

第3章 栈和队列



教学目标

- 1. 掌握栈和队列的<mark>特点,并能在相应的应用问</mark>题中正确选用
- 2. 熟练掌握栈的两种存储结构的基本操作实现 算法,特别应注意栈满和栈空的条件
- 3. 熟练掌握循环队列和链队列的基本操作实现 算法,特别注意队满和队空的条件
- 4. 理解栈与递归以及栈和队列的应用

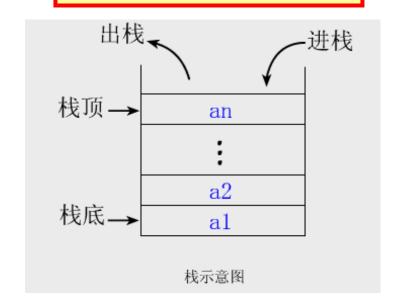
3.1 栈和队列的定义和特点

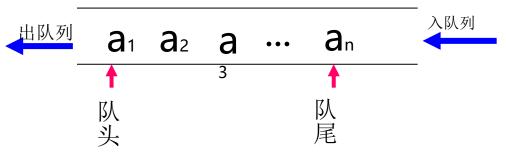
栈 (Stack)

- 1. 定义
- 2. 逻辑结构
- 3. 存储结构
- 4. 运算规则
- 5. 实现方式

队列 (Queue)

- 1. 定义
- 2. 逻辑结构
- 3. 存储结构
- 4. 运算规则
- 5. 实现方式





3.1.1 栈的定义和特点

1. 定义

只能在表尾(栈顶)进行插入和删 除运算的线性表

2. 逻辑结构 与线性表相同, 仍为一对一关系

3. 存储结构

用<mark>顺序栈或链栈</mark>存储均可,但以顺 序栈更常见

4.运算规则

只能在栈顶运算,且访问结点时依照后进先出(LIFO)或先进后出 (FILO)的原则

5.实现方式

关键是编写入栈和出栈函数,具体实现依顺序栈或链栈的不同而不同



基本操作有入栈、出栈、读栈顶元素值、建栈、判断栈满、栈空等

"进": PUSH()

"出": POP()

栈与一般线性表的区别

栈是一种特殊的线性表,它只能在表的一端(**栈顶**)进行插入和删除运算 栈与一般线性表的区别:仅在于运算规则不同

一般线性表

逻辑结构:一对一

存储结构: 顺序表、链表

运算规则: 随机、顺序存取

插入和删除 位置随意

栈

逻辑结构:一对一

存储结构:顺序栈、链栈

运算规则:后进先出

插入和删除只允许在表的一端(栈顶)

"进": 压入 PUSH()

"出": 弹出 POP()

3.1.2 队列的定义和特点

- 1. 定义 只允许在表的一端(队尾)进行进行插入,而在另一端(对头)删除元素的线性表。
 - 2. 逻辑结构 与线性表相同, 仍为一对一关系

3. 存储结构 用顺序或链式存储均可。

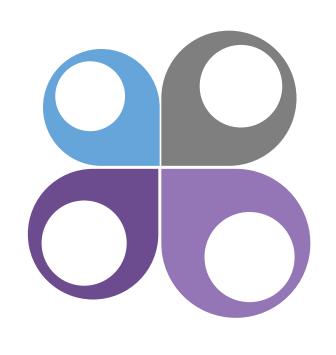
4.运算规则 先进先出(FIFO)的原则

5.实现方式

关键是编写进队和出队函数,具体 实现依顺序队列或链式队列的不同 而不同

基本操作有入队、出队、取对头元素、判断队满或空等

3.2 案例引入





案例3.1:数制的转换



案例3.2: 括号匹配的检验



案例3.3:表达式求值



案例3.4: 舞伴问题

3.3 栈的表示和实现

3.3.1 栈的类型定义

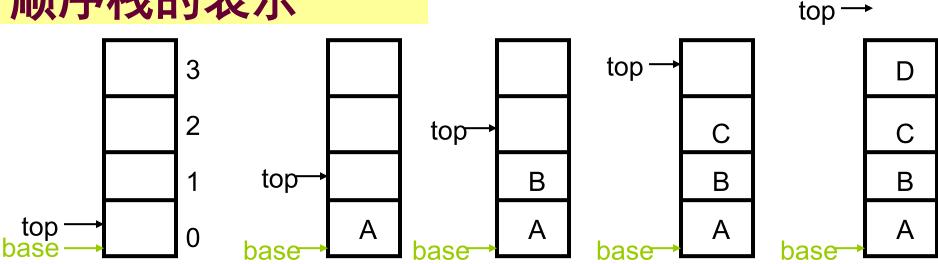
```
ADT Stack {
  数据对象: D={ a<sub>i</sub> |a<sub>i</sub> € ElemSet, i=1,2,...,n, n >=0 }
  数据关系:R={ < a<sub>i-1</sub>, a<sub>i</sub> > | a<sub>i-1</sub>,a<sub>i</sub> € D , i=2,...,n }
            约定an端为栈顶,a1端为栈底
  基本操作:
     InitStack(&S) // 构造一个空栈S
     DestroyStack(&S) //销毁栈S
     ClearStack (&S) //清空, S为空栈
    StackEmpty (S) //判断栈S是否为空,空为true
     StackLength(S) //求栈S的长度,即元素个数
     Push(&S, e) // 元素e进栈
     Pop(&S, &e) //元素出栈,用e返回
     GetTop(S,&e) //用e返回S的栈顶元素,不出栈
    StackTraverse(S) //遍历栈,从栈底到栈顶
} ADT Stack
```

3.3.2 顺序栈的表示和实现

用一组地址连续的存储单元(动态申请,用指针base指向起始地址)依次存放自栈底到栈顶的数据元素,同时设立指针top指向栈顶元素在顺序栈中的位置。

```
顺序栈的动态分配定义:
#define MAXSIZE 100
typedef struct {
    SElemType *base; //栈底指针,数组名
    SElemType *top; //栈顶指针,或 int top; int stacksize; //栈的最大容量
}SqStack;
```

顺序栈的表示



空栈
base == top
是栈空标志
stacksize = 4

Base:空间起始地址(固定不动)。

Top: 指示栈顶元素之上的位置,

即是下一个元素进栈的地址

栈满时的处理方法:

1.报错 2.扩大存储空间容量。

顺序栈初始化

```
Status InitStack(SqStack &S)
  S.base =(SElemType*)malloc
           (MAXSIZE*sizeof(SElemType)); //申请空间
  if( !S.base ) exit(OVERFLOW);
  S.top = S.base; //S.top=0;
  S.stackSize = MAXSIZE;
  return OK;
 typedef struct{
    SElemType *base;
                                         S.top
    SElemType *top; //或者 int top;
                                        S.base
    int stacksize;
                                        S.stackSize=100
 }SqStack;
```

判断顺序栈是否为空

```
Status StackEmpty( SqStack S )
{
   if(S.top == S.base)
     return true;
   else
     return false;
}
```

求顺序栈的长度

```
int StackLength( SqStack S )
{
   return S.top – S.base;
}
```

if(S.top-S.base==S.stacksize) 则栈满

清空顺序栈

```
Status ClearStack( SqStack S )
{ //将栈s置为空栈
    S.top = S.base;
    return OK;
}
```

销毁顺序栈

```
Status DestroyStack( SqStack &S )
  if(S.base)
     free(S.base);
     S.stacksize = 0;
     S.base = S.top = NULL;
 return OK;
```

顺序栈进栈 *

(1)判断是否栈满,若满则报错

```
top
 (2)元素e压入栈顶
 (3)栈顶指针加1
Status Push( SqStack &S, SElemType e) base
 if( S.top - S.base== S.stacksize ) // 栈满
    return ERROR;
 *S.top++=e;
 return OK.
                     *S.top=e;
                     S.top++;
```

B

Α

顺序栈出栈 *

- (1)判断是否栈空,若空则出错
- (2)栈顶指针减1
- (3)获取栈顶元素e

```
top — C B A
```

```
Status Pop( SqStack &S, SElemType &e) {
    if( S.top == S.base ) // 栈空
        return ERROR;
    e = *--S.top;
    return OK;
}
```

取顺序栈栈顶元素

- (1) 判断是否空栈, 若空则返回错误
- (2) 否则通过栈顶指针获取栈顶元素

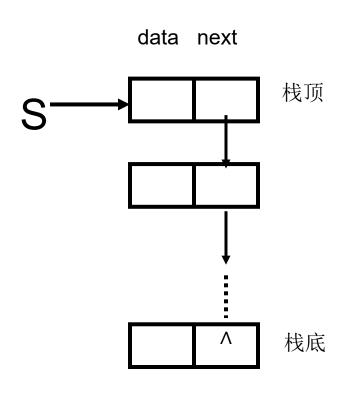
```
top — C
B
A
```

```
Status GetTop( SqStack S, SElemType &e)
{
   if( S.top == S.base ) return ERROR; // 栈空
   e = *( S.top - 1 ); //元素不出栈, 故top不变
   return OK;
}
```

3.3.3 链栈的表示和实现

✓运算是受限的单链表,链表头部作为栈顶,没有必要 附加头结点。栈顶指针就是链表的头指针

typedef struct StackNode {
 SElemType data;
 struct StackNode *next;
} StackNode, *LinkStack;
LinkStack S;



思考:

为什么把头指针所在的一端作为栈顶?

链栈进栈

```
Status Push(LinkStack &S, SElemType e)
  p=new StackNode; //生成新结点p
  if (!p) return OVERFLOW;
  p->data=e;
  p->next=S;
  S=p;
  return OK;
```

✓ 实际就是在单链表表头插入一个元素。

链栈出栈

```
e = 'A'
Status Pop (LinkStack &S,SElemType &e)
   if (S==NULL) return ERROR;
   e = S-> data; //栈顶元素值有e带回
   p = S;
   S = S -> next;
   free(p); //删除栈顶结点
   return OK;
```

简化了程序设计的问题

3.4 栈的应用

例1:数制转换(十转N)----栈与递归

用栈暂存低位值

例2: 括号匹配的检验

用栈暂存左括号

例3: 表达式求值

用栈暂存运算符

1、数制转换

把一个十进制数转换成其他进制数(2~9进制)。

$$(1348)_{10} = (2504)_8$$

```
void conversion (int n ) {
  //递归算法
   if(n<8)
                             (4)
     printf("%d",n);
                                conversion(1348)
   else
                               (0)
       conversion(n/8);
                                   conversion(168)
       printf("%d",n%8);
                                      conversion(21)
} //
   函数构成嵌套调用时, 遵循
                                         conversion(2)
```

后调用先返回

栈

```
void conversion() {
  InitStack (S); //构造一个空栈S
  scanf ( "%d", N);
  while (N) {
     Push (S, N % 8); // 取余 入栈
                  # 整除
    N = N / 8;
  While (! StackEmpty (S)) {
     Pop(S,e); // 出栈
     printf ( "%d", e );
```

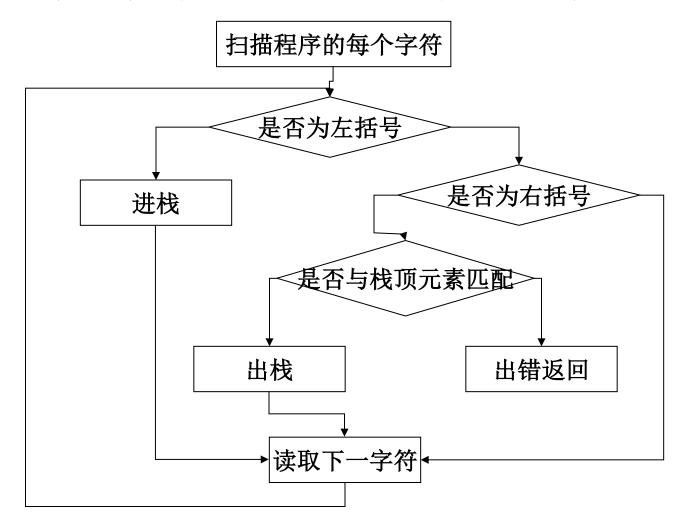
递归→非递归

1. 单路递归 > 循环结构

2. 自用栈模拟系统的运行时栈 如汉诺塔、二叉树遍历

2、括号匹配的检验

常用在计算机语言的编译过程中进行语法检查。其中一个就需检查程序中的大括号、方括号、圆括号是否配对。



```
Status Matching() {
 //检验表达式中括号是否正确匹配,匹配返回true,否则false。表达式以"#"结束
 int flag=1; //标记查找结果以控制循环及返回结果
 InitStack(S); char c; cin>>c;
 while(c!='#' && flag) {
    switch (c) {
       case '[': case '(': //若是左括号,则将其压入栈
           Push(S,c); break;
       case ')': //若是右括号 ")",则根据当前栈顶元素的值分情况考
            if (!StackEmpty(S) && gettop(S)=='(') //若栈非空且栈顶元素是 "("
                   Pop(S,x);
                               //若栈空或栈顶元素不是"(",则非法
            else flag=0;
            break:
       case ']': //若是右括号 "]",则根据当前栈顶元素的值分情况考虑
            if (!StackEmpty(S) && GetTop(S)=='[' )//若栈顶元素是 "[" ,则成功
                   Pop(S,x);
                               //若栈空或栈顶元素不是"[",则非法
            else flag=0;
            break:
    }//switch
                               //继续读入下一个字符
    cin>>c;
  }//while
  if (StackEmpty(S) &&flag ) return true;
  else return false;
} //Matching
```

3、表达式求值

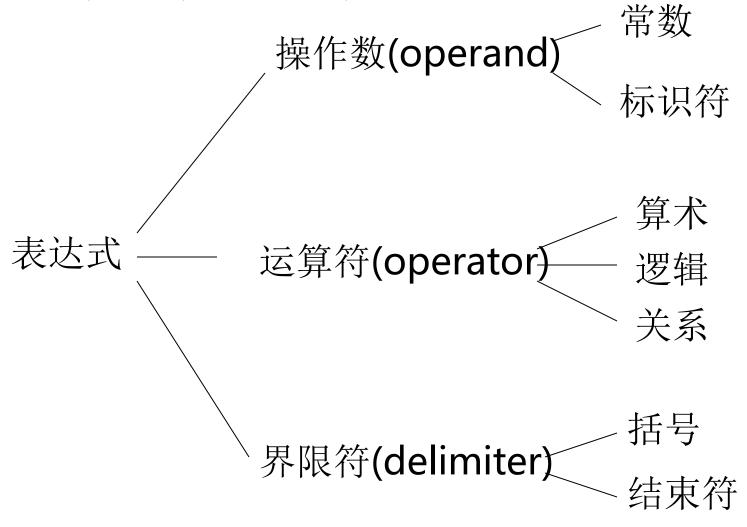
算术四则运算规则

- (1) 先乘除,后加减
- (2) 从左算到右
- (3) 先括号内,后括号外
- >一般地,表达式都由操作数、运算符、界限符组成。
- ▶根据运算优先关系来实现对表达式的编译或解释。

称为<u>算符优先算法</u>

> 算符:运算符与界限符的总称。

〉算符优先算法



• 算符间的优先关系

算符的集合称为OP,对任意两个相继出现的算符 θ_1 、 θ_2 ,其优先关系必然存在以下关系:

$$\theta_1 \langle \theta_2 | OR | \theta_1 = \theta_2 OR | \theta_1 > \theta_2$$

表3.1 算符间的优先关系

θ_1 θ_2	+	-	*	1	()	#
+	>	>	<	<	<	>	>
-	>	>	<	<	<	>	>
*	>	>	>	>	<	>	>
1	>	>	>	>	<	>	>
(<	<	<	<	<	=	
)	>	>	>	>		>	>
#	<	<	<	<	<		=

【算法思想】

设定两栈: OPND-----操作数或运算结果 OPTR-----运算符

- (1) 初始化OPTR栈和OPND栈,将 "#"压入OPTR
- (2) 依次读入字符ch,循环执行(3)至(5)
- (3)取出OPTR的栈顶元素,当OPTR的栈顶元素和ch均为"#"时,表达式求值完毕,OPND栈顶元素为表达式的值
 - (4) if (ch是操作数)则ch进OPND,读入下一字符ch
 - (5) else 比较OPTR栈顶元素和ch的优先级

case '<': 运算符ch 进OPTR,读入下一字符ch

case '>': 栈顶运算符退栈、计算,结果进OPND

case'=': 脱括号(弹出左括号),读入下一字符ch

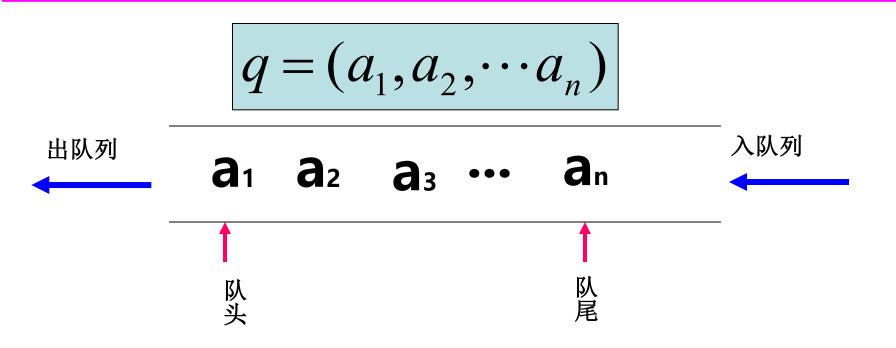
模拟: 2+3*(1+4)#

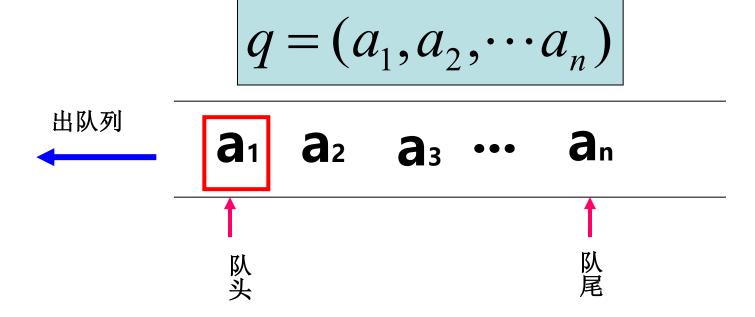
```
OperandType EvaluateExpression() {
  InitStack (OPTR); Push(OPTR,'#');
  InitStack (OPND); ch = getchar();
  while (ch!= '#' || GetTop(OPTR)! = '#') {
     if (! In(ch,OP)){ // ch不是运算符则进栈
        Push(OPND,ch); ch = getchar(); }
     else
        switch (Precede(GetTop(OPTR),ch)) { //比较优先权
          case '<': //当前字符ch压入OPTR栈,读入下一字符ch
             Push(OPTR, ch); ch = getchar(); break;
          case '>': //弹出OPTR的运算符并运算,并将结果入栈
             Pop(OPTR, theta);
             Pop(OPND, b); Pop(OPND, a);
             Push(OPND, Operate(a, theta, b)); break;
          case '=': //脱括号并接收下一字符
             Pop(OPTR,x); ch = getchar();
             break:
       } // switch
  } // while
   return GetTop(OPND);
} // EvaluateExpression
```

OPTR	OPND	INPUT	OPERATE
#		3*(7-2)#	Push(opnd,'3')
#	3	*(7-2)#	Push(optr,'*')
#,*	3	(7-2)#	Push(optr,'(')
#,*,(3	7-2)#	Push(opnd,'7')
#,*,(3,7	-2)#	Push(optr,'-')
#,*,(,-	3,7	2)#	Push(opnd,'2')
#,*,(,-	3,7,2)#	Operate(7-2)
#,*,(3,5)#	Pop(optr)
#,*	3,5	#	Operate(3*5)
#	15	#	GetTop(opnd)

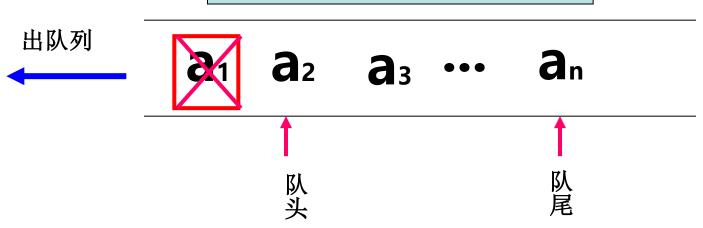
3.5 队列的表示和实现

队列是一种先进先出(FIFO) 的线性表. 它只允许在表的一端进行插入,而在另一端删除元素





$$q = (a_1, a_2, \cdots a_n)$$



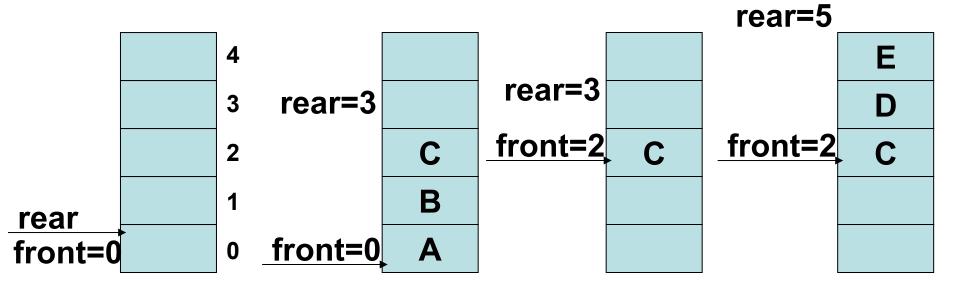
$$q = (a_1, a_2, \cdots a_n)$$

3.5.1 队列的抽象数据类型

```
ADT Queue {
 数据对象: D={ a, |a, € ElemSet, i=1,2,...,n, n >=0 }
  数据关系: R={ < a<sub>i-1</sub>, a<sub>i</sub> > | a<sub>i-1</sub>,a<sub>i</sub> € D , i=1,2,...,n } //a1端为队头
  基本操作:
                         //构造空队列
     InitQueue (&Q)
     DestroyQueue (&Q) //销毁队列
                          //清空队列
     ClearQueue (&Q)
                           //判空. 空--TRUE,
     QueueEmpty(Q)
                           //取队列长度
     QueueLength(Q)
                         //取队头元素,
     GetHead (Q,&e)
     EnQueue (&Q,e) //入队列
                        //出队列
     DeQueue (&Q,&e)
                           //遍历
     QueueTraverse(Q)
} ADT Queue
```

3.5.2 队列的顺序表示和实现----循环队列

利用一组地址连续的存储单元依次存放自队头到队尾的数据元素,同时设立front和rear两个指示器(int变量)分别指向队头元素的位置和队尾元素的下一个位置(数组下标)。



front=rear=0

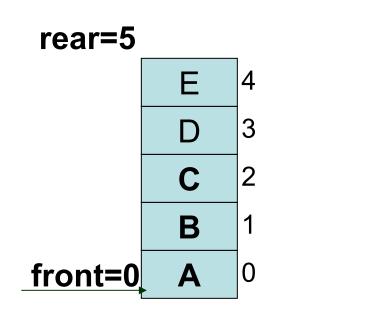
空队标志: front= =rear

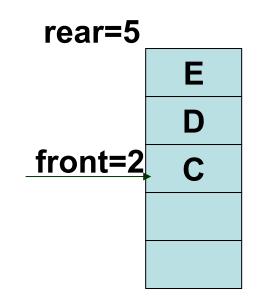
入队: base[rear++]=x;

出队: x=base[front++];

存在的问题

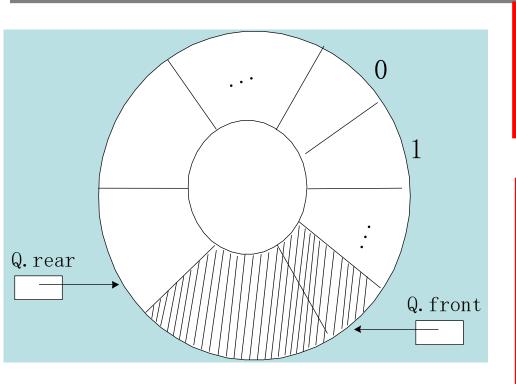
设数组大小为M=5 入队: base[rear++]=x;





front==0 rear==M 时 再入队——真溢出 front != 0 rear==M 时 再入队——假溢出

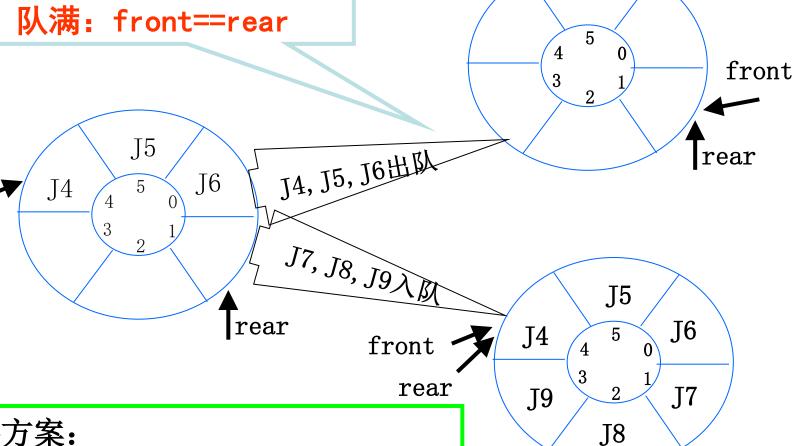
解决的方法一一循环队列



base[0]接在base[M-1]之后 若rear+1==M 则令rear=0;

```
实现:利用"模"运算
入队:
base[rear]=x;
rear=(rear+1)%M;
出队:
x=base[front];
front=(front+1)%M;
```





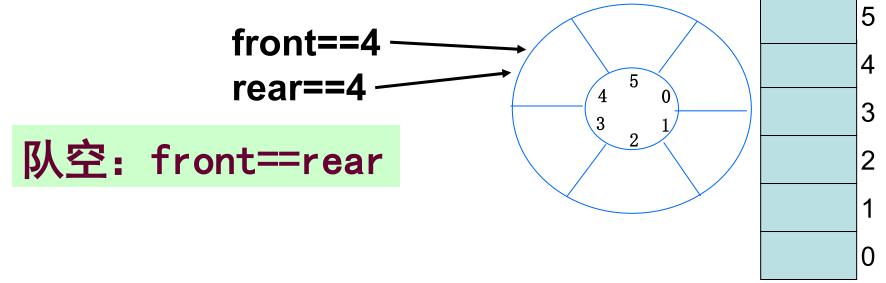
解决方案:

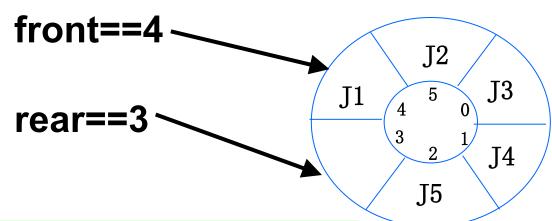
front'

- 1.另外设一个标志以区别队空、队满
- 2.少用一个元素空间:

队空: front==rear

队满: (rear+1)%M==front





队满: (rear+1)%M == front

此时,rear所指单元不能使用

循环队列的顺序存储结构

```
#define MAXQSIZE 100 //最大队列长度
Typedef struct {
    QElemType *base; //初始化的动态分配存储空间 int front; //头指示器 int rear; //尾指示器
}SqQueue;
```

循环队列初始化

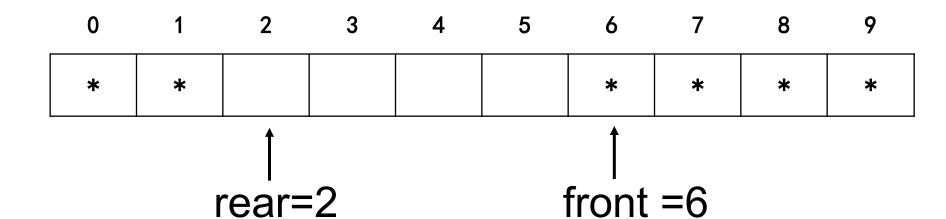
```
Status InitQueue (SqQueue &Q){
  Q.base =(QElemType*)malloc
           (MAXQSIZE*sizeof(QElemType));
 if(!Q.base) exit(OVERFLOW);
  Q.front=Q.rear=0;
                                         MAXQSIZE-1
  return OK;
                      Q.front=0
                                         2
                      Q.rear=0
                                         0
                      Q.base
```

求队列的长度

int QueueLength (SqQueue Q){

return (Q.rear-Q.front+MAXQSIZE)%MAXQSIZE;

}



元素入队

```
Status EnQueue(SqQueue &Q,QElemType e){
 if((Q.rear+1)%MAXQSIZE==Q.front) //队列满
     return ERROR;
                     //新元素插入队尾
 Q.base[Q.rear]=e;
 Q.rear=(Q.rear+1)%MAXQSIZE; //修改队尾指针
  return OK;
```

元素出队

```
Status DeQueue (SqQueue &Q,QElemType &e){
 if( Q.front == Q.rear ) //队列为空
      return ERROR;
 e=Q.base[Q.front];
                      //取出队首元素
 Q.front=(Q.front+1)%MAXQSIZE; //修改队头指针
 return OK;
```

取队头元素,不出队

```
Status GetHead (SqQueue Q,QElemType &e){
 if( Q.front == Q.rear ) //队列为空
      return ERROR;
                      //取出队首元素
 e=Q.base[Q.front];
 return OK;
```

顺序循环队列特别注意:

- 1. front所指的是队头元素所在的位置,rear所指的是队尾元素的下一个位置,即下次元素进队的位置。
- 2. 空队列条件:

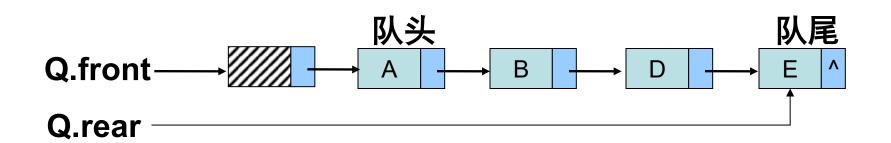
- 3. 满队列条件:
 - (Q.rear + 1) % MAXQSIZE == Q.front
- 4. 入队的变化:

- 5. 出队的变化
 - Q.front = (Q.front + 1) % MAXQSIZE
- 6. 当前队列元素的个数(长度)

3.5.3 队列的链式表示和实现----链队列

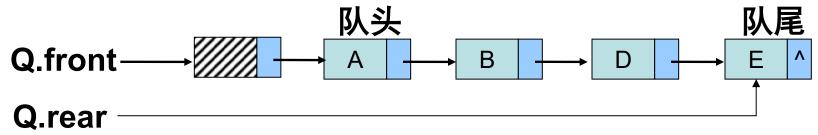
与单链表结构一样,用一带头结点的单链表表示队列,成为链队列。显然,需要两个分别指向对头和队尾的指针,并约定头指针端为队头。

由此,链队列的结构与单链表一样,唯一区别在于操作不同。入队和出队操作实际是单链表插入和删除的特殊情况。



链队列存储结构

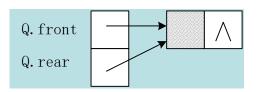
```
typedef struct QNode{
   QElemType data;
   struct QNode *next;
}Qnode, *QueuePtr;
typedef struct {
                        //队头指针
   QueuePtr front;
                        //队尾指针
   QueuePtr rear;
}LinkQueue;
```

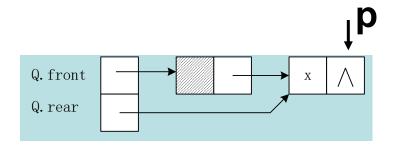


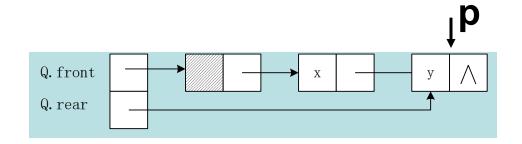
(a) 空队列 Q.front==Q.rear

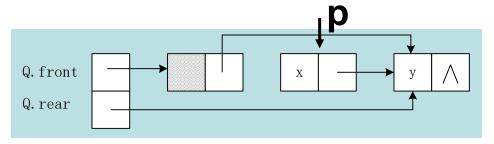
- (b) 元素x入队列 p->next=NULL; Q.rear->next=p; Q.rear=p
- (c) 元素y入队列

(d) 元素x出队列 p=Q.front->next; e=p->data; Q.front->next=p->next; delete p;









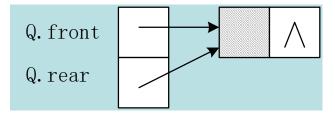
链队列初始化

Status InitQueue (LinkQueue &Q){

Q.front=Q.rear=new QNode; //生成头结点 if(!Q.front) exit(OVERFLOW);

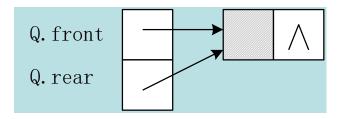
Q.front->next=NULL; //头结点指针域置空 return OK;

}



判断链队列是否为空

```
Status QueueEmpty (LinkQueue Q){
  return (Q.front==Q.rear);
}
```



求链队列的队头元素

```
Status GetHead (LinkQueue Q, QElemType &e){
 //由引用参数e带回
 if(Q.front==Q.rear) return ERROR;
 e=Q.front->next->data;
 return OK;
QElemType GetHead (LinkQueue Q){
 //直接返回,另一方式
 if(Q.front==Q.rear) exit(0);
 return Q.front->next->data;
```

链队列入队

```
Status EnQueue(LinkQueue &Q,QElemType e){
  p=(QueuePtr)malloc(sizeof(QNode));
  if(!p) exit(OVERFLOW);
  p->data=e;
  p->next=NULL;
  Q.rear->next=p;
                           Q. front
                                                 X
                           Q. rear
  Q.rear=p;
  return OK;
```

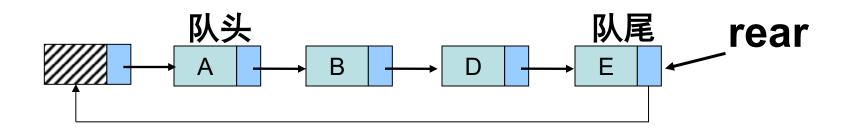
链队列出队

```
Status DeQueue (LinkQueue &Q,QElemType &e){
 //删除队头元素,用e返回其值
 if(Q.front==Q.rear) return ERROR;
 p=Q.front->next;
                            Q. front
 e=p->data;
                                              X
                            Q. rear
 Q.front->next=p->next;
 if(Q.rear==p) Q.rear=Q.front;
 free(p);
 return OK;
                            Q. front
                                                  X
                            Q. rear
```

当队列只有一个元素时的删除

链队列的变化----循环队列

用一个带头结点的循环链表来表示循环队列, 且该队列只设尾指针。



队列的应用



【例1】汽车加油站

结构:入口和出口为单行道,加油车道若干条n,每辆车加油车道若干条n,每辆车加油都要经过三段路程,三个队列:



- 入口处排队等候进入加油车道
- 在加油车道排队等候加油
- 出口处排队等候离开

若用算法模拟,需要设置n+2个队列。

【例2】模拟打印机缓冲区

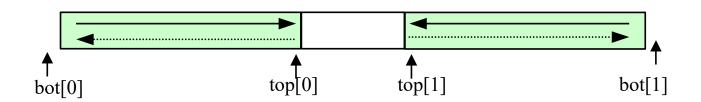
在主机将数据输出到打印机时,会出现主机速度与 打印机的打印速度不匹配的问题。这时主机就要停 下来等待打印机。显然,这样会降低主机的使用效 率。为此人们设想了一种办法:为打印机设置一个 打印数据缓冲区, 当主机需要打印数据时, 先将数 据依次写入这个缓冲区,写满后主机转去做其他的 事情,而打印机就从缓冲区中按照先进先出的原则 依次读取数据并打印,这样做即保证了打印数据的 正确性,又提高了主机的使用效率。由此可见,打 印机缓冲区实际上就是一个队列结构。

【例3】约瑟夫环

算法设计题----共享栈

将编号为0和1的两个栈存放于一个数组空间V[m]中,栈底分别处于数组的两端。当第0号栈的栈顶指针top[0]等于-1时该栈为空;当第1号栈的栈顶指针top[1]等于*m*时,该栈为空。两个栈均从两端向中间增长。试编写双栈初始化,判断栈空、栈满、进栈和出栈等算法的函数。双栈数据结构的定义如下:

```
typedef struct{
  int top[2], bot[2]; //栈顶和栈底指针
  SElemType *V; //栈数组
  int m; //栈最大可容纳元素个数
}DblStack;
```





```
//初始化一个大小为m的双向栈s
Status Init Stack(DblStack &s,int m)
 s.V=(SElemType*)malloc(m*sizeof(SElemType));
 s.bot[0]=-1;
 s.bot[1]=m;
 s.top[0]=-1;
 s.top[1]=m;
 return OK;
                    0
                                           m-1
                                             bot[1]
                 bot[0]
                                             top[1]
                 top[0]
```

```
//判栈i空否, 空返回1, 否则返回0
int IsEmpty(DblStack s,int i)
    return s.top[i] == s.bot[i];
//判栈满否,满返回1,否则返回0
int IsFull(DbIStack s)
    if(s.top[0]+1==s.top[1])
         return 1;
    else
         return 0;
```

```
void Dblpush(DblStack &s,SElemType x,int i)
    if( IsFull (s ) ) exit(1);
    // 栈满则停止执行
     if ( i == 0 ) s.V[ ++s.top[0] ] = x;
     //栈0情形:栈顶指针先加1,然后按此地址进栈
     else s.V[--s.top[1]]=x;
    //栈1情形: 栈顶指针先减1, 然后按此地址进栈
```