

中国电机工程学报
Proceedings of the CSEE
ISSN 0258-8013, CN 11-2107/TM

《中国电机工程学报》网络首发论文

题目: 时变幅频电势激励下基于贝赛尔函数的电力网络建模及其功率传输特性分析
作者: 陶亮, 查晓明, 田震, 孙建军, 余攀, 唐英杰
收稿日期: 2021-06-05
网络首发日期: 2021-12-27
引用格式: 陶亮, 查晓明, 田震, 孙建军, 余攀, 唐英杰. 时变幅频电势激励下基于贝赛尔函数的电力网络建模及其功率传输特性分析[J/OL]. 中国电机工程学报. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2107.TM.20211224.1321.010.html>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

时变幅频电势激励下基于贝赛尔函数的电力网络建模及其功率传输特性分析

陶亮, 查晓明, 田震, 孙建军, 余攀, 唐英杰

(武汉大学电气与自动化学院)

Bessel Function Based Modeling and Power Transmission Characteristics Analysis of Power Networks Excited with Time-Varying Amplitude-Frequency Potentials

TAO Liang, ZHA Xiaoming, TIAN Zhen, SUN Jianjun, YU Pan, TANG Yingjie

(School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University, Wuhan, 430072, Hubei Province, China)

ABSTRACT: With a large number of power electronic converters connected to power systems, broadband oscillation problems become increasingly prominent. Power networks and converter control loops are coupled in time scale, so network dynamic characteristics must be considered when analyzing the oscillation mechanisms. Establishing the analytical relation between the network transmission power and node potential amplitudes/frequencies, viz. network power transmission characteristic equations, is the basis of studying network dynamic characteristics. During power system oscillation, node potential amplitudes/frequencies are obviously time-varying. The power angle characteristic equations of the conventional power system is based on "quasi steady state" and phasor analysis, which is not suitable for power characteristic analysis of power networks excited with time-varying amplitude-frequency potentials. To solve this problem, the time-varying amplitude-frequency potentials are expressed as the superposition form of a series of different frequency components whose amplitudes conform to Bessel function distributions in this paper. Based on the phasor algorithm, the network power transmission characteristic equations are established, and Bessel reduction approach and Taylor simplification method are proposed to simplify original equations twice. The simplified equations can reflect the influence of amplitude/frequency variations of each node potential on network transmission power variations, and reconcile the advantages of high accuracy, suitable for wideband oscillation systems and simple mathematical forms. Finally, the validity of establishment equations is

verified by time-domain simulations, and the research idea is discussed when the amplitudes/frequencies of power network node potentials are non-sinusoidal.

KEY WORDS: power networks; node potentials; network power transmission characteristics; instantaneous amplitude/frequency; Bessel function; broadband oscillation

摘要: 随着大量电力电子变换器接入电力系统, 与之相关的宽频振荡问题日益突出。电力网络与各变换器控制环在电磁时间尺度上相互耦合, 分析振荡机理时必须将网络动态特性纳入考虑。建立网络传输功率与节点电势幅值/频率的解析关系(即网络功率传输特性方程), 是研究网络动态特性的基础。系统振荡过程中, 网络节点电势的幅值/频率具有明显的时变特征。传统电力系统的功角特性方程以“准稳态”和相量法为前提, 不再适用于时变幅频电势激励下电力网络的功率特性分析。针对上述问题, 本文将幅值/频率正弦变化的节点电势表示成一系列幅值符合贝赛尔函数分布的不同频率分量的叠加, 基于相量运算建立网络的功率传输特性方程, 并提出贝赛尔降阶法和泰勒简化法对原始方程进行两次简化, 该方程能够反映各节点电势幅值/频率变化对网络传输功率变化的影响, 兼顾精度高、适用于宽频振荡系统、数学形式简洁等优点。最后, 通过时域仿真验证了所建网络功率特性方程的准确性, 并讨论了节点电势幅值/频率非正弦变化时的研究思路。

关键词: 电力网络, 节点电势, 网络功率传输特性, 瞬时幅值/瞬时频率, 贝赛尔函数, 宽频振荡

0 引言

近些年来, 新能源发电、半导体新材料以及电力电子技术持续蓬勃发展, 电压源型变换器(voltage source convertor, VSC)作为重要的功率转换装置, 因为具有体积小、响应速度快、控制精准等优点, 在发电、输电、配电、用电等各个环节都得到广泛应用^[1-2]。然而, 随着电力系统中电

基金项目: 国家自然科学基金委-国家电网公司“智能电网联合基金”集成项目(U1866601)。

The Smart Grid Joint Fund Integration Program of National Natural Science Foundation of China (NSFC) and State Grid Corporation of China (SGCC) (U1866601).

力电子变换器容量的不断增加,电力系统呈现出明显的电力电子化趋势,许多国家和地区相继出现与电力电子设备相关的宽频振荡问题^[3-4]。

目前,有关电力系统振荡问题的研究集中在电力装备特性上,并没有把网络动态特性以及网络与装备之间的动态交互作用纳入到振荡机理的研究中^[5-9]。然而,有文献明确指出,保证系统稳定的条件之一是实现网络和控制环在时间尺度上分离^[10-11]。图1给出了新能源发电并网逆变器控制与传统同步电机控制时间尺度的对比。以同步发电机为主要电源的传统电力系统中,电力网络与同步电机控制环在时间尺度上严格分离,分析系统稳定性时网络用节点阻抗/导纳矩阵表征即可而不需要考虑其动态特性^[12];而VSC大量接入的电力电子化电力系统中,电力网络与VSC控制环在时间尺度上存在强耦合关系,那么研究系统稳定性就必须将网络动态特性纳入考虑^[10-11]。

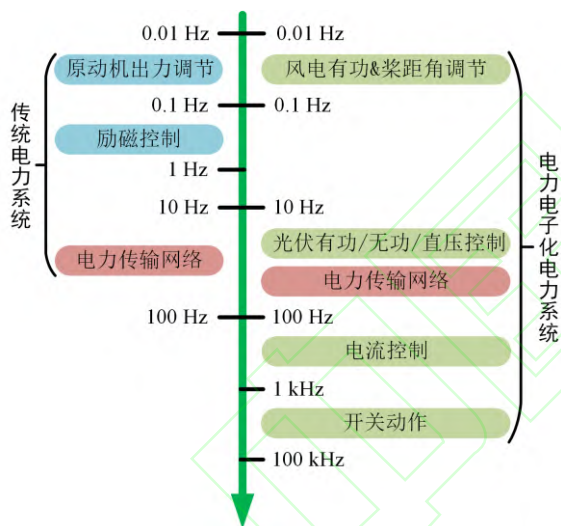


图1 新能源发电并网逆变器控制与传统同步电机控制时间尺度对比

Fig. 1 Comparison of grid-connected inverter control for new energy generation and traditional synchronous machine control in time scale

另外,电力电子化电力系统的振荡过程需要由装备特性和网络特性共同描述^[13-14]。结合图2具体解释为^[13],当各VSC受到不平衡有功/无功功率激励时,各个VSC内电势(输出电压)的幅值/频率相对原工作点会出现某个模态频率的扰动,节点电势幅值/频率因此具有时变特征;无源网络经受各VSC的时变幅频内电势激励,传输各VSC所需的反馈功率,反馈的有功/无功功率输入到各

VSC内部控制结构后再度参与各VSC内电势幅值/频率的形成过程,从而构成完整的闭环。由此可见,网络动态特性实际上是系统振荡过程中各VSC内电势(本文也称网络节点电势)的时变幅值/频率与无源网络传输的反馈功率之间的解析化关系^[13-14],即网络功率传输特性方程,其对于分析大型电力电子化电力系统振荡机理意义重大。

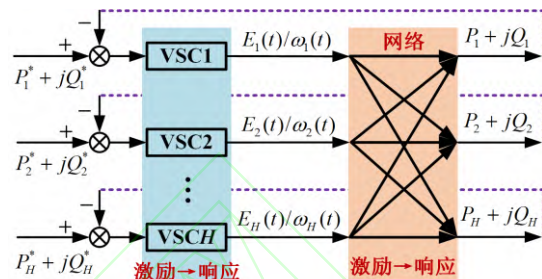


图2 多VSC系统模型结构示意图

Fig. 2 Structure diagram of multi-VSC systems

通过假定“准稳态”^[15-17]:各同步发电机内电势的幅值及相位差变化缓慢而频率保持恒定,传统电力系统的功角特性方程^[18]能够描述网络传输功率与各同步发电机内电势的幅值及相位差之间的关系,但是无法反映振荡过程中节点电势频率变化对网络传输功率变化的影响。对照电力电子化电力系统,当功率缺额引发的不平衡功率激励各VSC时,导致各网络节点电势幅值/频率/相位差具有时变特征且变化不一致^[19-21],而各VSC通过电力网络相互关联、相互作用^[13],可见系统的频率稳定、电压稳定等问题均与网络动态特性有关。继续采用“准稳态”背景下的网络功率传输特性方程,将导致计算功率与真实功率存在较大偏差,如图3所示,一方面会对系统稳定性分析及稳定边界确定造成影响^[10-11],另一方面错误的反馈功率输入到VSC内部控制器可能引发控制失效^[22-23]。因此,必须建立能够反映节点电势幅值/频率变化对网络传输功率变化影响的网络功率传输特性方程,否则无法深入认识和研究电力电子化电力系统振荡产生的机理。

目前,针对一些系统振荡现象可以通过静止 abc 、 $\alpha\beta 0$ 坐标系或同步旋转 dq 坐标系中的瞬时值表征网络节点电势,进而借助微积分方程对复杂网络建模并计算网络反馈功率^[24-25],虽然充分考虑了网络节点电势瞬时值变化对功率动态的影响,但是不能直观刻画网络传输功率与节点电势幅值/频率之间的内在关系,而网络电磁暂态过程

的介入也限制了其大规模工程应用^[17]。文献[13]借助分部积分建立的功率特性方程,实质上是各节点电势瞬时频率代入传统功角特性方程的结果,能够反映电势幅值/频率变化对网络传输功率变化的影响,但是其仅在电势幅值/频率变化率不大的机电动态过程有效,并不适用于高频振荡系统。文献[19]提出一种动态潮流理论,揭示了瞬时有功/无功功率与各节点电压矢量的内在关系,因为受到小扰动分析方法和静态工作点的限制,并不能用于描述系统振荡过程中的网络特性。

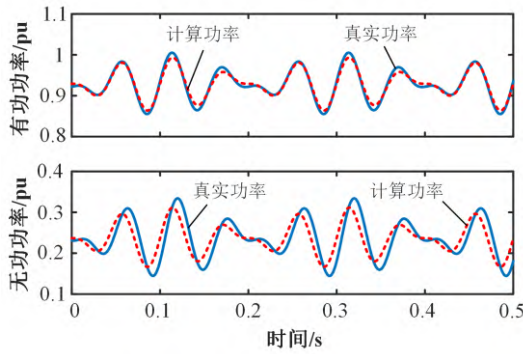


图3 时变幅频电势激励下网络功率波形

Fig. 3 Power waveforms of network excited with time-varying amplitude/frequency potentials

本文基于正弦时变的幅值/频率描述网络节点电势,并将其表示成一系列幅值符合贝塞尔函数分布的不同频率分量的叠加形式。根据相量运算^[26]建立基于贝塞尔函数的网络功率传输特性方程,然后提出贝塞尔降阶法和泰勒简化法对原始方程进行两次简化。最后讨论了网络节点电势的幅值/频率非正弦变化时的研究思路。本文从信号处理的角度应用贝塞尔函数理论对时变幅频电势进行分解,使得系统振荡过程中继续使用相量法及复功率计算公式成为可能;相比于传统功角特性方程等现有研究,本文所建方程不仅能反映各节点电势幅值/频率变化对网络传输功率变化的影响,同时兼顾计算精度高、适用于宽频振荡系统、数学形式简洁等优点;在应用方面,本文提出的方法和结论为系统振荡过程中网络阻抗辨识、分析大型电力电子化电力系统的振荡产生机理、提出有效的振荡抑制策略都奠定了基础。

1 时变幅频电势激励下电力网络建模

1.1 网络节点电势的贝塞尔函数描述

VSC 内电势的幅值和频率由电流控制器和

锁相环决定,其作为 VSC 与网络的唯一接口,本文也称之为网络节点电势。稳态分析时,网络各节点电势的幅值和频率是恒定值;而系统振荡过程中,节点电势的幅值和频率将随着时间发生变化。因此,使用瞬时幅值和瞬时频率的概念描述动态过程中的网络节点电势具有必要性,该时变幅频电势在静止坐标系中的各相分量如下:

$$\begin{cases} e_a = E(t) \cos(\int \Omega(t) dt + \theta_r) \\ e_b = E(t) \cos(\int \Omega(t) dt + \theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ e_c = E(t) \cos(\int \Omega(t) dt + \theta_r - \frac{4}{3}\pi) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $E(t)$ 是节点电势的幅值, $\Omega(t)$ 是节点电势的频率, θ_r 是 A 相分量的初始相位。理论上网络节点电势的幅值/频率可以随机变化,考虑到 VSC 的正弦调制作用,为了便于分析和计算,假定节点电势的幅值/频率正弦变化,如式(2)所示,即系统相对原工作点发生频率为 ω 的扰动,后文将讨论幅值/频率非正弦变化时的研究思路。

$$\begin{cases} E(t) = E_c (1 + K_e \cos \omega t) \\ \Omega(t) = \omega_0 (1 + K_\omega \cos \omega t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: E_c 是节点电势的额定值, ω_0 是额定频率, K_e 是幅值调制深度, K_ω 是频率调制深度。结合式(1)和(2),应用贝塞尔函数理论得到网络节点电势的雅可比-安格尔恒等式表达如下:

$$\begin{cases} e_a = \sum_{n=-N}^N E_n \cos(\omega_0 t + \theta_n) \\ e_b = \sum_{n=-N}^N E_n \cos(\omega_0 t + \theta_n - \frac{2}{3}\pi) \\ e_c = \sum_{n=-N}^N E_n \cos(\omega_0 t + \theta_n - \frac{4}{3}\pi) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $E_n = E_c J_n(C) + \frac{E_c K_e}{2} [J_{n-1}(C) + J_{n+1}(C)]$,

$C = \omega_0 K_\omega / \omega$; $\theta_n = n\omega t + \theta_0$ 是 A 相电势瞬时相位, θ_0 是此形式下 A 相电势的初始相位; N 实际指代 $+\infty$, J_n 是 n 阶第一类贝塞尔函数,表达式如下:

$$J_n(C) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{C}{2}\right)^{n+2m}}{m! \Gamma(n+m+1)!} \quad (4)$$

值得说明的是,式中:

$$\begin{cases} J_n(C) + J_{-n}(C) = 0, & n \text{ 为奇数} \\ J_n(C) - J_{-n}(C) = 0, & n \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (5)$$

由式(3)可知,网络节点电势的每一相分量均可表示成一系列幅值服从第一类贝赛尔函数分布的不同恒定频率分量的叠加形式。本文研究侧重点是振荡过程中网络的功率传输特性,为突出主要矛盾,后续分析中均以时变幅频节点电势代表VSC,并将滤波电感和变压器电感/电阻等值到输电线路中进行网络响应特性研究。

1.2 时变幅频电势激励下的网络电流响应计算

本文暂仅考虑三相对称系统,其中等值网络为集中参数的电感元件 L 和电阻元件 R , 不计及电容, 且不考虑元件本身参数的变化, 如图4所示。对于具有多个节点的电力网络, 可先逐一计算单个节点电势激励下的电流响应, 再运用线性电路叠加定理, 即可获得多个节点电势共同激励下的网络电流响应。

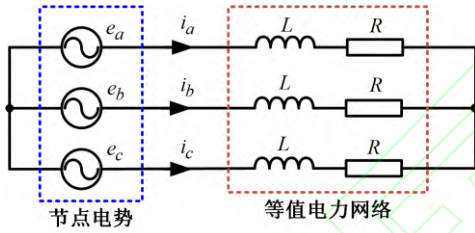


图4 时变幅频节点电势激励下的三相对称电路

Fig. 4 There-phase symmetrical system excited with time-varying amplitude-frequency node potential

不失一般性, 本节先推导图4中单个节点电势激励下的网络电流响应, 后文将所得结论拓展至多节点电势激励的复杂网络中。系统振荡过程中, 网络节点电势满足式(1), 其解析化描述如式(3)所示。A相电势分量激励下的等效电路如图5所示, 其中节点电势A相分量可分解为 $2N+1$ 个不同频率的谐波电源, 用相量法表示如下:

$$\dot{E}_a = \sum_{n=-N}^N \dot{E}_n = \sum_{n=-N}^N E_n \angle \theta_n \quad (6)$$

暂不考虑电容支路, 那么网络输入电流和输出电流相等, 应用叠加原理计算出A相电流。

$$i_a = \sum_{n=-N}^N \frac{E_n}{z_n} \cos(\omega_0 t + \theta_n - \alpha_n) \quad (7)$$

式中:

$$z_n = \sqrt{(\omega_0 + n\omega)^2 L^2 + R^2}, \quad \alpha_n = \arctg \frac{(\omega_0 + n\omega)L}{R}.$$

A相电流的相量表示形式如下:

$$\dot{I}_a = \sum_{n=-N}^N \dot{I}_n = \sum_{n=-N}^N I_n \angle (\theta_n - \alpha_n) \quad (8)$$

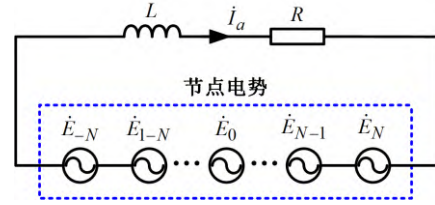


图5 节点电势A相分量激励下的等效电路

Fig. 5 Equivalent circuit excited with phase A component of node voltage

1.3 系统振荡过程中的电力网络模型

传统电力系统中电力网络模型由节点阻抗/导纳矩阵进行表征, 在电力电子化电力系统振荡过程中, 网络节点电压/电流均能够表示成一系列不同频率电压/电流相量的叠加形式, 那么电力网络模型可以由不同频率下的阻抗组合而成, 图6所示即为 $2N+1$ 阶网络模型。该网络模型揭示了系统振荡过程中网络电流响应的物理本质, 反映了时变幅频电势激励下电力网络的各电流分量之间的内在关系。对于多节点电势激励下的电力网络, 其网络模型可由各个节点电势单独作用时的阻抗组合通过和差运算得到。

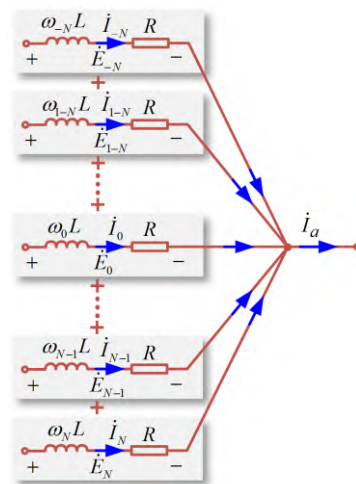


图6 系统振荡过程中 $2N+1$ 阶电力网络模型

Fig. 6 The $(2N+1)$ -order model of power network during power system oscillation

图6中的电力网络模型也可用下式表征:

$$\dot{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{-N} \\ \vdots \\ \dot{E}_0 \\ \vdots \\ \dot{E}_N \end{bmatrix} = \text{diag}(Z_{-N}, \dots, Z_0, \dots, Z_N) \begin{bmatrix} \dot{I}_{-N} \\ \vdots \\ \dot{I}_0 \\ \vdots \\ \dot{I}_N \end{bmatrix} = \mathbf{Z}\dot{\mathbf{I}} \quad (9)$$

式中: $Z_n = R + j(\omega_0 + n\omega)L$ ($n = -N, \dots, 0, \dots, N$) 表示不同频率分量下的阻抗。

2 时变幅频电势激励下网络功率特性

2.1 网络节点处有功/无功功率计算

根据三相电路各相瞬时电压与瞬时电流之间的运算^[24], 图4中网络节点处发出的有功功率 P 和无功功率 Q 分别如下:

$$\begin{cases} P = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c \\ Q = \frac{1}{\sqrt{3}}[(e_b - e_c)i_a + (e_c - e_a)i_b + (e_a - e_b)i_c] \end{cases} \quad (10)$$

将式(3)、式(7)以及由三相对称关系得到的 B、C 相电流 i_b 、 i_c 代入式(10)中可得到振荡过程中网络节点处的功率表达式:

$$\begin{cases} P = \frac{3}{2} \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \cos(\alpha_n + \delta_{mn}) \\ Q = \frac{3}{2} \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \sin(\alpha_n + \delta_{mn}) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\delta_{mn} = \theta_m - \theta_n$ 代表同一网络节点电势不同频率分量之间的瞬时相位差。

振荡过程中, 网络节点处发出的有功/无功功率也可通过电压/电流旋转相量复数的共轭乘积进行计算^[24], 各相的功率计算结果如下:

$$\begin{aligned} \dot{E}_a \cdot (\dot{I}_a)^* &= \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \cos(\alpha_n + \delta_{mn}) \\ &+ j \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \sin(\alpha_n + \delta_{mn}) \quad (12a) \\ &= 2P_a + j2Q_a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_b \cdot (\dot{I}_b)^* &= \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \cos(\alpha_n + \delta_{mn}) \\ &+ j \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \sin(\alpha_n + \delta_{mn}) \quad (12b) \\ &= 2P_b + j2Q_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_c \cdot (\dot{I}_c)^* &= \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \cos(\alpha_n + \delta_{mn}) \\ &+ j \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \sin(\alpha_n + \delta_{mn}) \quad (12c) \\ &= 2P_c + j2Q_c \end{aligned}$$

由式(12a)、(12b)和(12c)可知, 对于三相对称系统, 时变幅频电势激励下各相的有功、无功功率依然是分别相等的。不失一般性, 三相总功率应该按照各相功率累加得到:

$$\begin{cases} P = P_a + P_b + P_c \\ = \frac{3}{2} \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \cos(\alpha_n + \delta_{mn}) \\ Q = Q_a + Q_b + Q_c \\ = \frac{3}{2} \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_m E_n}{z_n} \sin(\alpha_n + \delta_{mn}) \end{cases} \quad (13)$$

根据式(10)-(13)可知, 在时变幅频电势激励下, 基于电压、电流三相旋转相量的功率计算结果与基于各相瞬时电压、瞬时电流的功率计算结果完全一致。说明三相稳态电路的复功率概念在系统振荡过程功率分析中也具有适用性。对于三相对称电路, 有下列功率计算公式成立:

$$\begin{aligned} P + jQ &= \frac{1}{2} [\dot{E}_a \cdot (\dot{I}_a)^* + \dot{E}_b \cdot (\dot{I}_b)^* + \dot{E}_c \cdot (\dot{I}_c)^*] \\ &= \frac{3}{2} \dot{E}_a \cdot (\dot{I}_a)^* \end{aligned} \quad (14)$$

图4中A相电路的网络节点电势、网络响应电流解析化描述后的相量关系由图7给出, 进一步揭示了振荡过程中电压与电流各自展开的不同频率分量之间的作用机制, 其中 φ_{mn} 仍然定义为功率因数角, 表达式如下:

$$\varphi_{mn} = \alpha_n + \delta_{mn} \quad m, n \in \{-N, \dots, 0, \dots, N\} \quad (15)$$

借助相量关系图直接计算图5中A相电路网络节点处发出的有功/无功功率如下:

$$\begin{cases} P_a = \sum_{m,n=-N}^N \frac{1}{2} E_m I_n \cos \varphi_{mn} \\ Q_a = \sum_{m,n=-N}^N \frac{1}{2} E_m I_n \sin \varphi_{mn} \end{cases} \quad (16)$$

在式(16)基础上, 利用三相对称电路的对称特性, 可直接得到三相总的有功/无功功率, 其结果与式(11)完全吻合, 再一次证明了三相稳态电

路相量法及复功率概念在振荡过程中的适用性。

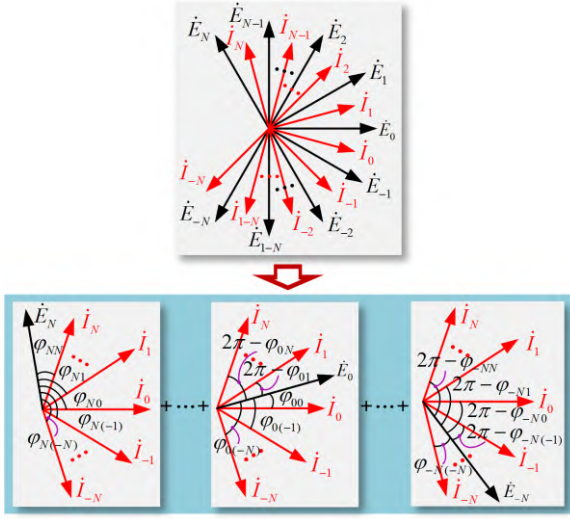


图7 动态过程中A相电路电压、电流各分量相量图

Fig. 7 Phasor diagram of each voltage and current component during dynamic process

2.2 振荡过程中电力网络功率传输特性方程

对于包含 H 个节点的复杂电力网络，经过 Y/△变换后均可以转换成图8中各网络节点两两之间通过单条等效线路相连的形式。

图8中电力网络的功率传输特性方程的建立包括以下两个步骤：

1) 针对单条等效线路进行分析。每条线路实际上都对应一个两 VSC 系统，因此需先推导出两机系统的功率特性方程。以网络节点 i 与网络节点 j 所连接的线路为例，该线路对应的两机系统结构如图9所示。其中，输电线路只计及电感 L_{ij} 和电阻 R_{ij} ，两台 VSC 的输出滤波电路暂仅考虑滤波电感 L_{fi} 和 L_{fj} ，两台变压器仅计及绕组电感 L_{Ti} 和 L_{Tj} 、绕组电阻 R_{Ti} 和 R_{Tj} 。另外， E_i/ω_i 是节点电势 i 的时变幅值/频率， E_j/ω_j 是节点电势 j 的时变幅值/频率。那么，图9中节点 i 与节点 j 之间线路等值总电感 $L_{ij}=L_{fi}+L_{Ti}+L_{fj}+L_{Tj}+L_{lij}$ ，等值总电阻 $R_{ij}=R_{Ti}+R_{lij}+R_{Tj}$ 。

按照上一章节的推导，节点电势 i 和节点电势 j 的 A 相分量均可用贝塞尔函数描述，先计算在二者单独激励下的网络电流响应，然后进行和差运算即可得到 A 相电流分量：

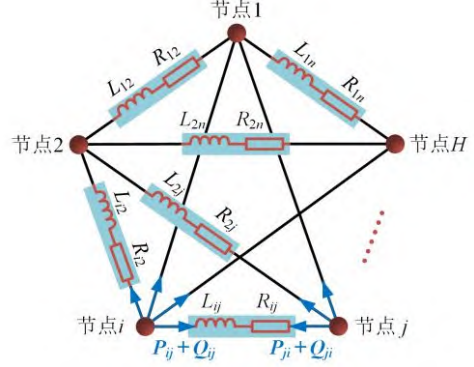


图8 包含 H 个节点的等效网络结构示意图

Fig. 8 Schematic diagram of equivalent network structure with H nodes

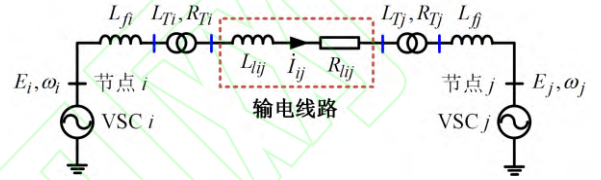


图9 两台 VSC 经一条交流线路互联的系统示意图

Fig. 9 Schematic diagram of two VSCs interconnected by a transmission line

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ija} &= \dot{I}_{ia} - \dot{I}_{ja} \\ &= \sum_{n=-N}^N \frac{E_{in}}{z_{in}} \angle(\theta_{in} - \alpha_{in}) \\ &\quad - \sum_{n=-N}^N \frac{E_{jn}}{z_{jn}} \angle(\theta_{jn} - \alpha_{jn}) \end{aligned} \quad (17)$$

式中：

$$\begin{aligned} z_{in} &= \sqrt{(\omega_0 + n\omega_i)^2 L_{ij}^2 + R_{ij}^2}, \quad \alpha_{in} = \arctg \frac{(\omega_0 + n\omega_i) L_{ij}}{R_{ij}}; \\ z_{jn} &= \sqrt{(\omega_0 + n\omega_j)^2 L_{ij}^2 + R_{ij}^2}, \quad \alpha_{jn} = \arctg \frac{(\omega_0 + n\omega_j) L_{ij}}{R_{ij}}. \end{aligned}$$

将式(17)代入式(13)中可以计算图9所示两 VSC 系统中网络节点 i 与网络节点 j 处发出的有功功率/无功功率：

$$\begin{cases} P_{ij} = \frac{3}{2} \left[\sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{im} E_{in}}{z_{in}} \cos(\alpha_{in} + \delta_{imn}) \right. \\ \quad \left. - \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{im} E_{jn}}{z_{jn}} \cos(\alpha_{jn} + \delta_{ijmn}) \right] \\ Q_{ij} = \frac{3}{2} \left[\sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{im} E_{in}}{z_{in}} \sin(\alpha_{in} + \delta_{imn}) \right. \\ \quad \left. - \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{im} E_{jn}}{z_{jn}} \sin(\alpha_{jn} + \delta_{ijmn}) \right] \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} P_{ji} = \frac{3}{2} \left[\sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{jm} E_{in}}{z_{in}} \cos(\alpha_{in} - \delta_{ijmn}) \right. \\ \quad \left. - \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{jm} E_{jn}}{z_{jn}} \cos(\alpha_{jn} + \delta_{jmn}) \right] \\ Q_{ji} = \frac{3}{2} \left[\sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{jm} E_{in}}{z_{in}} \sin(\alpha_{in} - \delta_{ijmn}) \right. \\ \quad \left. - \sum_{m,n=-N}^N \frac{E_{jm} E_{jn}}{z_{jn}} \sin(\alpha_{jn} + \delta_{jmn}) \right] \end{cases} \quad (19)$$

式中: $\delta_{imn} = \theta_{im} - \theta_{in}$ 是节点电势 i 不同频率分量之间的瞬时相位差, $\delta_{jmn} = \theta_{jm} - \theta_{jn}$ 是节点电势 j 不同频率分量之间的瞬时相位差, $\delta_{ijmn} = \theta_{im} - \theta_{jn}$ 是节点电势 i 不同频率分量和节点电势 j 不同频率分量之间的瞬时相位差。

式(18)、(19)即是用于研究图 9 中两 VSC 系统振荡过程中电力网络功率传输特性的方程, 该方程从谐波的角度揭示了各网络节点电势的幅值/频率变化对电力网络传输功率变化的影响及其内在物理含义。

2) 针对每个网络节点, 将与之相连的线路所对应的功率分别进行叠加, 即可得到每个网络节点实际发出的有功/无功功率。以网络节点 i 为例, 其发出的总有功/无功功率表达式如下:

$$\begin{cases} P_i = \sum_{j=1}^H \sum_{j \neq i} P_{ij} \\ Q_i = \sum_{j=1}^H \sum_{j \neq i} Q_{ij} \end{cases} \quad (20)$$

系统振荡过程中, 当网络结构及参数一定时, 根据式(18)-(20)所呈现的网络功率传输特性方程可知, 各个网络节点处发出的有功/无功功率大小取决于各节点电势的扰动频率、幅值调制深度和频率调制深度的大小, 而这三项指标是节点电势幅值/频率变化规律的直观体现。

值得说明的是, 该网络功率传输特性方程并不是只能用于系统振荡过程的研究, 对于稳态分析同样适用, 此时的宗数 $C=0$, 式(18)-(20)中只剩余 $m=n=0$ 时的项数, 其与传统电力系统的功角特性方程是一致的。另外, 时变幅频电势激励下 H 节点电力网络的功率传输特性方程的项数多达 $2H(2N+1)^2$ 项, 并不利于实际工程应用, 因此研究其简化方法具有重要的意义。

3 网络功率传输特性方程简化方法

3.1 时变幅频电势激励下网络模型降阶

式(3)是时变幅频电势的贝塞尔函数描述, 其揭示了网络节点电势是由一系列幅值服从第一类贝塞尔函数分布的不同恒定频率分量的组合而成的本质。图 10 展示了第一类贝塞尔函数的分布特性(图中只画出了 $n \geq 0$ 时的函数曲线, 其余可由式(5)推得), 据图可知, 贝塞尔函数的变化规律由宗数 C 决定: 当宗数 $0 < C \leq 1.44$ 时, 函数值 $|J_n|$ 随着 $|n|$ 的增大是快速递减的, 用式(3)中极少数项就可以描述节点电势而保留 99% 以上的信息; 当宗数 $C > 1.44$ 时, 函数值 $|J_n|$ 不再随着 $|n|$ 的增大而严格递减, 但仍可用式(3)中有限项来描述节点电势, 只是 C 越大所需的项数也越多。具体来说, 被选择用来描述节点电势的各项分量的幅值应当满足下式的要求:

$$|E_n| \geq 0.01 E_c \quad (21)$$

此外, 振荡过程中, 系统频率一般不会偏移额定值太多, 即频率调制深度 K_ω 不大; 而且, 涵盖了低频振荡、次同步振荡、超同步振荡等振荡形式的宽频振荡频率范围约为 0.1Hz ~ 2500Hz。实际情形中的宗数 C 通常能满足 $0 < C \leq 2$, 即最多不超过 7 阶的网络模型就能保留节点电势 99% 以上的信息。因此, 所提电力网络模型对宽频振荡的适用性体现在对模型阶数的选择上, 这为系统振荡过程中网络模型的降阶、功率传输特性方程的简化奠定了基础。

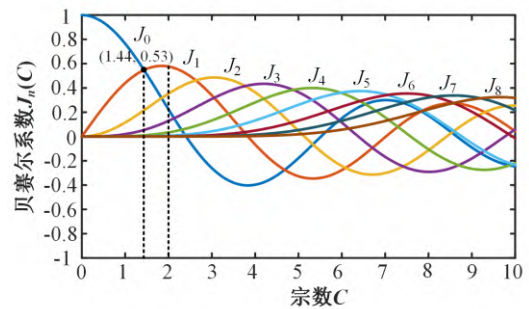


图 10 第一类贝塞尔函数的分布特性

Fig. 10 Distribution characteristics of the primal Bessel function

既然系统振荡过程中网络节点电势可以用式(3)中极少数项描述, 那么对应的网络响应电流也可以由极少数项叠加来表征。换句话说, 电力网络模型通过数项主频和边频阻抗的叠加组合来表示即可完成模型降阶, 本文将其称之为贝塞尔降

阶法。后续将围绕模型降阶方法的误差分析以及网络降阶模型的适用范围展开研究工作。

3.2 振荡过程中网络功率特性方程一次简化

按照贝赛尔降阶法的原则,系统振荡过程中的网络功率传输特性方程能够得到很大程度上的简化。以图4中所示的单个节点电势激励的电力网络为例,应用5阶网络模型,网络节点处发出的有功/无功功率表示如下:

$$\begin{cases} P = \frac{3}{2} \sum_{m,n=-2}^2 \frac{E_m E_n}{z_n} \cos(\alpha_n + \delta_{mn}) \\ Q = \frac{3}{2} \sum_{m,n=-2}^2 \frac{E_m E_n}{z_n} \sin(\alpha_n + \delta_{mn}) \end{cases} \quad (22)$$

观察可知,网络节点功率表达式由公式(11)中的 $(2N+1)^2$ 项减少至公式(22)中的25项。由此进一步推得图9所示两VSC系统中简化后的网络功率传输特性方程(以节点*i*为例):

$$\begin{cases} P_{ij} = \frac{3}{2} \left[\sum_{m,n=-2}^2 \frac{E_{im} E_{in}}{z_{in}} \cos(\alpha_{in} + \delta_{imn}) \right. \\ \quad \left. - \sum_{m,n=-2}^2 \frac{E_{im} E_{jn}}{z_{jn}} \cos(\alpha_{jn} + \delta_{ijmn}) \right] \\ Q_{ij} = \frac{3}{2} \left[\sum_{m,n=-2}^2 \frac{E_{im} E_{in}}{z_{in}} \sin(\alpha_{in} + \delta_{imn}) \right. \\ \quad \left. - \sum_{m,n=-2}^2 \frac{E_{im} E_{jn}}{z_{jn}} \sin(\alpha_{jn} + \delta_{ijmn}) \right] \end{cases} \quad (23)$$

显然地,双机系统中简化后的网络功率特性方程的项数仅为50项,进一步推广至包含*H*个节点的电力网络,简化后的功率特性方程项数减少了 $2H[(2N+1)^2-25]$ 项,相比于原始功率表达式更加简洁、更方便实际应用。

特别说明的是,系统振荡过程中,由不同VSC(或新能源场站)调制作用形成的各个网络节点电势的重要指标(频率/幅值调制深度及扰动频率)通常互不相同,不一定要保证每个时变幅频激励电势激励下网络模型的阶数都相同,只需要根据精度要求各自选取阶数合适的网络模型即可。

3.3 网络功率传输特性方程二次简化

应用贝赛尔降阶法能够很大程度简化振荡过程中网络功率传输特性方程,该简化方程是以适应宽频振荡系统为前提的,需要兼顾多种振荡形式,导致形式仍然略显复杂,对于更有针对性的场景可以尝试在贝赛尔降阶法的基础上对网络功

率特性方程进行二次简化。

假设一次简化时采用了5阶网络模型,以图7中节点电势分量 \dot{E}_0 所在方向为*d*轴,*q*轴超前其90度,构建*dq*旋转坐标系,将网络节点电势、网络电流转换至*dq*坐标系中可得:

$$\begin{cases} e_d = E_0 + \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_n \cos n\omega t = e_{d0} + \Delta e_d \\ e_q = 0 + \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_n \sin n\omega t = e_{q0} + \Delta e_q \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} i_d = \frac{E_0}{z_0} \cos \alpha_0 + \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 \frac{E_n}{z_n} \cos(\alpha_n - n\omega t) = i_{d0} + \Delta i_d \\ i_q = -\frac{E_0}{z_0} \sin \alpha_0 - \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 \frac{E_n}{z_n} \sin(\alpha_n - n\omega t) = i_{q0} + \Delta i_q \end{cases} \quad (25)$$

在*dq*坐标系中计算网络节点处发出的有功/无功功率并应用多元函数泰勒展开:

$$\begin{cases} P = \frac{3}{2} \left\{ (e_{d0} i_{d0} + e_{q0} i_{q0}) \right. \\ \quad \left. + [(e_{d0} \Delta i_d + i_{d0} \Delta e_d) + (e_{q0} \Delta i_q + i_{q0} \Delta e_q)] \right\} \\ Q = \frac{3}{2} \left\{ (e_{d0} i_{q0} - e_{q0} i_{d0}) \right. \\ \quad \left. + [(e_{d0} \Delta i_q + i_{q0} \Delta e_d) - (e_{q0} \Delta i_d + i_{d0} \Delta e_q)] \right\} \end{cases} \quad (26)$$

代入相关物理量后计算得到功率表达式如式(27),观察可知,在贝赛尔降阶法的基础上,利用泰勒展开后的功率表达式项数可减少16项,本文将这种二次简化的方法称之为泰勒简化法。

$$\begin{cases} P = \frac{3}{2} \left\{ \frac{E_0^2}{z_0} \cos \alpha_0 \right. \\ \quad \left. + \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_0 E_n \left[\frac{\cos(\alpha_n - n\omega t)}{z_n} + \frac{\cos(\alpha_0 + n\omega t)}{z_0} \right] \right\} \\ Q = -\frac{3}{2} \left\{ \frac{E_0^2}{z_0} \sin \alpha_0 \right. \\ \quad \left. + \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_0 E_n \left[\frac{\sin(\alpha_n - n\omega t)}{z_n} + \frac{\sin(\alpha_0 + n\omega t)}{z_0} \right] \right\} \end{cases} \quad (27)$$

将泰勒简化法应用到图9所示双VSC系统中

得到相应的网络功率传输特性方程(见附录 A)。观察可知, 双机系统的网络功率特性方程二次简化后项数仅为 18 项。推广至包含 H 个节点的电力网络, 网络功率特性方程在一次简化的基础上会进一步减少 $32H$ 项, 相比于贝赛尔降阶法的结果会更简洁且适于实际应用。

特别指出的是, 网络功率特性方程的二次简化是基于泰勒公式实现的, 对其物理意义和适用范围做出进一步说明: 泰勒简化法实质上认为节点电势的幅值/频率是在工作点 E_0/ω_0 附近变化, 这就要求节点电势的宗数 C 越小越好, 其计算精度也就越高。换句话说, 频率调制深度一定时, 系统振荡频率越高, 泰勒简化法误差越小。

4 仿真验证

4.1 网络降阶模型精度分析

在 Matlab/Simulink 中搭建了图 4 所示时变幅频节点电势激励下的三相对称电路, 以分析系统振荡过程中网络降阶模型的精度。电路参数如表 1 所示, 其中网络节点电势的物理量(扰动频率除外)与表 1 中节点 i 相同。为展现明显差别, 宗数 C 分别选取 2、1、0.5, 对应的扰动频率分别为 0.25Hz、0.5Hz、1Hz, 图 11 给出了不同扰动频率下的网络实际电流幅值/频率与考虑不同网络模型所求得的电流幅值/频率的仿真结果比较。

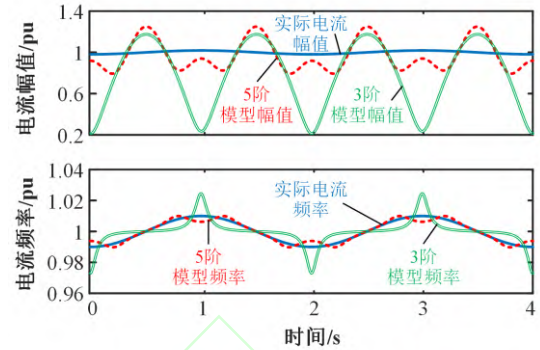
表 1 仿真系统电路参数

Tab.1 Circuit parameters of simulation systems

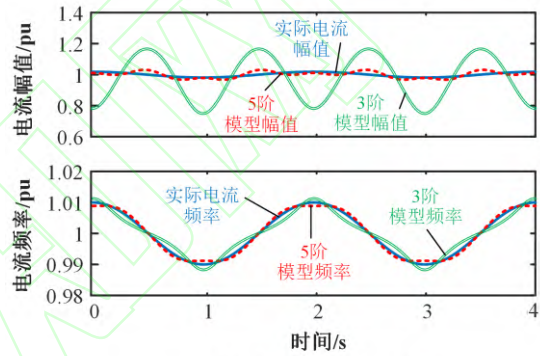
分类	物理量	数值/单位	物理量	数值/单位
节点 i	额定电压 E_{ic}	502 kV	幅值调制深度 K_{ic}	0.02
	额定频率 ω_{i0}	100 π rad/s	频率调制深度 $K_{i\omega}$	0.01
	扰动频率 f_i	10/20/40 Hz	初始相位 θ_{i0}	$\pi/3$
节点 j	额定电压 E_{jc}	500 kV	幅值调制深度 K_{jc}	0.02
	额定频率 ω_{j0}	100 π rad/s	频率调制深度 $K_{j\omega}$	0.01
	扰动频率 f_j	5/10/20 Hz	初始相位 θ_{j0}	$\pi/6$
网络	单位电感 L_l	0.89 mH/km	单位电阻 R_l	0.026 Ω /km
	线路长度 l	100 km	—	—

从图中可以发现, 高阶网络模型比低价网络模型精度高。另外, 宗数 C 越大时, 基于 5 阶/3 阶网络模型计算的电流幅值/频率均与实际电流幅值/频率存在较大偏差, 也就是说此时需要采用更高阶的网络模型来近似计算时变幅频电势激励下的网络响应电流; 而随着宗数 C 不断减小, 即对应扰动频率越来越大, 低阶网络模型的精度也

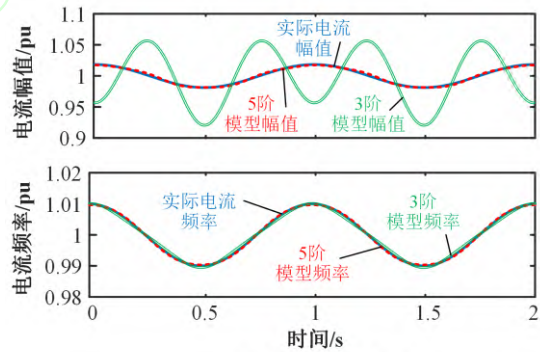
越来越高, 可逐渐代替高阶模型, 从而简化电流的计算过程。总结来说, 高阶网络模型更能适应系统宽频振荡。



(a) 节点电势宗数 $C=2$



(b) 节点电势宗数 $C=1$



(c) 节点电势宗数 $C=0.5$

图 11 不同扰动频率下的网络实际电流幅值/频率与考虑不同网络模型所求得的电流幅值/频率的仿真结果比较

Fig. 11 Simulation comparisons between the actual current amplitude/frequency and those obtained from different reduced-order network models with different disturbance frequencies

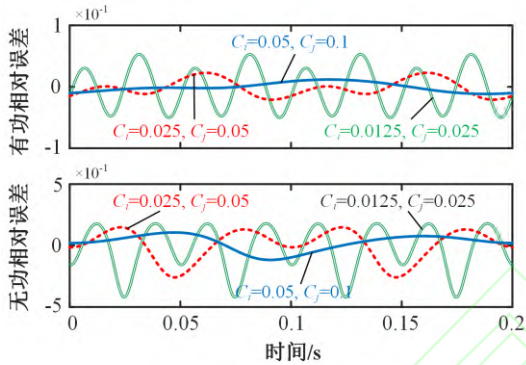
4.2 应用三种方程计算节点处功率结果的对比

根据图 9 系统结构, 在 Matlab/Simulink 中搭建了两 VSC 系统模型, 电路参数如表 1 所示, 其中各节点电势扰动频率的变化对应节点电势宗数

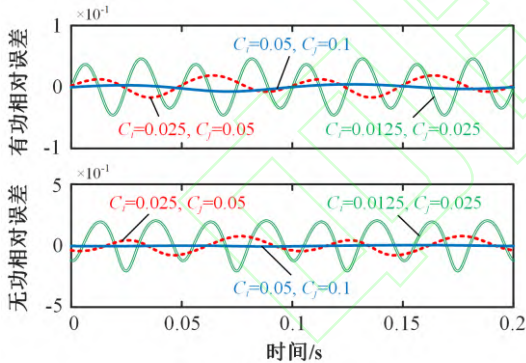
的变化。检测仿真场景中的物理量,分别带入到传统电力系统的功角特性方程、考虑分部积分第一项的功率特性方程(这两种功率特性方程表达式见附录 B)以及基于贝赛尔降阶法的功率特性方程中计算节点处功率,然后与式(10)计算的原始功率做差、做除进行比较,结果如图 13 所示,图中有功/无功功率相对误差计算公式如下:

$$\begin{cases} \eta_P = \frac{P_0 - P_i}{P_0} \\ \eta_Q = \frac{Q_0 - Q_i}{Q_0} \end{cases} \quad (28)$$

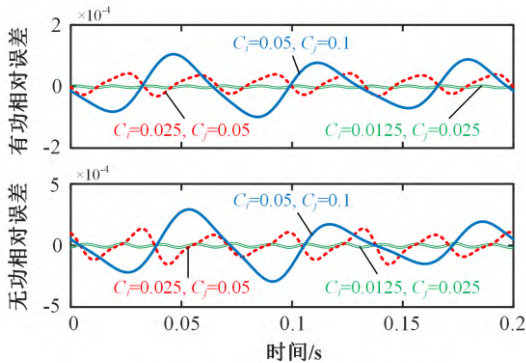
式中: P_0/Q_0 是原始有功/无功功率, P_i/Q_i 是不同功率特性方程计算得到的有功/无功功率。



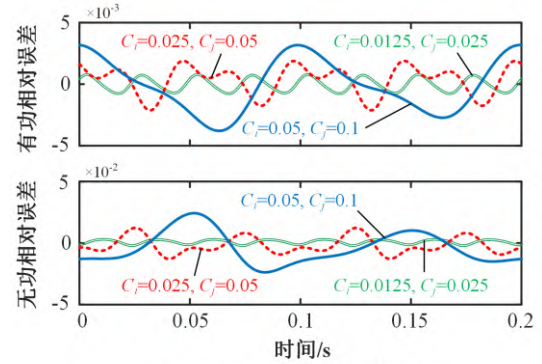
(a) 传统功角方程



(b) 分部积分法(第一项)



(c) 贝赛尔降阶法(5阶网络模型)



(d) 贝赛尔降阶法(3阶网络模型)

图 12 三种方程计算网络节点处功率的结果与原始功率的对比

Fig. 12 Comparisons of power calculations at network nodes by the three equations and the original power

根据图 12(a)-13(d), 三种功率特性方程的无功计算误差均高于有功计算误差, 说明节点电势幅值/频率的变化对网络无功传输的影响更大。另外, 图 12(a)中有功/无功最大误差为 6%/45%, 图 12(b) 中有功/无功最大误差为 5%/20%, 而图 12(c) 中有功/无功最大误差为 0.012%/0.03%, 说明基于贝赛尔降阶法的功率特性方程误差远小于现有方法的, 而且其能够保留功率信号 99% 以上的信息。图 12(a)与 12(b) 中有功/无功相对误差均与扰动频率大小呈正相关, 而图 12(c)与 12(d)中有功/无功功率相对误差则与扰动频率大小呈负相关。因此, 相比于传统功角特性方程和考虑分部积分第一项的功率特性方程, 振荡过程中本文基于贝赛尔降阶法建立的网络功率传输特性方程具有更高的精度而且能够适应更宽范围的扰动频率。分析比较图 12(c)与 12(d)可知, 高阶网络模型对应功率特性方程的精度高于低阶网络模型所对应方程的, 而且两者精度的差别随着扰动频率的增加而快速减小。

4.3 两种功率特性方程简化方法计算结果对比

为分析比较贝赛尔降阶法和泰勒简化法所对应功率特性方程的精度大小和适用范围, 带入仿真物理量到泰勒简化法对应的功率特性方程计算节点有功/无功功率相对误差, 如图 13 所示。对比图 12(c)、12(d)和图 13(a)、13(b)可知, 相比于贝赛尔降阶法, 泰勒简化法会进一步增加网络节点功率的计算误差, 要达到与贝赛尔降阶法对应功率特性方程相同的计算精度, 就要求节点电势工作点 E_c/ω_0 处的扰动频

率足够大。由 13(a)和 13(b)可知,扰动频率大小对有功/无功计算误差的影响远大于网络模型阶数,而且不同阶数模型所对应功率特性方程的计算精度差异并不明显,这是因为泰勒简化法本质上认为节点电势的幅值/频率是在工作点 E_0/ω_0 附近变化,因此泰勒简化法更适用于扰动频率较高的情形。

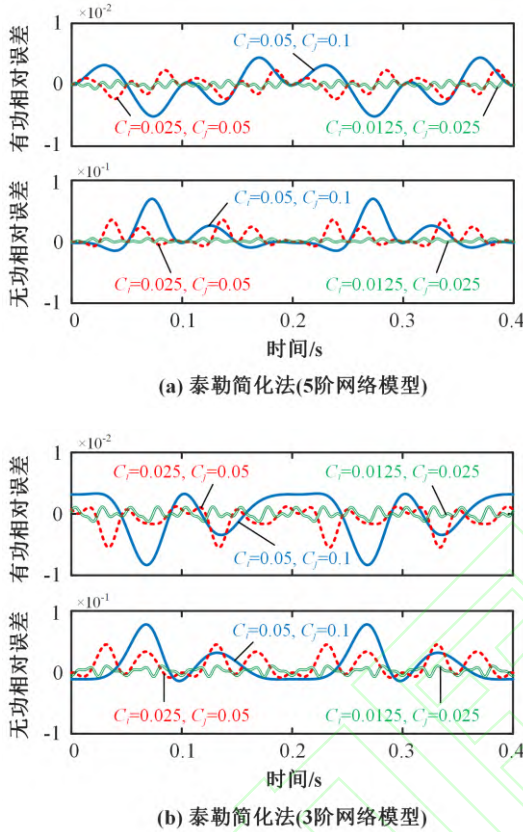


图 13 泰勒简化法对应方程的功率计算结果与原始功率的对比

Fig. 13 Comparisons of power calculations by the Taylor simplified method based equations and the original power

5 讨论

假定系统振荡过程中网络节点电势幅值/频率均按照正弦规律变化是本文研究的前提,但是很多情况下系统振荡是多个模态共同激发的结果,导致网络节点电势幅值/频率相对工作点 E_c/ω_0 会出现多个模态频率的扰动,即节点电势的瞬时幅值/瞬时频率不再是标准的正弦形式。

此时,借助希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang Transform, HHT)^[27-28]提取网络节点电势的瞬时幅值/瞬时频率后,通过 HHT、Prony 等算法^[28]即可分析出各个激发模态的幅值、相位、频率等

信息,依然可以承接本文的研究。

假设有 D 个模态共同激发系统振荡,那么节点电势的幅值/频率表示如下:

$$\begin{cases} E(t) = E_c (1 + \sum_{l=1}^D K_{el} \cos \omega_l t) \\ \Omega(t) = \omega_0 (1 + \sum_{l=1}^D K_{ol} \cos \omega_l t) \end{cases} \quad (29)$$

便于书写,下面仅对存在 2 个模态频率扰动的情况进行推导,其它情形下方法相同。运用三角函数及贝赛尔函数理论即可得到单个网络节点电势的解析化表达:

$$\begin{cases} e_a = \sum_{m,n=-N}^N E_{mn} \cos(\omega_0 t + \theta_{mn}) \\ e_b = \sum_{m,n=-N}^N E_{mn} \cos(\omega_0 t + \theta_{mn} - \frac{2}{3}\pi) \\ e_c = \sum_{m,n=-N}^N E_{mn} \cos(\omega_0 t + \theta_{mn} - \frac{4}{3}\pi) \end{cases} \quad (30)$$

式中: $\theta_{mn} = (m\omega_1 + n\omega_2)t + \theta_0$,

$$\begin{aligned} E_{mn} = & E_c J_m(C_1) J_n(C_2) \\ & + \frac{E_c K_{e1} J_n(C_2)}{2} [J_{m-1}(C_1) + J_{m+1}(C_1)] \cdot \\ & + \frac{E_c K_{e2} J_m(C_1)}{2} [J_{n-1}(C_2) + J_{n+1}(C_2)] \end{aligned}$$

其中, $C_1 = \omega_0 K_{o1}/\omega_1$, $C_2 = \omega_0 K_{o2}/\omega_2$ 。

式(33)说明工作点 E_c/ω_0 出现多个模态频率的扰动时,时变幅频电势仍旧能够展开成一系列幅值服从贝赛尔函数的不同频率分量的叠加形式,可以继续按照本文的思路推导电力网络的数学模型及功率传输特性方程。基于图 4 中的三相电路,计算出对应网络响应电流以及网络节点处发出的有功/无功功率分别如式(31)和(32)所示。

$$\begin{cases} i_a = \sum_{x,y=-N}^N \frac{E_{xy}}{Z_{xy}} \cos(\omega_0 t + \theta_{xy} - \alpha_{xy}) \\ i_b = \sum_{x,y=-N}^N \frac{E_{xy}}{Z_{xy}} \cos(\omega_0 t + \theta_{xy} - \alpha_{xy} - \frac{2}{3}\pi) \\ i_c = \sum_{x,y=-N}^N \frac{E_{xy}}{Z_{xy}} \cos(\omega_0 t + \theta_{xy} - \alpha_{xy} - \frac{4}{3}\pi) \end{cases} \quad (31)$$

另外, $\delta_{mx} = (m-x)\omega_1 t$ 代表扰动频率 ω_1 对应的同一网络节点电势不同频率分量之间的瞬时相差, $\delta_{ny} = (n-y)\omega_2 t$ 代表扰动频率 ω_2 对应的同一网络节点电势不同频率分量之间的瞬时相位差。

$$\begin{cases} P = \frac{3}{2} \sum_{\substack{m,n=-N \\ x,y=-N}}^N \frac{E_{mn} E_{xy}}{z_{xy}} \cos[\alpha_{xy} + \delta_{mx} + \delta_{ny}] \\ Q = \frac{3}{2} \sum_{\substack{m,n=-N \\ x,y=-N}}^N \frac{E_{mn} E_{xy}}{z_{xy}} \sin[\alpha_{xy} + \delta_{mx} + \delta_{ny}] \end{cases} \quad (32)$$

式中: $z_{xy} = \sqrt{[(\omega_0 + x\omega_1 + y\omega_2)L]^2 + R^2}$,

$$\alpha_{xy} = \arctg \frac{(\omega_0 + x\omega_1 + y\omega_2)L}{R}.$$

结合式(30)-(32)延伸推导, 对于包含 H 个节点的复杂网络, 当存在 D 个模态频率的扰动时, 根据 KCL 方程建立的网络模型为 $H(2N+1)^D$ 阶, 网络功率传输特性方程包含 $2H(2N+1)^{2D}$ 项, 该方程包含了巨大的计算量而不便于实际应用, 基于 G 阶网络模型的贝赛尔降阶法可将功率特性方程减少 $2H[(2N+1)^{2D}-G^2]$ 项, 而泰勒简化法可在其基础上进一步将网络功率特性方程减少 $2H(G-1)^2$ 项, 足见本文所提出的网络功率传输特性方程简化方法的重要工程意义。

6 结论

伴随电力系统电力电子化而来的是日益凸显的宽频振荡问题, 各网络节点电势的幅值/频率在振荡过程中具有时变特征。本文基于贝赛尔函数刻画了网络传输功率与各网络节点电势幅值/频率间的原始解析关系, 并提出贝赛尔降阶法和泰勒简化法对原始关系进行简化, 由此建立了复杂电力网络的功率传输特性方程。通过与现有的功率特性方程进行对比研究, 验证了本文所提网络功率传输特性方程的有效性及其适用范围。最后给出了节点电势幅值/频率非正弦变化时的研究思路。主要结论归纳如下:

1) 幅值/频率按照正弦/非正弦变化的网络节点电势均能表示为一系列幅值服从贝赛尔函数分布的不同频率分量的叠加形式, 而且正弦稳态电路的相量运算及复功率计算规则能够继续使用。

2) 贝赛尔降阶法、泰勒简化法极大简化了网络传输功率与各节点电势幅值/频率间的原始解析关系, 由此建立的多节点网络功率传输特性方程更方便描述节点电势幅值/频率变化对网络传输功率变化的影响。

3) 各节点电势的幅值/频率调制深度以及扰动频率是节点电势幅值/频率变化的直观体现, 而且各节点电势幅值/频率的变化对于无功传输的

影响大于对有功传输的影响。

4) 贝赛尔降阶法对应功率特性方程的功率计算精度与网络模型阶数和扰动频率大小均呈正相关, 而在保证计算精度不变的情况下, 网络模型阶数与扰动频率大小呈反相关; 泰勒简化法对应功率特性方程的功率计算精度对网络模型阶数的敏感度较低, 对扰动频率大小依赖性高, 更适用于扰动频率高的场景。

参考文献

- [1] 袁小明, 程时杰, 胡家兵. 电力电子化电力系统多尺度电压功角动态稳定问题[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(19): 5145-5154.
YUAN Xiaoming, CHENG Shijie, HU Jia-bing. Multi-time scale voltage and power angle dynamics in power electronics dominated large power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(19): 5145-5154 (in Chinese).
- [2] BOSE B K. Global energy scenario and impact of power electronics in 21st century[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(7): 2638-2651.
- [3] 马宁宁, 谢小荣, 贺静波, 等. 高比例新能源和电力电子设备电力系统的宽频振荡研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(15): 4719-4731.
MA Ningning, XIE Xiaorong, HE Jingbo, et al. Review of wide-band oscillation in renewable and power electronics highly integrated power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 4719-4731 (in Chinese).
- [4] 李明节, 于钊, 许涛, 等. 新能源并网系统引发的复杂振荡问题及其对策研究[J]. 电网技术, 2017, 41(4): 1035-1042.
LI Mingjie, YU Zhao, XU Tao, et al. Study of complex oscillation caused by renewable energy integration and its solution[J]. Power System Technology, 2017, 41(4): 1035-1042 (in Chinese).
- [5] XIAO Xiangning, ZHANG Jian, GAO Benfeng, et al. Simulation and study on mitigation measures of frequent subsynchronous oscillation with low amplitude at multi-power plants[J]. Science China Technological Sciences, 2013, 56(6): 1340-1353.
- [6] ADAMS J, CARTER C, HUANG S H. ERCOT experience with sub-synchronous control interaction and proposed remediation[C]//PES T&D 2012. Orlando, FL, USA: IEEE, 2012: 1-5.
- [7] WANG Liang, XIE Xiaorong, JIANG Qirong, et al. Investigation of SSR in practical DFIG-based wind farms connected to a series-compensated power system[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(5): 2772-2779.

- [8] 谢小荣, 刘华坤, 贺静波, 等. 直驱风机风电场与交流电网相互作用引发次同步振荡的机理与特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(9): 2366-2372.
- XIE Xiaorong, LIU Huakun, HE Jingbo, et al. Mechanism and characteristics of subsynchronous oscillation caused by the interaction between full-converter wind turbines and AC systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(9): 2366-2372 (in Chinese).
- [9] PILOTTO L A S, LONG W F, EDRIS A A. Basic mechanisms of control interactions among power electronic-assisted power systems[C]//2001 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition. Developing New Perspectives (Cat. No.01CH37294). Atlanta, GA, USA: IEEE, 2001: 397-402.
- [10] SUBOTIĆ I, GROß D, COLOMBINO M, et al. A Lyapunov framework for nested dynamical systems on multiple time scales with application to converter-based power systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(12): 5909-5924.
- [11] GROß D, COLOMBINO M, BROUILLON J S, et al. The effect of transmission-line dynamics on grid-forming dispatchable virtual oscillator control[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2019, 6(3): 1148-1160.
- [12] 倪以信, 陈寿孙, 张宝霖. 动态电力系统的理论和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 90-105.
- NI Yixin, CHEN Shousun, ZHANG Baolin. Theory and analysis of dynamic power system[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 90-105 (in Chinese).
- [13] 袁小明, 李胜. 电力系统中变换器电流时间尺度动态过程分析的幅值/频率调制方法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(15): 4732-4743.
- YUAN Xiaoming, LI Sheng. An amplitude/frequency modulation based method of voltage source converter for power systems dynamic analysis in current control timescale[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 4732-4743 (in Chinese).
- [14] 杨晖, 袁小明. 电力系统机电动态过程中时变幅频内电势激励下的功率特性[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(9): 3079-3089.
- YANG Hui, YUAN Xiaoming. Power characteristics with excitation of time-varying amplitude-frequency internal voltages during electromechanical dynamic process in power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(9): 3079-3089 (in Chinese).
- [15] 黄胜利. 时变动态相量理论在电力系统分析中的应用[D]. 北京: 中国电力科学研究院, 2002.
- HUANG Shengli. Application of time-varying dynamic phasor theory in analysis of electric power system[D]. Beijing: China Electric Power Research Institute, 2002 (in Chinese).
- [16] 邱丽萍, 张彦涛, 王蒙, 等. 适用于交流长线路的动态相量时域短路电流计算方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(13): 3736-3743.
- QIU Liping, ZHANG Yantao, WANG Meng, et al. Dynamic phasor time domain short-circuit current calculation method for power systems with long AC transmission lines[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(13): 3736-3743 (in Chinese).
- [17] 鄂志君, 应迪生, 陈家荣, 等. 动态相量法在电力系统仿真中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(31): 42-47.
- E Zhijun, YING Disheng, CHEN Jiarong, et al. Application of dynamic phasor in power system simulation[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(31): 42-47 (in Chinese).
- [18] 何仰赞, 温增银. 电力系统分析(下册)[M]. 3版. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 152-166.
- HE Yangzan, WEN Zengyin. Power system analysis (Volume II)[M]. 3rd ed. Wuhan: Huazhong University of Science Technology Press, 2002: 152-166 (in Chinese).
- [19] JI Yuxi, HE Wei, CHENG Shijie, et al. Dynamic network characteristics of power-electronics-based power systems[J]. Scientific Reports, 2020, 10(1): 9946.
- [20] LIU Jingyi, CHANG Yuanzhu, HU Jiabing, et al. Time-varying amplitude-frequency characteristics analysis of VSC internal voltage under grid fault[C]//2019 10th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE 2019-ECCE Asia). Busan, Korea(South): IEEE, 2019: 2905-2910.
- [21] XIE Zhenhai, CHANG Yuanzhu, HU Jiabing. AC network response behaviors to time-varying amplitude-frequency internal voltage of voltage source converters[C]//2019 10th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE 2019-ECCE Asia). Busan, Korea(South): IEEE, 2019: 2592-2597.
- [22] 全相军, 张从越, 吴在军, 等. 电压控制型并网逆变器瞬时功率降阶控制方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(2): 139-147.
- QUAN Xiangjun, ZHANG Congyue, WU Zaijun, et al. Order-reduced control method of instantaneous power for voltage-controlled grid-connected inverter[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(2): 139-147 (in Chinese).
- [23] 姜玉霞, 田艳军, 李永刚. 有功功率载荷波动对分布式发电并网逆变器稳定影响分析及其改进控制策略

- [J]. 电网技术, 2020, 44(2): 646-654.
- JIANG Yuxia, TIAN Yanjun, LI Yonggang. Analysis of the influence of active power load fluctuation on the stability of distributed generation grid-connected inverter and improved control strategy[J]. Power System Technology, 2020, 44(2): 646-654 (in Chinese).
- [24] 张兴, 张崇巍. PWM 整流器及其控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012: 235-254.
- ZHANG Xing, ZHANG Chongwei. PWM rectifier and its control[M]. Beijing: China Machine Press, 2012: 235-254 (in Chinese).
- [25] AKAGI H, WATANABE E H, AREDES M. 瞬时功率理论及其在电力调节中的应用[M]. 徐政, 译. 北京: 机械工业出版社, 2009: 34-88.
- AKAGI H, WATANABE E H, AREDES M. Instantaneous power theory and applications to power conditioning[M]. XU Zheng, trans. Beijing: China Machine Press, 2009: 34-88 (in Chinese).
- [26] 张亮亮, 雷银照. 相量法历史上的三篇经典文献[J]. 电工技术学报, 2013, 28(1): 94-100.
- ZHANG Liangliang, LEI Yinzha. Three classical papers on the history of the phasor method[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, 28(1): 94-100 (in Chinese).
- [27] HUANG N E, SHEN S S P. 希尔伯特-黄变换及其应用[M]. 张海勇, 韩东, 王芳, 等, 译. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2017: 3-25.
- HUANG N E, SHEN S S P. Hilbert-Huang transform and its applications[M]. ZHANG Haiyong, HAN Dong, WANG Fang, et al, trans. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2017: 3-25 (in Chinese).
- [28] 杨德昌, REHTANZ C, 李勇, 等. 基于改进希尔伯特-黄变换算法的电力系统低频振荡分析[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(10): 102-108.
- YANG Dechang, REHTANZ C, LI Yong, et al. Researching on low frequency oscillation in power system based on improved HHT algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(10): 102-108 (in Chinese).

附录 A

图 9 两机系统应用泰勒简化法后的网络功率传输特性方程 (以节点 i 为例):

$$P_{ij} = \frac{3}{2} \left\{ \frac{E_{i0}^2}{z_{i0}} \cos \alpha_{i0} - \frac{E_{i0} E_{j0}}{z_{j0}} \cos(\alpha_{j0} + \delta_{ij}) + \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_{i0} E_{in} \left[\frac{\cos(\alpha_{in} - n\omega_i t)}{z_{in}} + \frac{\cos(\alpha_{i0} + n\omega_i t)}{z_{i0}} \right] - \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_{i0} E_{jn} \frac{\cos(\alpha_{jn} + \delta_{ij} - n\omega_j t)}{z_{jn}} - \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_{j0} E_{in} \frac{\cos(\alpha_{j0} + \delta_{ij} + n\omega_i t)}{z_{j0}} \right\} \quad (A1)$$

$$Q_{ij} = -\frac{3}{2} \left\{ \frac{E_{i0}^2}{z_{i0}} \sin \alpha_{i0} - \frac{E_{i0} E_{j0}}{z_{j0}} \sin(\alpha_{j0} + \delta_{ij}) + \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_{i0} E_{in} \left[\frac{\sin(\alpha_{in} - n\omega_i t)}{z_{in}} + \frac{\sin(\alpha_{i0} + n\omega_i t)}{z_{i0}} \right] - \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_{i0} E_{jn} \frac{\sin(\alpha_{jn} + \delta_{ij} - n\omega_j t)}{z_{jn}} - \sum_{\substack{n=-2 \\ n \neq 0}}^2 E_{j0} E_{in} \frac{\sin(\alpha_{j0} + \delta_{ij} + n\omega_i t)}{z_{j0}} \right\} \quad (A2)$$

附录 B

图 9 中的两机系统两种形式的网络功率传输特性方程如下(以节点 i 为例):

1) 传统功角特性方程:

$$\begin{cases} P_{ij} = \frac{3}{2} \left[-\frac{E_i(t) E_j(t)}{z_0} \cos(\alpha_0 + \delta_{ij}(t)) + \frac{E_i^2(t)}{z_0} \cos \alpha_0 \right] \\ Q_{ij} = \frac{3}{2} \left[-\frac{E_i(t) E_j(t)}{z_0} \sin(\alpha_0 + \delta_{ij}(t)) + \frac{E_i^2(t)}{z_0} \sin \alpha_0 \right] \end{cases} \quad (B1)$$

式中: $z_0 = \sqrt{(\omega_0 L_{ij})^2 + R_{ij}^2}$, $\alpha_0 = \arctg(\omega_0 L_{ij}/R_{ij})$, $E_i(t)$ 和 $E_j(t)$ 分别是节点电势 i 和节点电势 j 的瞬时幅值, $\delta_{ij}(t)$ 是节点电势 i 和节点电势 j 的瞬时相位差。

2) 保留分部积分第一项所得网络功率特性方程:

$$\begin{cases} P_{ij} = \frac{3}{2} \left[-\frac{E_i(t) E_j(t)}{z_j} \cos(\alpha_j + \delta_{ij}(t)) + \frac{E_i^2(t)}{z_i} \cos \alpha_i \right] \\ Q_{ij} = \frac{3}{2} \left[-\frac{E_i(t) E_j(t)}{z_j} \sin(\alpha_j + \delta_{ij}(t)) + \frac{E_i^2(t)}{z_i} \sin \alpha_i \right] \end{cases} \quad (B2)$$

式中: $z_i = \sqrt{(\Omega_i(t) L_{ij})^2 + R_{ij}^2}$, $\alpha_i = \arctg(\Omega_i(t) L_{ij}/R_{ij})$; $z_j = \sqrt{(\Omega_j(t) L_{ij})^2 + R_{ij}^2}$, $\alpha_j = \arctg(\Omega_j(t) L_{ij}/R_{ij})$ 。 $\Omega_i(t)$ 和 $\Omega_j(t)$ 分别是节点电势 i 和节点电势 j 的瞬时频率。

收稿日期: 2021-06-05。

作者简介:



陶亮(1993), 男, 博士研究生, 研究方向为交流网络数学建模及功率传输特性分析、基于虚拟同步发电机技术的交流电机驱动控制, taoliang@whu.edu.cn;

查晓明(1967), 男, 二级教授, 博士

生导师, 研究方向为电力电子功率变换及系统、智能电网及新能源发电中的电力电子技术应用、电能质量分析与控制、高压大功率电机的变频调速技术等, xzmzha@whu.edu.cn。

(责任编辑 李小丫)

Bessel Function Based Modeling and Power Transmission Characteristics Analysis of Power Networks Excited with Time-Varying Amplitude-Frequency Potentials

TAO Liang, ZHA Xiaoming, TIAN Zhen, SUN Jianjun, YU Pan, TANG Yingjie

(School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University, Wuhan, 430072, Hubei Province, China)

KEY WORDS: power networks; node potentials; network power transmission characteristics; instantaneous amplitude/frequency; Bessel function; broadband oscillation

With a large number of power electronic converters connected to power systems, the problems related to the broadband oscillation become more and more prominent. Power networks and converter control loops are strongly coupled in the electromagnetic time scale, and the network dynamic characteristics must be considered when analyzing the oscillation mechanism. During the system oscillation, the node potential amplitudes/frequencies are time-varying. The power angle characteristic equation of conventional power systems is based on "quasi steady state" and phasor analysis, which is not suitable for the networks excited with time-varying amplitude/frequency potentials. Therefore, this paper proposes a Bessel function-based method to establish the network power transmission characteristic equations for broadband oscillation systems.

Firstly, the time-varying amplitude-frequency node potentials of power networks are expressed as the superposition form of a series of different frequency components whose amplitudes conform to Bessel function distributions, as shown in (3). Applying the superposition theorem, the current of power networks excited with multiple node potentials can be obtained. During the oscillations, the power network model can be composed of various impedances at different frequencies, as given in Fig. 6, which reflects the internal relationship between the current components of power networks excited with time-varying amplitude frequency potentials.

Then, the calculation formulas of active/reactive power at network nodes are deduced, as shown in (13), and the applicability of the complex power concept of

three-phase steady-state circuit in the power analysis of system oscillation process is proved. The power transmission characteristic equations of networks consisting of H nodes are also introduced, as shown in (19)-(21). The disturbance frequency, amplitude modulation depth and frequency modulation depth of each node potential are the intuitive embodiment of the variation law of node potential amplitudes/frequencies.

To facilitate the engineering applications, the reduced-order model of power networks is presented and it is suitable for the broadband oscillation systems. Also, the Bessel function-based order reduction method is proposed to study the approximate expressions of the power transmission characteristic equations, and the final expressions reduce $2H[(2N+1)^2-25]$ items given in (24). To further simplify above expressions, the Taylor formula is introduced. The network power transmission characteristic equations further reduce $32H$ items compared with first approximation, but it is more suitable for systems with high oscillation frequency.

Finally, the precision of the network reduced-order model is discussed with time simulations, and the model accuracy is both positively related to the model order and the oscillation frequency. The proposed power transmission characteristic equations are compared with the current researches, which verifies that the proposed equations are superior to others and apply to broadband oscillation systems. The effects of primary approximation and secondary approximation for proposed power equations are also compared, and their applicable conditions are listed. At the end of this paper, the research idea is

given when the amplitudes/frequencies of the network node potentials are non-sinusoidal.

The contributions of this paper are as follows:

1) From the perspective of signal processing, the time-varying amplitude-frequency potentials can be decomposed via Bessel function theory, which makes it possible to use phasor method and complex power calculation formula in the process of system oscillation.

2) Compared with the existing researches, the equa-

tions established in this paper possess the advantages of high calculation accuracy, suitable for broadband oscillation systems, simple mathematical form and so on.

3) In terms of application, the methods and conclusions in this paper lay the foundations for network impedance identification in the process of system oscillation, analyzing the oscillation generation mechanism of power electronic power systems, and presenting effective oscillation suppression strategies.

