

中国电机工程学报  
*Proceedings of the CSEE*  
ISSN 0258-8013, CN 11-2107/TM

## 《中国电机工程学报》网络首发论文

题目: 弱电网故障下新能源并网变换器的奇异摄动模型与暂态稳定性分析  
作者: 张梓钦, 朱东海, 马玉梅, 邹旭东, 胡家兵, 康勇  
DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.221088  
网络首发日期: 2022-09-14  
引用格式: 张梓钦, 朱东海, 马玉梅, 邹旭东, 胡家兵, 康勇. 弱电网故障下新能源并网变换器的奇异摄动模型与暂态稳定性分析[J/OL]. 中国电机工程学报. <https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.221088>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 弱电网故障下新能源并网变换器的奇异摄动模型与暂态稳定性分析

张梓钦, 朱东海\*, 马玉梅, 邹旭东, 胡家兵, 康勇

(强电磁工程与新技术国家重点实验室(华中科技大学), 湖北省 武汉市 430074)

## Singular Perturbation Model and Transient Stability Analysis of Grid-Connected Converter Under Weak Grid Faults

ZHANG Ziqin, ZHU Donghai\*, MA Yumei, ZOU Xudong, HU Jiabing, KANG Yong

(State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Engineering and Technology (School of Electrical and Electronic Engineering, Huazhong University of Science and Technology), Wuhan 430074, Hubei Province, China)

**ABSTRACT:** A grid-connected converter (GCC) is prone to transient instability under weak grid faults. However, it is very difficult to analyze the transient stability of GCC, due to the characteristics of high-order, nonlinear and strong coupling. Most of the existing works only study the phase-locked loop system and ignore the influence of current control, which cannot fully reflect the transient instability mechanism of GCC in weak grid. To cope with the issue, this paper studies the transient stability of GCC under weak grid faults, while considering the control dynamics of PLL and current loop. Firstly, the singular perturbation model of GCC is established, and then the original high-order model can be simplified to the low-order fast and slow subsystems. Afterward, the stability of the fast and slow subsystems is analyzed by the Lyapunov's first and second methods, respectively. On this basis, the effects of various factors on transient stability are revealed, and some guiding principles for control parameter optimization are given. Finally, the analysis results are validated by experiments.

**KEY WORDS:** weak grid; grid-connected converter (GCC); transient stability; singular perturbation model; Lyapunov stability

**摘要:** 弱电网短路故障下新能源并网变换器易于暂态失稳,

但由于并网系统表现高阶、非线性和强耦合等特征,其暂态稳定性分析十分困难。已有研究大多局限于单锁相环系统,即忽略电流控制动态的影响,无法充分反映并网变换器的暂态失稳机理。针对该挑战,本文同时考虑锁相环和电流环的控制动态,研究了弱电网故障下并网变换器的暂态稳定性。首先,建立了并网变换器接入弱电网的奇异摄动模型,将原高阶模型降阶简化为二个低阶的快、慢子系统。然后,分别采用李雅普诺夫第一法和第二法分析了快、慢子系统的稳定性,由此揭示了工作点、线路阻抗和控制参数等多重因素对暂态稳定性的影响规律,并给出了一些参数优化设计的指导原则。最后,通过实验验证了分析结果的正确性。

**关键词:** 弱电网; 并网变换器; 暂态稳定性; 奇异摄动模型; 李雅普诺夫稳定

## 0 引言

大规模开发新能源是贯彻“碳达峰、碳中和”国家战略的重要举措,高比例新能源接入是新型电力系统的主要特征<sup>[1-2]</sup>。然而,我国大型风光基地大多位于“三北”地区,即网架结构相对薄弱的电网末端,因此新能源往往接入弱电网场景<sup>[3]</sup>。弱电网下,新能源发电装备与电网之间会产生复杂的交互作用,易于诱发并网失稳问题,例如我国新疆哈密地区曾多次出现因风电场与弱电网交互作用而引发的电力系统宽频带振荡问题,严重时曾导致3台660MW火电机组跳闸<sup>[4]</sup>。

并网变换器(grid-connected converter, GCC)是新能源发电广泛采用的一种并网接口装置,直接影响新能源发电的并网电流质量与控制性能<sup>[5]</sup>,因此其在弱电网下的稳定性受到了广泛关注与研究,并

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(51907072); 国家自然科学基金委员会-国家电网公司智能电网联合基金项目(U1966208); 华中科技大学第二批研究生创新基金(YCJJ202202017)。

Project supported by the National Natural Science Foundations of China (51907072); the Joint Research Fund in Smart Grid under Cooperative Agreement between the National Natural Science Foundation of China and State Grid Corporation of China (U1966208); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YCJJ202202017).

已开展大量的研究工作。根据扰动大小的不同,已有工作主要可以归纳为以下两类:

1) 小扰动稳定性分析与控制: 文献[6]计及锁相环动态影响,建立了弱电网下并网变换器的序阻抗模型。文献[7]分析指出弱电网下并网变换器的锁相环与电流控制环会产生复杂的交互作用,易于诱发小扰动失稳问题。文献[8]建立了弱电网下并网变换器的类 Heffron-Phillips 动力学模型,并从阻尼特性的视角阐释了小扰动失稳机理及其关键影响因素。文献[9]和文献[10]分别从优化锁相控制参数和补偿锁相扰动影响两个方面,提出了弱电网下并网变换器的小扰动稳定控制方法。

2) 暂态(大扰动)稳定性分析: 一些学者关注于电网故障期间的平衡点存在性问题。文献[11]指出,如果电网故障期间电流指令设计的不合适,会出现因不存在平衡点而引发的失稳现象。文献[12]和文献[13]分别采用相平面法和电压矢量合成法分析了电网故障下平衡点存在机理,并揭示电网故障深度、线路阻抗和电流指令等多重因素对平衡点存在性的影响规律。文献[14]采用等面积分析法研究了并网变换器在平衡点附近的稳定性问题。文献[15]和文献[16]分别提出基于冻结锁相环和补偿功率损耗的优化控制方法,扩展了平衡点的存在域。然而,上述研究均假设系统进入准稳态工况,而完全忽略动态响应过程,并且平衡点存在性只是暂态稳定性的必要条件之一,难以充分反映暂态失稳机理。

为此,一些学者关注于因非线性引发的暂态失稳问题。文献[17]发现即使存在稳定平衡点,但由于锁相环的非线性特性,在大扰动下系统也可能无法从初始平衡点过渡到新的稳定平衡点,仍存在失稳风险。为此,文献[18]研究了锁相环系统在电网故障期间的暂态失稳机理和稳定边界。文献[19]将锁相环系统类比成同步机的摇摆方程,并采用等面积法分析了锁相环系统的暂态稳定性。文献[20]基于哈密顿能量函数给出了并网变换器的暂态稳定判据及稳定裕度,由此揭示了电网参数和锁相控制参数对暂态稳定性的影响规律。文献[21]使用李雅普诺夫直接法定量评估了并网变换器的暂态稳定性,并结合运动轨迹验证了所提方法较传统能量函数更为精确。然而,上述研究均假设电流控制环是理想的,仅关注单锁相环系统的暂态稳定性,而暂态过程中电流控制必然存在动态响应过程,因此无法充分反映弱电网故障下并网变换器的暂态稳定

性及失稳机理。文献[22]指出交流电流控制会对锁相环造成影响从而恶化系统暂态稳定性,并建议增加电流环带宽和降低锁相环带宽来提高暂态稳定性。然而,由于系统具有高阶、非线性、强耦合的特征,文献[22]将交流电流控制对锁相环的影响进行了降阶简化分析,即将电流环的变量全部用数值代入进行计算,通过阶跃响应结果定性给出交流电流控制对锁相环的影响趋势。因此,该方法未能给出定量的分析与相应的稳定判据。

针对上述问题,本文同时考虑锁相环和电流环的控制动态,研究了弱电网故障下并网变换器的暂态稳定性,并提出了一种结合奇异摄动理论和李亚普洛夫稳定理论的暂态稳定分析方法。该方法相较于传统的等面积法和能量函数法,避免了忽略锁相环方程中非线性阻尼项的情况以及难以构造合适的能量函数这一难题[23-25]。采用此方法能够将原本高阶、强耦合、强非线性的系统降阶为便于分析的快、慢子系统。因此,本文建立了并网变换器的奇异摄动模型,将原本高阶数学模型降阶简化为低阶的快、慢子系统。然后,采用李雅普诺夫法第一法和第二法分析了并网变换器的暂态稳定性,探究了工作点、线路阻抗和控制参数等多重因素对暂态稳定性的影响规律,同时给出了提高稳定性的控制参数优化设计建议。最后,在 SpaceR 硬件在环实验系统中验证了分析结果的正确性。

## 1 弱电网下 GCC 系统介绍与全阶模型

### 1.1 系统介绍

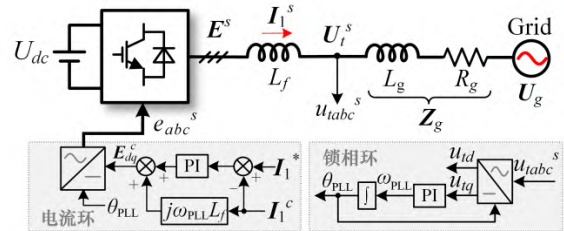


图1 并网变换器接入弱电网的典型拓扑及控制框图

Fig. 1 Generic topology and control of GCC in weak grid

图1给出了并网变换器接入弱电网的典型拓扑及控制框图。图中,  $L_f$  为滤波电感, 弱电网按照戴维南等效定理被等效为电压源  $U_g$  串联线路阻抗  $Z_g$  的形式[26]。当电网发生三相电压跌落故障后, 并网变换器的外环控制将由功率控制模式变为 LVRT 控制模式, 此时将直接采用单电流环按照设定的电流指令对并网变换器进行控制, 故本文不考虑外环功率控制[16]。并网变换器采用锁相环(phase locked



loop, PLL)检测并网点电压  $U_t$  的相角, 进而实现电网同步。电流环采用 PI 控制器实现对并网电流  $I_1$  的精确控制。可以看出, 锁相环的输出相角  $\theta_{PLL}$  会影响电流控制, 而并网电流  $I_1$  经线路阻抗  $Z_g$  将影响并网点电压  $U_t$ , 反过来又对锁相控制产生影响, 因此并网变换器的控制环路与弱电网之间存在复杂的交互耦合关系。

## 1.2 GCC 的全阶模型

在弱电网中, 由于 PLL 动态响应, GCC 系统存在两个  $dq$  坐标系: 一个是电网实际同步  $dq$  坐标系, 另一个是控制器  $dq$  坐标系<sup>[27]</sup>。在锁相环收敛至稳态之前, 控制器  $dq$  坐标系中 PLL 输出相角  $\theta_{PLL}$  与实际同步  $dq$  坐标系中相角  $\theta_g$  存在偏差  $\delta$ , 即  $\theta_{PLL} = \theta_g + \delta$ 。两个  $dq$  坐标系之间的变换关系可以表示为<sup>[27]</sup>:

$$\mathbf{X}^c = \mathbf{X}^s e^{-j\delta} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{X}$  为电压、电流等变量; 上标  $s$  表示电网实际同步  $dq$  坐标系; 上标  $c$  表示控制器  $dq$  坐标系。

在电网实际同步  $dq$  坐标系下, 并网变换器的电压方程可以表示为<sup>[22]</sup>:

$$\begin{cases} U_t^s = U_g + R_g I_1^s + L_g \frac{dI_1^s}{dt} + j\omega_g L_g I_1^s \\ E^s = U_t^s + L_f \frac{dI_1^s}{dt} + j\omega_g L_f I_1^s \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $L_g$ 、 $R_g$  分别为线路电感和电阻;  $\omega_g$  为电网角频率;  $j$  为虚数单位。

在控制器  $dq$  坐标系下, 电流环的表达式为:

$$E^c = (k_{pc} + \frac{k_{ic}}{s})(I_1^* - I_1^c) + j\left(\frac{d\delta}{dt} + \omega_g\right)L_f I_1^c \quad (3)$$

式中,  $k_{pc}$  和  $k_{ic}$  分别为电流环 PI 控制器的比例和积分系数;  $I_1^*$  为电流指令;  $s$  为拉普拉斯算子。

联立式(1)和式(3), 可以推导出电网实际同步  $dq$  坐标系下电流环的表达式为:

$$\begin{aligned} E^s &= (k_{pc} + \frac{k_{ic}}{s})(I_1^* - I_1^s e^{-j\delta})e^{j\delta} + j\frac{d\delta}{dt}L_f I_1^s \\ &\quad + j\omega_g L_f I_1^s \end{aligned} \quad (4)$$

将式(2)代入式(4), 并忽略较小的线路电阻  $R_g$ , 可以推导出并网电流的状态空间方程为:

$$\begin{aligned} (L_g + L_f) \frac{d^2 I_1^s}{dt^2} - jL_f \left( \frac{d\delta}{dt} \frac{dI_1^s}{dt} + I_1^s \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right) + \\ j\omega_g L_g \frac{dI_1^s}{dt} = k_{pc} \frac{d(I_1^* e^{j\delta} - I_1^s)}{dt} + k_{ic} (I_1^* e^{j\delta} - I_1^s) \end{aligned} \quad (5)$$

根据图 1, 锁相环可以表示为:

$$\frac{d\delta}{dt} = G_{PLL} \text{Im}(U_t^c) \quad (6)$$

式中,  $G_{PLL} = k_{p\_PLL} + k_{i\_PLL}/s$  为锁相环 PI 控制器,  $k_{p\_PLL}$  和  $k_{i\_PLL}$  分别比例系数和积分系数。

联立式(1)和式(6), 可以推导出电网实际同步  $dq$  坐标系下锁相环的状态空间方程为:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \text{Im} \left[ k_{p\_PLL} \left( \frac{dU_t^s}{dt} e^{-j\delta} - j \frac{d\delta}{dt} U_t^s e^{-j\delta} \right) \right. \\ \left. + U_t^s e^{-j\delta} k_{i\_PLL} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

综上所述, 式(2)、(5)和(7)共同构成了考虑锁相环和电流环控制动态的 GCC 全阶模型。可以看出, GCC 全阶模型的阶数很高 (6 阶), 并且还存在着因锁相控制和两个  $dq$  坐标系变换而引入的非线性项。此外, 电流环状态空间方程中含有锁相偏差角  $\delta$ , 锁相环状态空间方程中含有受线路电感  $L_g$  和并网电流  $I_1$  影响的并网点电压  $U_t$ , 即锁相环、电流环以及线路阻抗存在复杂的耦合关系。因此, GCC 全阶模型表现出高阶、非线性、强耦合的特征, 不便于稳定性分析, 需要进行适当的降阶简化。

## 2 基于奇异摄动的 GCC 降阶简化模型

### 2.1 奇异摄动理论的介绍

标准的奇异摄动系统具备以下形式<sup>[28, 29]</sup>:

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{dx}{dt} = \varepsilon \dot{x} = f(x, y, \varepsilon) \\ \frac{dy}{dt} = \dot{y} = g(x, y, \varepsilon) \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $x$  表示快状态变量的集合,  $y$  表示慢状态变量的集合; 小参数  $0 < \varepsilon < 1$  决定了系统时间尺度的分离程度。  $(x, y) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n$ ; 映射  $f: \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ ;  $g: \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ 。上标 “ $\cdot$ ” 表示状态变量对于时间  $t$  的微分。

为了简化奇异摄动系统, 引入了快、慢子系统以降低原系统的阶数。令式(8)中  $\varepsilon = 0$ , 可获得慢子系统的表达式为:

$$\begin{cases} 0 = f(x, y, 0) \\ \dot{y} = g(x, y, 0) \end{cases} \quad (9)$$

可以看出, 慢子系统是原始模型的降阶模型。原始模型由慢子系统和快子系统共同构成, 为了获得快子系统模型, 进行时间尺度变换  $\tau = t/\varepsilon$ , 可获得标准奇异摄动系统在快时间尺度下的等价形式为:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = x' = f(x, y, \varepsilon) \\ \frac{dy}{d\tau} = y' = \varepsilon g(x, y, \varepsilon) \end{cases} \quad (10)$$

式中, 上标 “ $\cdot$ ” 表示状态变量对于  $\tau$  的微分。

类似地, 在式(10)所示的快时间尺度微分方程

组中令  $\varepsilon=0$ ，可获得快子系统的表达式为：

$$\begin{cases} x' = f(x, y, 0) \\ y' = 0 \end{cases} \quad (11)$$

可以看出，通过快、慢子系统的分离能够降低原系统的阶数。此外，由于快子系统的平衡点位于慢子系统的平滑边界层中，快子系统可以被视为慢子系统的小扰动，当两个子系统均稳定时，可以判定全阶模型是稳定的<sup>[28]</sup>。

GCC 的全阶模型与式(8)中标准的奇异摄动系统具有相似的数学形式。由于  $0 < L_g + L_f < 1$ ，电感  $L_g + L_f$  可以被视为小参数。电流  $I_1^s$  和偏差角  $\delta$  可以分别被视为快状态变量和慢状态变量。因此，可采用奇异摄动理论对 GCC 全阶模型进行降阶简化。

## 2.2 GCC 的慢子系统

类比式(9)中慢子系统的推导过程，令  $\varepsilon=0$ ，可以推导出 GCC 的慢子系统。同时，由于  $L_f < L_g + L_f$ ，电流环的状态空间方程式(5)可以表示为：

$$j\omega_g L_g \frac{dI_{1slow}^s}{dt} = k_{pc} \frac{d(I_1^* e^{j\delta_{slow}} - I_{1slow}^s)}{dt} + k_{ic} (I_1^* e^{j\delta_{slow}} - I_{1slow}^s) \quad (12)$$

式中，下标 *slow* 表示此变量为慢子系统中的变量。

采用常数变易法<sup>[30]</sup>求解上式，令  $I_{1slow}^s = u(t)e^{-k_c t}$ ，可以解出式(12)中并网电流的表达式为：

$$I_{1slow}^s = I_1^* e^{j\delta_{slow}} - \frac{j\omega_g L_g}{k_{pc} + j\omega_g L_g} I_1^* e^{j\delta_{slow}} + \frac{j\omega_g L_g}{k_{pc} + j\omega_g L_g} \frac{k_c}{k_c + j\delta_{slow}} I_1^* e^{j\delta_{slow}} + ce^{-k_c t + j\delta_{slow}} \quad (13)$$

式中， $k_c = k_{ic}/(k_{pc} + j\omega_g L_g)$ ； $c$  是一个常数。由于  $\delta_{slow} \ll k_c$ ，上式可以进一步改写为：

$$\begin{cases} \frac{d^2 I_1^s}{d\tau^2} = k_{pc} j \frac{d\delta}{d\tau} I_1^* e^{j\delta} - k_{pc} \frac{dI_1^s}{d\tau} + j \frac{L_f}{L_g + L_f} \left( \frac{d\delta}{d\tau} \frac{dI_1^s}{d\tau} + \frac{d^2 \delta}{d\tau^2} I_1^s \right) - j\omega_g L_g \frac{dI_1^s}{d\tau} \\ \frac{1}{k_{p\_PLL} (L_g + L_f)} \frac{d^2 \delta}{d\tau^2} = \text{Im} \left[ \left( \frac{L_g}{L_g + L_f} \frac{d^2 I_1^s}{d\tau^2} - j \frac{L_g}{L_g + L_f} \frac{d\delta}{d\tau} \frac{dI_1^s}{d\tau} + j\omega_g L_g \frac{dI_1^s}{d\tau} - j \frac{d\delta}{d\tau} j\omega_g L_g I_1^s - j \frac{d\delta}{d\tau} U_g \right) e^{-j\delta} \right] \end{cases} \quad (17)$$

对式(17)中并网电流方程进行积分，可得：

$$\begin{aligned} \frac{dI_1^s}{d\tau} &= k_{pc} I_1^* e^{j\delta} - k_{pc} I_1^s + j \frac{L_f}{L_g + L_g} \frac{d\delta}{d\tau} I_1^s \\ &\quad - j\omega_g L_g I_1^s + c_1 \end{aligned} \quad (18)$$

快子系统为慢子系统的小扰动，令  $dI_1^s/dt=0$ ，可求得式(18)中不定积分的常数项  $c_1$  为：

$$c_1 = k_{pc} I_{1slow}^s - k_{pc} I_1^* e^{j\delta_{slow}} + j\omega_g L_g I_{1slow}^s \quad (19)$$

$$I_{1slow}^s = I_1^* e^{j\delta_{slow}} + ce^{-k_c t} \quad (14)$$

可以看出，并网电流将收敛至指令值。此外，由于  $c$  与初始状态相关，如果初始状态是稳定状态，则可以令  $c=0$ 。因此，电流环在慢子系统下是跟随电流参考指令的。进一步地，并网电流的一阶导数  $dI_1^s/dt$  和二阶导数  $d^2 I_1^s/dt^2$  可以推导为：

$$\begin{cases} \frac{dI_{1slow}^s}{dt} = j \frac{d\delta}{dt} I_1^* e^{j\delta_{slow}} \\ \frac{d^2 I_{1slow}^s}{dt^2} = j I_1^* \left[ \frac{d^2 \delta_{slow}}{dt^2} e^{j\delta_{slow}} + j \left( \frac{d\delta_{slow}}{dt} \right)^2 e^{j\delta_{slow}} \right] \end{cases} \quad (15)$$

联立式(2)，(7)和(15)，可以推导出锁相环的状态空间方程为：

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{k_{p\_PLL}} - I_d^* L_g \right) \frac{d^2 \delta_{slow}}{dt^2} = & (k_p U_{gq} - \frac{d\delta_{slow}}{dt} U_{gd}) - (k_p U_{gd} + \frac{d\delta_{slow}}{dt} U_{gq}) \delta_{slow} \\ & + k_p L_g \left( \omega_s + \frac{d\delta_{slow}}{dt} \right) I_d^* \end{aligned} \quad (16)$$

式中， $k_p = k_{i\_PLL}/k_{p\_PLL}$ 。

式(14)和式(16)共同构成了 GCC 的慢子系统。式(14)表明在慢子系统中并网电流能够跟随电流指令，式(16)则决定了慢子系统的稳定性。可以看出，GCC 慢子系统是一个二阶非线性微分方程，大幅降低了原全阶模型的阶数，并可以采用典型的非线性分析方法进行稳定性研究。

## 2.3 GCC 的快子系统

类比第 2.1 节中快子系统的推导过程，在全阶模型中进行时间尺度变换  $\tau=t/\varepsilon$ ，然后令  $\varepsilon=0$  即可推导出快子系统的状态空间方程如式(17)所示。

且快时间尺度下的状态变量可以表示为：

$$\begin{cases} I_1^s = I_{1slow}^s + I_{1quick}^s \\ \delta = \delta_{slow} + \delta_{quick} \end{cases} \quad (20)$$

式中，下标 *quick* 则表示慢子系统的小扰动。联立式(18)、(19)和(20)，可以推导出快子系统下电流环的状态空间方程为：

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{I}_{1\text{quick}}^s}{d\tau} = & k_{pc} \mathbf{I}_1^* e^{j\delta_{\text{slow}}} (e^{j\delta_{\text{quick}}} - 1) \\ & - \mathbf{I}_{1\text{quick}}^s (k_{pc} + j\omega_g L_g) \\ & + j \frac{L_f}{L_g + L_f} \frac{d\delta}{d\tau} (\mathbf{I}_{1\text{quick}}^s + \mathbf{I}_{1\text{slow}}^s) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{1}{k_{p\_PLL} (L_g + L_f)} \frac{d\delta_{\text{quick}}}{d\tau} = \text{Im} \left[ \begin{aligned} & (1 - e^{-j\delta_{\text{quick}}}) (k_{pc} \frac{L_g}{L_g + L_f} \mathbf{I}_1^* - j\omega_g L_g \mathbf{I}_{1\text{slow}}^s e^{-j\delta_{\text{slow}}} - U_g^s e^{-j\delta_{\text{slow}}}) \\ & - \frac{L_g}{L_g + L_f} \mathbf{I}_{1\text{quick}}^s e^{-j(\delta_{\text{quick}} + \delta_{\text{slow}})} (k_{pc} - j\omega_g L_f) \\ & + j \frac{L_f L_g}{(L_g + L_f)^2} \frac{d\delta_{\text{quick}}}{d\tau} (\mathbf{I}_{1\text{slow}}^s + \mathbf{I}_{1\text{quick}}^s) e^{-j(\delta_{\text{quick}} + \delta_{\text{slow}})} \end{aligned} \right] \quad (22)$$

综上所述，式(21)和式(22)共同构成了快子系统。由于快子系统是慢子系统的小扰动，因此可以采用常规的线性化分析方法来研究快子系统的稳定性，例如李雅普诺夫第一法。

## 2.4 模型验证

采用时域模拟方法来验证奇异摄动模型与全阶模型的一致性，其中时域模拟中所使用的并网变换器结构如图 1 所示，系统参数见附录表 A1。

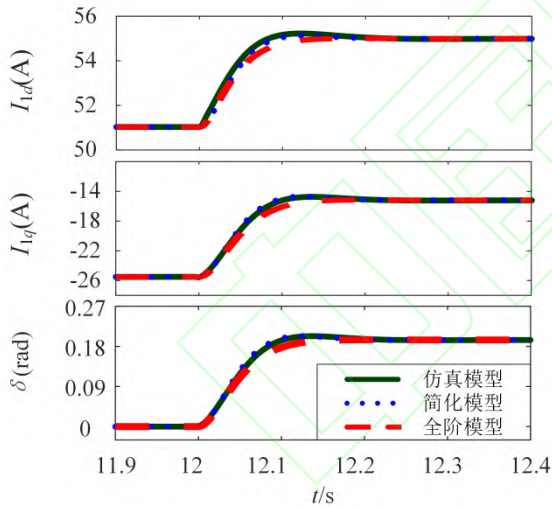


图 2 电流  $dq$  轴分量和锁相环的角度偏差响应图

Fig. 2 Dynamic responses of  $dq$ -axis current and PLL angle deviation

在  $t=12\text{s}$  时，电网电压跌落至  $0.6\text{ p.u.}$ ，绘制出奇异摄动模型和全阶模型的电流  $dq$  轴分量以及 PLL 角度偏差响应图，如图 2 所示。可以看出，所提出的奇异摄动模型可以很好地描述 GCC 全阶模型的暂态响应过程，从而验证了所建立的快、慢子系统的正确性。

## 3 弱电网故障下 GCC 的暂态稳定性分析

由于奇异摄动模型的稳定性由快、慢子系统共

同决定，因此需要同时分析两者的稳定性。本章分别采用李雅普诺夫第一法和第二法分析快、慢子系统的稳定性，分别求出了慢子系统的能量函数和快子系统的特征值，并给出了影响两个子系统稳定性的关键因素以及对全阶模型的影响。

### 3.1 慢子系统的稳定性分析

对于式(16)所示的非线性模型，可以构建正定的能量函数以分析其稳定性<sup>[31]</sup>。因此，慢子系统的能量函数可以构造为：

$$V(\delta_{\text{slow}}, \delta_{\text{slow}}) = \frac{1}{2} a \left( \frac{d\delta_{\text{slow}}}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} b \delta_{\text{slow}}^2 \geq 0 \quad (24)$$

式中，

$$\begin{cases} a = \frac{1}{k_{p\_PLL}} - L_g I_{1d}^* \\ b = k_p U_{gd} \end{cases} \quad (25)$$

联立式(16)与式(25)， $V(\delta, \delta)$ 的微分可以表示为：

$$\begin{aligned} \frac{dV(\delta_{\text{slow}}, \delta_{\text{slow}})}{dt} = & \left( \frac{d\delta_{\text{slow}}}{dt} \right)^2 (-U_{gd} - U_{gq} \delta_{\text{slow}} + k_p L_g I_{1d}^*) \end{aligned} \quad (26)$$

根据李雅普诺夫第二法，如果上述构建的能量函数是正定的，并且能量函数的一阶导数是负定的，则可以认定系统是稳定的<sup>[31, 32]</sup>。因此，慢子系统稳定的条件为：

$$\begin{cases} a = \frac{1}{k_{p\_PLL}} - L_g I_{1d}^* > 0 \\ b = k_p U_{gd} > 0 \\ U_{gd} + U_{gq} \delta_{\text{slow}} - k_p L_g I_{1d}^* > 0 \end{cases} \quad (27)$$

可以看出，慢子系统的稳定性主要受  $L_g$ ， $I_{1d}^*$ ， $k_{p\_PLL}$ ， $k_{i\_PLL}$ ， $U_{gd}$  和  $U_{gq}$  的影响。

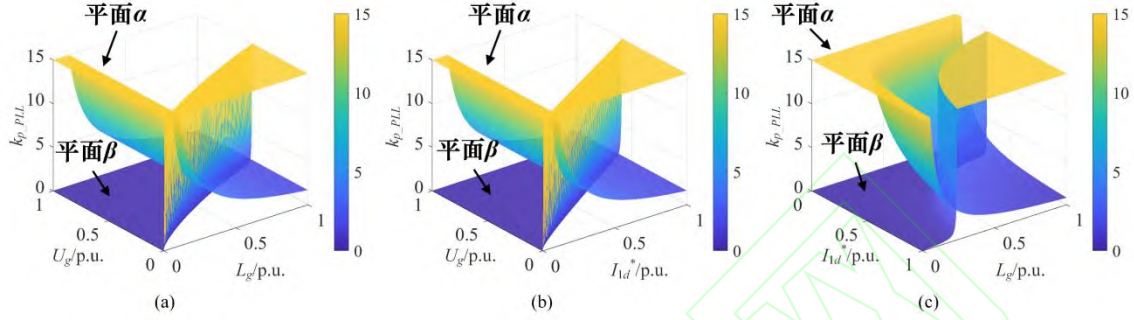
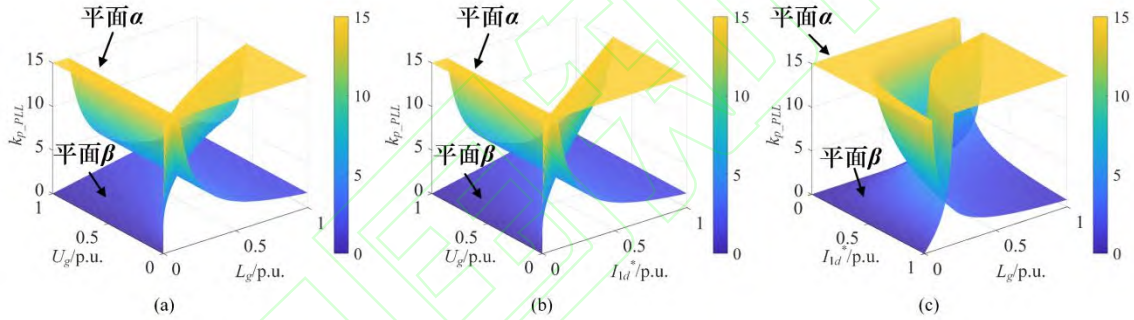
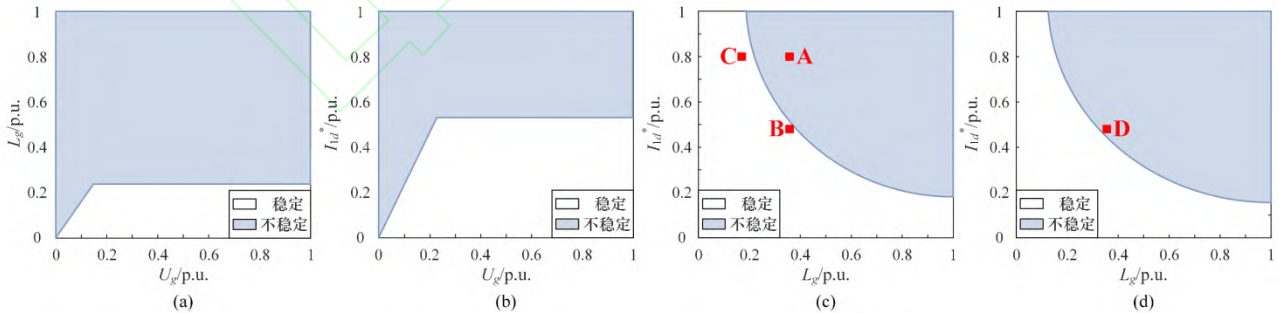


表 1 慢子系统分析时的系统参数

Tab. 1 Parameters for Slow Subsystem Analysis

参数	符号	数值
电网电压	$U_g$	0.3 p.u.
$d$ 轴电流指令	$I_{1d}^*$	0.8 p.u.
$q$ 轴电流指令	$I_{1q}^*$	-0.12 p.u.
电网电感	$L_g$	5.24 mH
锁相环 PI 控制器比例系数	$k_{i\_PLL}$	100

根据式(27), 可以绘制不同参数下慢子系统稳定的  $k_{p\_PLL}$  临界取值, 如图 3 和图 4 所示, 分析过程中控制不变的参数见表 1。平面  $\alpha$ 、 $\beta$  分别对应式 (27) 中第一个和第三个不等式。如果慢子系统参数位于平面  $\alpha$  之下且位于平面  $\beta$  之上, 则可以判定慢子系统为稳定的。

图 3  $k_{p\_PLL}$  的临界取值(固定  $k_{i\_PLL}=100$ ): (a) 改变  $U_g$ 、 $L_g$ ; (b) 改变  $U_g$ 、 $I_{1d}^*$ ; (c) 改变  $L_g$ 、 $I_{1d}^*$ 。Fig. 3 Critical value of  $k_{p\_PLL}$  with different factors ( $k_{i\_PLL}=100$ ): (a) Critical value of  $k_{p\_PLL}$  when  $U_g$  and  $L_g$  changed.(b) Critical value of  $k_{p\_PLL}$  when  $U_g$  and  $I_{1d}^*$  changed. (c) Critical value of  $k_{p\_PLL}$  when  $L_g$  and  $I_{1d}^*$  changed.图 4  $k_{p\_PLL}$  的临界取值(固定  $k_{i\_PLL}=2200$ ): (a) 改变  $U_g$ 、 $L_g$ ; (b) 改变  $U_g$ 、 $I_{1d}^*$ ; (c) 改变  $L_g$ 、 $I_{1d}^*$ 。Fig. 4 Critical value of  $k_{p\_PLL}$  with different factors ( $k_{i\_PLL}=2200$ ): (a) Critical value of  $k_{p\_PLL}$  when  $U_g$  and  $L_g$  changed.(b) Critical value of  $k_{p\_PLL}$  when  $U_g$  and  $I_{1d}^*$  changed. (c) Critical value of  $k_{p\_PLL}$  when  $L_g$  and  $I_{1d}^*$  changed.图 5  $k_{p\_PLL}=4.3$  时, 稳定和不稳定区域: (a) 改变  $U_g$ 、 $L_g$  ( $k_{i\_PLL}=100$ ); (b) 改变  $U_g$ 、 $I_{1d}^*$  ( $k_{i\_PLL}=100$ );(c) 改变  $L_g$ 、 $I_{1d}^*$  ( $k_{i\_PLL}=100$ ); (d) 改变  $L_g$ 、 $I_{1d}^*$  ( $k_{i\_PLL}=2200$ )Fig. 5 Stable and unstable region with different factors when  $k_{p\_PLL}=4.3$ : (a)  $U_g$  and  $L_g$  changed ( $k_{i\_PLL}=100$ ).(b)  $U_g$  and  $I_{1d}^*$  changed ( $k_{i\_PLL}=100$ ). (c)  $L_g$  and  $I_{1d}^*$  changed ( $k_{i\_PLL}=100$ ). (d)  $L_g$  and  $I_{1d}^*$  changed ( $k_{i\_PLL}=2200$ ).

当固定  $k_{i\_PLL}=100$  时, 慢子系统的  $k_{p\_PLL}$  临界取值如图 3 所示。由图 3(a)可以看出, 当  $I_{1d}^*$  恒定为 0.48 p.u. 时, 随着  $L_g$  的增大以及电网电压跌落程度

的加剧,  $k_{p\_PLL}$  的取值范围不断减小, 也就是说, 当发生三相电网电压跌落时, 线路阻抗  $L_g$  越大, 系统越易于失稳。类似地, 由图 3(b)可知, 随着  $I_{1d}^*$

减小,  $k_{p\_PLL}$  的取值范围将变大。因此, 当三相电网电压下降时, 较小的  $I_{1d}^*$  和  $L_g$  将使慢子系统具有更大的稳定区域。此外, 由图 3(c)可知, 在电网电压从 1 p.u. 跌落至 0.4 p.u. 时,  $I_{1d}^*$  所决定的临界  $k_{p\_PLL}$  会随着  $L_g$  的增加而降低。

当固定  $k_{i\_PLL}=2200$  时, 慢子系统的  $k_{p\_PLL}$  临界取值如图 4 所示。可以看出, 在与图 3 相同的条件下,  $k_{i\_PLL}$  的增大将 A、B 两平面所夹的区域变小, 即更大的  $k_{i\_PLL}$  将恶化慢子系统的稳定性。综上所述, 若并网系统线路电感  $L_g$  越大,  $d$  轴电流指令值  $I_{1d}^*$  越大,  $k_{i\_PLL}$  越大和三相电压跌落越严重, 则慢子系统更容易失去稳定性。

为了确定不同条件下慢子系统的稳定边界, 以图 3 和图 4(c)中取  $k_{p\_PLL}=4.3$  为例, 绘制系统的稳定性区域与不稳定区域如图 5 所示, 可以看出该结果与前述理论分析一致。

### 3.2 快子系统的稳定性分析

快子系统可以被视为慢子系统的小扰动, 因此将采用李雅普诺夫第一法对快子系统进行稳定性分析。首先对快子系统进行线性化, 即:

$$\begin{cases} \sin(\delta_{quick}) = \delta_{quick} \\ \cos(\delta_{quick}) = 1 \\ \frac{d\delta_{slow}}{d\tau} = 0 \end{cases} \quad (28)$$

将式(28)代入式(21)、(22), 可以推导出快子系统的小信号状态空间方程为:

$$\begin{bmatrix} I_{1d\_quick}^s \\ I_{1q\_quick}^s \\ \delta_{quick} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1d\_quick}^s \\ I_{1q\_quick}^s \\ \delta_{quick} \end{bmatrix} \quad (29)$$

式中, A、B、C 的表达式见附录 B。

根据李雅普诺夫第一法, 若式(29)的特征值实部均为负数时, 可判断快子系统是渐进稳定的<sup>[33]</sup>。由式(29)可以解出特征值的表达式, 见附录 C。可以看出, 快子系统的稳定性主要受  $k_{pc}$ 、 $k_{p\_PLL}$ 、 $U_g$ 、 $L_g$ 、 $I_{1d\_slow}$ 、 $I_{1q\_slow}$  以及  $I_1^*$  的影响。

表 2 快子系统分析时的系统参数

Tab. 2 Parameters for Fast Subsystem Analysis

参数	符号	数值
电网电压	$U_g$	0.3 p.u.
慢子系统 $d$ 轴电流	$I_{1d\_slow}$	0.48 p.u.
慢子系统 $q$ 轴电流	$I_{1q\_slow}$	-0.12 p.u.
电流环 PI 控制器比例系数	$k_{pc}$	30
锁相环 PI 控制器比例系数	$k_{p\_PLL}$	4.3

按照表 2 中的系统参数, 绘制了不同参数下特征值实部三维图, 如图 6 所示。根据颜色不同, 如果快子系统对应工作点的特征值均小于 0, 则可以判定快子系统是稳定的。由图 6(a)可知, 随着  $k_{pc}$  与  $k_{p\_PLL}$  的增大, 快子系统特征值的实部不断增大, 快子系统因此失去稳定性。由图 6(b)可知, 当电压跌落程度较深或者线路电感较大时, 快子系统将失去稳定性。由图 6(c)可知, 随着  $I_{1d\_slow}$  与  $I_{1q\_slow}$  的增大, 快子系统也将失去稳定性。

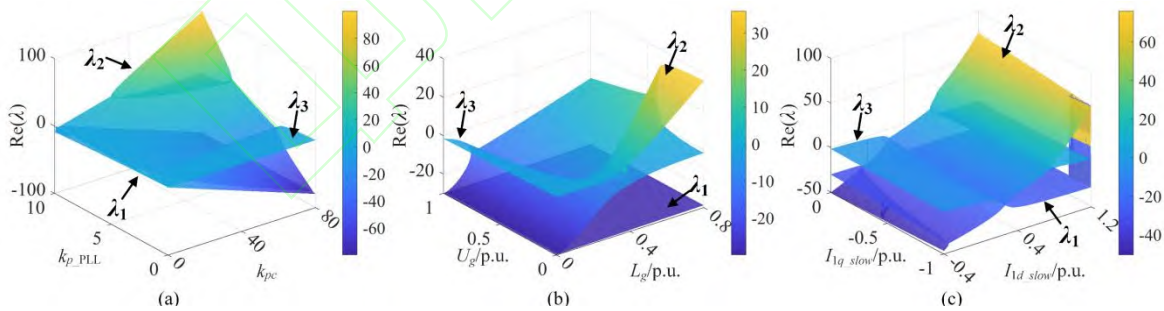


图 6 不同参数下特征值实部三维图: (a)改变  $k_{pc}$ 、 $k_{p\_PLL}$ ; (b)改变  $U_g$ 、 $L_g$ ; (c)改变  $I_{1d\_slow}$ 、 $I_{1q\_slow}$

Fig. 6 Real part of eigenvalues with different factors: (a) Real part of eigenvalues when  $k_{pc}$  and  $k_{p\_PLL}$  changed. (b) Real part of eigenvalues when  $U_g$  and  $L_g$  changed. (c) Real part of eigenvalues when  $I_{1d\_slow}$  and  $I_{1q\_slow}$  changed.



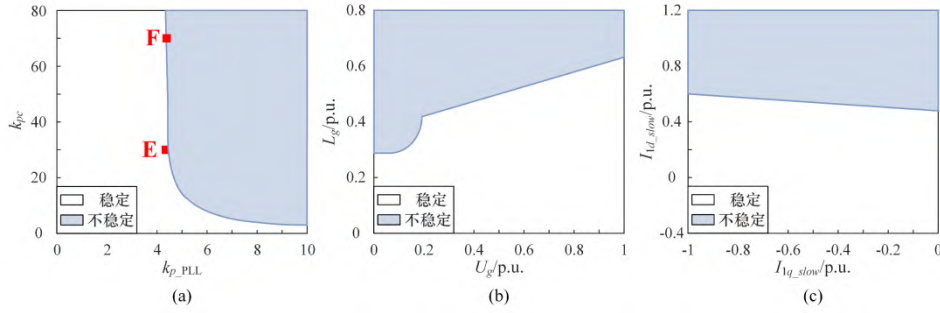


图7 不同参数下的稳定区域与不稳定区域: (a)改变  $k_{pc}$ 、 $k_{p\_PLL}$ ; (b)改变  $U_g$ 、 $L_g$ ; (c)改变  $I_{d\_slow}$ 、 $I_{q\_slow}$

Fig. 7 Stable and unstable region with different factors: (a) Stable and unstable region when  $k_{pc}$  and  $k_{p\_PLL}$  changed.

(b) Stable and unstable region when  $U_g$  and  $L_g$  changed. (c) Stable and unstable region when  $I_{d\_slow}$  and  $I_{q\_slow}$  changed.

为进一步探究快子系统是否稳定, 绘制快子系统的稳定区域与不稳定区域如图7所示。可以看出, 在保持其余参数不变的情况下,  $k_{pc}$  的增大、 $k_{p\_PLL}$  的增大、 $L_g$  的增加、 $U_g$  跌落程度的加深、 $dq$  轴电流的增大都会减小快子系统的稳定区域。

综上所述, 无论快子系统还是慢子系统, 两者对整个系统的暂态稳定都有着不可忽视的影响, 均有可能引起系统的失稳。从上述分析中可以得出越浅的电压跌落程度、越小的线路电感以及越小的  $d$  轴电流均有利于慢子系统与快子系统的稳定。除此之外,  $k_{i\_PLL}$  的增大将减小慢子系统的稳定域,  $k_{pc}$  以及  $k_{p\_PLL}$  的增大则会减小快子系统的稳定域。因此, 在电网电压发生跌落故障的情况下, 为保证整个系统的稳定性, 慢子系统与快子系统都应该保持稳定, 即慢子系统和快子系统的相关参数都应当位于图5和图7稳定区域内。

#### 4 硬件在环实验验证

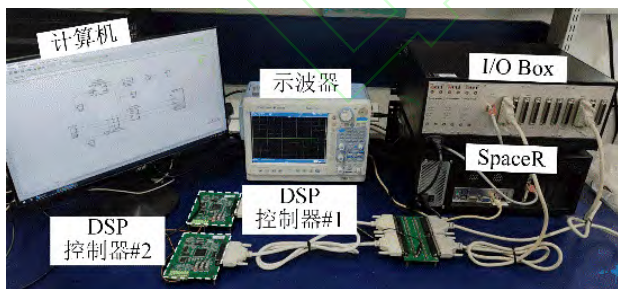


图8 基于 SpaceR 的硬件在环实验平台

Fig. 8 HIL experimental platform based on SpaceR

为了验证上述分析结果的正确性, 在 SpaceR 硬件在环实验平台进行了实验验证。图8为实验平台的布置图, 详细介绍参见文献[34], 在本实验中 GCC 主电路和弱电网集成在高速实时仿真器 SpaceR 中, GCC 的控制系统在 DSP 控制器 (TMS320F28335) 中执行, I/O Box 用于 SpaceR

和 DSP 的信息交互。

由于快、慢子系统都稳定是整个系统保持稳定的必要条件, 因此在验证慢子系统稳定性时, 需保证系统参数在快子系统的稳定域内。同样, 在验证快子系统稳定性时, 也需保证系统参数在慢子系统的稳定域内。下文将基于该原则进行构造实验, 在本实验中, 线路电感值为  $L_g=5.24$  mH, 并网变换器主要控制参数为: 电流环 PI 控制器  $k_{pc}=30$ 、 $k_{ic}=300$ ,  $dq$  轴电流指令值  $I_d^*=0.8$  p.u.、 $I_q^*=-0.12$  p.u., 锁相环 PI 控制器  $k_{p\_PLL}=4.3$ 、 $k_{i\_PLL}=100$ 。

图9给出了电网电压跌落至0.3 p.u.时的实验波形图, 相关参数对应图7(a)快子系统稳定区域中的E点与图5(c)慢子系统不稳定区域中的A点。可以看出, 当电网电压跌落至0.3 p.u.后, 锁相环的输出频率无法继续保持稳定, 并网电流  $i_1$  开始持续振荡, 并网点电压  $u_t$  也失去稳定。因此, 在快子系统稳定而慢子系统不稳定的情况下, 整个 GCC 系统将失去稳定性, 该实验结果与理论分析一致。

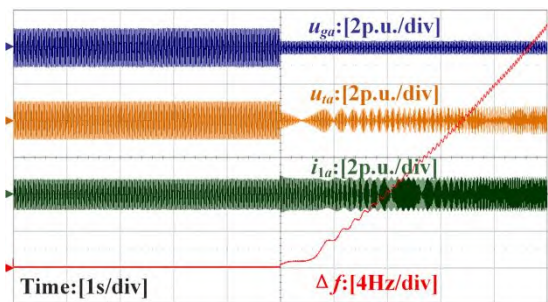


图9 电网电压跌至0.3 p.u.时的实验波形

Fig. 9 Experimental results when  $U_g=0.3$  p.u.

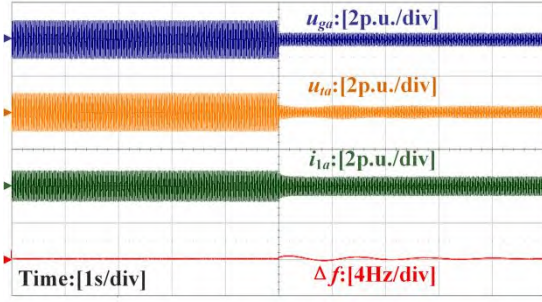


图 10 电网电压跌至 0.3 p.u. 时的实验波形  
(其中  $I_{ld}^*=0.48$  p.u.)

Fig. 10 Experimental results when the grid voltage drops to 0.3 p.u. ( $I_{ld}^*=0.48$  p.u.)

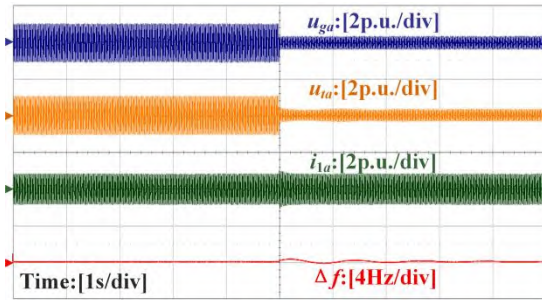


图 11 电网电压跌至 0.3 p.u. 时的实验波形  
(其中  $L_g=2.45$  mH)

Fig. 11 Experimental results when the grid voltage drops to 0.3 p.u. ( $L_g=2.45$  mH)

在与图 9 相同的系统参数下, 仅改变  $d$  轴电流参考指令为  $I_{ld}^*=0.48$  p.u., 由于  $d$  轴电流指令的降低, 仅慢子系统的运行点发生变化, 对应图 5(c)稳定区域内的 B 点, 其实验运行结果如图 10 所示。可以看出, 当电网电压发生跌落故障的同时, 减小并网电流指令, 系统能够快速跟随上电流指令, 并且锁相环的输出产生轻微振荡后便迅速稳定, 随即整个系统也趋于稳定。类似地, 图 11 给出了仅改变线路电感为  $L_g=2.45$  mH 的实验结果, 同样只有慢子系统的运行发生变化, 对应图 5(c)稳定区域内的 C 点。可以看出, 电网故障后系统能保持稳定, 因此更小的线路电感  $L_g$  和更小的  $d$  轴电流指令  $I_{ld}^*$  均能够使慢子系统具有更大的稳定域。

在图 10 所用系统参数的基础上, 图 12 给出了仅改变  $k_{i\_PLL}=2200$  的实验结果, 此时慢子系统的参数对应图 5(d)不稳定区域中的 D 点, 快子系统的参数仍然为图 7(a)稳定区域中的 E 点。可以看出电网故障后系统会失去稳定性,  $\Delta f$  会大幅上升并达到饱和。因此, 过大的  $k_{i\_PLL}$  将恶化慢子系统的稳定性, 该结果符合理论分析结论。

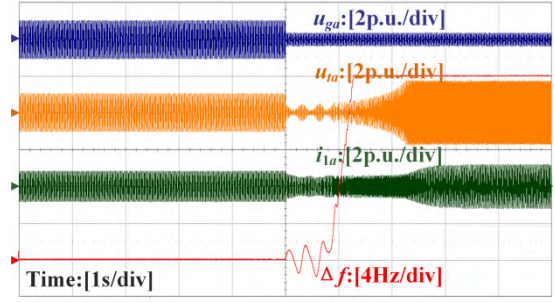


图 12 电网电压跌至 0.3 p.u. 时的实验波形  
(其中  $I_{ld}^*=0.48$  p.u.,  $k_{p\_PLL}=2200$ )

Fig. 12 Experimental results when the grid voltage drops to 0.3 p.u. ( $I_{ld}^*=0.48$  p.u.,  $k_{p\_PLL}=2200$ )

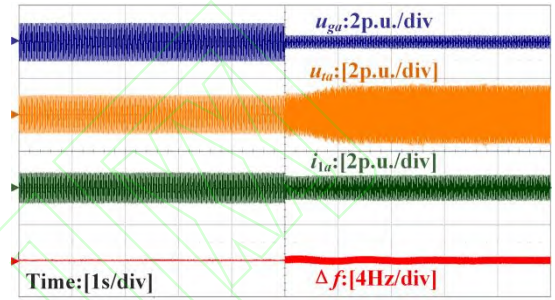


图 13 电网电压跌至 0.3 p.u. 时的实验波形  
(其中  $I_{ld}^*=0.48$  p.u.,  $k_{pc}=70$ )

Fig. 13 Experimental results when the grid voltage drops to 0.3 p.u. ( $I_{ld}^*=0.48$  p.u.,  $k_{pc}=70$ )

为验证参数对快子系统稳定性的影响, 保持图 10 所使用的系统参数不变, 仅在发生电网电压跌落故障时, 修改电流环 PI 控制器比例系数为  $k_{pc}=70$ 。此时, 运行点对应图 5(c)慢子系统稳定区域内的 B 点, 同时对应图 7(a)中快子系统不稳定区域内的 F 点, 实验波形如图 13 所示。可以看出, 并网点电压、并网电流以及锁相环的输出均存在高频振荡。因此, 在慢子系统稳定的情况下, 若快子系统不稳定, 整个 GCC 系统也是不稳定的, 并且  $k_{pc}$  的增大会恶化快子系统的稳定性。

## 5 结论

本文同时考虑锁相环和电流环的控制动态, 建立了新能源并网变换器的奇异摄动模型。基于所提出的奇异摄动模型, 采用李雅普诺夫第一法和李雅普诺夫第二法分析了并网变换器在发生弱电网电压跌落故障下的暂态稳定性, 并绘制了稳定域。本文得出的主要结论如下:

(1) 建立了新能源并网变换器的奇异摄动模型, 将原本具有高阶、非线性、强耦合特征的全阶模型降阶为两个低阶的快子系统和慢子系统, 且快、慢子系统可以很好地描述全阶模型的暂态响应过程;



(2) 当快子系统和慢子系统均稳定时, 整个 GCC 系统才能保持稳定;

(3) 电网电压跌落程度越浅、线路阻抗越小、 $d$  轴电流指令越小均有助于提高快子系统和慢子系统的稳定性。此外, 过大的锁相环比例系数  $k_{i\_PLL}$  会恶化慢子系统的稳定性。 $k_{pc}$  和  $k_{p\_PLL}$  越小, 快子系统的稳定域范围越大。

## 参考文献

- [1] 辛保安. 坚决扛牢电网责任积极推进碳达峰碳中和[N]. 人民日报, 2022-02-23.
- [2] 张智刚, 康重庆. 碳中和目标下构建新型电力系统的挑战与展望[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(8): 2806-2818.
- [3] 袁小明, 张美清, 迟永宁, 鞠平. 电力电子化电力系统动态问题的基本挑战和技术路线[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(5): 1904-1917.
- [4] 谢小荣, 刘华坤, 贺静波, 等. 电力系统新型振荡问题浅析[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(10): 2821-2828.
- [5] ZHOU Shiying, ZOU Xudong, ZHU Donghai, et al. An improved design of current controller for LCL-type grid-connected converter to reduce negative effect of PLL in weak grid[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2018, 6(2): 648-663.
- [6] 武相强, 王赞程, 陈新, 陈杰, 何国庆, 李光辉. 考虑频率耦合效应的三相并网逆变器序阻抗模型及其交互稳定性研究[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(5): 1605-1617.
- [7] DONG Dong, WEN Bo, BOROEYEVICH Dushan, et al. Analysis of phase-locked loop low-frequency stability in three-phase grid-connected power converters considering impedance interactions[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(1): 310-321.
- [8] 胡祺, 付立军, 马凡, 纪锋, 张彦, 王光宇. 弱电网下基于锁相控制并网逆变器小扰动同步稳定分析[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(1): 98-108+401.
- [9] ZHU Donghai, ZHOU Shiying, ZOU Xudong, et al. Improved design of PLL controller for LCL-type grid-connected converter in weak grid[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(5): 4715-4727.
- [10] ZHU Donghai, ZHOU Shiying, ZOU Xudong, et al. Small-signal disturbance compensation control for LCL-type grid-connected converter in weak grid[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2020, 56(3): 2852-2861.
- [11] GOKSU Ömer, TEODORESCU Remus, LETH Claus, et al. Instability of wind turbine converters during current injection to low voltage grid faults and PLL frequency based stability solution[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(4): 1683-1691.
- [12] YUAN Hui, XIN Huanhai, HUANG Linbin, et al. Stability analysis and enhancement of type-4 wind turbines connected to very weak grids under severe voltage sags[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2019, 34(2): 838-848.
- [13] PEI Jinxin, YAO Jun, LIU Ruikuo et al. Characteristic analysis and risk assessment for voltage-frequency coupled transient instability of large-scale grid-connected renewable energy plants during LVRT[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(7): 5515-5530.
- [14] 张琛, 蔡旭, 李征. 全功率变换风电机组的暂态稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(14): 4018-4026+4280.
- [15] HE Xiuqiang, GENG Hua, XI Jiangbei, et al. Resynchronization analysis and improvement of grid-connected VSCs during grid faults[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2021, 9(1): 438-450.
- [16] YANG Yihang, ZHU Donghai, ZOU Xudong, et al. Power compensation control for DFIG-based wind turbines to enhance synchronization stability during severe grid faults[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2022, 37(9): 10139-10143.
- [17] WU Heng and WANG Xiongfei. Design-oriented transient stability analysis of PLL-synchronized voltage-source converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(4): 3573-3589.
- [18] ZHAO Jiantao, HUANG Meng, YAN Han, et al. Nonlinear and transient stability analysis of phase-locked loops in grid-connected converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2021, 36(1): 1018-1029.
- [19] HU Qi, FU Lijun, MA Fan, et al. Large signal synchronizing instability of PLL-based VSC connected to weak ac grid[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(4): 3220-3229.
- [20] TIAN Zhen, TANG Yingjie, ZHA Xiaoming, et al. Hamilton-based stability criterion and attraction region estimation for grid-tied inverters under large-signal disturbances[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2022, 10(1): 413-423.
- [21] ZHANG Yu, ZHANG Chen, and CAI Xu. Large-signal grid-synchronization stability analysis of PLL-based VSCs using Lyapunov's direct method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(1): 788-791.
- [22] HU Qi, FU Lijun, MA Fan, et al. Analogized synchronous-generator model of PLL-based VSC and transient synchronizing stability of converter dominated power system[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2020, 12(2): 1174-1185.
- [23] 张宇, 张琛, 蔡旭, 邱伟, 赵晓斌. 并网变换器的暂态同步稳定性分析: 稳定域估计与镇定控制[J/OL]. 中国电机工程学报, 2021: 1-15.
- [24] 李霞林, 王智, 郭力, 朱琳, 张晨, 朱介北, 富晓鹏, 张野, 王成山. 基于最大估计吸引域的 VSC 接入弱网下的锁相环同步暂态稳定性分析[J/OL]. 中国电机工程学报, 2022: 1-12.



- [25] 刘晔, 沈沉. 交直流混联系统的能量函数构造方法综述与探究[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(8): 2842-2854.
- [26] 唐王倩云, 周保荣, 胡家兵, 等. 锁相同步型风机-同步机互联电力系统转子转速尺度暂态同步稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(20): 6900-6916.
- [27] WEN Bo, BOROEYEVICH Dushan, BURGOS Rolando, et al. Analysis of d-q small-signal impedance of grid-tied inverters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2016, 31(1): 675-687.
- [28] KUEHN Christian. Multiple time scale dynamics[M]. Berlin: Springer, 2015: 53-56.
- [29] XU X., MATHER R. M., JIANG J., ROGERS G. J., et al. Modeling of generators and their controls in power system simulations using singular perturbations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1998, 13(1): 109-114.
- [30] PERKO Lawrence. Differential equations and dynamical systems[M]. Berlin: Springer, 2000: 24-36.
- [31] BRETAS G. Newton and ALBERTO F. C. Luis. Lyapunov function for power systems with transfer conductance: extension of the Invariance principle[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2003, 18(2): 769-777.
- [32] MOON Young-Hyun, CHOI Byoung-Kon, ROH Tae-Hoon. Estimating the domain of attraction for power systems via a group of damping-reflected energy functions[J]. Automatica, 2000, 36(3): 419-425.
- [33] A.M. Lyapunov, Stability of Motion[M], New York: Academic Press Inc., 1967: 591-605.
- [34] GUO Xiang, ZHU Donghai, ZOU Xudong, et al. Analysis and enhancement of active power transfer capability for DFIG-based WTs in very weak grid[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2021.

## 附录 A

表 A1 50kW 并网变换器系统参数

Tab. A1 Parameters of 50kW GCC System

参数	符号	数值
额定功率	$P_N$	50 kW
额定电压	$U_N$	480 V
额定频率	$f_n$	50 Hz
线路电感	$L_g$	5.24 mH
滤波电感	$L_f$	1 mH
直流母线电压	$U_{dc}$	900 V

## 附录 B

公式(32)中 A、B、C 的表达式如下：

$$A = [A_{11} \quad A_{12} \quad A_{13}] \quad (B1)$$

式中,

$$\begin{cases} A_{11} = -k_{pc} - \frac{I_{q\_slow} k_{pc} L_f L_g \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} + \frac{I_{q\_slow} \omega_g L_f L_g^2 \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} \\ A_{12} = \omega_g L_g + \frac{I_{q\_slow} k_{pc} L_f L_g \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} + \frac{I_{q\_slow} \omega_g L_g L_f \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} \\ A_{13} = -k_{pc} I_d^* \sin \delta_{slow} - k_{pc} I_q^* \cos \delta_{slow} - \frac{I_d^* I_{q\_slow} k_{pc} L_f L_g}{T(L_f + L_g)^2} + \frac{I_{q\_slow} L_f U_{gd} \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} \\ \quad + \frac{I_{q\_slow} L_f U_{gd} \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} + \frac{I_{d\_slow} I_{q\_slow} \omega_g L_g L_f \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} - \frac{I_{q\_slow}^2 \omega_g L_g L_f \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} \end{cases} \quad (B2)$$

$$B = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{13}] \quad (B3)$$

式中,

$$\begin{cases} B_{11} = -\omega_g L_g + \frac{I_{d\_slow} k_{pc} L_f L_g \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} - \frac{I_{d\_slow} \omega_g L_f L_g^2 \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} \\ B_{12} = -k_{pc} - \frac{I_{d\_slow} k_{pc} L_f L_g \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} - \frac{I_{d\_slow} \omega_g L_f L_g^2 \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)^2} \\ B_{13} = -k_{pc} I_q^* \sin \delta_{slow} + k_{pc} I_d^* \cos \delta_{slow} + \frac{I_d^* I_{d\_slow} k_{pc} L_f L_g}{T(L_f + L_g)^2} - \frac{I_{d\_slow} L_f U_{gq} \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} + \\ \frac{I_{d\_slow} L_f U_{gd} \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} - \frac{I_{d\_slow}^2 \omega_g L_g L_f \sin \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} + \frac{I_{d\_slow} I_{q\_slow} \omega_g L_g L_f \cos \delta_{slow}}{T(L_f + L_g)} \end{cases} \quad (B4)$$

$$C = [C_{11} \quad C_{12} \quad C_{13}] \quad (B5)$$

式中,

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{k_{pc} \sin \delta_{slow} L_g - \omega_g L_g^2 \cos \delta_{slow}}{(L_f + L_g)T} \\ C_{12} = \frac{-k_{pc} L_g \cos \delta_{slow} - \omega_g L_g^2 \sin \delta_{slow}}{(L_f + L_g)T} \\ C_{13} = k_{pc} \frac{L_g}{L_f + L_g} \frac{I_d^*}{T} - \frac{U_{gd} \cos \delta_{slow}}{T} - \frac{U_{gq} \sin \delta_{slow}}{T} - \frac{I_{d\_slow} \omega_g L_g \sin \delta_{slow}}{T} + \frac{I_{q\_slow} \omega_g L_g \cos \delta_{slow}}{T} \end{cases} \quad (B6)$$

$$T = \frac{1}{(L_g + L_f)k_{p\_PLL}} - \frac{L_f L_g}{L_f + L_g} (I_{d\_slow} \cos \delta_{slow} + I_{q\_slow} \sin \delta_{slow}) \quad (B7)$$

### 附录 C

式(31)的特征值表达式如下:

$$\lambda_1 = \frac{1}{6} \left( 2A_{11} + 2B_{12} + 2C_{13} + \left( 2^{4/3} (N) \right) / \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} + 2^{2/3} \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} \right) \quad (C1)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{12} \left( \begin{aligned} & 4A_{11} + 4B_{12} + 4C_{13} - \left( 2^{4/3} (N) \right) / \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} - \\ & 2^{2/3} \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} + \\ & 2^{1/3} \sqrt{3}i \left( -2N + 2^{1/3} \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{2/3} \right) / \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} \end{aligned} \right) \quad (C2)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{12} \left( \begin{aligned} & 4A_{11} + 4B_{12} + 4C_{13} - \left( 2^{4/3} (N) \right) / \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} - \\ & 2^{2/3} \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} + \\ & 2^{1/3} \sqrt{3}i \left( 2N - 2^{1/3} \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{2/3} \right) / \left( -M + \left( -4(N)^3 + (M)^2 \right)^{1/2} \right)^{1/3} \end{aligned} \right) \quad (C3)$$

式中,

$$N = A_{11}^2 + 3A_{12}B_{11} + B_{12}^2 + 3A_{13}C_{11} + 3B_{13}C_{12} - B_{12}C_{13} + C_{13}^2 - A_{11}(B_{12} + C_{13}) \quad (C4)$$

$$\begin{aligned} M = & 27A_{13}B_{12}C_{11} - 27A_{12}B_{13}C_{11} - 27A_{13}B_{11}C_{12} + 27A_{11}B_{13}C_{12} + 27A_{12}B_{11}C_{13} - 27A_{11}B_{12}C_{13} - \\ & 2(A_{11} + B_{12} + C_{13})^3 + 9(A_{11} + B_{12} + C_{13})(-A_{12}B_{11} - A_{13}C_{11} - B_{13}C_{12} + B_{12}C_{13} + A_{11}(B_{12} + C_{13})) \end{aligned} \quad (C5)$$



张梓钦

收稿日期：2021-05-05。

作者简介：

张梓钦(1997)，男，硕士研究生，研究方向为风力发电机系统及其控制，  
zhang\_ziqin@hust.edu.cn;

\*通信作者：朱东海(1991)，男，副研究员，硕士生导师，研究方向为风电并网运行与控制，zhudh@hust.edu.cn;

中国知网



# Singular Perturbation Model and Transient Stability Analysis of Grid-Connected Converter Under Weak Grid Faults

ZHANG Ziqin, ZHU Donghai\*, MA Yumei, ZOU Xudong, HU Jiabing, KANG Yong

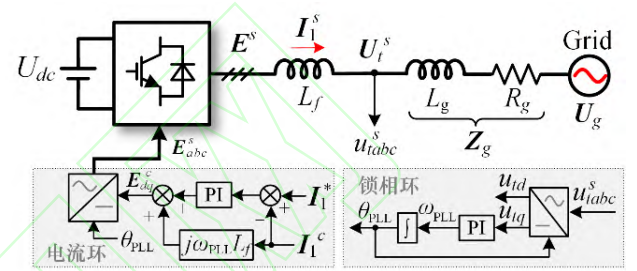
(State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Engineering and Technology(Huazhong University of Science and Technology))

**KEY WORDS:** weak grid; grid-connected converter (GCC); transient stability; singular perturbation model; Lyapunov stability

The development of renewable energy sources is an important approach to achieve the aim of "carbon peak and carbon neutrality". Most of renewable energy bases are located in northwest, north and northeast of China, where the grid structure is weak. Therefore, the renewable energy is often connected to the weak grid. As the grid-connected interface widely used for renewable energy generation, grid-connected converter (GCC) is prone to transient instability under weak grid faults because of complex interactions between weak grid and GCC.

However, it is very difficult to analyze the transient stability of GCC, due to the characteristics of high-order, nonlinear and strong coupling. Most of the existing works only study the phase-locked loop system and ignore the influence of current control, which cannot fully reflect the transient instability mechanism of GCC in weak grid. To cope with the issue, this paper studies the transient stability of GCC under weak grid faults, while considering the control dynamics of PLL and current loop. To analyze the complex system, the paper proposes a transient stability analysis method

combining the singular perturbation theory and the Lyapunov's first and second methods. The generic topology and control of GCC in weak grid is shown in Fig. 1.



**Fig. 1** Generic topology and control of GCC in weak grid

Through the singular perturbation theory, the original high-order model of GCC can be simplified into the low-order fast and slow subsystems, which are named the singular perturbation model of GCC. The slow subsystem is represented as Eq. (1) and the fast subsystem is represented as Eq. (2).

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{1slow}^s = \mathbf{I}_1^* e^{j\delta_{slow}} + c e^{-k_c t} \\ \left( \frac{1}{k_{p\_PLL}} - \mathbf{I}_d^* L_g \right) \frac{d^2 \delta_{slow}}{dt^2} = (k_p U_{gq} - \frac{d\delta_{slow}}{dt} U_{gd}) - (k_p U_{gd} + \frac{d\delta_{slow}}{dt} U_{gq}) \delta_{slow} + k_p L_g (\omega_s + \frac{d\delta_{slow}}{dt}) \mathbf{I}_d^* \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{I}_{1quick}^s}{d\tau} = k_{pc} \mathbf{I}_1^* e^{j\delta_{slow}} (e^{j\delta_{quick}} - 1) - \mathbf{I}_{1quick}^s (k_{pc} + j\omega_g L_g) + j \frac{L_f}{L_g + L_f} \frac{d\delta}{d\tau} (\mathbf{I}_{1quick}^s + \mathbf{I}_{1slow}^s) \\ \frac{1}{k_{p\_PLL} (L_g + L_f)} \frac{d\delta_{quick}}{d\tau} = \text{Im} \left[ \begin{aligned} & (1 - e^{-j\delta_{quick}}) (k_{pc} \frac{L_g}{L_g + L_f} \mathbf{I}_1^* - j\omega_g L_g \mathbf{I}_{1slow}^s e^{-j\delta_{slow}} - U_g^s e^{-j\delta_{slow}}) \\ & - \frac{L_g}{L_g + L_f} \mathbf{I}_{1quick}^s e^{-j(\delta_{quick} + \delta_{slow})} (k_{pc} - j\omega_g L_f) \\ & + j \frac{L_f L_g}{(L_g + L_f)^2} \frac{d\delta_{quick}}{d\tau} (\mathbf{I}_{1slow}^s + \mathbf{I}_{1quick}^s) e^{-j(\delta_{quick} + \delta_{slow})} \end{aligned} \right] \end{cases} \quad (2)$$

The stability of the fast and slow subsystems is analyzed by the Lyapunov's first and second methods, respectively. On this basis, the paper concludes that light grid voltage sag, large grid inductance and small  $d$ -axis current order are helpful to the two subsystems' stability. Large integral coefficient of PLL may lead slow

subsystem unstable. Small proportional coefficients of PLL and current control can help fast subsystem become stable. Besides, the original system can maintain stability only when both of two subsystems are stable. In addition, the transient stability analysis method can also be applied in other renewable energy generation system.