

24-25 秋冬概率论数院(3 学分)回忆卷

Title _____ 写不来, 根本写不来 _____ Teacher _____ ptx 班
 Name _____ dd _____ Studentnum _____ Number _____ - -
 Date _____

1

A 和 B 互不相容, B 和 C 互相独立, $A \subset C$, 已知 $P(\bar{A}C) = P(BC) = 0.2, P(A \cup (B\bar{C})) = 0.5$ 求 $P(A), P(B), P(C)$

2

(一大段话描述碱基对的排列), 已知下表描述的是以 A(C,G,T) 结尾时, 下一个序列以 A(C,G,T) 开头的概率:

开始(左), 结尾(下)	A	G	C	T
A	0.1	0.2	0.3	0.4
G	0.2	0.2	0.2	0.3
C	0.3	0.2	0.2	0.1
T	0.4	0.3	0.3	0.2

(表格有点烂, 具体数据记不太清楚了, 但是列和以及第一列的数据应该是没有问题的)

(1) 假设序列以 A,C,G,T 结尾的概率均相等, 求序列以 A,C,G,T 开头的概率分别是多少。

(2) 在问题 (1) 的假设前提下, 求以 A 开头时, 上一个序列以 C 或 T 结尾的概率是多少。

3

(1) 已知 X,Y 相互独立, X,Y 均服从参数为 P 的几何分布, 求 $P(X = i | X + Y = n), i = 1, 2, \dots, n-1$
 $n = 1, 2, \dots$ (忘了有没有相互独立这个条件了)

(2) 已知 X 是退化随机变量, F(X) 为其分布函数, 求:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (F(X+a) - F(X))^{2025} dx \quad (1)$$

4

X_1, X_2 相互独立 (?) 已知其联合密度分布函数为

$$P(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_1+x_2)^2}{2}}, & x_1 \in \mathbb{R}, 0 < x_2 < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (2)$$

ξ 与 (X_1, X_2) 相互独立.

(1) 若 $Z = \xi X_1 + X_2$, 求 Z 的密度函数.

(2) 若 $Y_1 = \frac{X_1}{X_2}, Y_2 = X_1 + X_2$, 求 Y_1, Y_2 的联合密度分布函数.

5

有 35 棵树, 共有 15 只猴子随机栖息在某一棵树上, 随机挑选出 7 棵树, 求这 7 棵树上猴子数量的数学期望.

6

(1) 已知 X, Y 相互独立 (没错就是 X, Y), $f(X), g(X)$ 均为单调不减 (下凸) 的 Borel 函数, 问 $f(X), g(X)$ 的协方差的正负, 并阐明理由.

(2) 已知 $(X, Y) \sim N(2, 1, 4, 4, \frac{3}{4})$, 求 $2X + Y$ 与 $2X - Y$ 的相关系数.

7

据统计约有 300 件某朝瓷器流传至今, 已知每件瓷器流传至今的概率约为 0.005, 请计算当时需要生产多少件瓷器, 才能有百分之八十的把握说明至少有 300 件瓷器流传至今 (可以用带参数的式子表示) ($\Phi(0.84) = 0.8$)

8

一奶茶品牌推出活动, 每次购买一杯奶茶都能获得一张卡片, 总共有 n 种不同类型的卡牌 (n 是一个比较大的整数), 请用大数定律说明, 需要购买多少杯奶茶才能集齐所有的 n 种不同类型的卡片.