

基于最大估计吸引域的 VSC 接入弱网下的 锁相环同步暂态稳定性分析

李霞林¹, 王智¹, 郭力¹, 朱琳¹, 张晨¹, 朱介北¹, 富晓鹏¹, 张野², 王成山¹

(1. 智能电网教育部重点实验室(天津大学), 天津市 南开区 300072;

2. 直流输电技术国家重点实验室(南方电网科学研究院有限责任公司), 广东省 广州市 510663)

Transient Stability Analysis of PLL Synchronization in Weak-grid-connected VSCs Based on the Largest Estimated Domain of Attraction

LI Xiaolin¹, WANG Zhi¹, GUO Li¹, ZHU Lin¹, ZHANG Chen¹, ZHU Jiebei¹, FU Xiaopeng¹,
ZHANG Ye², WANG Chengshan¹

(1. Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education (Tianjin University), Nankai District, Tianjin 300072, China;

2. State Key Laboratory of HVDC (Electric Power Research Institute, China Southern Power Grid),

Guangzhou 510663, Guangdong Province, China)

ABSTRACT: This paper mainly focused on transient stability issues of the weak grid connected voltage source converter (WG-VSC) system under phase-locked loop synchronization. Firstly, the linear matrix inequality optimization method was applied to construct the largest estimated domain of attraction (LEDA) of the WG-VSC system. Compared with the LEDA constructed by the energy function method based on the LaSalle invariant principle and the LEDA constructed by the sum-of-square programming method, the proposed method was less conservative in characterizing LEDA. Then, for ensuring the transient stability during the fault ride-through process, the concept of the feasible region of current settings of the WG-VSC system under symmetrical grid faults was proposed. Furthermore, based on the LEDA characterized by the proposed linear matrix inequality optimization method, the solution algorithm of this feasible region was derived. The influence of typical parameters on this feasible region was analyzed. It should be noted that this feasible region can provide practical guidance for the current settings under faults. Finally, a detailed switching model of WG-VSC system based on PSCAD/EMTDC was built. Detailed simulation results have verified the LEDA constructed and the feasible region of

current settings.

KEY WORDS: largest estimated domain of attraction (LEDA); transient stability of PLL synchronization; the linear matrix inequality (LMI) optimization method; feasible region of current settings

摘要: 针对锁相环同步的弱连接电压源变流器(weak grid connected voltage source converter, WG-VSC)系统的暂态稳定问题, 该文首先应用线性矩阵不等式优化法构建 WG-VSC 系统的最大估计吸引域(largest estimated domain of attraction, LEDA), 并将 LEDA 与基于 LaSalle 不变集定理的能量函数法和平方和规划法构建的 LEDA 进行详细对比, 验证了所提方法在刻画 LEDA 方面具有更低的保守性。然后从保证故障穿越控制过程中的锁相环暂态同步稳定作为切入点, 首次提出 WG-VSC 系统在电网对称故障大扰动下的有功/无功电流设定值可行域概念, 并基于线性矩阵不等式方法刻画的 LEDA, 提出该可行域的求解算法, 分析了典型参数对该电流设定值可行域的影响。该可行域为故障过程中的有功和无功电流设定值提供了切实可行的指导依据。最后在 PSCAD/EMTDC 中搭建了基于详细开关模型的 WG-VSC 系统仿真算例, 通过多种暂态仿真工况验证了该文所构建的 LEDA 和电流设定值可行域的有效性和可行性。

关键词: 最大估计吸引域; 锁相环暂态同步稳定; 线性矩阵不等式优化法; 电流设定值可行域

0 引言

随着我国“双碳”(碳达峰、碳中和)能源战略

基金项目: 国家自然科学基金项目(51977142); 国家重点研发计划项目(2020YFB1506803); 中国博士后科学基金面上项目(2021M692378)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (51977142); The National Key R&D Program of China (2020YFB1506803); The China Postdoctoral Science Foundation (2021M692378).

目标的提出,电源主体将逐步从以同步机为主的传统电源转向基于电力电子变流器的新能源发电和电化学储能系统^[1-2]。基于 dq 旋转坐标系和锁相环(phase locked loop, PLL)同步的双闭环矢量控制技术^[3]具有控制系统成熟可靠、有功和无功功率解耦控制等优势而广泛应用于电压源变流器(voltage source converter, VSC)并网控制。在电网故障等大扰动下, VSC 接入弱网下的 PLL 同步稳定问题^[4]将逐步成为新型电力系统主要的稳定问题之一。

目前,针对锁相环同步的弱连接 VSC(weak grid connected VSC, WG-VSC)系统的稳定性分析主要集中于小扰动稳定分析^[5]。小扰动稳定分析通常需要对系统线性化,然后基于特征值理论或等效阻抗的方法进行分析^[6]。但小扰动稳定分析无法体现系统的全局非线性特征^[6-8],对于电网故障或功率大幅阶跃等大扰动工况下的 PLL 同步暂态稳定性分析,有必要计及 WG-VSC 系统的非线性特性^[9]。

如何判断锁相环同步的 WG-VSC 系统的暂态稳定性,目前主要的分析方法有基于数值积分的时域仿真法和基于平衡点吸引域的方法^[10]。文献[11-13]提出基于数值积分的相轨迹法用于分析 WG-VSC 系统暂态下的 PLL 同步稳定性和控制参数对暂态稳定性的影响,该方法是按指定场景在一种或几种故障方式下由数值计算得出系统稳定或不稳定的结论的,也可以理解其为逐点法。但该方法难以对 WG-VSC 系统的运行状态提出整体评价,如运行点离稳定边界有多远,关键控制参数可行范围有多大等,都不好度量^[14]。

基于平衡点吸引域^[6]的暂态稳定性分析方法则能较好描述 WG-VSC 系统的运行点与稳定边界的相对关系,确定关键控制参数可行范围,对系统运行状态做出整体评价,该方法的关键在于构建 WG-VSC 系统的吸引域。现有研究中构建 WG-VSC 系统吸引域的方法主要有两类:一类是文献[15-16]提出的基于数值积分的逆轨迹法,该方法可刻画出 WG-VSC 系统的真实吸引域边界,但该方法无法给出所刻画吸引域边界的解析表达式^[17-18],因此在利用该吸引域进行进一步理论分析或拓展应用时存在局限性;另一类则基于李雅普诺夫稳定性定理构建相应的 Lyapunov 能量函数,将暂态稳定性判断转化为比较 Lyapunov 能量函数值与临界值的大小关系^[10]。利用该方法可获得系统平衡点最大估计吸引域(largest estimated domain of attraction, LEDA)

的解析表达式,因而可量化运行点与稳定边界的相对关系,对系统暂态稳定程度进行度量^[19]。但应用该方法的难点在于构建合适的 Lyapunov 能量函数。

目前构建 WG-VSC 系统 Lyapunov 能量函数的方法主要有能量函数法^[20-21]和平方和(sum of square programming, SOS)规划法^[22]。文献[20]提出基于 LaSalle 不变集定理的能量函数法用于构建 WG-VSC 系统的 LEDA,但是该方法将锁相环相角限定于 $(-\pi/2, \pi/2)$,因此所构建的 LEDA 较为保守,这将在本文后续的分析中得到验证。文献[21]基于类似方法也刻画出了 WG-VSC 的 LEDA,探究了控制参数和短路比对暂态稳定性的影响。文献[22]提出利用 SOS 法构建 WG-VSC 的 LEDA,该方法本质是基于最优化理论构建系统的 Lyapunov 函数,因此其相比文献[20-21]的方法,所求得的 LEDA 的保守性将有所降低。

上述文献[20-22]提出构建 WG-VSC 系统的 LEDA 的方法,并分析了 WG-VSC 系统在大扰动下的 PLL 同步暂态稳定性,分析了系统短路比、控制参数等对 LEDA 和系统暂态稳定性的影响。由于 LEDA 是基于状态变量空间构建的,而在实际的运行控制中,更直观的或更关心的是获得保证系统暂态稳定的关键控制参数可行范围,本文定义其为可行域。例如,在对称电网故障时,从保证 WG-VSC 系统暂态稳定的角度,故障限流控制中是否存在有功和无功电流设定值的可行域,若存在,如何获得该可行域;此外,故障前系统的平衡点、故障点电压、并网点到故障点的等效阻抗值(即系统等效短路比)以及 PLL 控制参数等多方面参数对该电流设定值可行域的影响如何。上述问题对保证 WG-VSC 系统在故障穿越过程中的锁相环暂态同步稳定至关重要,但文献[20-22]几乎未涉及这方面研究。回答这些问题,是本文工作的重要研究动机之一。

本文的创新工作可以总结如下:

1)首先应用香港大学 Chesi 教授提出的线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)优化法^[23-24]构建 WG-VSC 系统 PLL 同步暂态稳定问题的 LEDA,相比文献[20-22]中的方法,本文刻画的 LEDA 保守性更低;此外,需要特别指出的是本文首次将文献[23-24]中的纯理论数学方法应用于 WG-VSC 系统 PLL 同步暂态稳定性分析中,在一定程度上丰富了“双高”新型电力系统暂态稳定性分析理论和方法,有望在未来获得进一步推广与应用。

2) 提出 WG-VSC 系统在电网对称故障大扰动下的有功/无功电流设定值可行域概念, 并基于 LMI 优化法刻画的 LEDA 提出该可行域的求解算法, 系统分析了故障前系统的平衡点、故障点电压、并网点到故障点的等效阻抗值(即系统等效短路比)以及 PLL 控制参数等多方面参数对该电流设定值可行域的影响。

本文组织结构如下: 第 1 节介绍锁相环同步 WG-VSC 系统的二阶模型, 并给出锁相环同步暂态失稳的现象; 第 2 节基于 LMI 优化法构建了该模型平衡点的 LEDA, 并将该 LEDA 与基于 LaSalle 不变集定理的能量函数法和 SOS 规划法构建的 LEDA 进行了详细对比, 验证了本文所提方法构建的 LEDA 具有更低保守性的优点; 第 3 节基于本文所提方法构建的 LEDA 刻画 WG-VSC 系统在电网对称故障大扰动下的有功/无功电流设定值可行域, 分析系统参数对该可行域的影响, 并在 PSCAD/EMTDC 中搭建了基于详细开关模型的 WG-VSC 系统仿真算例, 通过多种暂态仿真工况验证了本文刻画的 LEDA 和电流设定值可行域的有效性和可行性; 第 4 节给出本文结论。

1 WG-VSC 及其锁相环同步暂态失稳现象

1.1 WG-VSC 系统及其 PLL 描述

本文研究的 WG-VSC 系统结构如图 1 所示。 E 、 V_t 、 V_F 和 V_s 分别表示 VSC 出口电压、并网点电压、故障点电压和无穷大电网电压; C 为直流侧母线电容; L_f 和 C_f 为交流侧 LC 滤波电感和电容; Z_F 与 Z_s 之和表示 VSC 并网点至无穷大电源之间的等效阻抗, 其阻抗大小可用于表征电网强弱程度。此外, 并网点至故障点 F 处的等效阻抗 Z_F 可以计及故障下的弱连接特性对 PLL 同步暂态稳定性的影响。

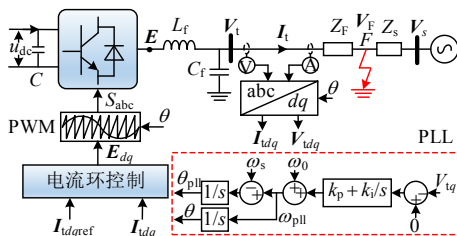


图 1 WG-VSC 系统的结构及控制示意图

Fig. 1 Topology and control diagram of WG-VSC system

如图 1 红色虚线框所示, PLL 输入为并网点电压 q 轴分量 V_{tq} , 经过比例积分(PI)控制器(k_p 和 k_i 分别是比例和积分系数)后, 输出并网点电压角频率

ω_{pll} 和相角 θ_{pll} , 需要指出的是 θ_{pll} 以无穷大电网电压频率对应的角频率 ω_s 为参考轴; ω_0 为额定角频率。 I_{dref} 和 I_{qref} 分别为电流环 d 、 q 轴电流设定值, I_{td} 和 I_{tq} 分别为 VSC 注入电网的 d 、 q 轴电流。

1.2 仅计及 PLL 动态的 WG-VSC 二阶模型

基于大量现有 WG-VSC 系统的 PLL 同步暂态稳定性研究^[9-13], 在建模过程中可作如下简化:

1) 忽略 LC 滤波器和交流网络的电磁暂态;

2) 忽略外环控制, 由于电网发生严重对称故障时, VSC 一般会进入限流控制模式; 此外, 假定电流环控制带宽远大于 PLL 带宽, 故可认为 I_{td} 和 I_{tq} 能近似实时跟踪电流设定值 I_{dref} 和 I_{qref} 。

在上述简化条件下, 当电网在 F 点发生严重故障时, 仅计及 PLL 动态的 WG-VSC 系统的二阶数学模型 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ 可表示如下:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -k_p(R_F I_{tqref} - X_F I_{tdref} + V_F \sin x_1) - k_i x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = R_F I_{tqref} - X_F I_{tdref} + V_F \sin x_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_1 、 x_2 为状态变量, 分别表示 θ_{pll} 和 $\int V_{tq} dt$;

R_F 、 X_F 分别为并网点至故障点等效电阻和电抗。

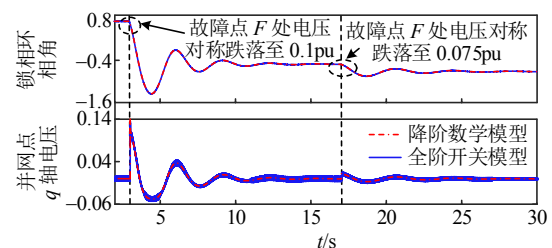
式(1)的平衡点为 $x_e = (\theta_{pll,e}, 0)$, 其中 $\theta_{pll,e}$ 为 PLL 相角分量, 表达式为 $\arcsin((X_F I_{tdref} - R_F I_{tqref})/V_F)$ 。

本文着重探讨电网侧严重对称故障下的 PLL 暂态稳定问题, 故除上述简化外, 在接下来的理论分析和仿真验证中还需保证故障前后 VSC 并网系统的相应平衡点满足小扰动稳定的条件。

1.3 WG-VSC 二阶模型验证及 PLL 暂态失稳现象

为验证二阶模型式(1)的有效性, 同时直观展示 WG-VSC 系统在大扰动下的 PLL 同步暂态失稳现象, 本节在 PSCAD/EMTDC 中搭建了如图 1 所示的基于详细开关模型的 WG-VSC 系统, 详细参数见附表 A1。图 2(a)、(b)给出了电网侧严重对称故障下 WG-VSC 系统的暂态稳定和失稳现象。

图 2(a)仿真工况 1 为: 在 $t=3s$ 时, 故障点 F 处电压对称跌至 0.1pu; 在 $t=17s$ 时, F 点电压进



(a) 仿真工况 1

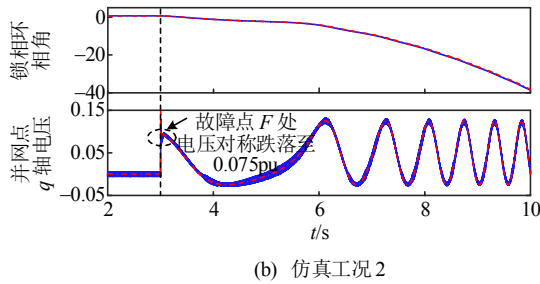


图2 仿真工况

Fig. 2 Simulation results under different cases

一步对称跌落至 0.075pu。图 2(b)相应仿真工况 2 为: 在 $t=3\text{s}$ 时, 故障点 F 处电压直接对称跌至 0.075pu。需要指出的是, 上述 2 种工况下, 在故障初始时刻 $t=3\text{s}$ 时, 电流设定值 I_{tdref} 、 I_{tqref} 均从故障前的 0.7、0pu 分别调整至 0 和 1pu, 以进行故障限流和无功支撑模拟。此外, 为便于后续分析, 现定义图 2(a)中 $t<3\text{s}$ 、 $t=3\sim 17\text{s}$ 及 $t>17\text{s}$ 3 种工况下系统的平衡点分别为 $\mathbf{x}_{e0,0}(\theta_{pll,e0,0}, 0)$ 、 $\mathbf{x}_{e0,1}(\theta_{pll,e0,1}, 0)$ 和 $\mathbf{x}_{e0,2}(\theta_{pll,e0,2}, 0)$ 。

从图 2 仿真结果可得出如下结论: 1) 二阶模型式(1)与详细开关模型仿真结果基本重合, 表明式(1)可用于分析 WG-VSC 系统的 PLL 暂态同步稳定问题; 2) 对比图 2(a)可以看出, 图 2(b)所示的现象为 PLL 同步暂态失稳现象, 这表明在弱连接条件下, 当遭受严重故障时, 即使扰动后系统存在小扰动稳定平衡点, WG-VSC 系统仍有可能出现暂态失稳。

接下来本文将从平衡点最大估计吸引域的角度来分析图 2(b)这类暂态稳定问题。

2 基于 LMI 优化法的 LEDA 构建

本节将引入 LMI 优化法, 以构建保守性更低的 WG-VSC 系统(1)的 LEDA。相比文献[20]提出的基于 LaSalle 不变集定理的能量函数法和文献[22]提出的 SOS 法, 下文将有对比分析, 表明基于本文所提方法构建的 LEDA 保守性更低。

2.1 一般多项式动力系统的 LEDA 构建基本理论

对于一般动力系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$, 李亚普诺夫稳定性定理提供了判断某一 Lyapunov 函数 $v(\mathbf{x})$ 确定的区域 $\Omega_v = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | v(\mathbf{x}) \leq c, c \text{ 是大于 } 0 \text{ 的常数}\}$ 是否为系统吸引域子集的充分条件:

$$\begin{cases} \Omega_v \subset \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | \nabla v(\mathbf{x}) \mathbf{g}(\mathbf{x}) < 0\} & \text{(a)} \\ v(\mathbf{x}) > 0 \text{ 且 } \Omega_v \text{ 是紧集} & \text{(b)} \end{cases} \quad (2)$$

式中 \mathbf{x}_{ge} 为动力系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ 的平衡点。

如果式(2)成立, 则 Ω_v 是系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ 真实吸

引域的一个子集, 即估计吸引域。

显然, 式(2)中的(a)是一个集合包含约束, 对于一般动力系统和 Lyapunov 函数而言, 求解该约束通常较为困难, 但对于多项式动力系统, 如果将 Lyapunov 函数限定于多项式, 则式(3)中的前 2 个不等式是式(2)中集合包含约束(a)的充分条件, 具体证明见文献[24]。此外, 对多项式 Lyapunov 函数 $v(\mathbf{x})$ 而言, $v(\mathbf{x})$ 正定便可保证 $v(\mathbf{x})$ 确定的区域 Ω_v 是紧集[24]。故而, 对于多项式动力系统, 可通过检验式(3)来判断 Ω_v 是否为系统的一个估计吸引域。

$$\begin{cases} p(\mathbf{x}) > 0 \\ q(\mathbf{x}) > 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \\ v(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中 $p(\mathbf{x}) = -q(\mathbf{x})^T [\nabla v(\mathbf{x})^T \mathbf{g}(\mathbf{x}), c - v(\mathbf{x})]^T$, 其中 $q(\mathbf{x}) = [q_1(\mathbf{x}), q_2(\mathbf{x})]^T$ 为辅助多项式函数, $\mathbf{R}^n / \{\mathbf{x}_{ge}\}$ 为除点 \mathbf{x}_{ge} 外的 n 维实数域。

对于式(3), 文献[23]提出如果有线性矩阵不等式(4)成立, 则必有式(3)成立, 即如果式(4)成立, 则 Ω_v 为系统的一个估计吸引域。

$$\begin{cases} P(c, \mathbf{Q}, \mathbf{A}) + L(\alpha) > 0 \\ \mathbf{Q} > 0 \\ \mathbf{A} > 0 \\ \text{trace}(\mathbf{Q}_1) = 1 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $P(c, \mathbf{Q}, \mathbf{A}) + L(\alpha)$ 为 $p(\mathbf{x})$ 的完全平方和矩阵形式(square matrix representation, SMR)矩阵; $\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2)$; \mathbf{A} 、 \mathbf{Q}_1 和 \mathbf{Q}_2 分别为 $v(\mathbf{x})$ 、 $q_1(\mathbf{x})$ 和 $q_2(\mathbf{x})$ 的 SMR 矩阵; $\text{trace}(\mathbf{Q}_1)$ 为矩阵 \mathbf{Q}_1 的迹。 $\text{trace}(\mathbf{Q}_1) = 1$ 为为了对式(4)中的变量进行归一化。多项式的 SMR 矩阵与完全 SMR 矩阵的定义请见附录 B。

基于上述分析可知, 满足式(4)的 Ω_v 是多项式动力系统系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ 的一个估计吸引域, 且其体积与 $v(\mathbf{x})$ 和常数 c 的大小相关。为降低 Ω_v 的保守性, 我们希望得到体积最大的 Ω_v , 即 LEDA。然而当 $v(\mathbf{x})$ 不是二次型时, 显式表达 Ω_v 的体积较为困难。为此, 香港大学的 Chesi 教授提出用 $(c/\text{trace}(\mathbf{A}))^k$ 近似 Ω_v 的体积[23-24] (k 为正实数)。因而, 构建 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ 的 LEDA 便转换为求解优化问题(5)。

$$\begin{cases} \min \left(\frac{\text{trace}(\mathbf{A})}{c} \right) \\ \text{s.t.} \quad (4) \end{cases} \quad (5)$$

优化问题式(5)包含双线性矩阵不等式, 可采用 LMI 优化法进行迭代求解[24], 具体算法如下:

算法 1: 计算多项式动力系统 $\dot{x} = g(x)$ 的 LEDA

输入: 最高次幂为 dv 的初始 Lyapunov 函数 $v_0(x)$; 迭代阈值 ε

初始化: $b_1 = 0, b_2 = \varepsilon, v(x) = v_0(x)$

while $|b_2 - b_1| < \varepsilon$

1) 令 $b_1 = b_2$, 基于上一步优化的 $v(x)$, 求解优化问题(5), 以确定相应 Q 和 c

2) 然后利用已解出的 Q 和 c , 继续求解优化问题(5)以更新优化 $v(x)$, 并令 $b_2 = \text{trace}(A)/c$

end

输出: $\dot{x} = g(x)$ 的 Lyapunov 函数 $v(x)$ 以及 LEDA: $\Omega_v = \{x \in \mathbb{R}^n | v(x) \leq c\}$

2.2 基于 LMI 优化法构建 WG-VSC 系统的 LEDA

本节将介绍如何利用 2.1 节中的方法构建 WG-VSC 系统(1)的 LEDA。

由于式(1)中包含三角函数, 为应用上述 LMI 优化法, 首先利用泰勒展开将式(1)中的三角函数形式转化为多项式表达式。图 3 给出了不同阶数下的泰勒展开式对原三角函数的拟合效果。

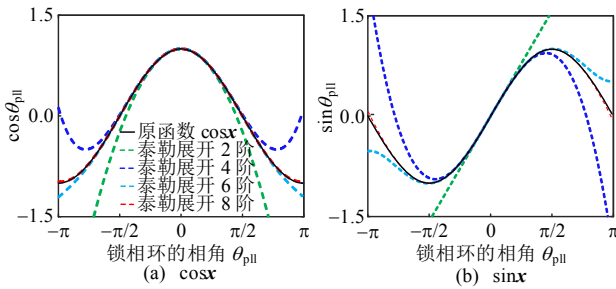


图 3 三角函数 $\cos x$ 和 $\sin x$ 与其泰勒展开式

Fig. 3 $\cos x$ and $\sin x$ with their Taylor expansions

由图 3 可见, 三角函数展开到 8 阶后, 泰勒展开式与原三角函数在区间 $[-\pi, \pi]$ 内几乎重合。考虑到系统暂态稳定时, PLL 相角偏离平衡点的角度一般不超过 π 。故本文将(1)所示二阶模型 $\dot{x} = f(x)$ 中的三角函数在其平衡点处展开到 8 阶, 可得其等效模型, 具体表达式如式(6)所示, 记作 $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 。

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -k_p V_F \{-\sin \theta_{pll,e} + \cos \theta_{pll,e} \sum_{n=1}^4 [(-1)^{n-1} \frac{(x_1 - \theta_{pll,e})^{2n-1}}{(2n-1)!}] + \sin \theta_{pll,e} \sum_{n=1}^5 [(-1)^{n-1} \frac{(x_1 - \theta_{pll,e})^{2n-2}}{(2n-2)!}] \} - k_i x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = V_F \{-\sin \theta_{pll,e} + \cos \theta_{pll,e} \sum_{n=1}^4 [(-1)^{n-1} \frac{(x_1 - \theta_{pll,e})^{2n-1}}{(2n-1)!}] + \sin \theta_{pll,e} \sum_{n=1}^5 [(-1)^{n-1} \frac{(x_1 - \theta_{pll,e})^{2n-2}}{(2n-2)!}] \} \end{cases} \quad (6)$$

图 4 对比了(1)所示模型 $\dot{x} = f(x)$ 与其等效模型(6) $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 的初始状态和运行轨迹位于 $\Psi = \{x \in \mathbb{R}^2 | -\pi \leq x_1 - \theta_{pll,e} \leq \pi\}$ 内的相轨迹, 模型参数与图 2(a)中 $t < 3s$ 时的系统参数一致。

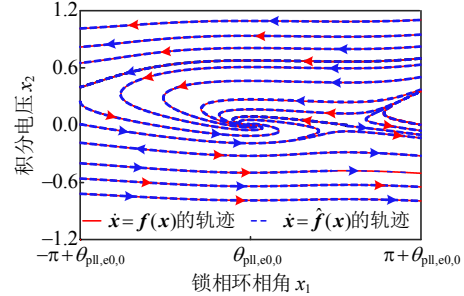


图 4 模型(1)和(6)的相轨迹

Fig. 4 Phase trajectories of models (1) and (6)

从图 4 中可以看出, 只要系统的初始状态和运行轨迹位于 Ψ 内, 则 $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 与 $\dot{x} = f(x)$ 的运行轨迹高度一致。即, 若 Ω_v 是 $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 的 LEDA, 且包含于 Ψ , 则 Ω_v 同时也是 $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA, 证明见附录 C。但考虑到 Ω_v 可能超出 Ψ , 此时无法保证 Ω_v 是 $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA。对于这种情况, 可系统性地缩小 Ω_v 使其包含于 Ψ , 此时的 Ω_v 即为 $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA。

基于上述分析, 本文提出如下计算 WG-VSC 系统(1) $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA 的算法, 简称算法 2。

算法 2: 计算 WG-VSC 系统(1) $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA

输入: 等效模型(6) $\dot{x} = \hat{f}(x)$, 最高次幂为 dv 的初始多项式 Lyapunov 函数 $v_0(x)$, 迭代阈值 ε , $\partial \Psi^*$; 利用算法 1 得到(6) $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 的最终优化 $\tilde{v}(x)$ 和 c , 并计算出 $v(\partial \Psi)$ 的最小值 λ

If $\lambda > c$

$\lambda = c$

end

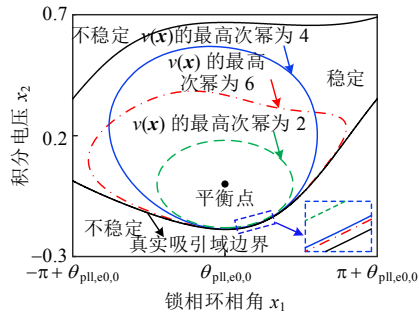
输出: WG-VSC 系统(1) $\dot{x} = f(x)$ 的最终优化 $v(x) = \tilde{v}(x)/\lambda$, 及

LEDA: $\Omega_v = \{x \in \mathbb{R}^2 | v(x) \leq 1\}$

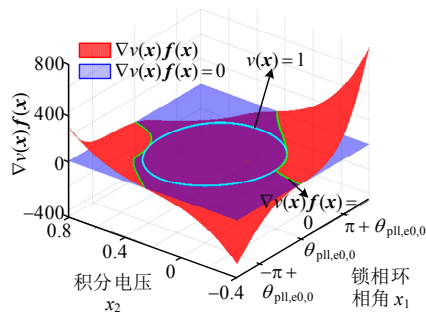
*注: $\partial \Psi$ 为 Ψ 的边界, $\lambda > c$ 意味着 $\Omega_v \in \Psi$ 。

分别取初始 Lyapunov 函数的最高次幂 dv 为 2、4、6, 利用算法 2 计算 WG-VSC 系统(1) $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA(系统参数与图 2(a)中 $t < 3s$ 对应的参数一致), 并刻画于图 5(a)。

由图 5(a)可知, 增加 Lyapunov 函数 $v(x)$ 的最高次幂可以在一定程度上降低 LEDA 的保守性。但也可以看出 $v(x)$ 的最高次幂并非越大越好, 如 $v(x)$ 的最高次幂从 4 增加到 6 后, 尽管 LEDA 在某些方向上有所扩大, 但总面积减小了。此外, 计算量也会随着 $v(x)$ 最高次幂的增大而增加。因此在后续的计



(a) LEDA

(b) $v(x)$ 对时间的导数图5 WG-VSC系统的LEDA及 $v(x)$ 对时间的导数Fig. 5 LEDA of WG-VSC system and derivative of $v(x)$ to time

算和分析中,针对本文所研究对象和问题, $v(x)$ 的最高次幂选择为4。

此外,为验证图5(a)中所构建的LEDA的有效性,本文应用文献[16]提出的逆轨迹法刻画了WG-VSC系统(1)的真实吸引域边界,如图5(a)黑色实线所示。由图可见,本文构建的LEDA均在真实吸引域内,验证了其有效性。图5(b)给出了 $\dot{v}(x)$ 的三维图。从图中可以看出,在LEDA内 $\dot{v}(x)$ 小于0且LEDA是紧集,满足式(2),进一步表明 Ω_v 是WG-VSC系统(1)真实吸引域的子集。

2.3 与文献[20,22]中方法的比较

针对WG-VSC系统(1),利用基于LaSalle不变集定理的能量函数法^[20]和SOS法^[22]也可以得到其平衡点的LEDA。为说明本文所提方法保守性更低的优点,接下来将对分析分别利用本文方法与上述两种方法所构建的图2(a)所示工况不同时段对应的平衡点的LEDA。

图6(a)—(c)分别对比了本文所提方法及文献[20]中所提的基于LaSalle不变集定理的能量函数法和文献[22]所提的SOS方法(Lyapunov函数的最高次幂也为4)针对平衡点 $x_{e0,0}$ 、 $x_{e1,0}$ 和 $x_{e2,0}$ 的LEDA的刻画结果。从图中可以看出,基于本文所提方法构建的LEDA面积更大,保守性更低。

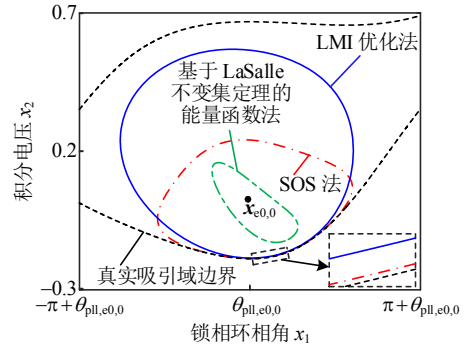
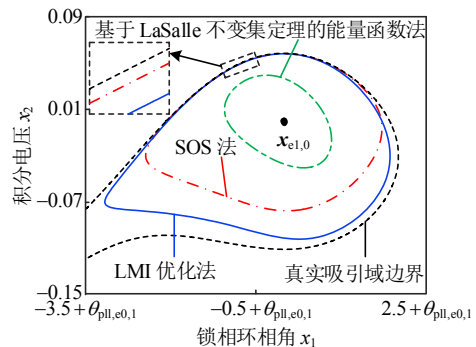
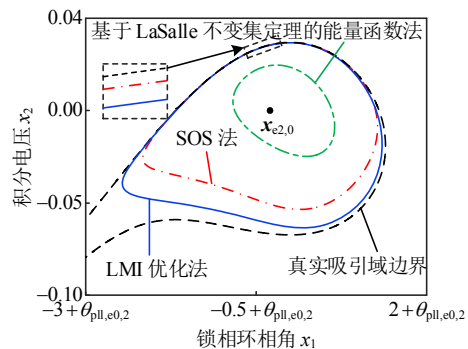
(a) 平衡点 $x_{e0,0}$ 的最大估计吸引域(b) 平衡点 $x_{e1,0}$ 的最大估计吸引域(c) 平衡点 $x_{e2,0}$ 的最大估计吸引域

图6 LMI优化法与文献[20,22]所提方法的比较

Fig. 6 Comparison of LMI optimization method and method in [20,22]

综上分析,针对本文所研究的锁相环同步的WG-VSC系统,在降低其LEDA保守性方面,本文所提方法具有明显优势。接下来,我们将基于LMI优化法构建的LEDA对上述WG-VSC系统的PLL同步暂态稳定问题进行系统性分析。

3 LEDA的应用:有功/无功电流设定值可行域的刻画和影响分析

3.1 有功/无功电流设定值可行域的概念

由式(1)可知,故障后若存在平衡点,则其锁相环相角输出分量可表示为

$$\theta_{pll,e1} = \arcsin\left(\frac{X_{F,1}I_{tdref,1} - R_{F,1}I_{tqref,1}}{V_{F,1}}\right) \quad (7)$$

式中下标“1”表示故障后的系统参数。

一般情况下,故障点电压 $V_{F,1}$ 和并网点到故障点的等效电抗 $X_{F,1}$ 和电阻 $R_{F,1}$ 受故障类型、位置等影响;故障期间的电流设定值 $I_{tdref,1}$ 和 $I_{tqref,1}$ 则是完全可控的,且通常取决于具体的故障穿越控制策略。需要特别指出的是,在当前的对称故障穿越研究和具体应用中,鲜有文献从保证故障后系统暂态稳定的角度去探讨如何设定电流设定值 $I_{tdref,1}$ 和 $I_{tqref,1}$ 。本文的一个重要创新工作之一便是应用基于 LMI 方法构建的 LEDA 解决了该问题。

为便于分析,本文首先给出有功/无功电流设定值可行域的定义:保证故障后 WG-VSC 系统 PLL 同步暂态稳定的 d 、 q 轴电流设定值 $I_{tdref,1}$ 和 $I_{tqref,1}$ 的可行范围。用公式则可表述为

$$\Omega_1 \triangleq \{(I_{tdref,1}, I_{tqref,1}) | \mathbf{x}_0 \in \Omega_v(I_{tdref,1}, I_{tqref,1})\} \quad (8)$$

式中: Ω_1 为电流设定值可行域; Ω_v 为故障后平衡点 $\mathbf{x}_{e1}(\theta_{pll,e1,0})$ 的 LEDA; $\mathbf{x}_{e0}(\theta_{pll,e0,0})$ 为故障前的平衡点。

接下来本文将给出 Ω_1 的具体求解方法。

3.2 电流设定值可行域 Ω_1 的构建

为便于给出构建 Ω_1 的方法,首先定义 $f(I)$ 为

$$f(I) = X_{F,1} I_{tdref,1} - R_{F,1} I_{tqref,1} \quad (9)$$

本文构建 Ω_1 的主要思路如下:

1) 首先确定保证系统暂态稳定的 \mathbf{x}_{e1} 可行范围。

基于算法 2 可求得故障后不同函数值 $f(I)$ 对应的系统平衡点 \mathbf{x}_{e1} 的 LEDA, 并可以通过判断故障前平衡点 \mathbf{x}_{e0} 是否位于 \mathbf{x}_{e1} 的 LEDA 内来判断系统在该故障下的暂态稳定性,从而确定 \mathbf{x}_{e1} 的可行范围。

需要特别指出的是,该判断条件可通过比较 $v(\mathbf{x}_{e0} - \mathbf{x}_{e1})$ 与 1 的数值关系实现: ① $v(\mathbf{x}_{e0} - \mathbf{x}_{e1}) < 1$, \mathbf{x}_{e0} 位于 \mathbf{x}_{e1} 的 LEDA 内,暂态稳定; ② $v(\mathbf{x}_{e0} - \mathbf{x}_{e1}) = 1$, \mathbf{x}_{e0} 位于 \mathbf{x}_{e1} 的 LEDA 边界上,由于 LEDA 的保守性,系统一般也是暂态稳定; ③ $v(\mathbf{x}_{e0} - \mathbf{x}_{e1}) > 1$, \mathbf{x}_{e0} 位于 \mathbf{x}_{e1} 的 LEDA 外,由于估计吸引域计算的保守性,严格来说系统可能暂态失稳,也可能是稳定的。

从计算可行性的角度,本文选择条件 $v(\mathbf{x}_{e0} - \mathbf{x}_{e1}) = 1$ 确定保证系统暂态稳定的 \mathbf{x}_{e1} 可行范围边界。考虑到 \mathbf{x}_{e1} 的积分电压分量为 0, 故可用 $\theta_{pll,e1}$ 可行范围 $(\theta_{pll,emin1}, \theta_{pll,emax1})$ 表示 \mathbf{x}_{e1} 的可行范围,如图 7(a)所示。

2) 根据 \mathbf{x}_{e1} 的可行范围,求电流设定值可行域 Ω_1 。

在 1.1 节最后指出,本文探讨的大扰动下的

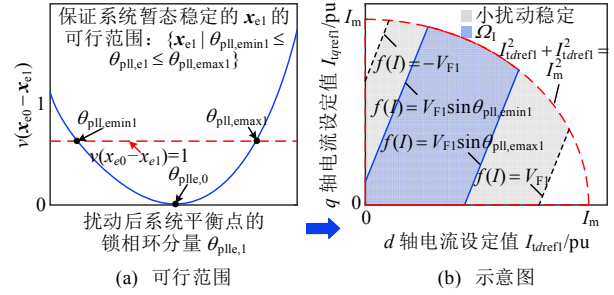


图 7 刻画 Ω_1 的示意图

Fig. 7 Schematic diagram depicting Ω_1

PLL 暂态稳定问题分析是在满足扰动前后 WG-VSC 系统在相应平衡点小扰动稳定这一前提下进行的,而 WG-VSG 系统(1)小扰动稳定为

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta_{pll,e1} \leq \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

因此,需保证图 8(a)中所得 \mathbf{x}_{e1} 的可行范围应满足条件(9)。

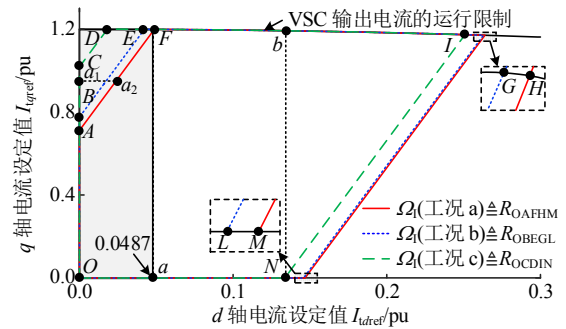


图 8 \mathbf{x}_{e0} 对 Ω_1 的影响

Fig. 8 Influence of \mathbf{x}_{e0} on Ω_1

则根据式(7)、(9)、(10), 和图 8(a)中所得 \mathbf{x}_{e1} 的可行范围, 可得:

$$-\frac{\pi}{2} \leq V_{F,1} \sin \theta_{pll,emin1} \leq f(I) \leq V_{F,1} \sin \theta_{pll,emax1} \leq \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

考虑到 VSC 输出电流的运行限制 I_m (不失一般性,假定 $I_m = 1.2\text{pu}$), 并基于(9)和(11), 可最终得到位于第一象限的电流设定值可行域 Ω_1 , 其示意图如图 7(b)所示。

接下来 3.3—3.6 节将基于算法 3 分别分析故障前系统的平衡点 \mathbf{x}_{e0} 、故障点电压 $V_{F,1}$ 、并网点到故障点的等效电抗 $X_{F,1}$ 和电阻 $R_{F,1}$ 以及 PLL 控制参数四方面参数对 Ω_1 的影响。

3.3 故障前平衡点 \mathbf{x}_{e0} 对 Ω_1 的影响分析

保持 $k_p = 10$ 、 $k_i = 50$ 、 $V_{F,1} = 0.075\text{pu}$ 和 $Z_{F,1} = (0.05 + 0.5j)\text{pu}$ 不变, 考虑 WG-VSC 系统故障前分别运行于如下 3 种工况:

工况 a: $I_{dref,0} = 1\text{pu}$, $I_{qref,0} = 0\text{pu}$;

工况 b: $I_{dref,0} = 1\text{pu}$, $I_{qref,0} = 0.45\text{pu}$, 通过注入无功电流保持并网点电压为 1pu ;

工况 c: $I_{dref,0} = 0.5\text{pu}$, $I_{qref,0} = 0\text{pu}$ 。

图 8 给出了扰动前系统运行于上述 a—c 3 种工况下的 WG-VSC 系统的电流设定值可行域 Ω_1 , 分别对应范围 R_{OAFHM} 、 R_{OBEG} 和 R_{OCDIN} 。

图中 AF 、 BE 和 CD 分别为工况 a—c 下保证 WG-VSC 系统故障后锁相环暂态同步稳定所对应的电流可行域 Ω_1 的左边界, 图中 MH 、 LG 和 NI 分别为工况 a—c 下电流可行域 Ω_1 的右边界, 图中 FH 、 EG 和 DI 弧线为逆变器所允许输出最大电流限制的边界, 3 个边界确定了上述工况下保证 WG-VSC 暂态稳定的电流可行域。从图中工况 a—c 所分别对应的 Ω_1 边界 AF 、 BE 和 CD 边界可以得出一个比较重要的结论: 从保证系统暂态稳定的角度出发, 故障期间所能允许的最大无功电流设定值 $I_{qref,1}$ 有可能无法达到其运行上限。这是当前故障穿越控制研究中未曾考虑的, 需要引起特别注意。

另外, 由工况 a、b 和 c 对应的电流设定值可行域可以看出, 在 VSC 未达到其最大输出电流限制且 $I_{dref,1} \leq 0.0487\text{pu}$ (工况 a 下的 Ω_1 左边界与逆变器最大输出电流边界交点对应的 d 轴电流设定值, 图中灰色区域) 的前提下: 1) 故障前 WG-VSC 系统输出有功功率越大, 故障后有功电流 $I_{dref,1}$ 相同时, 为保证系统暂态稳定, 其所能提供的最大无功电流 $I_{qref,1}$ 越小, 即无功-电压支撑能力越弱; 以 $I_{dref,1} = 0\text{pu}$ 为例, 工况 a 和 c 下, 其所能允许的最大无功电流 $I_{qref,1}$ 分别是 0.712 和 1.018pu 。2) 在保证故障后系统 PLL 暂态同步稳定的条件下, 对于电流可行域左边界 AF 、 BE 和 CD 而言, 适当增大有功电流设定值 $I_{dref,1}$, 可以有效增加 WG-VSC 在故障期间所能允许的最大无功电流 $I_{qref,1}$ 。

上述结论可从图 9 所示的暂态仿真结果中得到

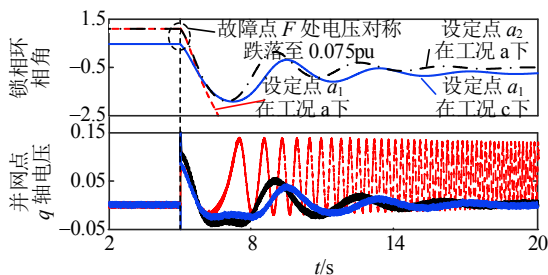


图 9 工况 a 和工况 c 下的暂态仿真结果对比
Fig. 9 Simulation results under case a and case c

验证。图 9 给出了故障前系统分别运行于工况 a 和工况 c, 故障后 ($I_{dref,1}$, $I_{qref,1}$) 为 $a_1(0, 1)$ 和故障前系统运行于工况 a, 故障后 ($I_{dref,1}$, $I_{qref,1}$) 为 $a_2(0.0288, 1)$ 对应工况的暂态仿真结果。

显然, 在故障后 ($I_{dref,1}$, $I_{qref,1}$) 皆为 a_1 的情况下, 工况 a 下 WG-VSC 系统暂态失稳, 表明这时所允许的最大无功电流设定值 $I_{qref,1}$ 已经无法达到其额定值 1pu 。但若减小故障前系统输出有功电流, 系统暂态稳定性能得到有效提升, 如工况 c 下系统暂态稳定。此外, 在故障前系统运行于工况 a 的情况下, 如果故障后 ($I_{dref,1}$, $I_{qref,1}$) 为 a_2 则系统暂态稳定, 说明在逆变器未达到其最大输出电流限制且 $I_{dref,1} \leq 0.0487\text{pu}$ 的前提下, 适当增大有功电流设定值 $I_{dref,1}$, 可以有效增加 WG-VSC 系统在故障期间所能允许的最大无功电流 $I_{qref,1}$ 。仿真结果验证了图 8 中理论分析的准确性。

3.4 $V_{F,1}$ 对 Ω_1 的影响分析

保持 $\theta_{pll,0} = 0.6825$ 、 $k_p = 10$ 、 $k_i = 50$ 和 $Z_{F,1} = (0.05 + 0.5j)\text{pu}$ 不变。图 10 给出了 $V_{F,1}$ 分别在 0.075 、 0.15 和 0.2pu 3 种不同对称电压跌落程度下 WG-VSC 系统的电流设定值可行域 Ω_1 , 分别对应范围 R_{OIKGH} 、 R_{OADE} 和 R_{OABC} 。

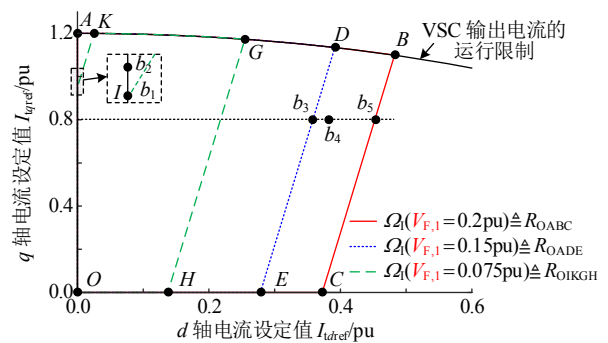
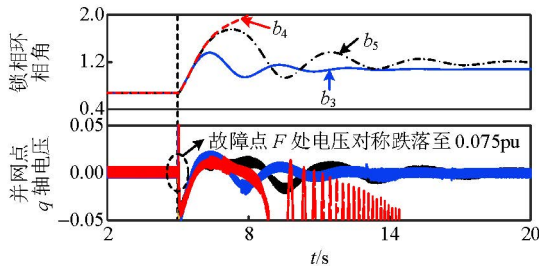


图 10 $V_{F,1}$ 对 Ω_1 的影响
Fig. 10 Influence of $V_{F,1}$ on Ω_1

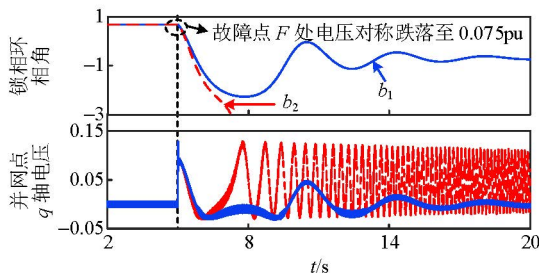
由图 10 中可以看出: 1) 故障点电压跌落越严重, 故障后电流设定值可行域 Ω_1 越小; 2) 故障点电压跌落为 0.075pu 且 $I_{dref,1} = 0$ 时, 无功电流设定值最大允许为 0.9506pu , 这表明严重故障时, 在保证暂态稳定的约束下, VSC 输出无功电流可能无法达到其额定值; 3) 在 $I_{qref,1}$ 一定的情况下, 故障点电压跌落越低, 所允许的最大有功电流设定值 $I_{dref,1}$ 越小, 如图中点 b_3 和 b_5 所示。

针对图 10 可行域 Ω_1 中的点 b_3 — b_5 , 其具体工况 ($I_{dref,1}$, $I_{qref,1}$, $V_{F,1}$) 分别对应为 $(0.3418, 0.8, 0.15)$ 、

(0.36, 0.8, 0.15)和(0.4524, 0.8, 0.2), 图 11(a)给出了其暂态稳定性仿真结果。



(a) 点 b_3 、 b_4 和 b_5



(b) 点 b_1 和 b_2

图 11 暂态仿真结果

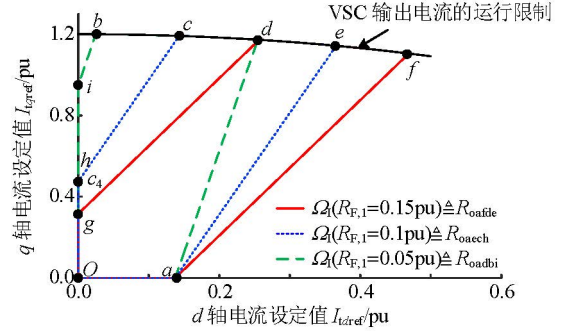
Fig. 11 Transient simulations

从图 11(a)可知：1) b_3 和 b_5 运行点下系统暂态稳定，而 b_4 运行点下系统暂态失稳，验证了图 11 所刻画电流设定值可行域 Ω_1 的有效性；2) 电压跌落越严重，VSC 允许输出的最大有功电流越小，这与图 11 中理论分析结论一致。

图 11(b)为点 b_1 和 b_2 所示工况下的暂态仿真结果，其具体工况 ($I_{dref,1}$, $I_{qref,1}$, $V_{F,1}$) 分别对应为 (0, 0.9506, 0.075) 和 (0, 1, 0.075)。该仿真结果表明在严重故障情况下，当 VSC 输出无功电流为 1pu 时可能会导致系统暂态同步失稳。

3.5 $X_{F,1}$ 和 $R_{F,1}$ 对 Ω_1 的影响分析

图 12(a)给出了 $\theta_{pll,e0}=0.6825$ 、 $k_p=10$ 、 $k_i=50$ 、 $V_{F,1}=0.075$ 和 $R_{F,1}=0.05$ pu 时， $X_{F,1}$ 分别为 0.5、0.3 和 0.15pu 下的 WG-VSC 系统的电流设定值可行域 Ω_1 ，分别对应范围 R_{OKADI} 、 R_{OKBEH} 和 R_{OKCFG} ；图 12(b)



(b) $R_{F,1}$ 对 Ω_1 的影响

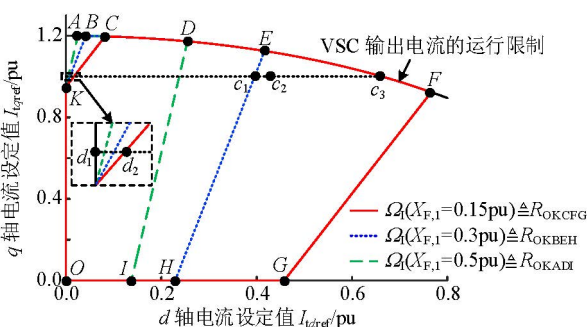
图 12 $X_{F,1}$ 及 $R_{F,1}$ 对 Ω_1 的影响

Fig. 12 Influence of $X_{F,1}$ and $R_{F,1}$ on Ω_1

给出了 $\theta_{pll,e0}=0.6825$ 、 $k_p=10$ 、 $k_i=50$ 、 $V_{F,1}=0.075$ 和 $X_{F,1}=0.5$ pu 时， $R_{F,1}$ 分别在 0.05、0.1 和 0.15pu 下的 WG-VSC 系统的电流设定值可行域 Ω_1 ，分别对应范围 R_{oadbi} 、 R_{oaech} 和 R_{oafde} 。

从式(10)和(12)可知，等效电抗 $X_{F,1}$ 和电阻 $R_{F,1}$ 首先会影响可行域 Ω_1 边界的斜率，这从图 12 中可以明显看出。此外，从图 12(a)可以看出故障后系统等效电抗 $X_{F,1}$ 越大，即电网强度越弱，故障后电流设定值可行域 Ω_1 越小。从图 12(b)中可以看出等效电阻 $R_{F,1}$ 增大且 $I_{dref,1}=0$ 时，故障期间所允许的最大无功电流设定值 $I_{qref,1}$ 会降低，这从点 i 、 h 和 g 可以明显看出。

图 12(a)中点 c_1 、 c_2 和 c_3 ，其具体工况 ($I_{dref,1}$, $I_{qref,1}$, $X_{F,1}$) 分别对应为 (0.3957, 1, 0.3)、(0.41, 1, 0.3) 和 (0.6633, 1, 0.15)。从图中可以看出 c_1 和 c_3 点分别位于相应的可行域 R_{OKBEH} 和 R_{OKCFG} 的边界上，但 c_2 点位于相应的可行域 R_{OKBEH} 外，这表明当故障点电压 $V_{F,1}$ 对称跌落至 0.075pu 且系统运行工况为 c_1 或 c_3 时，系统暂态稳定，若系统运行工况为 c_2 ，即 $I_{dref,1}$ 较大时，系统可能暂态失稳。上述理论分析结果从图 13 的仿真结果中得到了验证。需要强调的是，图 13 中 c_1 和 c_2 点对应工况的仿真曲线以左侧纵轴为刻度， c_3 点对应工况的仿真曲线以右侧纵轴为刻度。



(a) $X_{F,1}$ 对 Ω_1 的影响

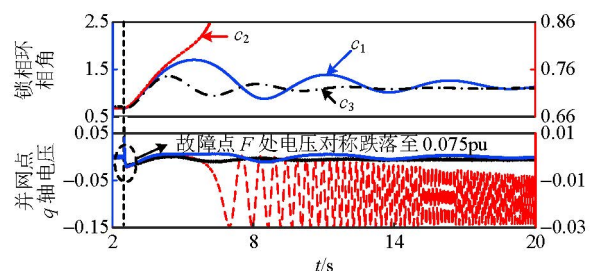


图 13 不同 $X_{F,1}$ 的仿真结果

Fig. 13 Simulation results under different $X_{F,1}$

图 14 给出了 $I_{qref,1}$ 和 $I_{dref,1}$ 分别为 0.4753、1pu(c_4), 等效电抗 $R_{F,1}$ 分别为 0.05、0.1 和 0.15pu 对应工况的暂态仿真结果。由图 14 可知, 只有 $R_{F,1}$ 为 0.15pu 对应的工况暂态失稳, 其他工况皆暂态稳定, 这与由图 12(b)所示 c_4 与可行域 R_{oadbi} 、 R_{oaech} 和 R_{oafde} 的位置关系得出的暂态稳定结果完全一致, 同时也表明等效电阻 $R_{F,1}$ 增大且 $I_{tdref,1}=0$ 时, 故障期间所允许最大无功电流设定值 $I_{qref,1}$ 会显著降低。

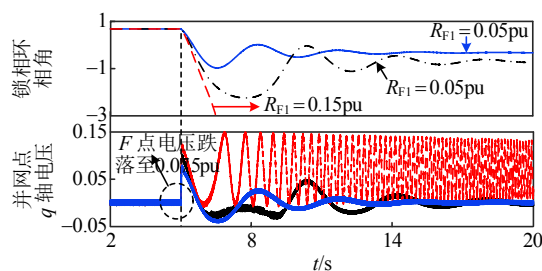


图 14 不同 $R_{F,1}$ 的仿真结果

Fig. 14 Simulation results under different $R_{F,1}$

3.6 PLL 控制参数对 Ω_1 的影响分析

保持 $\theta_{pll,e0} = 0.6825$ 、 $V_{F,1} = 0.075$ pu 和 $Z_{F,1} = (0.05 + 0.5j)$ pu 不变。图 15(a)给出了 $k_i = 50$, k_p 分别在 5、10 和 20 这 3 种参数下 WG-VSC 系统的电流设定值可行域 Ω_1 , 分别对应范围 R_{OHDCN} 、 R_{OGEBM} 和 R_{OKFAL} 。图 15(b)给出了 $k_p = 10$, k_i 分别在 25、

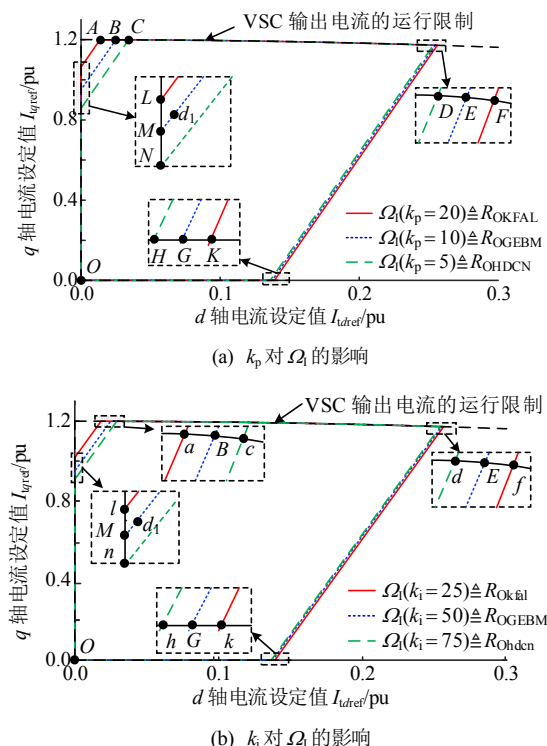


图 15 k_p 及 k_i 对 Ω_1 的影响

Fig. 15 Influence of k_p on Ω_1 and Ω_2

50 和 75 这 3 种参数下 WG-VSC 系统的电流设定值可行域 Ω_1 , 分别对应范围 R_{Okfal} 、 R_{OGEBM} 和 R_{Ohdcn} 。由图 15 可知, 增大 k_p 或减小 k_i 均可以增大 Ω_1 , 尤其是在 VSC 未达到其最大输出电流限制且 $I_{tdref,1}$ 较小的前提下, 可以增大故障期间的最大允许无功电流 $I_{qref,1}$ 的控制范围。

图 16 给出了 $I_{tdref,1}$ 和 $I_{qref,1}$ 分别为 0.0049、1pu(d_1), PLL 控制参数(k_p, k_i)分别取(5, 50)、(10, 50)和(10, 75)对应工况的暂态仿真结果。由图 16 可知, 只有(k_p, k_i)为(10, 50)对应的工况暂态稳定, 其他工况皆暂态失稳, 这与图 15 所示 d_1 与可行域 R_{OHDCN} 、 R_{OGEBM} 和 R_{Ohdcn} 的位置关系得出的暂态稳定结果完全一致, 同时也表明增大 k_p 或减小 k_i , 可有效增强 WG-VSC 系统的暂态稳定性。

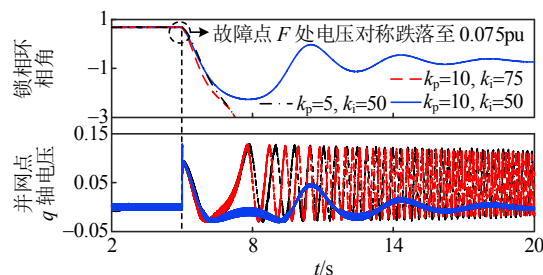


图 16 不同锁相参数下的仿真结果

Fig. 16 Simulation results under different PLL parameters

4 结论

本文将线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)优化法应用于 WG-VSC 系统 PLL 同步暂态稳定问题的 LEDA 构建, 相比现有基于 LaSalle 不变集定理的能量函数法和 SOS 法构建的 LEDA, 本文所刻画的 LEDA 保守性更低。在此基础上, 从保证系统暂态稳定的角度, 首次提出 WG-VSC 在对称电网故障等大扰动下的电流设定值可行域概念, 并基于 LMI 方法所刻画的 LEDA, 提出了该可行域的求解算法。需要特别指出的是, 该可行域丰富了 VSC 接入弱网的对称故障穿越控制策略, 为故障过程中的有功和无功电流设定值设定提供了切实可行的指导依据。在对该可行域的影响分析中, 可得出如下重要结论:

在保证 WG-VSC 系统暂态稳定的约束下, VSC 输出无功电流可能无法达到其运行上限, 尤其是在故障点电压跌落较低、扰动前输出有功电流较大、并网点到故障点的等效电阻值较大(即等效为阻抗

角减小)、PLL 控制参数中的比例系数越小或积分系数越大等情况下, WG-VSC 在故障期间的无功-电压支撑能量将可能会受到限制。在现有的故障穿越控制研究和实际应用中, 无功电流控制和电压支撑中鲜有考虑暂态稳定的约束, 本文工作填补了这一空白, 并从理论上给出了依据。

对本文工作的进一步展望如下: 1) 若故障点电压不对称跌落, 如何分析系统的 PLL 同步暂态稳定性; 2) 若故障下系统是暂态不稳定的, 如何确定故障临界切除时间; 3) 考虑多 VSC 接入的 PLL 同步暂态稳定问题分析; 4) VSG 虚拟同步控制下的 WG-VSC 暂态稳定问题分析; 5) 考虑电网频率动态的 WG-VSC 暂态稳定问题分析。

参考文献

- [1] 谢小荣, 贺静波, 毛航银, 等. “双高”电力系统稳定性的新问题及分类探讨[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(2): 461-475.
XIE Xiaorong, HE Jingbo, MAO Hangyin, et al. New issues and classification of power system stability with high shares of renewables and power electronics[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(2): 461-475(in Chinese).
- [2] 郑超, 张鑫, 吕盼, 等. VSC-HVDC 与弱交流电网混联系统大扰动行为机理及稳定控制[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(3): 629-641.
ZHENG Chao, ZHANG Xin, LÜ Pan, et al. Study on the large disturbance behavior mechanism and stability control strategy for VSC-HVDC and weak AC hybrid system[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(3): 629-641(in Chinese).
- [3] ROCABERT J, LUNA A, BLAABJERG F, et al. Control of power converters in AC microgrids[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2012, 27(11): 4734-4749.
- [4] GRAUNGAARD T, WANG Xiongfei, DENMARK P, et al. An overview of assessment methods for synchronization stability of grid-connected converters under severe symmetrical grid faults[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(10): 9655-9670.
- [5] 王旭斌, 杜文娟, 王海风. 弱连接条件下并网 VSC 系统稳定性分析研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(6): 1593-1604.
WANG Xubin, DU Wenjuan, WANG Haifeng. Stability analysis of grid-tied VSC systems under weak connection conditions[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(6): 1593-1604(in Chinese).
- [6] 李鹏飞, 李霞林, 王成山, 等. 中低压柔性直流配电系统稳定性分析模型与机理研究综述[J]. 电力自动化设备, 2021, 41(5): 3-21.
- LI Pengfei, LI Xialin, WANG Chengshan, et al. Review of stability analysis model and mechanism research of medium-and low-voltage flexible DC distribution system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(5): 3-21(in Chinese).
- [7] 尹睿, 孙媛媛, 王姗姗, 等. 双馈入 VSC 并网系统单输入单输出传递函数建模与稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(19): 6724-6739.
YIN Rui, SUN Yuanyuan, WANG Shanshan, et al. The Modeling and stability analysis of dual-infeed VSC based on the single-input and single-output transfer function model[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(19): 6724-6739(in Chinese).
- [8] 胡祺, 付立军, 马凡, 等. 弱电网下基于锁相控制并网变换器小扰动同步稳定分析[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(1): 98-108.
HU Qi, FU Lijun, MA Fan, et al. Small signal synchronizing stability analysis of PLL-based VSC connected to weak AC grid[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(1): 98-108(in Chinese).
- [9] HE Xiuqiang, GENG Hua, MA Shaokang. Transient stability analysis of grid-tied converters considering PLL's nonlinearity[J]. CPSS Transactions on Power Electronics and Applications, 2019, 4(1): 40-49.
- [10] 张宇, 蔡旭, 张琛, 等. 并网变换器的暂态同步稳定性研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(5): 1687-1701.
ZHANG Yu, CAI Xu, ZHANG Chen, et al. Transient synchronization stability analysis of voltage source converters: a review[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(5): 1687-1701(in Chinese).
- [11] GRAUNGAARD M, WANG Xiongfei, DAVARI P, et al. An efficient reduced-order model for studying synchronization stability of grid-following converters during grid faults[C]//Proceedings of the 2019 20th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics. Toronto: IEEE, 2019: 1-7.
- [12] GRAUNGAARD T, WANG Xiongfei, DAVARI P, et al. Systematic approach for transient stability evaluation of grid-tied converters during power system faults[C]//Proceedings of 2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. Baltimore: IEEE, 2019: 5191-5198.
- [13] WU Heng, WANG Xiongfei. Design-oriented transient stability analysis of PLL-synchronized voltage-source converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(4): 3573-3589.
- [14] 余贻鑫. 电力系统安全域方法研究述评[J]. 天津大学学报, 2008, 41(6): 635-646.
YU Yixin. Review of study on methodology of security regions of power system[J]. Journal of Tianjin University, 2008, 41(6): 635-646(in Chinese).
- [15] HU Qi, FU Lijun, MA Fan, et al. Large signal synchronizing instability of PLL-based VSC connected to

weak AC grid[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(4): 3220-3229.

- [16] CHIANG H D, HIRSCH M W, WU F F. Stability regions of nonlinear autonomous dynamical systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(1): 16-27.
- [17] MARX D, MAGNE P, NAHID-MOBARAKEH B, et al. Large signal stability analysis tools in DC power systems with constant power loads and variable power loads: a review[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2012, 27(4): 1773-1787.
- [18] 杨继鑫, 王久和, 王勉, 等. 级联 Buck 变换器混合无源控制与大信号稳定性[J]. 电力系统及其自动化学报, 2021, 33(7): 73-79, 87.
- YANG Jixin, WANG Jiuhe, WANG Mian, et al. Hybrid passivity-based control of cascaded Buck converter and large-signal stability[J]. Proceedings of the CSU-EPSCA, 2021, 33(7): 73-79, 87(in Chinese).
- [19] CHIANG H D. Direct methods for stability analysis of electric power systems: theoretical foundation, BCU methodologies, and applications[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011: 19-21.
- [20] FU Xikun, SUN Jianjun, HUANG Meng, et al. Large-signal stability of grid-forming and grid-following controls in voltage source converter: a comparative study[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2021, 36(7): 7832-7840.
- [21] MANSOUR M Z, ME S P, HADAVI S, et al. Nonlinear transient stability analysis of phase-locked loop based grid-following voltage source converters using Lyapunov's direct method[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2021, DOI: 10.1109/JESTPE.2021.3057639.
- [22] ZHANG Chen, MARTA M, LI Zheng, et al. Synchronizing stability analysis and region of attraction estimation of grid-feeding VSCs using sum-of-squares programming[J]. Frontiers in Energy Research, 2020, 8: 56.
- [23] CHESI G. Estimating the domain of attraction for non-polynomial systems via LMI optimizations[J]. Automatic, 2009, 45(6): 1536-1541.
- [24] CHESI G. Domain of attraction: analysis and control via SOS programming[M]. London: Springer, 2011.

附录 A 系统参数

表 A1 系统参数

Table A1 System parameter

系统	参数	数值
基准值	功率基准值/MVA	500
	交流电压基准值/kV	333
	角频率基准值/(rad/s)	100 π
硬件参数	开关频率/kHz	10
	LC 滤波电感/pu	0.11728
	LC 滤波电容/pu	0.04417

续表

系统	参数	数值
硬件参数	交流系统故障前等效阻抗/pu	0.09 + 0.9j
	交流系统故障后等效阻抗/pu	0.05 + 0.5j
控制参数	锁相环比例/积分系数	10/50
	电流环比例/积分系数	2/200

附录 B SMR 矩阵和完全 SMR 矩阵的定义

定义 1 多项式的基向量: 如果对于任意最高次幂不大于 m (m 是正整数) 的多项式 $f(x)$, 都存在 $m+1$ 行的向量 f 满足: $f(x) = f^T b_{\text{pol}}(x, m)$, 则称 $b_{\text{pol}}(x, m)$ 为最高幂次不大于 m 的多项式的基向量。

定义 2 SMR 矩阵: 对于多项式函数 $f(x)$, 且 $f(x)$ 的最高次幂小于等于 $2m$ 。如果有对称矩阵 F 满足: $f(x) = b_{\text{pol}}(x, m)^T \cdot F b_{\text{pol}}(x, m)$, 则称 F 为 $f(x)$ 关于 $b_{\text{pol}}(x, m)$ 的 SMR 矩阵。

定义 3 完全 SMR 矩阵: 对于最高次幂不超过 $2m$ 的多项式函数 $f(x)$ 。如果有对称矩阵 F 和 $L(\alpha)$ 满足 $f(x) = b_{\text{pol}}(x, m)^T (F + L(\alpha)) b_{\text{pol}}(x, m)$, 则称矩阵 $F + L(\alpha)$ 为 $f(x)$ 的完全 SMR 矩阵, 其中 α 是任意实数。

附录 C 2.2 节的证明过程

已知: Ω_v 是 $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 的 LEDA, 且 $\Omega_v \subset \psi$;

欲证: Ω_v 是 $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA。

证明过程如下:

首先定义 $\varphi(t, x_{\text{init}})$ 和 $\mu(t, x_{\text{init}})$ 分别为 $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 和 $\dot{x} = f(x)$ 在 $t=0$ 时通过 x_{init} 的轨线。

由已知可得 Ω_v 是 $\dot{x} = \hat{f}(x)$ 的 LEDA, 故由吸引域的定义可知, 若系统的初始状态 $x_{\text{init}} \in \Omega_v$, 则有式(C1)成立:

$$\begin{cases} \varphi(t, x_{\text{init}}) \in \Omega_v \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t, x_{\text{init}}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{C1})$$

此外, 由已知和图 4 可知, 若 $x_{\text{init}} \in \Omega_v$, 且 $\varphi(t, x_{\text{init}}) \in \Omega_v$, 则 $\varphi(t, x_{\text{init}})$ 与 $\mu(t, x_{\text{init}})$ 的运行轨迹高度一致。即有式(C2)成立:

$$\begin{cases} \mu(t, x_{\text{init}}) \in \Omega_v \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t, x_{\text{init}}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{C2})$$

故而 Ω_v 是 $\dot{x} = f(x)$ 的 LEDA。

证毕。



李霞林

在线出版日期: 2022-01-19。

收稿日期: 2021-08-05。

作者简介:

李霞林(1986), 男, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为变流器控制、分布式电源及微网控制技术等, xialinlee@tju.edu.cn。

(责任编辑 李泽荣)

Transient Stability Analysis of PLL Synchronization in Weak-grid-connected VSCs Based on the Largest Estimated Domain of Attraction

LI Xialin¹, WANG Zhi¹, GUO Li¹, ZHU Lin¹, ZHANG Chen¹, ZHU Jiebei¹, FU Xiaopeng¹,
ZHANG Ye², WANG Chengshan¹

(1. Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education (Tianjin University);

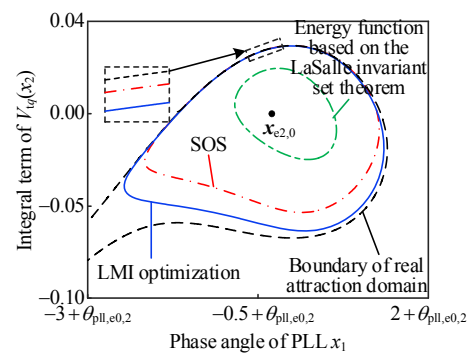
2. State Key Laboratory of HVDC (Electric Power Research Institute, China Southern Power Grid))

KEY WORDS: largest estimated domain of attraction (LEDA); transient stability of PLL synchronization; the linear matrix inequality (LMI) optimization method; feasible region of current settings

This paper mainly focuses on transient stability issues of the Weak Grid connected Voltage Source Converter (WG-VSC) system with phase-locked loop synchronization under severe symmetrical grid faults.

Firstly, the linear matrix inequality (LMI) optimization method has been applied to construct the largest estimated domain of attraction (LEDA) of the WG-VSC system. Compared with the LEDA constructed by the energy function based on the LaSalle invariant set theorem and Sum-of-Square Programming (SOS) method, the proposed method is less conservative in constructing LEDA, as shown in Fig. 1.

Then, for ensuring the transient stability during the



(c) The LEDA of the $x_{e2,0}$

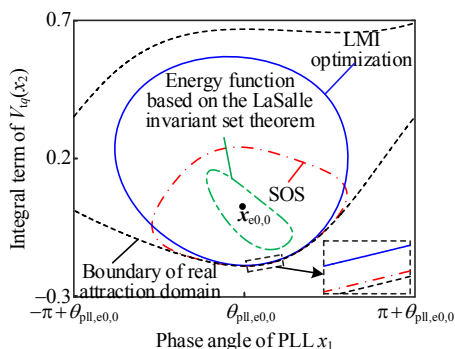
Fig. 1 Comparison of LMI optimization method, SOS method and energy function based on the LaSalle invariant set theorem method

fault ride-through process, the concept of the feasible region of current settings of the WG-VSC system under severe grid faults is proposed for the first time. Furthermore, the feasible region is obtained based on the LEDA described by the LMI method, as shown in (1):

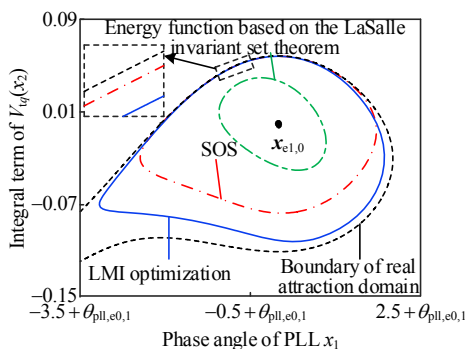
$$\mathcal{Q}_1 \triangleq \{(I_{tdref,1}, I_{tqref,1}) | V_{F1} \sin \theta_{pll,e0,1} \leq f(I) \leq V_{F1} \sin \theta_{pll,e0,1}\}, \quad f(I) = X_{F,1} I_{tdref,1} - R_{F,1} I_{tqref,1} \quad (1)$$

Finally, impacts of operating point before the fault, voltage level at fault point, equivalent impedance value from the PCC to fault point (i.e. system equivalent short-circuit ratio) and PI control parameters of PLL on the feasible region of current settings are analyzed by the numerical study.

In general, the lower the voltage drop at the fault point, the larger the output active current before fault, the larger the equivalent reactance from the grid point to the fault point, the smaller the proportional coefficient or the larger the integral coefficient of the PLL control parameters is, the smaller the feasible range of the current settings is.



(a) The LEDA of the $x_{e0,0}$



(b) The LEDA of the $x_{e1,0}$