

基于不确定测度的电力系统抗差状态估计

(一)理论基础

陈艳波¹, 谢瀚阳², 王金丽³, 王 鹏³, 薛儒涛¹, 王若兰¹

(1. 华北电力大学电气与电子工程学院, 北京市 102206; 2. 广东电网有限责任公司信息中心, 广东省广州市 510600;

3. 中国电力科学研究院有限公司, 北京市 100192)

摘要: 传统电力系统状态估计的理论基础是传统统计学的大数定律, 即当量测量的数目趋近于无穷大时, 估计值以概率为 1 逼近于真值。而实际系统中量测量的数目有限, 有时甚至是小样本, 此时传统状态估计的评价指标和估计精度没有理论上的保证。针对这种情况, 引入不确定理论体系下不确定测度概念, 阐述了在状态估计中不确定测度与测量不确定度和量测误差的区别与联系; 进一步在不确定理论体系下, 重新给出了正常测点、异常测点、测点正常率的定义, 并提出考虑正常率和量测量偏离真值程度的新的状态估计结果评价指标, 证明了其合理性。

关键词: 状态估计; 不确定测度; 不确定理论; 正常率; 偏离度

0 引言

电力系统状态估计(state estimation, SE)是能量管理系统(energy management system, EMS)的基础和核心组成部分。高性能的 SE 可为 EMS 提供准确可靠的系统运行数据, 是 EMS 各项高级应用正常运行的保证。SE 的基本原理是在某个网络模型下, 按照一定的准则函数, 选择与量测数据拟合最好的一组电力系统状态变量(状态变量一般指的是系统中除参考节点相角以外的节点电压复相量)。采用不同的准则函数, 可得到不同的 SE 方法和估计结果, 而其共同点都基于一个朴素的想法, 就是设法区分出“好”数据和“坏”数据, 使“好”数据对准则函数的贡献大, “坏”数据对准则函数的贡献小。

传统 SE 方法主要包括加权最小二乘法(weighted least squares, WLS)估计^[1]、加权最小绝对值(weighted least absolute value, WLAV)估计^[2-3]、非二次准则 QL(quadratic-linear)估计和 QC(quadratic-constant)估计^[4]等, 这些方法建立在残差概念基础上, 其准则函数都是最小化残差的某个函数, 并通过残差来区分量测数据的“好坏”。

文献[5-7]基于测量不确定度提出了最大正常测点率(maximum normal measurement rate,

MNMR)状态估计, 定义了正常测点及正常测点率, 并以正常测点率最高为准则函数。MNMR 状态估计的基本思想是通过量测值是否落入量测值的不确定区间来区分量测数据的“好坏”, 落在区间内的数据被认为是“好”数据, 否则被判定为“坏”数据。

综上, 电力系统 SE 发展至今, 用以区分“好坏”的准则函数基本都建立在残差概念或测量不确定度的基础上。从数学上看, 基于残差概念的 SE 都是建立在概率统计基础上: 当量测量的数目趋近于无穷大时, 估计值以概率为 1 逼近于真值; 测量不确定度也是依据大量样本用统计方法评定的物理量, 与统计标准差相关。在存在大量数据样本时, 根据大数定律, 基于残差和测量不确定度的 SE 方法, 其估计结果可合理地描述真实状态。然而实际系统中量测量的数目有限, 有时甚至是小样本, 此时若直接使用小样本或者假定主观先验概率去应用概率统计的数学系统进行计算和求解, 估计结果没有理论上的保证^[8]。

为合理处理现实中小样本和主观信息的情况, 文献[9-10]提出了与概率论平行的一套不确定理论。该理论定义了具有规范性、单调性、自对偶性、可列次可加性的不确定测度, 用以表征没有充足数据时的不确定现象。显然, 在理论上不确定理论更适于处理 SE 问题, 其解决思路是合理处理已知的量测信息, 用不确定测度表征量测数据偏离真值的程度, 以此来区别量测数据的“好坏”。

本文是系列文章(共 3 篇)的首篇, 介绍了不确

收稿日期: 2016-12-13; 修回日期: 2017-06-09。

上网日期: 2017-11-24。

国家自然科学基金资助项目(51407069); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2016YQ02)。

定测度概念,阐述了在 SE 中不确定测度和测量不确定度与量测误差的区别与联系;然后在不确定理论体系下,重新定义了正常测点、异常测点、测点正常率,在此基础上提出考虑测点正常率和量测量偏离真值程度的新的 SE 结果评价新指标,可以应用在真值已知或未知的情况。

1 不确定测度简介

基于规范性公理、对偶性公理、次可加公理,Liu 在 2007 年提出了不确定测度这一数学工具^[9]。2010 年,Liu 又补充了乘积公理,从而解决了独立事件的不确定测度问题^[11]。此后,不确定测度得到了迅猛的发展,并成为了不确定理论的严格公理基础。以下简要介绍。

令 Γ 是一个非空集合, L 是 Γ 上的 σ -代数。 L 中的每一个元素称为一个事件。不确定测度是从 L 到 $[0,1]$ 的函数。为了公理化定义不确定测度,每个事件 Δ 都有一个测度值 $M\{\Delta\}$,这个测度是事件 Δ 会发生的信度。为合理处理专家信度,Liu 提出不确定测度应满足以下 4 条公理^[9]。

公理 1(规范性):对于全集 $\Gamma, M\{\Gamma\}=1$ 。

公理 2(自对偶性):对于任意事件 $\Delta \in L, M\{\Delta\}+M\{\Delta^c\}=1$,其中 Δ^c 表示对偶事件。

公理 3(次可加性):对于任意可数的事件序列 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_i$, 都有

$$M\left\{\bigcup_{i=1}^{\infty} \Delta_i\right\} \leq \sum_{i=1}^{\infty} M\{\Delta_i\} \quad (1)$$

则称 M 为不确定测度。此时,称三元组 (Γ, L, M) 为一个不确定空间。

公理 4(乘积公理):令 $(\Gamma_k, L_k, M_k), k=1, 2, \dots$ 是不确定空间。记 $\Gamma_k = \Gamma_1 \Gamma_2 \dots, L_k = L_1 L_2 \dots$ 。不确定乘积测度 M 是满足下式的不确定测度:

$$M\left\{\prod_{k=1}^{\infty} \Delta_k\right\} = \prod_{k=1}^{\infty} M\{\Delta_k\} \quad (2)$$

式中: Δ_k 为 L_k 中任意选取的事件, $k=1, 2, \dots$; \wedge 表示两个或多个元素之间取最小值。

不确定理论与概率论的主要区别在于:①不确定理论中,两个独立事件同时发生的不确定测度是每个事件单独发生的不确定测度中最小的那一个,而概率论中,两个独立事件同时发生的概率是每个事件单独发生概率的乘积;②不确定变量的特征通过不确定分布来刻画,不确定分布是根据极大熵原理来确定,而概率论中,随机变量的概率分布是根据充足的样本数据依频率理论确定。

综上,不确定理论与概率论是两个完全不同的数学系统。应用概率论的前提是必须有充足的样本

数据,进而得到正确的概率分布函数;而现实中,存在没有观测数据,或者只有少量观测数据的问题,这时适宜采用不确定理论来处理这类问题。

2 SE 中不确定测度与测量不确定度和误差的关系

2.1 误差

在测量学领域,误差是一个通用性概念,一般认为误差是被测量的真实值与测量值的一种抽象距离。在经典测量误差理论中,其定义描述如下:设 n 个观测量为 Z_1, Z_2, \dots, Z_n , 其真值为 $\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \dots, \bar{Z}_n$, 两者一般不相等,它们之间的差值定义为误差 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$, 有如下关系式:

$$\epsilon_i = \bar{Z}_i - Z_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

由于真值 $\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \dots, \bar{Z}_n$ 通常未知,仅在仿真分析中可假设已知,因此式(3)只能作为误差的理论定义,在实际计算中无法使用,这一点说明了误差用于量度观测值的缺陷性。

2.2 测量不确定度

由于受误差的影响,量测值不可避免地具有不确定性。测量数据的不确定性表征的是测量的精确程度,以“不确定度”作为指标,它也是评价测量方法优劣的基本指标之一。

测量不确定度反映了被测量值在随机因素影响下的分散性^[12],是被测量值标准差的线性函数,通常以重复测量序列的标准差 σ (即标准不确定度 u) 乘以包含因子 k 的扩展不确定度 U 来评定($k=1$ 时,为标准不确定度),如式(4)表示:

$$U = k\sigma \quad (4)$$

式中:因子 k 是相对应于置信概率 P 的置信系数,置信概率 P 为测量数据位于区间 $(-k\sigma, k\sigma)$ 的概率,在实际应用中置信概率通常取约定值。例如, $k=3$ 时,若对应的不确定分布为正态分布时,置信概率 $P=99.7\%$,即

$$P(|\bar{Z} - Z| \leq 3\sigma) = 99.7\% \quad (5)$$

不确定度的基本表征参数是标准差,不确定度的估计方法取决于标准差的估计方法,一般而言可归结为统计和非统计两类方法。基于统计方法的不确定度估计是利用一定数量的测量数据,按数理统计的方法给出测量不确定度,所得结果一般具有明确的概率意义和一定的客观性。基于非统计方法的不确定度估计是在详细考量测量过程的基础上,根据有关信息来评定,即通过一个假定的概率密度函数得到,此函数表示事件发生的可信程度,即主观概率或先验概率。

对于 SE 问题,量测量的样本有限,因此文献[5-7]使用非统计方法进行测量不确定度的估计,从而得到主观的信度函数。然而,诺贝尔奖得主 Kahneman 和 Tversky 的调研结果表明^[13],主观的信度函数通常比实际频率有更大的方差,也就是说信度函数并不接近实际的频率。因此,对于 SE 来说,当量测样本数量有限时,坚持用概率论的数学方法计算基于主观信度函数的测量不确定度,其估计结果缺乏严格的理论依据。

2.3 不确定测度

不确定理论能合理地通过处理主观信度从而给出不确定量的描述(即不确定测度)。不确定测度的定义为:对某一测点 i ,真值 \bar{Z}_i 落在 $(Z_i - \theta, Z_i + \theta)$ 之内的置信水平为 α ,满足

$$M\{|\bar{Z}_i - Z_i| \leq \theta\} = \alpha \quad i=1,2,\dots,n \quad (6)$$

式(6)中的不确定度 θ 和置信水平 α 根据现有的信息用极大熵原理确定,即由极大熵原理选取满足约束且使该不确定变量的熵达到最大的不确定分布函数,从而得到对应分布的 θ 和 α 。以下由两个例子进行说明。设某一测点 i 的误差 $\varepsilon_i = \bar{Z}_i - Z_i$ 为连续的不确定变量,其辨识函数为 $\Phi(x)$ 。

1) 仅已知量测方差为 σ^2 。根据不确定公理 1 (规范性公理)和误差定理中误差的期望为 0,有如下约束:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x) dx = 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x \Phi(x) dx = 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \Phi(x) dx = \sigma^2 \end{cases} \quad (7)$$

根据极大熵原理,求解使该不确定变量的熵达到最大的不确定分布函数,即求解如下的数学优化问题:

$$\begin{cases} \max H[\varepsilon_i] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\Phi(x)) dx \\ \text{s.t.} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x) dx = 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x \Phi(x) dx = 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \Phi(x) dx = \sigma^2 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $S(t) = -t \ln t - (1-t) \ln(1-t)$ 。

可解得最优解:最优不确定分布辨识函数

$\Phi(x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} / (\sqrt{2\pi}\sigma)$, 为正态分布。

2) 仅已知左右区间为 $(-b, b)$ 。同理可转化为求解如下数学优化问题:

$$\begin{cases} \max H[\varepsilon_i] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\Phi(x)) dx \\ \text{s.t.} \quad \int_{-b}^b \Phi(x) dx = 1 \end{cases} \quad (9)$$

可解得最优解:最优不确定分布辨识函数为均匀分布,具体如下

$$\Phi(x) = \begin{cases} 0 & x \in (-\infty, -b) \\ \frac{1}{2b} & x \in [-b, b] \\ 1 & x \in (b, +\infty) \end{cases} \quad (10)$$

正态分布与均匀分布的确定如附录 A 表 A1 所示。上述确定最优不确定分布的优化问题一般运用拉格朗日函数法进行求解。

2.4 三者之间的关系概括

值得注意的是,测量不确定度与不确定测度都是变量取值不确定性的一种量度,可以统一到熵意义上的不确定度^[14]。其中使用不确定测度描述量测误差的原理可概括为:基于极大熵原理处理已知的有限主观信息,得到合理的不确定描述;而使用测量不确定度描述的量测误差反映在随机变量取值概率分布的形式及分布范围上,对于确定的分布形式,其熵计算结果存在一个共有的形式:

$$H(x) = \ln(2k_d \sigma_s) \quad (11)$$

式中: k_d 为与概率分布形式有关的常数,可称为熵系数; σ_s 为标准不确定度。

也就是说,当有大量统计样本支撑时,变量的分布确定,测量不确定度的意义明确,熵值固定;而没有统计信息,只有主观信息时,测量不确定度假定变量服从先验概率分布进而进行计算,此时熵也是通过假定的概率分布计算而得,实际意义不大。而不确定测度在没有统计信息或只有少量统计信息时,通过极大化熵,得到最优化的不确定分布来描述误差,以此来合理处理主观信息,从而更符合实际情况。

在 SE 中,量测量的样本(数量)是有限的,甚至可以说是小样本的^[8],因此,若采用不确定测度处理主观信息,则得到的量测误差描述更具有合理性。

3 SE 结果评价新指标

3.1 基于不确定测度的 SE 评价方法

在真值未知情况下,如何科学合理地给出 SE 结果的评价指标,是长期困扰 SE 的难题。由于真值未知,误差仅具有理论意义,实际上难以操作和使用。与直接用测量误差描述不同,不确定测度可以在确定误差分布的基础上,实现定量评估,并可按置信概率给出置信区间。基于不确定理论,可以方便

定义 SE 结果评价指标,其原理简述如下。

由测点误差确定测度的定义可知,对某一测点 i ,真值 \bar{Z}_i 落在 $(Z_i - \theta_i, Z_i + \theta_i)$ 之内的置信水平为 α ,即

$$M\{|h_i(\bar{x}) - Z_i| \leq \theta_i\} = \alpha \quad i=1,2,\dots,n \quad (12)$$

式中: \bar{x} 为系统真实状态; $h_i(\cdot)$ 为测点 i 的量测函数; θ_i 为与置信水平 α 对应的测点 i 的不确定度。

以下基于不确定测度对正常测点、异常测点、测点正常率进行定义。

定义 1 设 θ_i 为置信水平 α 下测点 i 的不确定度,对于测点 i 若有

$$|h_i(\hat{x}) - Z_i| \leq \theta_i \quad (13)$$

则称在 SE 结果 \hat{x} (状态变量估计值) 下测点 i 是正常测点;反之,称为异常测点。

根据不确定测度的乘积公理,假设系统中所有 m 个测点相互独立,其中 n ($n \leq m$) 个测点为正常测点,其余测点为异常测点,则测点的不确定测度为:

$$M = \bigwedge (\underbrace{\alpha, \dots, \alpha}_{n \text{ 个}}, \underbrace{(1-\alpha), \dots, (1-\alpha)}_{(m-n) \text{ 个}}) \quad (14)$$

定义 2 设 \hat{x} 为 SE 结果,由定义 1 计算得到此时正常量测数目为 n ,则 SE 结果 \hat{x} 下测点正常率为:

$$\eta = \frac{n}{m} \times 100\% \quad (15)$$

可以根据测点正常率对 SE 结果作出评价,测点正常率越高,SE 结果越合理,证明如下。

定理 1 设测点量测误差的不确定测度的置信水平均为 α ($\alpha > 0.5$), $\hat{x}^{(1)}$, $\hat{x}^{(2)}$ 为两组 SE 结果, $\hat{x}^{(1)}$ 和 $\hat{x}^{(2)}$ 下系统分别有特定的 n_1 ($n_1 \leq m$) 和 n_2 ($n_2 \leq m$) 个测点是正常测点。为不失一般性,假设 $n_1 > n_2$,则 $\hat{x}^{(1)}$ 较 $\hat{x}^{(2)}$ 更具合理性。

证明。

1) $n_2 < n_1 = m$ 的情况

此时, $\hat{x}^{(1)}$ 下没有异常量测,系统正常量测的不确定测度为:

$$M_1 = \bigwedge (\underbrace{\alpha, \dots, \alpha}_{m \text{ 个}}) = \alpha \quad (16)$$

$\hat{x}^{(2)}$ 下,由于 $n_2 < m$,存在异常量测,系统正常量测的不确定测度为:

$$M_2 = \bigwedge (\underbrace{\alpha, \dots, \alpha}_{n_2 \text{ 个}}, \underbrace{(1-\alpha), \dots, (1-\alpha)}_{(m-n_2) \text{ 个}}) = 1-\alpha \quad (17)$$

考虑到 $\alpha > 0.5$,则 $M_1 > M_2$,因此估计结果 $\hat{x}^{(1)}$ 比 $\hat{x}^{(2)}$ 得到系统正常量测集的可能性要大,从而

$\hat{x}^{(1)}$ 较 $\hat{x}^{(2)}$ 更接近系统的真实状态。

2) $n_2 < n_1 < m$ 的情况

在 $n_2 < n_1 < m$ 情况下,根据 $\hat{x}^{(1)}$ 和 $\hat{x}^{(2)}$ 得到系统正常量测的不确定测度相同(都是 $1-\alpha$)。这是因为,不确定理论中,若干个独立事件同时发生的不确定测度是每个事件发生的不确定测度中最小的那一个,因此此时不能直接根据估计结果 $\hat{x}^{(1)}$ 和 $\hat{x}^{(2)}$ 分别得到的系统正常量测的不确定测度来比较估计结果的好坏。

为比较 $n_2 < n_1 < m$ 情况下估计结果的好坏,引入不确定理论中 k/m 不确定系统^[15] 概念。对于 SE,总测点数目为 m ,若估计结果 \hat{x} 对应正常量测点的个数不小于 k ,这样的系统称为 k/m 系统。

k/m 系统中正常量测的不确定测度定义为:

$$M_{k-m} = (k - \max)[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m] \quad (18)$$

式中: $(k - \max)[\cdot]$ 为运算符,其计算规则是在 m 个测点中,任取 k 个测点得到其对应的不确定测度,然后在这 C_m^k 组不确定测度中取最大值,即为 k/m 系统的不确定测度。简言之, k/m 系统的不确定测度即为 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中任取 k 个最小值中的最大值。

取 $k = n_1$,将量测系统看作 n_1/m 不确定系统,对于 $\hat{x}^{(1)}$, n_1/m 不确定系统正常量测的不确定测度为:

$$M_{n_1-m}^1 = (n_1 - \max)[\underbrace{\alpha, \dots, \alpha}_{n_1 \text{ 个}}, \underbrace{(1-\alpha), \dots, (1-\alpha)}_{(m-n_1) \text{ 个}}] = \alpha \quad (19)$$

$\hat{x}^{(2)}$ 下, n_1/m 不确定系统正常量测的不确定测度为:

$$M_{n_1-m}^2 = (n_1 - \max)[\underbrace{\alpha, \dots, \alpha}_{n_2 \text{ 个}}, \underbrace{(1-\alpha), \dots, (1-\alpha)}_{(m-n_2) \text{ 个}}] = 1-\alpha \quad (20)$$

故有

$$M_{n_1-m}^1\{S\} > M_{n_1-m}^2\{S\} \quad (21)$$

同法可得 k 为其他值时,估计结果 $\hat{x}^{(1)}$ 与 $\hat{x}^{(2)}$ 下, k/m 系统正常量测的不确定测度对比如表 1 所示。

表 1 k/m 系统正常量测的不确定测度
Table 1 Uncertain measure of k/m system in normal measurements

k 取值	M_{k-m}^1	M_{k-m}^2
$[0, n_2]$	α	α
$(n_2, n_1]$	α	$1-\alpha$
$(n_1, m]$	$1-\alpha$	$1-\alpha$

以上分析表明,在满足 $n_1 (n_1 > n_2)$ 个测点为正常量测的量测系统中,估计结果 $\hat{x}^{(1)}$ 对应的正常量测不确定度比 $\hat{x}^{(2)}$ 大,即 $\hat{x}^{(1)}$ 较 $\hat{x}^{(2)}$ 得到系统正常量测集的可能性大,因此 $\hat{x}^{(1)}$ 较 $\hat{x}^{(2)}$ 更接近系统的真实状态。

〈证毕〉

由定理 1 可知,基于不确定测度的测点正常率可以很好地描述 SE 结果的合理性。而如果在某一不确定度 θ_i 下,估计结果 $\hat{x}^{(1)}$ 和 $\hat{x}^{(2)}$ 的测点正常率相同时,由定理 1 可知这两个结果具有相同的合理性。此时,无法依据测点正常率判定 $\hat{x}^{(1)}$ 和 $\hat{x}^{(2)}$ 的优劣。为解决此问题,本文考虑在进行 SE 结果对比时,将测点正常率和量测值偏离真值程度结合起来,从而提出一项新的 SE 结果评价指标。

3.2 兼顾测点正常率的新指标——偏离度

3.2.1 偏离度的定义

由式(11)测点误差不确定测度的定义可知,真值落入 $(Z_i - \theta, Z_i + \theta)$ 之内的置信水平为 α ,而 α 一般取大于 0.5 的值。由不确定随机变量的大数定律^[16]可推断:若量测估计值落入 $(Z_i - \theta, Z_i + \theta)$ 之内时,该估计值是合理的,对应测点为正常测点。

对于同一测点,在根据极大熵原理确定了不确定分布类型之后,理论上可取任何置信水平 α 下的不确定度 θ_i 。若在置信水平 $\alpha_1 (\alpha_1 > 0.5)$ 下 $\hat{x}^{(1)}$ 和 $\hat{x}^{(2)}$ 对应的测点正常率相同,则取置信水平 $\alpha_2 (0.5 < \alpha_2 < \alpha_1)$,可进一步判别 $\hat{x}^{(1)}$ 和 $\hat{x}^{(2)}$ 的优劣。这是因为 α 越低,则对应的区间 $(Z_i - \theta_i, Z_i + \theta_i)$ 宽度越窄,测点被判定为正常量测的条件越苛刻,量测估计值与量测真值越接近。

基于此,根据系统正常量测的不确定测度定义,为保证估计结果的合理性,应该满足:①系统不确定测度 M 和 k/m 系统不确定测度 M_{k-m} 尽可能落在 $(0.5, 1]$ 这个开区间内,这样分别表明系统没有异常量测和满足至少存在 k 个正常量测;②进一步, M 和 M_{k-m} 尽可能接近 0.5^+ (0.5 的右极限值),此时量测估计值和量测真值落入的区间 $(Z_i - \theta_i, Z_i + \theta_i)$ 更小,换言之,量测估计值更接近于量测真值。

为此可基于不确定测度给出新的评价指标:兼顾测点正常率的偏离度 Δ_{n-m} ,以考察一定不确定分布下区间 $(Z_i - \theta_i, Z_i + \theta_i)$ 的大小。

定义 3 设系统中 m 个测点相互独立,其中有特定的 $n (n < m)$ 个测点为正常测点。那么这 n 个正常测点的量测值偏离其量测估计值的程度称为兼顾测点正常率的偏离度,表示为:

$$\Delta_{n-m} = M_{n-m} - 0.5 \quad (22)$$

其中

$$M_{n-m} = (n - \max) [\underbrace{\alpha, \dots, \alpha}_n, \underbrace{(1-\alpha), \dots, (1-\alpha)}_{(m-n) \text{ 个}}]$$

定义 4 设 m 个测点中有 n 个正常测点,取最大偏离度对应的置信水平为 α_0 (α_0 的取值方法见下文),置信水平序列 $\{\alpha_i\} (i=0, 1, \dots)$ 满足 $\alpha_i > \alpha_{i+1}$ 且 $\forall \alpha_i > 0.5$,则该置信水平序列对应的偏离度序列 $\{\Delta_{n-m}^{\alpha_i}\} (i=0, 1, \dots)$ 中的最小非负元素称为兼顾测点正常率的最小偏离度,表示为 Δ_{n-m}^{\min} 。

使用评价指标 Δ_{n-m}^{\min} 对 SE 结果进行比较的意义在于,在偏离真值的最大容忍度范围内,测点正常率高的估计结果较优;而在测点正常率相同时,量测估计值越靠近量测值的估计结果较优。

最大偏离度对应的置信水平 α_0 的选取取决于被量测的重要性、效益和风险。如果量测风险大(即量测量为不良数据的可能性大),对待风险态度悲观,则应选取较小的最大偏离不确定度;相反,量测风险小,态度乐观,可选取较大的最大偏离不确定度。对于正态分布,常用的最大偏离不确定度可取不确定度为 1 倍标准差、2 倍标准差、3 倍标准差的置信水平 0.68, 0.95, 0.99。对于其他分布类型,可由附录 A 表 A1 中类似的方法确定 α_0 的数值。

SE 评价指标 Δ_{n-m}^{\min} 可采用如下方法得到。

步骤 1: 令 $n = m$ 。

步骤 2: 取最大偏离度对应的置信水平 α_0 , 求得 $\Delta_{n-m}^{\alpha_0} = M_{n-m} - 0.5$ 。若 $\Delta_{n-m}^{\alpha_0} < 0$, 则令 $n = n - 1$, 重新进行步骤 2, 否则转步骤 3。

步骤 3: 在当前 n 下,按照一定规则使置信水平依次降低 $\Delta\alpha$ (本文取 $\Delta\alpha = 0.01$), 得到最小的非负的评价指标 Δ_{n-m}^{\min} 。

评价指标 Δ_{n-m}^{\min} 的计算步骤如图 1 所示。

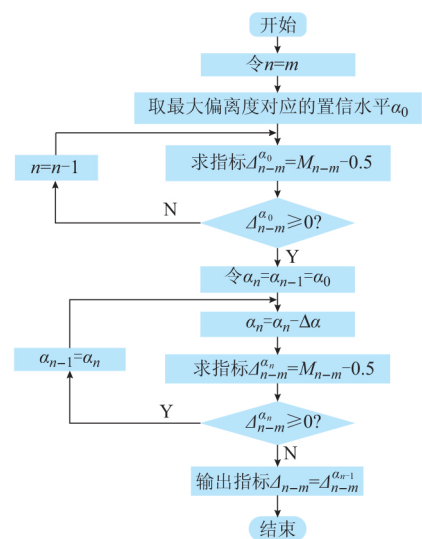


图 1 评价指标 Δ_{n-m}^{\min} 计算流程
Fig.1 Calculation process of evaluation index Δ_{n-m}^{\min}

3.2.2 基于偏离度的 SE 结果评价

根据 Δ_{n-m}^{\min} 比较 $\hat{x}^{(1)}$ 与 $\hat{x}^{(2)}$ (可由不同 SE 方法估计得到) 优劣的方法如下。

步骤 1: 比较正常测点个数 n , n 较大者表明测点正常率高, 估计结果较为合理, 否则转向步骤 2。

步骤 2: 比较 Δ_{n-m}^{\min} , Δ_{n-m}^{\min} 较小者表明测点量测值偏离量测估计值的程度较小, 估计结果较为合理。

值得注意的是, 不管真值是否知道 (仿真计算时真值已知), Δ_{n-m}^{\min} 都表示量测估计值偏离量测值的程度, 其比较结果都具有合理性。但在真值已知时, 测点正常的判据改用测量值靠近量测真值的程度, 偏离度的定义改为量测估计值偏离其量测真值的程度。

在不引起歧义时, 为表示简便, 下文将 Δ_{n-m}^{\min} 中 min 删掉, 由 Δ_{n-m} 表示。

4 算例分析

本节以文献[17]中的 4 节点系统为例说明本文提出的 SE 结果评价指标的实用性和有效性, 系统量测配置如图 2 所示, 该系统包括 16 个测点, 标准

差已知。

表 2 给出了一组量测值、标准差及其对应的 5 组 SE 结果 $\check{Z}^{(1)}, \check{Z}^{(2)}, \check{Z}^{(3)}, \check{Z}^{(4)}, \check{Z}^{(5)}$ (分别由 5 种不同的 SE 方法得到)。根据极大熵原理, 可以确定测点量测误差服从不确定正态分布。然后即可选择不同的最大偏离不确定度对应的置信水平 α_0 , 并求得 5 组 SE 结果对应的 Δ_{n-m} 指标和偏离度分布, 分别如表 3 所示。

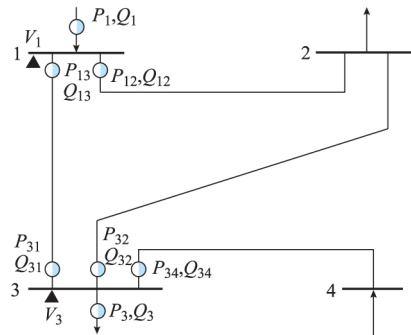


图 2 4 节点电网量测系统的配置 ($m=16$)
Fig.2 Configuration of 4-bus measurement system ($m=16$)

表 2 4 节点系统 SE 结果
Table 2 State estimation results of 4-bus system

量测量	量测值	标准差	$\check{Z}^{(1)}$	$\check{Z}^{(2)}$	$\check{Z}^{(3)}$	$\check{Z}^{(4)}$	$\check{Z}^{(5)}$
P_1	18.71	1.30	20.63	22.19	20.95	20.68	20.67
Q_1	34.05	1.40	34.75	35.21	34.72	34.62	35.66
P_{12}	41.79	1.43	40.24	41.79	40.25	40.10	39.96
Q_{12}	37.96	1.42	37.58	37.96	37.60	37.51	38.22
P_{13}	-19.10	1.29	-19.62	-19.60	-19.30	-19.42	-19.29
Q_{13}	-2.24	1.18	-2.83	-2.75	-2.88	-2.89	-2.55
P_{31}	17.55	1.29	19.71	19.70	19.40	19.51	19.38
Q_{31}	-10.74	1.24	-10.84	-10.74	-10.81	-10.79	-11.39
P_{32}	132.57	1.29	130.73	132.57	129.45	129.73	129.30
Q_{32}	42.61	1.44	41.61	42.22	41.55	41.58	40.37
P_3	-49.49	1.50	-47.70	-49.49	-46.93	-48.49	-48.57
Q_3	-41.93	1.43	-41.22	-41.93	-41.14	-41.11	-42.01
P_{34}	-193.22	2.49	-198.15	-201.76	-195.78	-197.73	-197.26
Q_{34}	-71.08	1.63	-72.00	-73.41	-71.87	-71.90	-70.99
U_1	112.15	1.11	111.46	110.75	111.50	111.47	112.52
U_2	110.99	1.11	111.70	110.99	111.73	111.71	112.72

表 3 SE 结果评价指标比较
Table 3 Comparison of state estimation evaluation results

最大偏离度对应的置信水平	$\check{Z}^{(1)}$	$\check{Z}^{(2)}$	$\check{Z}^{(3)}$	$\check{Z}^{(4)}$	$\check{Z}^{(5)}$
$\alpha_0 = 0.99$	$\Delta_{16-16} = 0.46$ $k = 16$	$\Delta_{14-16} = 0.41$ $k = 14$	$\Delta_{16-16} = 0.49$ $k = 16$	$\Delta_{16-16} = 0.48$ $k = 16$	$\Delta_{15-16} = 0.40$ $k = 15$
$\alpha_0 = 0.95$	$\Delta_{15-16} = 0.41$ $k = 15$	$\Delta_{14-16} = 0.41$ $k = 14$	$\Delta_{15-16} = 0.42$ $k = 15$	$\Delta_{15-16} = 0.43$ $k = 15$	$\Delta_{15-16} = 0.40$ $k = 15$

当最大偏离不确定度对应的置信水平 $\alpha_0 = 0.99$ 时, 由 $\check{Z}^{(1)}, \check{Z}^{(3)}$ 和 $\check{Z}^{(4)}$ 判定的正常测点数均为

16 个, 即全部测点被认为是正常量测; $\check{Z}^{(2)}$ 和 $\check{Z}^{(5)}$ 判定的正常测点数分别为 14 和 15 个。这表明, $\check{Z}^{(1)}$,

$\tilde{Z}^{(3)}$ 和 $\tilde{Z}^{(4)}$ 满足所有量测估计值都能分布在最大偏离度对应的置信水平下区间 $(Z_i - \theta_i, Z_i + \theta_i)$ 内, 测点正常率为 100%, 它们相对于 $\tilde{Z}^{(5)}$ 和 $\tilde{Z}^{(2)}$ (分别有 1 个和 2 个测点量测估计值在区间 $(Z_i - \theta_i, Z_i + \theta_i)$ 外) 更为合理。而在 $\tilde{Z}^{(1)}$, $\tilde{Z}^{(3)}$ 和 $\tilde{Z}^{(4)}$ 中, $\tilde{Z}^{(1)}$ 的指标 Δ_{16-16} 最小, $\tilde{Z}^{(4)}$ 次之, $\tilde{Z}^{(3)}$ 最大, 这表明在测点正常率相同时, $\tilde{Z}^{(1)}$ 的量测值更靠近量测估计值, $\tilde{Z}^{(4)}$ 次之。因此 $\tilde{Z}^{(1)}$ 较 $\tilde{Z}^{(4)}$ 合理, $\tilde{Z}^{(4)}$ 较 $\tilde{Z}^{(3)}$ 合理。因此最终的合理性排序为: $\tilde{Z}^{(1)} > \tilde{Z}^{(4)} > \tilde{Z}^{(3)} > \tilde{Z}^{(5)} > \tilde{Z}^{(2)}$ 。

而在 $\alpha_0 = 0.95$ 的最大偏离不确定度下, 以同样的方法对 $\tilde{Z}^{(1)}$, $\tilde{Z}^{(2)}$, $\tilde{Z}^{(3)}$, $\tilde{Z}^{(4)}$ 和 $\tilde{Z}^{(5)}$ 进行比较, 最终的合理性排序为: $\tilde{Z}^{(5)} > \tilde{Z}^{(1)} > \tilde{Z}^{(3)} > \tilde{Z}^{(4)} > \tilde{Z}^{(2)}$ 。

在 $\alpha_0 = 0.99$ 和 $\alpha_0 = 0.95$ 下, $\tilde{Z}^{(1)}$, $\tilde{Z}^{(2)}$, $\tilde{Z}^{(3)}$, $\tilde{Z}^{(4)}$ 和 $\tilde{Z}^{(5)}$ 合理性排序不同是因为选择的最大偏离不确定度不同, 即偏离真值的最大容忍度不同。在 $\alpha_0 = 0.99$ 下, 偏离真值的最大容忍度更大, 因此在 $\alpha_0 = 0.99$ 下被认为是正常的量测量却在 $\alpha_0 = 0.95$ 下被认为是异常量测, 导致后者的正常测点减少为 15 个(对应 $\tilde{Z}^{(1)}$, $\tilde{Z}^{(3)}$ 和 $\tilde{Z}^{(4)}$), 此时应使用 Δ_{15-16} 进行比较。

在实际应用中, 应首先根据 3.2 节中的方法确定 α_0 的具体数值, 然后即可采用本文提出的方法比较不同 SE 方法得到的估计结果的优劣排序。

为进一步清晰地对比 5 组估计结果中量测估计值与量测值的偏离程度, 图 3 中将每组 16 个测点的偏离度分布图的原点重合, 坐标轴以一定角度展开, 某点到原点的距离为该点对应测点的偏离度; 以 α_0 为半径的圆表示 α_0 下正常测点与异常测点的区分边界, 若某点分布在圆内, 表明该点对应测点在当前 α_0 下为正常测点, 否则为异常测点。当 $\alpha_0 = 0.99$ 和 $\alpha_0 = 0.95$ 时, 5 组估计结果偏离度分布分别如图 3(a) 和图 3(b) 所示。由此可以清晰地区分 5 组估计结果的优劣。

5 结语

传统 SE 的理论基础是传统统计学的大数定律, 而实际系统中量测量的数目有限, 有时甚至是小样本, 此时传统 SE 的评价指标和估计精度没有理论上的保证。而应用概率论去处理假定的先验概率和主观信息, 也可能导致不合理的结果。

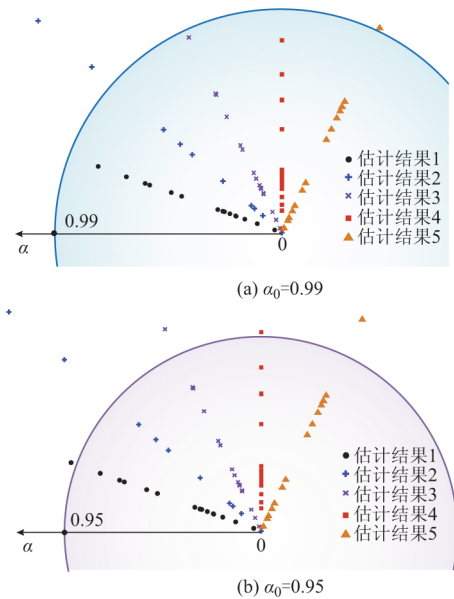


图 3 SE 结果偏离度分布
Fig.3 Deviation distribution of state estimation results

考虑到实际 SE 计算中样本数目(即量测量数目)有限, 本文基于不确定测度重新定义了正常测点、异常测点和测点正常率, 在此基础上提出了基于不确定测度的新的 SE 结果评价指标, 即兼顾测点正常率的新指标——偏离度。此评价指标可对不同的 SE 结果进行评价: 在偏离真值的最大容忍度范围内, 测点正常率高的估计结果较优; 而在测点正常率相同时, 偏离度较小者估计结果较优。

值得指出的是, 在实际电力系统 SE 中, 如何从有限样本中提取信息, 在 SE 模型中加以体现并进行约束, 从而将不确定理论和概率论有机统一起来, 以得到更为合理可信的状态变量估计值是下一系列论文讨论的问题。

附录见本刊网络版 (<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>)。

参考文献

- [1] SCHWEPPE F C, WILDES J. Power system static-state estimation: Part I, II, III [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and System, 1970, 89(1): 130-135.
- [2] CELIK M K, ABUR A, MELIOPOULOS A P, et al. A robust WLAV state estimator using transformations [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7(1): 106-113.
- [3] CHEN Yanbo, LIU Feng, MEI Shengwei, et al. A robust WLAV state estimation using optimal transformations [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(4): 2190-2191.
- [4] BALDICK R, CLEMENTS K A, PINJO-IAZIGAL Z, et al. Implementing non-quadratic objective functions for state estimation and bad data rejection [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1997, 12(1): 376-382.

- [5] 何光宇,董树锋.基于测量不确定度的电力系统状态估计:(一)结果评价[J].电力系统自动化,2009,33(19):21-24.
HE Guangyu, DONG Shufeng. Power system static-state estimation based on uncertainty of measurement: Part one result evaluation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(19): 21-24.
- [6] 何光宇,董树锋.基于测量不确定度的电力系统状态估计:(二)方法研究[J].电力系统自动化,2009,33(20):32-36.
HE Guangyu, DONG Shufeng. Power system static-state estimation based on uncertainty of measurement: Part two a new method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(20): 32-36.
- [7] 何光宇,董树锋.基于测量不确定度的电力系统状态估计:(三)算法比较[J].电力系统自动化,2009,33(21):28-31.
HE Guangyu, DONG Shufeng. Power system static-state estimation based on uncertainty of measurement: Part three algorithms compared [J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(21): 28-31.
- [8] 陈艳波.基于统计学习理论的电力系统状态估计研究[D].北京:清华大学,2013.
- [9] LIU B. Uncertainty theory[M]. Berlin, Germany: Springer, 2007.
- [10] LIU B. Some research problems in uncertainty theory[J]. Journal of Uncertain Systems, 2009, 3(1): 3-10.
- [11] LIU B. Uncertainty theory: a branch of mathematics for modeling human uncertainty[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2010.
- [12] International Organization for Standardization. Guide to the expression of uncertainty in measurement [R]. Geneva, Switzerland, 1993.
- [13] KAHNEMAN D, TVERSKY A. Prospect theory: an analysis of decision under risk [J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-292.
- [14] 范懋木.信息论在误差理论中的应用[J].南京邮电学院学报(自然科学版),1983(1):12-19.
FAN Maomu. An application of the information theory to the theory of error[J]. Journal of Nanjing Institute of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 1983(1): 12-19.
- [15] LIU B. Uncertain risk analysis and uncertain reliability analysis [J]. Journal of Uncertain Systems, 2001, 4(3): 163-170.
- [16] YAO K, GAO J. Law of large numbers for uncertain random variables [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(3): 615-621.
- [17] 于尔铿.电力系统状态估计[M].北京:水利电力出版社,1985.

陈艳波(1982—),男,通信作者,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向:电力系统状态估计、信息安全、综合能源电力系统。E-mail: yanbochen2008@sina.com

谢瀚阳(1992—),男,硕士研究生,主要研究方向:电力系统状态估计。

薛儒涛(1994—),男,硕士研究生,主要研究方向:电力系统信息安全。

(编辑 章黎)

Uncertain Measure Based Robust State Estimation of Power System Part One Theoretical Principle

CHEN Yanbo¹, XIE Hanyang², WANG Jinli³, WANG Peng³, XUE Rutao¹, WANG Ruolan¹

(1. School of Electrical & Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. Information Center of Guangdong Power Grid Co. Ltd., Guangzhou 510600, China;

3. China Electric Power Research Institute, Beijing 100192, China)

Abstract: The theoretical basis of traditional power system state estimation is the law of large numbers based on traditional statistics, that is, when the number of measurements approaches infinity, the estimated value approximates to the true value with 1 probability. However, the number of measurements in the actual system is limited and sometimes even small, there is no theoretic guarantee for the evaluation index and estimation precision of the traditional state estimation. In view of this situation, the paper introduces the concept of uncertain measure under the uncertainty theory system, and explains the difference and relation among the uncertain measure, uncertainty of measurement and measurement error in the state estimation. Furthermore, the normal measurement, abnormal measurement and normal rate are redefined under the uncertainty theory system. And a new evaluation index of state estimation result considering the normal rate and the measurement deviation degree from the true value is proposed and the rationality is proved.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51407069) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (No. 2016YQ02).

Key words: state estimation; uncertain measure; uncertainty theory; normal rate; deviation