

# 概率论与数理统计第二次作业

ZhaohengLi 2017050025

2020 年 3 月 10 日

## 1 1.4.9

由条件概率的定义可得

$$P(B|A \cup \bar{B}) = \frac{P(AB)}{P(A \cup \bar{B})}$$

已知

$$P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A\bar{B}) = 0.7 + 0.6 - 0.5 = 0.8$$

$$P(AB) = P(A) - P(A\bar{B}) = 0.7 - 0.5 = 0.2$$

因此

$$P(B|A \cup \bar{B}) = \frac{P(AB)}{P(A \cup \bar{B})} = \frac{0.2}{0.8} = 0.25$$

## 2 1.4.13

(1) 本题考察全概率公式的使用, 设事件 A 为“从乙口袋中取出的球为白球”。

$$P(A) = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{n+1}{n+m+1} + \frac{b}{a+b} \cdot \frac{n}{n+m+1}$$

(2)

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)} \cdot \frac{n+2}{n+m+2} \\ &\quad + \frac{2ab}{(a+b)(a+b-1)} \cdot \frac{n+1}{n+m+2} \\ &\quad + \frac{b(b-1)}{(a+b)(a+b-1)} \cdot \frac{n}{n+m+2} \end{aligned} \quad (1)$$

## 3 1.4.17

(1) 本小题考察全概率公式的使用, 设事件  $A_i$  为“第  $i$  次取出的是一等品”,  $i = 1, 2$ 。设事件  $B_i$  为“从第  $i$  箱中取球”。则有

$$P(A_1) = P(B_1)P(A_1|B_1) + P(B_2)P(A_1|B_2) = 0.5$$

(2) 在前一小题的基础上, 本小题加入了条件概率的公式, 有

$$P(A_2|A_1) = \frac{P(A_1A_2)}{P(A_1)}$$

$$P(A_1A_2) = P(B_1)P(A_1A_2|B_1) + P(B_2)P(A_1A_2|B_2) = 0.2534$$

$$P(A_2|A_1) = \frac{P(A_1A_2)}{P(A_1)} = \frac{0.2534}{0.5} = 0.5068$$

#### 4 1.4.20

本题考察贝叶斯公式，设事件  $A$  为“取出的是白球”，事件  $B$  为“原来的白球”，则有

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = \frac{0.5 * 1}{0.5 * 1 + 0.5 * 0.5} = \frac{2}{3}$$

#### 5 1.4.23

本题考察全概率公式的使用。设事件  $A_i$  为“第  $i$  次由甲掷骰子”，依题意可得到

$$P(A_i) = P(A_{i-1})\frac{5}{6} + P(\overline{A_{i-1}})\frac{1}{6}$$

$$P(A_1) = 1$$

由此可得到递推公式

$$P(A_i) - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(P(A_{i-1}) - \frac{1}{2}) \quad n \geq 2$$

整理可得到

$$P(A_n) = \frac{1}{2}[1 + (\frac{2}{3})^{n-1}] \quad n = 2, 3, \dots$$

#### 6 1.5.3

设事件  $A$  为“目标被击中”，事件  $B_1$  为“甲射中目标”，事件  $B_2$  为“乙射中目标”，则有

$$P(A) = P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1B_2) = 0.94$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(AB_1)}{P(A)} = \frac{P(B_1)}{P(A)} = \frac{0.8}{0.94} = 0.851$$

#### 7 1.5.8

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

(1) 当  $AB$  不相容时， $P(AB) = 0$ ，因此  $P(B) = 0.5$ 。

(2) 当  $AB$  独立时， $P(AB) = P(A) * P(B)$ ，因此  $P(B) = \frac{5}{6}$ 。

(3) 当  $A \subset B$  时， $P(B) = P(A \cup B) = 0.9$ 。

## 8 1.5.10

由题意可知

$$P(\overline{AB}) = P(A\overline{B}) = \frac{1}{4}$$

又因为  $AB$  独立

$$P(A) - P(A)P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(B) - P(A)P(B) = \frac{1}{4}$$

得到  $P(A) = P(B) = 0.5$ 。

## 9 1.5.16

射事件  $A, B, C$  分别为“猎人在  $100m, 150m, 200m$  处击中猎物”，设事件  $D$  为“最终击中猎物”，因为击中概率与距离成反比，则由  $P(A) = 1/2$  可知  $P(B) = 1/3$  以及  $P(C) = 1/4$ ，根据题意可得

$$P(D) = P(A) + P(\overline{A}B) + P(\overline{A}\overline{B}C) = \frac{3}{4}$$