = \text{dist}\{O_{i-1}, (x_{i-1} \cap z_i)\}_{x_{i-1}}$;

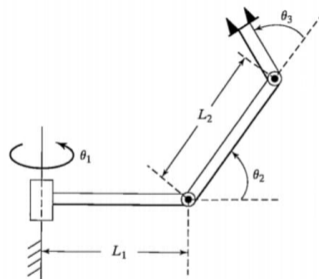
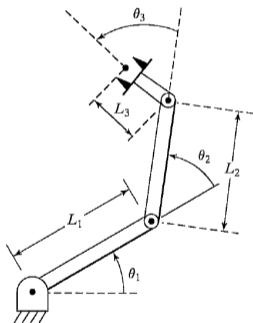
α_{i-1} — угол между z_{i-1} и z_i , измеренный вокруг x_{i-1} : $\alpha_{i-1} = \angle\{z_{i-1}, z_i\}_{x_{i-1}}$;

d_i — расстояние от O_i начала координат (i) -того звена до точки пересечения x_{i-1} и z_i вдоль z_i : $d_i = \text{dist}\{O_i, (x_{i-1} \cap z_i)\}_{z_i}$;

θ_i — угол между x_{i-1} и x_i , измеренный вокруг z_i : $\theta_i = \angle\{x_{i-1}, x_i\}_{z_i}$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Решить прямую кинематическую задачу для трехзвенных манипуляторов, представленных на рисунках.



1. Решения можно прислать на почту anastasy.edu@gmail.com.
2. Вопросы можно писать на указанный выше электронный адрес.

ВСЕМ СПАСИБО!