

Самостоятельная работа № 2-2025FT

Динамическая модель манипулятора

по курсам

«Моделирование и управления в робототехнических системах»,
«Моделирование и управления манипуляционными роботами»

Самостоятельная работа № 2 состоит из трёх частей. В первой части работы необходимо вычислить скорости, используя итерационную процедуру, далее на основе решения прямой кинематической задачи, полученного в самостоятельной работе № 1, вычислить матрицу Якоби и сравнить полученные результаты. Завершает первую часть работы поиск точек сингулярности манипулятора.

Вторая часть работы посвящена вычислению статических сил, действующих на звенья манипулятора, и получению вектора обобщенных сил, как при помощи итерационного алгоритма так и через матрицу Якоби.

Третья и заключительная часть работы состоит в построении уравнения Эйлера-Лагранжа для предложенного манипулятора. Она использует результаты, полученные в предыдущих частях работы. Дополнительно потребуется построить графики, связанные с движением манипулятора по заданному пути.

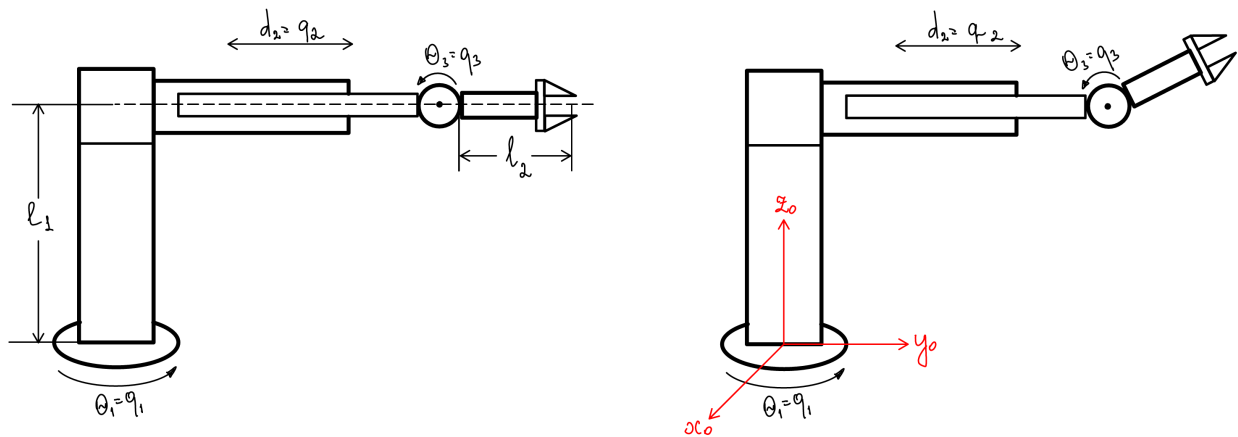


Рис. 1: Трехзвенный манипулятор с тремя степенями свободы

Часть 1. Вычисление линейных и угловых скоростей манипулятора

На рисунке 1 изображен манипулятор с тремя степенями свободы. Для данного манипулятора выполните следующие задания.

1. Для каждого звена манипулятора в системе координат, ассоциированной с текущим звеном, вычислите линейную и угловую скорости.
2. Выразите линейную скорость схвата в неподвижной (базовой) системе координат.
3. Используя решение прямой кинематической задачи, вычислите матрицу Якоби и сравните полученный результат с полученным в предыдущем пункте.
4. Определите точки сингулярности в рамках рабочего пространства манипулятора.

Часть 2. Статические силы и моменты сил

Для каждого звена манипулятора, изображенного на рисунке 1, используя полученное ранее решение прямой кинематической задачи, выполните задания

1. Найдите обобщенные силы, если на схват действует сила $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix}$, заданная в системе координат схвата $\mathcal{F} = {}^3\mathcal{F}$.
2. Вычислите вектор обобщенных сил, если внешняя сила $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix}$ измерена в базовой системе координат $\mathcal{F} = {}^0\mathcal{F}$.
3. Сравните полученный результат с вектором сил, вычисленным с использованием матрицы Якоби (якобиан сил).

Часть 3. Уравнение Эйлера-Лагранжа

1. Для манипулятора, изображенного на Рисунке 1 требуется составить уравнение Эйлера-Лагранжа, используя следующую информацию о звеньях манипулятора
 - (а) Центры масс расположены в точка, изображенных на рисунке 2.
 - (б) Масса каждого звена сосредоточена в точке центра масс и равна m_i ($i = 1, 2, 3$), где i — номер подвижного звена.
 - (с) Схват манипулятора движется в свободном пространстве, не испытывая на себе внешних сил (сопротивлением воздуха можно пренебречь).

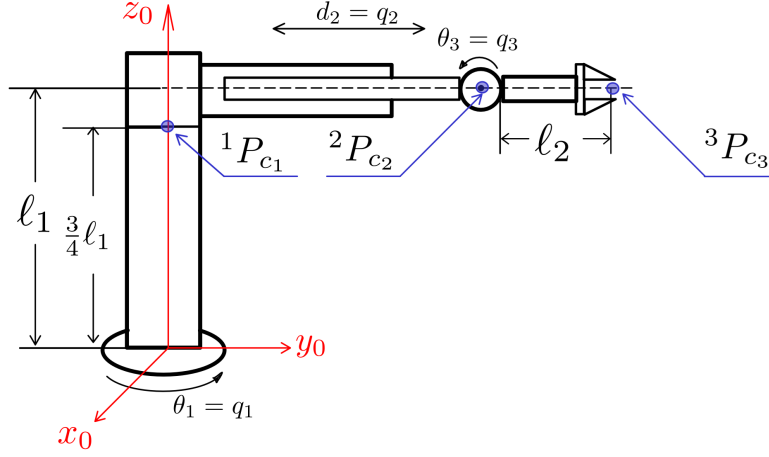


Рис. 2: Центры масс звеньев RPR-манипулятора

2. Пусть манипулятор совершает движение, определяемое следующими уравнениями для каждого звена

$$\begin{cases} q_1(t) = \theta_1(t) = \frac{\pi}{20} (7 + 8e^{-0.2t} - 15e^{-0.5t}) \\ q_2(t) = d_2(t) = 0.8 (2e^{-0.2t} - 1.75e^{-0.5t}), \quad t \in [0, 10] \\ q_3(t) = \theta_3(t) = \frac{\pi}{30} (4 - 5e^{-0.5t} + e^{-0.2t}). \end{cases}$$

При этом параметры модели манипулятора определены значениями: $\ell_1 = 1.0$ м., $\ell_2 = 0.15$ м., $m_1 = 5$ кг., $m_2 = 1.5$ кг. и $m_3 = 0.5$ кг.

- Нарисуйте графики траекторий в обобщенных координатах;
- Нарисуйте графики траекторий в декартовых координатах, используя решение прямой кинематической задачи;
- Изобразите графически линейную скорость схвата в базовой системе координат ${}^0v_3(t)$;
- Рассчитайте обобщённые силы $\tau_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$), которые испытывают звенья манипулятора при движении вдоль траектории в течении 10 секунд. Изобразите их на графике.
- Зная обобщенные силы, вычислите вектор сил ${}^0f_3(t)$, который испытывает на себе схват при движении по траектории. Изобразите возникающие силы на графике.