

电力系统大干扰稳定性分析方法综述

陈民权¹, 康卓然¹, 张谦¹, 廖圣文¹, 刘俊磊², 甘德强¹, 吴浩¹

(1. 浙江大学电气工程学院, 杭州 310027; 2. 广东电网有限责任公司, 广州 510600)

摘要: 目前, 我国电网呈现出多回大容量直流输送, 大规模风光新能源发电的新形态。混联电网的复杂结构和元件新特性使得大干扰后交直流系统的稳定性面临严峻挑战。本文主要综述了大干扰稳定分析的研究进展, 将大干扰稳定分析的研究方法分为了逐步积分法、渐近展开法、数值逼近法、直接法和其他方法五大类, 并展开介绍了几种常见大干扰稳定分析方法, 对比不同方法各自的优势与不足, 为未来混联电网大干扰稳定性分析的深入研究提供助力。

关键词: 电力系统; 大干扰稳定性; 定性分析方法; 机电暂态

A Review of Large Disturbance Stability Analysis Methods in Power System

CHEN Minquan¹, KANG Zhuoran¹, ZHANG Qian¹, LIAO Shengwen¹, LIU Junlei², GAN Deqiang¹, WU Hao¹

(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Guangdong Power Grid Co., Ltd., Guangzhou 510600, China)

Abstract: Nowadays, the Chinese power grid exhibits a new architecture of multi-infeed HVDC transmission with large-scale wind and photovoltaic new power generation interconnection. The complex structure and new component characteristics of hybrid power grid make the stability of AC/DC systems more vulnerable after large disturbance. This paper mainly reviews the research progress of large disturbance stability analysis and divides the analysis methods into five classes: step-by-step integration method, asymptotic expansion method, functional approximation method, direct method and other methods. Moreover, several common large-disturbance stability analysis methods are introduced. The advantages and disadvantages of the methods are discussed in this paper, which are thought to be useful for further study on large-disturbance stability in the future.

Key words: power system; large disturbance stability; qualitative analysis method; electromechanical transient

0 引言

针对暂态功角而言, 电力系统稳定性的分析也许始于等面积法则。1972年, Dommel 和 Sato 博士发表了基于梯形积分的暂态稳定仿真方法^[1]。其后, 这种基于仿真的分析方法一直被广泛使用到今天, 它几乎是唯一被工业界广泛接受的稳定分析方法。因为仿真法包含大量输出, 缺乏比较简单直观的稳定性裕度指标, 所以工程应用的时候往往需要结合其他物理概念(例如转动惯量、功率平衡、电气距离、短路比^[2-3]等)使用。

大干扰稳定分析的文献汗牛充栋, 这里难以一一评述, 读者可以参考近期的文献[4-5]找到更多的相关文献。文献上还存在其他相关的应对非线性系统稳定性问题的分析方法, 包括描述函数法、Volterra 级数法、模态级数法等。此外, 安全域法^[6-7], 作为一种参数空间的集合论方法, 也被应用于大干扰稳定分析, 以及近年来还出现了不少其他基于集合论的电网稳定分析结果^[8-9]。另外, 数学优化法是一种系统化的稳定计算方法, 但其直观性有待提高, 目前尚处于研究阶段^[10]。图1小结了几种常见大干扰稳定性分析方法的特点。

电力系统存在很多经验性的结论, 例如调相机比电容器更有利电压稳定, 直流恢复不能过快否则会恶化稳定性导致换相失败, 光伏具有恒定功率特性所以无法像同步机那样支撑电压等。这些结论经

基金项目: 国家重点研发计划智能电网技术与装备重点专项(2016YFB0900600); 国家电网公司科技项目(52094017000W)。

Foundation item: Supported by the National Key Research and Development Program of China (2016YFB0900600); the Science and Technology Project of State Grid Corporation of China (52094017000W)。

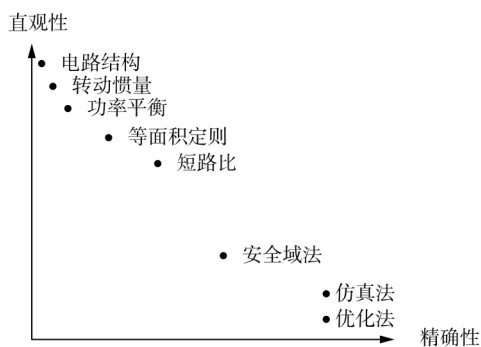


图1 几种常见大干扰稳定分析方法的直观性和精确性

Fig. 1 Intuition and accuracy of several common large disturbance stability analysis methods

过了优秀工程师们的大量仿真验证, 具有较强普适性, 值得信赖。但是, 这些经验大多是定性的。长期以来, 大干扰稳定分析缺乏更加定量的解析分析工具, 这促使人们寻找更加解析的摇摆方程求解方法。为此, 最近几十年来, 电力工程学术界一直不停地在寻找新的分析方法, 这个探索是艰难的, 但一直没有停止过。

我国当前电网处于混联电网过渡形态, 各种稳定性问题均有表现, 连锁故障风险高^[11], 大干扰问题尤其突出, 急需寻找新的大干扰稳定分析方法。

下面重点讨论几种文献上常见的稳定分析方法, 这些方法大致可以分为如下5类, 如图2所示: 第一类为逐步积分法, 第二类为渐进展开法, 第三类方法为数值逼近法, 第四类为直接法, 第五类为其他方法。

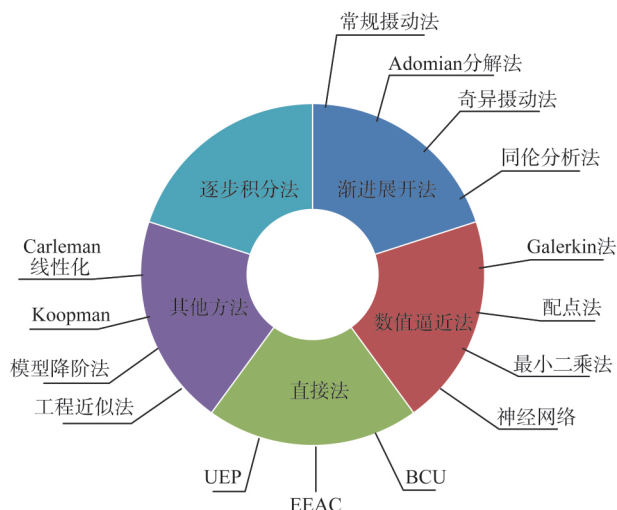


图2 大干扰稳定分析方法分类

Fig. 2 Classification of large disturbance stability analysis methods

1 逐步积分法

大扰动问题的数学模型有两种, 即机电暂态模型和电磁暂态模型, 这里我们主要讨论机电暂态模型。目前, 无论功角稳定分析还是电压稳定分析, 或者频率稳定分析甚至连锁故障分析, 工程中的机电暂态大干扰问题主要还是依赖定量的仿真分析工具, 目前在中国电力系统稳定分析中应用的主流机电暂态仿真程序是 PSD-BPA 与 PSASP。尽管大扰动问题有多种表现形式, 但其数学模型本质上都是一样的, 一般是一个微分-代数方程初值问题:

$$\begin{cases} \dot{x} = g(x, y, q(y)) \\ 0 = h(x, y, q(y)) \\ x(0) = x_0, y(0) = y_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: x 为状态变量向量; y 为代数变量向量; x_0 与 y_0 为已知状态; g 与 h 分别为微分与代数方程中的函数; q 为诸如直流闭锁或者换相失败等电力系统元件的切换函数。

大扰动后电网动态响应可以通过对微分-代数方程逐步积分获得, 与控制量的关系非常复杂, 影响因素繁多, 图3列举了影响交直流系统稳定性的主要因素。

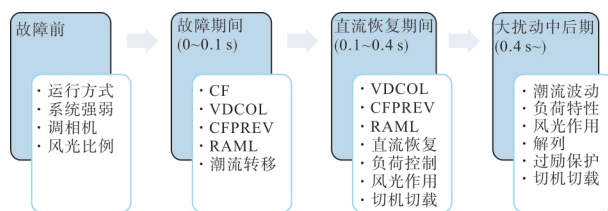


图3 故障后交直流电网交互作用相关因素

Fig. 3 Related factors in the Interactions of AC/DC power grid after the failure

以上模型仅仅能够对电网开展仿真计算, 不足以满足工程需要, 还需要开发一个良好的稳定分析工具, 这要解决两个根本问题: 1) 定义稳定裕度指标, 2) 建立电网参数与稳定裕度间尽量简洁且具有物理意义解析关系。比如在混联电网动态分析中, 换流母线电压和换流站无功功率对于电压稳定分析而言是一种良好的稳定裕度指标, 而如何建立简洁且有物理意义的解析关系, 则相对困难一些。

为了解决仿真分析中的上述困难, 研究人员往往借助近似的结果, 如等面积定则、电路原理、转动惯量、功率平衡原理等开展稳定分析, 寻找稳定

裕度指标与电网参数的关系。这种“定性分析 + 定量仿真”的技术路线同样适用于预防控制、紧急控制、甚至连锁故障的防御^[12-14]。

仿真算法本身存在大量文献，难于全面综述，读者可以参考相关综述文献^[15-16]。下面我们重点讨论基于仿真程序如何开展稳定分析。

在现代电力系统中，所有元件都通过电网耦合形成一个动态大系统，具有固有的网络特征。很多电网元件都具有典型、普适的动态响应，这非常有助于定性解决某些稳定分析问题。图 4 显示一个配置了紧急无功控制的永磁直驱同步风机，在风机出口母线附近发生三相短路故障后的无功输出变化。从仿真波形可见，这样的风电机组在电网出现短路故障时能够发出无功功率，一定程度上有利于电压稳定。

典型动态响应分析存在大量成果，这里提几个典型例子。文献^[17]详细模拟了同步发电机过励限制、有载调压变压器、制热负荷，总结出这些元件的响应特性，解释了长期电压失稳的根本原因。文献^[18-19]基于典型动态响应分析，解释了调相机和 STATCOM 在暂态电压稳定性中的作用。

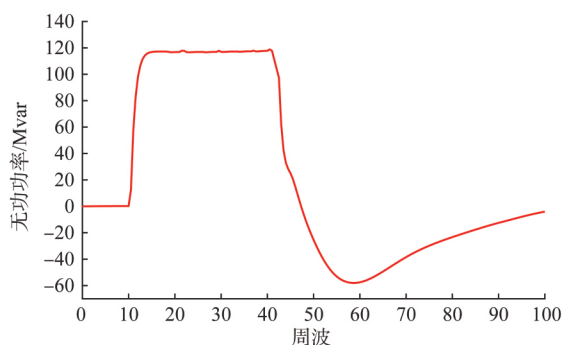


图 4 永磁直驱风机在出口附近发生三相短路后的无功功率输出

Fig. 4 Reactive power output of PMSG after 3-phase short circuit fault

利用电压稳定分析模型的动态数学关系简单这一特点，典型响应特性不仅能定性解释电压稳定机理，还可用于分析元件对稳定性的贡献，例如切机切载的作用，过励限制的作用等，对于电压稳定控制设计也具有重要意义^[20]。显然，该方法也可以用于频率稳定分析与控制设计。虽然典型动态响应分析直观有效，但是对该方法的理论基础研究，文献上的报道很少。

基于仿真计算的典型响应特性分析对研究暂态功角稳定相对困难。文献^[21-23]基于故障期间加速功率的概念，某种程度上解释了简单网络下风电机组和光伏电站恶化暂态功角稳定的原因，是一个近似却实用的分析思路。基于某省级电网不同光伏渗透率下同步机组的加速功率仿真分析，也可以得到相似的结果，见图 5。

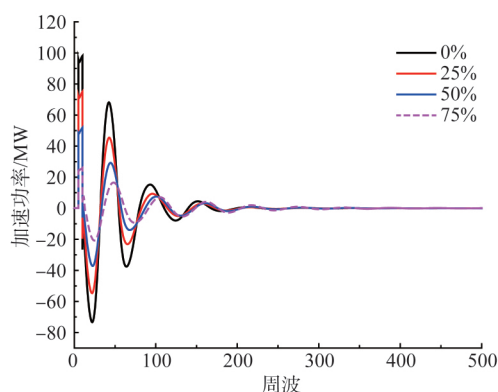


图 5 送端电网在不同光伏渗透率下同步机的加速功率

Fig. 5 Accelerating power of the SG at different photovoltaic grid-connected levels at the sending end

加速功率仅仅反映了同步机状态变量距离原始平衡点的远近，并不能反映状态与稳定边界的距离。新能源机组并网后电网暂态稳定性到底是恶化还是改善，文献^[24]进行了讨论。总体来说，功角稳定问题缺乏一个满意的稳定裕度指标，虽然功角差可以当作一种指标，但功角差与电网各个参数的关系非常复杂，还属于一个没有良好解决的课题。目前，研究人员仍然只能使用等面积法则等工具定性地辅助开展功角稳定分析。

过去二十年数学优化方法与稳定控制问题的有机结合，吸引了不少研究兴趣。优化方法的优点是系统性强，但其本身并没有克服仿真法固有的解析程度低的缺点，因此对于稳定分析似乎并没有直接贡献，往往用来计算预防控制与紧急控制^[25]。此外，优化方法获得的解在系统参数不确定的时候，是否仍然是最优解，是否仍然满足稳定约束，目前还缺乏明确的结果。这个课题的详细进展参考文献^[26]。

大规模直流和风电、光伏机组的出现，使电压稳定、频率稳定和功角稳定都更加错综复杂，其中一个重要原因是这些新的电力系统元件具有逻辑切换特性。采用人工智能技术开展仿真分析

是一个相对新的思路,有兴趣的读者可参考文献[27-28]。今后仿真分析的发展方向应该是提高解析程度、提高系统性、可视化程度,以及鲁棒稳定分析水平。

2 渐进展开法

渐进展开法是一种经典的微分方程求解方法,历史悠久,常用于低阶的力学和天文学方程求解。其基本数学思想是泰勒展开,要求系统的非线性程度较低,所以往往方程中要求非线性项具有小参数。现代的渐进法正在逐步克服这些限制,是一个活跃的研究领域。

当求解如下初值问题: $\dot{x} = f(x)$, $x(0) = x_0$ 时,逐步积分法的基本数学思想是从 $x(0)$ 开始逐步递推出解曲线 $x(t)$,而渐进展开法基于完全不同的数学思想,其假设解曲线由一组阶次不同的曲线简单叠加而成^[29]:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \varepsilon^n x_n(t) \quad (2)$$

式中: N 为最高阶次; 小参数 $\varepsilon \ll 1$ 。

通过构造 $x_n(t)$ $n = 1, 2, \dots, N$,再借助待定系数法获得最终解曲线 $x(t)$ 。文献[30]报道了这个方法在电力系统的早期研究结果,近年来许多相近方法,如 Adomian 分解法等,在电力系统中应用研究也逐渐兴起^[31-35]。渐进展开法中还有一类特殊的方法是所谓奇异摄动法,该方法利用电力系统存在的双时标特性,开展渐进展开计算,也可以用于模型降阶,见参考文献[36-37]。

下面以一阶电路为例,简单介绍渐进展开法。求解如下初值问题。

$$\dot{V} + \varepsilon(V - V_s) = 0, V(0) = 0 \quad (3)$$

式中: V 为电容电压; V_s 为电源电压; ε 为小参数。

2.1 常规摄动法

采用常规摄动法求解,可将 $V(t)$ 表达成级数。

$$V(t) = a_0(t) + a_1(t)\varepsilon + a_2(t)\varepsilon^2 + a_3(t)\varepsilon^3 + \dots \quad (4)$$

式中 a_i 为待定系数。

代入原微分方程,得到:

$$\begin{aligned} & \dot{a}_0(t) + \varepsilon[\dot{a}_1(t) + a_0(t) - V_s] + \\ & \varepsilon^2[\dot{a}_2(t) + a_1(t)] + \varepsilon^3[\dot{a}_3(t) + a_2(t)] + \dots = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

匹配各级数系数,得到:

$$\begin{cases} \dot{a}_0(t) = 0 \\ \dot{a}_1(t) + a_0(t) - V_s = 0 \\ \dot{a}_2(t) + a_1(t) = 0 \\ \dot{a}_3(t) + a_2(t) = 0 \\ \dots \end{cases} \quad (6)$$

结合初始条件,依次求解各阶系数,得到:

$$\begin{cases} a_0(t) = 0 \\ a_1(t) = V_s t \\ a_2(t) = -V_s t^2/2 \\ a_3(t) = V_s t^3/6 \\ \dots \end{cases} \quad (7)$$

所以三阶近似解为

$$\hat{V}(t) = V_s(t\varepsilon - \frac{1}{2}t^2\varepsilon^2 + \frac{1}{6}t^3\varepsilon^3) \quad (8)$$

选取电源电压 $V_s = 1$ V, 电容值 $C = 10^{-3}$ F, 当 $t = 10^{-4}$ s 时,摄动近似解与解析解的结果十分一致,但当 $t = 10^{-3}$ s 时,拟合结果存在一定误差,见图6和图7。该近似解的时域收敛特性见图8。

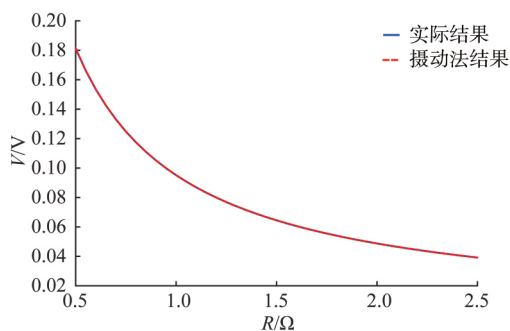


图6 $t = 10^{-4}$ s 时 $V(R)$ 近似解结果

Fig. 6 Approximate solution of $V(R)$ at $t = 10^{-4}$ s

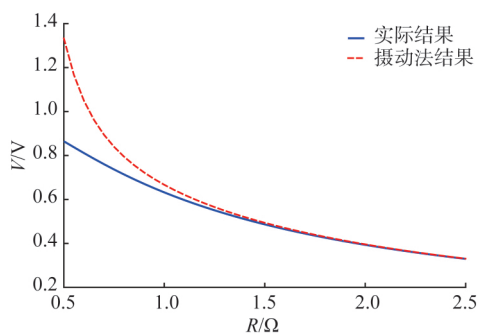
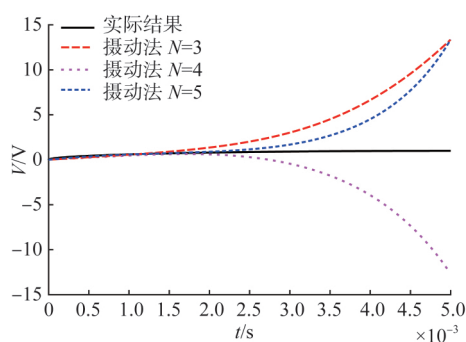


图7 $t = 10^{-3}$ s 时 $V(R)$ 近似解结果

Fig. 7 Approximate solution of $V(R)$ at $t = 10^{-3}$ s

可见随着计算阶次逐渐升高,近似解的时域特性与真实解越来越吻合。根据式(9)给出的收

图 8 $RC=10^{-3}$ 下 $V(t)$ 近似解结果Fig. 8 Approximate solution of $V(t)$ at $RC=10^{-3}$

敛半径, 可知当阶数取得足够高, 其吻合度是足够的。

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{C_n}{C_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{-(-1)^n}{n!} V_s \varepsilon^n}{\frac{-(-1)^{n+1}}{(n+1)!} V_s \varepsilon^{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{\varepsilon} = \infty \quad (9)$$

2.2 同伦分析法

常规摄动法及相关的人工小参数法利用小参数 ε 将非线性问题转化为无穷多个线性子问题, 但需要注意的是, 这些方法通常只对较小的物理参数有效, 或难以保证级数解的收敛性。渐近展开方法中的同伦分析法能够克服以上问题, 通过自由选取基函数, 灵活选取辅助参数和辅助函数, 从而有效地调节收敛区间, 更逼近问题的解^[38-39]。

同伦分析法构造出以下一族非线性代数方程。

$$(1-q)L[\Phi(t;q) - V_0(t)] = \hbar q H(t) N[\Phi(t;q)] \quad (10)$$

式中: Φ 为待求的解; L 为辅助线性算子; N 为原方程非线性算子; $V_0(t)$ 为初始猜测解; q 为嵌入变量; $H(t)$ 为非零辅助函数; \hbar 为非零收敛辅助参数。

当嵌入变量 q 从 0 变化到 1 时, $\Phi(t;q)$ 从线性方程解 $V_0(t)$ 连续变化到原始非线性方程解 $V(t)$ 。这种连续的变换称为变形, 应用变形思想可以构造出如下一个同伦映射。

$$\Phi(t;q) : V_0(t) \sim V(t) \quad (11)$$

将函数 $\Phi(t;q)$ 展开成关于 q 的泰勒级数:

$$\Phi(t;q) = V_0(t) + \sum_{m=1}^{+\infty} V_m(t) q^m$$

$$V_m(t) = \frac{1}{m!} \left. \frac{\partial^m V_m(t)}{\partial q^m} \right|_{q=0} \quad (12)$$

假设以上泰勒级数在 $q=1$ 处收敛, 则得到级

数解。

$$V(t) = V_0(t) + \sum_{m=1}^{+\infty} V_m(t) \quad (13)$$

下面介绍用同伦分析法获得一阶电路分式表达式过程。当 $t \geq 0$, 存在:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1+t)^m} = 0, \quad m \geq 1, \quad (14)$$

因此由式(15)基函数组成的分式函数, 见式(16), 在 $t \rightarrow +\infty$ 时必为有限值, 克服了幂级数仅在一个有限区域内收敛的缺点。

$$\{(1+t)^{-m} | m=0, 1, 2, \dots\} \quad (15)$$

$$V(t) = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{b_m}{(1+t)^m} \quad (16)$$

式中 b_m 为待定系数。

根据解表达和初始条件, 应选取如下初始猜测解 $V_0(t)$, 以及线性辅助算子 L 和非线性算子 N 。

$$V_0(t) = 1 - \frac{1}{1+t} \quad (17)$$

$$L[\Phi(t;q)] = (1+t) \frac{\partial \Phi(t;q)}{\partial t} + \Phi(t;q) \quad (18)$$

$$N[\Phi(t;q)] = \frac{\partial \Phi(t;q)}{\partial t} + \Phi(t;q) - 1 \quad (19)$$

求解式(20)所示 m 阶变形方程:

$$L[V_m(t) - \chi_m V_{m-1}(t)] = \hbar H(t) R_m(V_{m-1}) \quad (20)$$

其中:

$$\chi_m = \begin{cases} 0 & m \leq 1 \\ 1 & m > 1 \end{cases}$$

$$R_m(V_{m-1}) = \frac{1}{(m-1)!} \left. \frac{\partial^{m-1} N[\Phi(t;q)]}{\partial q^{m-1}} \right|_{q=0}$$

$$= V_{m-1}(t) + V_{m-1}(t) - (1 - \chi_m) \quad (21)$$

变形方程的通解为

$$V_m(t) = \chi_m V_{m-1}(t) + \frac{\hbar}{1+t} \int_0^t H(\tau) R_m(V_{m-1}) d\tau + \frac{C_2}{1+t} \quad (22)$$

根据初始条件和解表达、系数遍历原则, 令

$$H(\tau) = \frac{1}{1+\tau}; C_2 = 0, \text{依次求解得到:}$$

$$V_1(t) = \frac{\hbar}{1+t} \int_0^t \frac{1}{1+\tau} \left[\frac{1}{(1+\tau)^2} + \left(1 - \frac{1}{1+\tau}\right) - 1 \right] d\tau$$

$$= -\frac{\hbar}{2(1+t)} + \frac{\hbar}{(1+t)^2} - \frac{\hbar}{2(1+t)^3} = -\frac{\hbar t^2}{2(1+t)^3} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
 V_2(t) &= V_1(t) + \frac{h}{1+t} \int_0^t \frac{1}{1+\tau} [\dot{V}_1(\tau) + V_1(\tau)] d\tau \\
 &= -h \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{24} h \right) \frac{1}{1+t} + h \left(1 + \frac{h}{2} \right) \frac{1}{(1+t)^2} - \\
 &\quad h \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} h \right) \frac{1}{(1+t)^3} + \frac{5h^2}{6(1+t)^4} - \frac{3h^2}{8(1+t)^5} \\
 &= -\frac{ht^2}{2(t+1)^3} - \frac{h^2 t^2 (5t^2 + 8t + 12)}{24(t+1)^5} \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_3(t) &= -\frac{ht^2}{2(t+1)^3} - \frac{h^2 t^2 (5t^2 + 8t + 12)}{24(t+1)^5} - \\
 &\quad \frac{h^2 t^2 (120h + 320t + 160ht + 180ht^2 + 88ht^3)}{240(t+1)^7} - \\
 &\quad \frac{h^2 t^2 (23ht^4 + 330t^2 + 180t^3 + 50t^4 + 120)}{240(t+1)^7} \quad (25)
 \end{aligned}$$

求解至第5阶, 令辅助参数分别取 $h \in \{-1, -0.6, -0.2\}$, 观察同阶次下不同 h 对收敛速度的影响, 见图9。可以看到 $h = -1$ 时计算效果最好, 优于 $h = -0.6$ 和 $h = -0.2$ 。

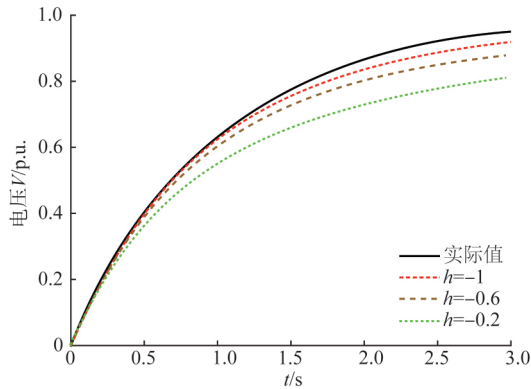


图9 不同辅助参数下同伦分析法的近似解结果

Fig. 9 Approximate solution of homotopy analysis under different auxiliary parameters

渐近展开法中, 多项式形式的解表达与分式形式的解表达, 在相同阶次下呈现出不同的近似效果。因此在混联电网大干扰稳定性分析中, 应当针对分析对象和目标特点, 对比测试多种形式下的解表达, 选择最优近似表达。

3 数值逼近法

稳定分析很大程度上可以理解为求解参数方程 $f(x, p) = b(p)$ 的参数解 $x(p)$ 。传统仿真法输出了海量数据, 但难以发现电网运行、控制参数与稳定性间的关系; 数值逼近法聚焦稳定裕度指标与参数的关系, 是一种相对新颖的思路, 其基本数学思想

是假设参数解 $x(p)$ 具有某种结构(例如多项式结构), 利用某种算法确定多项式的系数后, 就获得近似的参数解析解。

数值逼近法数学能力强大, 甚至可以求解微分方程, 其中最著名的就是 Galerkin 法^[40]。传统 Galerkin 法是侵入式的, 优点是精确度高, 逼近误差随多项式指数衰减, 缺点是无法利用商业仿真软件。非侵入式的逼近法如配点法、回归法、伪谱投影法等, 这些方法可以直接使用商业软件进行仿真计算, 再使用商业软件的输出数据开展逼近计算, 对电网的模拟与编程要求低。这里我们把具有类似特点的非侵入式方法统称为样本训练法。一般认为, 样本训练法精度较差, 需要更高阶的基函数以提高精度, 但也并非增加基函数阶数就一定能降低误差, 还需考虑“过拟合现象”。该方法的另外一个缺点是难以借助电网的结构特征开展稳定分析, 这值得今后深入研究。

下面对这两类方法加以简单介绍, 指出方法各自的特点及其适用场合。

3.1 侵入式方法

Galerkin 法的优点是不需要样本数据, 依赖原微分-代数方程, 属于侵入式方法^[40-43], 下面加以简要介绍。

采用式(26)所示的数学方程来开展稳定分析:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y) \\ 0 = g(x, y) \end{cases} \quad (26)$$

式中: x 表示系统中的微分变量; y 表示系统中的代数变量。为简化分析, 将上述方程简写为:

$$A(u; p) = 0 \quad (27)$$

这里将 x 和 y 统一表示为 $u = \{u_i\}_{i=1}^M$, 称为状态量, M 为状态量的维数; $p = \{p_i\}_{i=1}^{N_p}$ 为系统的参数, N_p 为参数的个数。

以下为具体计算步骤。

1) 选定多项式基 $\{\varphi_i(p)\}_{i=1}^N$, 则待逼近的状态

量可以写成如下形式: $u_N^*(p) = \sum_{i=1}^N c_i \varphi_i(p)$, 这里

$\{\varphi_i(p)\}_{i=1}^N$ 被称为“试探基”(trial basis)。求解参数方程的参数解问题就会转化成基函数系数的求解问题, 其中待定系数的个数为 $M \times N$ (原模型维数 M 乘以每一维的系数数量 N)。参数的分布形式(比如平均分布、正态分布等)决定了其试探基的形式, 多维参数的基可通过单参数下基函数的张量积构造;

2) 将 $u_N^*(p)$ 代入原模型中 $A(u; p) = 0$, 得到非

零的残差 R 。

$$R = A(u_N^*(p); p) = A\left(\sum_{i=1}^N c_i \varphi_i(p); p\right) \quad (28)$$

这里 R 中既含有待定系数 c_i ，又含有系统参数 p 。 R 的维数与原模型相同，均为 M ；

3) 令残差在 $\{\Gamma_i(p)\}_{i=1}^N$ 中各个基上的投影为零，在此空间求最佳解，得到如式(29)所示的一系列方程。

$$\langle R, \Gamma_k \rangle = 0 \quad k = 1, \dots, N \quad (29)$$

这里 $\{\Gamma_i(p)\}_{i=1}^N$ 被称为“测试基”。

每一个残差都与所有的测试基进行内积运算，内积运算为定积分，当参数 p 代表参数向量时，运算拓展为多重定积分，其积分上下限取决于参数空间范围。式(29)称为 Galerkin 方程，维数为 $M \times N$ ，与不确定系数数量相同；

4) 通过内积运算(定积分运算)后，Galerkin 方程中将不再含有参数 p ，而只含有 $M \times N$ 个不确定系数。通过联立求解 Galerkin 方程，获得待定系数的值并代入逼近表达式，即可求得逼近解。

Galerkin 法一般把基作为 p 的函数，系数作为 t 的函数，从而保证基对 t 的独立性，即 $\varphi_i(p, t)$ 通常不含 t 。若将 p 和 t 都当作参数，即基的表达式为 $\{\varphi_i(p, t)\}_{i=1}^N$ ，在求得每个基对应的系数后，即得到时域解析解。

此外，还存在非侵入式伽辽金法，方法利用不动点迭代，实现非侵入式计算，详细过程可参考文献[44]。另外，文献[45]还报道了介于侵入与非侵入法之间的方法如 Reduced Basis 法等。值得注意的是，求解未知系数的 Galerkin 方程包含原方程结构特点，数目庞大且往往是非线性的。

以一阶 RC 电路为例，展示不同维度基下 Galerkin 法逼近计算结果，见图 10。

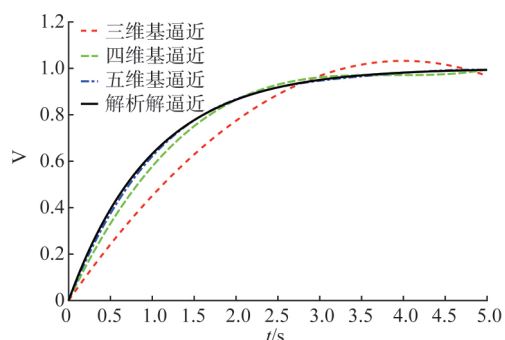


图 10 不同维度基下 Galerkin 法逼近的结果

Fig. 10 The solution of different dimensions by Galerkin method

3.2 样本训练法

通过样本训练逼近摇摆方程的解析解，然后运用解析解开展稳定分析的技术路线由来已久^[46-48]。20 世纪 70 年代的模式识别方法可以视作最“原始”的样本训练法，1990 年前后开始研究的神经网络方法是一种获得更多关注的样本训练法^[49-51]。近年来，随着深度学习理论的突破，神经网络法有望获得精确的解析解并且得到工程应用，但目前这个解析解表达式过于复杂，缺乏物理意义，值得继续深入研究。近年来流行起来的最小二乘法^[52-56]也是一种类似的样本训练法，方法原理简单但同样缺乏物理意义，待进一步研究。

下面先以最小二乘法为例介绍样本训练法。假设我们关注的稳定裕度指标 R (例如换流母线电压或者逆变器熄弧角) 具有如式(30)的分式结构。

$$R = f(p) = \frac{\hat{r}_0 + \hat{r}_1 p_1 + \dots + \hat{r}_m p_m}{r_0 + r_1 p_1 + \dots + r_m p_m} \quad (30)$$

式中 $\hat{r}_0 \dots \hat{r}_m, r_0 \dots r_m$ 为待求系数； $p = [p_1 \ p_2 \dots p_m]$ 为不确定参数向量； m 为不确定参数数量。选取 k 个样本，则产生 k 组包含输入和输出的样本值 $p(1) \ p(2) \dots p(k) \ R(1) \ R(2) \dots R(k)$ 。式(30)分母左乘，并整理成如下矩阵形式：

$$Xr = y \quad (31)$$

式中 X 与 y 分别为由样本值构成的常数矩阵与常数列向量； r 为待求系数向量，通常指定 \check{r}_m 为 1，使分式具有唯一的系数向量。

$$r = [\hat{r}_0 \ \dots \ \hat{r}_m \ \check{r}_0 \ \dots \ \check{r}_{m-1}] \quad (32)$$

待求系数向量可以根据最小二乘法求出。

$$r = X^+ y = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (33)$$

式中 X^+ 为 X 的广义逆矩阵。

再看一种利用数学正交性质的样本训练法——配点法^[57]。有关正交性的数学基础整理如下。

定义 1: 设 $f(x) \ g(x) \in C[a, b]$ ， $\rho(x)$ 为 $[a, b]$ 上的权函数，则称 $\langle f, g \rangle = \int_a^b \rho(x) f(x) g(x) dx$ 为 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上以 $\rho(x)$ 为权函数的内积。

定义 2: 设 $f(x) \ g(x) \in C[a, b]$ ，若 $\langle f, g \rangle = 0$ ，则称 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上带权 $\rho(x)$ 正交。

定义 3: 设在 $[a, b]$ 上给定函数系 $\{\varphi_k(x)\}$ ， $k = 0, 1, \dots$ ，若满足条件(其中 A_k 为常数)：

$$\langle \varphi_j(x) | \varphi_k(x) \rangle = \begin{cases} 0 & j \neq k \\ A_k & j = k \end{cases} \quad (j, k = 0, 1, \dots)$$

则称函数系 $\{\varphi_k(x)\}$ 为 $[a, b]$ 上带权 $\rho(x)$ 的正交函数系。当 $A_k = 1$ 时, 则称该函数系为标准正交函数系。

定义4: 设 $\varphi_n(x)$ 为 $[a, b]$ 上首项系数 $a_n \neq 0$ 的 n 次多项式, $\rho(x)$ 为 $[a, b]$ 上的权函数, 如果多项式序列 $\{\varphi_n(x)\}_0^\infty$ 两两满足正交关系, 则称多项式序列 $\{\varphi_n(x)\}_0^\infty$ 在 $[a, b]$ 上带权 $\rho(x)$ 正交, 称 $\varphi_n(x)$ 为 $[a, b]$ 上带权 $\rho(x)$ 的 n 次正交多项式。

文献[58]给出如下定理: 只要给定区间 $[a, b]$ 及权函数 $\rho(x)$, 均可由一族线性无关的幂函数 $\{1, x, x^2, \dots, x^n, \dots\}$, 利用 Schmidt 正交化方法构造出正交多项式序列。

$$\begin{cases} \varphi_0(x) = 1 \\ \varphi_n(x) = x^n - \sum_{j=0}^{n-1} \frac{\langle x^n | \varphi_j(x) \rangle}{\langle \varphi_j(x) | \varphi_j(x) \rangle} \varphi_j(x) \quad n = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (34)$$

利用正交性, 可以推导得到 Gauss 型求积公式, 即利用 n 个节点获得 $2n-1$ 次代数精确度的插值型求积公式, 数学表示如式(35)所示。

$$\int_A \rho(x) g(x) dx = \sum_{i=1}^n A_i g(x_i) \quad (35)$$

式中: 求积节点 $x_i (i = 0, \dots, n-1)$ 称为高斯点; 求积系数 A_i 称为高斯系数。

下面将介绍高斯点和高斯系数的求解方法。假设 $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$ 为一组正交基底, 一个 $2n-1$ 阶表达式可以用式(36)这一组基底表示。

$$g(x) = \varphi_n(x) (a_{n-1} \varphi_{n-1}(x) + \dots + a_0 \varphi_0(x)) + b_{n-1} \varphi_{n-1}(x) + \dots + b_0 \varphi_0(x) \quad (36)$$

式中: $\varphi_0(x)$ 为已知常数; a_i 和 b_i 为待定常数。

取 n 阶基 $\varphi_n(x) = 0$ 的根作为 n 个高斯点 $x_i (i = 1, \dots, n)$, 并将 x_i 对应的采样值 $g(x_i)$ 代入式(36), 整理成矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} g(x_1) \\ \vdots \\ g(x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{n-1}(x_1) & \dots & \varphi_0(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n-1}(x_n) & \dots & \varphi_0(x_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

通过求解线性矩阵, 得到 $b_i (i = 1, \dots, n)$ 为:

$$\begin{bmatrix} b_{n-1} \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{n-1}(x_1) & \dots & \varphi_0(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n-1}(x_n) & \dots & \varphi_0(x_n) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g(x_1) \\ \vdots \\ g(x_n) \end{bmatrix} \quad (38)$$

利用正交性, 积分表达式可进行化简为:

$$\begin{aligned} \int_A \rho(x) g(x) dx &= \sum_{i=0}^{n-1} a_i \langle \varphi_n(x) | \varphi_i(x) \rangle + \\ &\quad \sum_{i=1}^{n-1} b_i \langle \varphi_i(x) | 1 \rangle + b_0 \langle \varphi_0(x) | 1 \rangle \\ &= b_0 \langle \varphi_0(x) | 1 \rangle = b_0 \int_A \rho(x) \varphi_0(x) dx \quad (39) \end{aligned}$$

按照惯例取 $\varphi_0(x) = 1$, 由式(38)最后一行可得:

$$\begin{aligned} \int_A \rho(x) g(x) dx &= b_0 \int_A \rho(x) \varphi_0(x) dx \\ &= b_0 \int_A \rho(x) dx = b_0 = \sum_{i=1}^n A_i g(x_i) \quad (40) \end{aligned}$$

其中 $A_i (i = 1, \dots, n)$ 由基函数和高斯点确定。

配点法是一种多项式逼近的方法, 用到了高斯求积公式的数学思想, 根据较少的采样信息获得全区间上分析对象和不确定参数的解析表达式, 只要目标多项式 $g(x)$ 的阶数小于等于 $2n-1$, $\hat{g}(x)$ 的期望值就与 $g(x)$ 相同。

$$\hat{g}(x) = g_0 \varphi_0(x) + g_1 \varphi_1(x) + \dots + g_{n-1} \varphi_{n-1}(x) \quad (41)$$

具体求解步骤如下:

1) 明确分析对象, 明确参数的概率密度函数并将其作为权函数;

2) 通过不确定区间和概率密度函数, 求出参数的正交基底 $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_{n-1}(x)$;

3) 明确逼近的阶数 n , 通过 $\varphi_n(x) = 0$ 求出高斯点 x_1, x_2, \dots, x_n , 代入如下方程:

$$\begin{bmatrix} g(x_1) \\ \vdots \\ g(x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{n-1}(x_1) & \dots & \varphi_0(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n-1}(x_n) & \dots & \varphi_0(x_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{n-1} \\ \vdots \\ g_0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

解出系数 g_0, g_1, \dots, g_{n-1} 。注意到 $g_0 = b_0$, 所以 $\hat{g}(x)$ 和 $g(x)$ 期望相同;

4) 将基函数和对应系数代入式(41)得到解析表达式。

与最小二乘法类似, 配点法同样不需要运用原方程, 属于非侵入式方法, 其优点是需要的样本数目大大减少, 具有严谨的精度分析。

获得解析解的样本训练法是近十余年来大干扰稳定分析令人关注的课题。但这个课题仍然存在几个困难: 1) 样本训练法很多, 哪种方法适合电力系统, 需要加以深入研究; 2) 如何根据电网特点对表达式进行简化处理, 再发现电网动态的一些定性与定量性质。

4 直接法

文献上存在所谓的直接法, 包括很多变化如暂态能量函数法^[59-61]、EEAC^[62-63]、BCU^[64]等, 主要针对简化同步机模型描述的交流电网功角稳定性问题。直接法数学思想来自 Lyapunov 定理, 思路是直接检查故障切除时刻电力系统状态是否处于稳定域内^[65](参考图 11), 关键是确定状态空间稳定域边界。稳定边界的数学意义是非常明确的, 如果知道了稳定边界, 就可以直接判断系统稳定性。

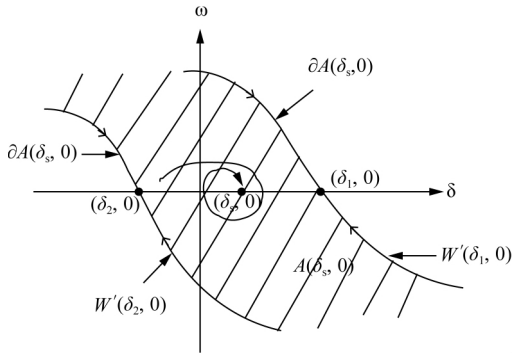


图 11 单机无穷大系统的稳定域

Fig. 11 Stability region of single machine infinite bus system

关于稳定边界存在一个熟知的结果, 那就是稳定边界本身由状态轨迹组成^[29], 但实用意义不大。看一个更加深刻的结果, 令 A 代表状态空间稳定域, $W^s(x_i)$ 代表第 i 个不稳定平衡点的稳定流形, 式(43)为一个稳定边界刻画的重要结果^[66]。

$$\partial A \subseteq \bigcup_i W^s(x_i) \quad (43)$$

可见, 稳定边界 ∂A 包含于不稳定流形的并集 $\bigcup_i W^s(x_i)$ 中, 更多的稳定边界刻画结果参考文献[64, 67]。在更强的假设下, 上述包含关系可以成为等式关系, 即 $\partial A = \bigcup_i W^s(x_i)$ 。

看一个例子, 考虑下述两阶系统^[29]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + \frac{1}{3}x_1^3 - x_2 \end{cases} \quad (44)$$

上述系统存在 3 个平衡点: $(0, 0)$ $(\sqrt{3}, 0)$, $(-\sqrt{3}, 0)$, 其稳定域包含在穿越平衡点 $(\sqrt{3}, 0)$ 和 $(-\sqrt{3}, 0)$ 的两条稳定流形之间(见图 12)。

上述稳定边界结论是一个著名的科学发现, 遗憾的是, 稳定边界是高维流形, 所以计算不稳定平衡点的稳定流形仍然很困难。这就促使研究人员开

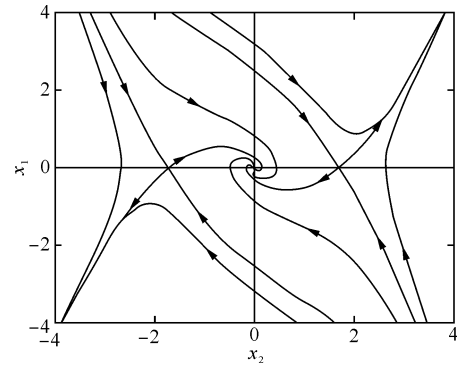


图 12 稳定域包含在穿越平衡点 $(\sqrt{3}, 0)$ 和 $(-\sqrt{3}, 0)$ 的两条稳定流形之间

Fig. 12 Stable domain lies between two stable manifolds that cross the equilibrium point

发各种各样的稳定边界近似计算方法。

下面以能量函数法为例介绍稳定边界的计算方法。令 θ_i 和 ω_i 分别代表第 i 台机组在惯性中心坐标下的转子角度和角速度, P_{mi} 代表机组的机械功率, 一个 N 机电力系统的受扰轨迹可以用如式(45)所示的经典模型描述。

$$\begin{cases} \frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i \\ M_i \frac{d\omega_i}{dt} = P_{mi} - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{COI} \end{cases} \quad (45)$$

其中: $M_T = \sum_{i=1}^N M_i$, $P_{COI} = \sum_{i=1}^N (P_{mi} - P_{ei})$, $P_{ei} = \sum_{j=1}^N [C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) + D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)]$ 。

对于上述电力系统经典模型, 定义暂态能量函数 V 如式(46)所示。

$$V(\omega, \theta) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i}^{\theta} (P_{mi} - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{COI}) d\theta_i \quad (46)$$

式中 θ_i 为第 i 台机组在故障后稳定平衡点处的转子角度。

令 ω_c 和 θ_c 分别代表机组在故障切除时刻转子角度向量, 转子角速度向量。根据能量函数法, 如果在故障切除时刻系统暂态能量 $V(\omega_c, \theta_c)$ 小于某个门限值 V_{cr} , 则系统是稳定的; 否则, 系统失去稳定。即:

如果 $V(\omega_c, \theta_c) < V_{cr}$, 系统稳定; 如果 $V(\omega_c, \theta_c) > V_{cr}$, 系统失稳。

确定暂态能量函数门限值 V_{cr} 有两种常见方法, 一种是取故障相关不稳定平衡点 θ_{CUEP} 处的能量函数值, 即 $V_{cr} = V(0, \theta_{CUEP})$, 是基于相关不稳定平衡

点的暂态能量函数法; 另一种取持续故障轨迹系统穿越势能界面点 θ_{PEBS} 的暂态能量函数值, 即 $V_{\text{cr}} = V(0, \theta_{\text{CUEP}})$, 是基于势能界面的暂态能量函数法。

显然, $\Delta V = V_{\text{cr}} - V(\omega_c, \theta_c)$ 可以视作稳定裕度 (称能量裕度)。以相关不稳定平衡点法为例, 能量裕度定义为 $\Delta V = V(0, \theta_{\text{CUEP}}) - V(\omega_c, \theta_c)$ 。注意到 θ_c 、 ω_c 和 θ_{CUEP} 都是静态控制变量 u 的函数, 即:

$$\Delta V(u) = V[0, \theta_{\text{CUEP}}(u)] - V[\omega_c(u), \theta_c(u)] \quad (47)$$

由此根据灵敏度 $\partial \Delta V / \partial u$ 就可以进行稳定分析与控制。方法需要求解某个不稳定平衡点 (显然, 多机系统存在很多个不稳定平衡点), 这本身不容易, 导致精确计算临界能量裕度比较困难。经典的等面积定则某种程度可以视作直接法的一种简化版本^[68-69]。能量函数法在交直流电网稳定分析的推广见文献[70], 早期的直接法见文献[71-73], 稳定边界的多项式逼近见文献[74], 使用能量函数法研究电压稳定性也存在少许文献[75]。

5 其他方法

除了上述方法外, 还有许多专家学者尝试运用更多的数学工具对大干扰稳定性问题进行分析, 比如: 非线性变换法^[76]、Carleman 线性化^[77-78]、Koopman^[79]、模型降阶法、工程近似法等。

5.1 Carleman 线性化法

Carleman 线性化法主要应用于非线性系统, 通过将一个非线性系统“嵌入”到无限维的线性系统模型中, 从而应用线性理论对系统进行分析, 并且可以获得高阶特征模态、非线性参与因子等非线性信息。

考虑一般的微分方程组:

$$\dot{X} = f(X) \quad (48)$$

其中: $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为 n 维状态向量, $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为光滑向量场, 且在平衡点附近可微。

在稳定平衡点附近, 将原微分方程 Taylor 展开。

$$\dot{X} = A_1 X + A_2 (X \otimes X) + A_3 (X \otimes X \otimes X) + \dots \quad (49)$$

式中: \otimes 为 Kronecker 积; $A_1 = [\partial f / \partial X]_{X_m} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为系统雅克比矩阵; $A_2 = [\partial^2 f / \partial X^2]_{X_{\text{sep}}} \in \mathbb{R}^{n \times m_2}$; $A_3 = [\partial^3 f / \partial X^3]_{X_{\text{sep}}} \in \mathbb{R}^{n \times m_3}$; $m_2 = n(n+1)/2$, $m_3 = \sum_{k=1}^n \frac{(n-k+1)(n-k+2)}{2} \dots$

引入记号:

$$X^{[k]} = X \otimes X \otimes \dots \otimes X \in \mathbb{R}^{m_k}, k = 1, 2, \dots \quad (50)$$

则式(49)可以改写为:

$$\dot{X} = \sum_{k=1}^{\infty} A_k X^{[k]}, A_k \in \mathbb{R}^{n \times m_k} \quad (51)$$

构造各阶状态的 Kronecker 积组成一个无限维新向量为:

$$X^{\otimes} = [X, X^{[2]}, X^{[3]}, \dots, X^{[k]}, \dots]^T \quad (52)$$

对上述无限维的新向量求导, 其中第2阶状态变量动态方程为:

$$\begin{aligned} \frac{d(X^{[2]})}{dt} &= \frac{dX}{dt} \otimes X + X \otimes \frac{dX}{dt} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} A_k X^{[k]} \otimes X + X \otimes \sum_{k=1}^{\infty} A_k X^{[k]} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \otimes I_n + I_n \otimes A_k) X^{[k+1]} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} (A_k^2) X^{[k+1]} \end{aligned} \quad (53)$$

以此类推可得第 n 阶状态变量的动态方程, 再整理总结得到对 X^{\otimes} 求导后的无限维线性系统。

$$\dot{X}^{\otimes} = A^{\otimes} X^{\otimes} \quad (54)$$

至此, Carleman 线性化法通过引入一个无限维状态变量, 成功将原非线性系统转化为了一个无限维线性系统。

为了感受 Carleman 线性化对系统非线性的适用性, 采用没有解析解的范德波尔方程 (Van der Pol equation) 作为算例进行分析, 该方程可以通过调节参数来调节系统非线性程度。

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - \varepsilon(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = 0 \quad (55)$$

取 $\varepsilon = 0.1$ 、初值 $x_0 = 1$, 使用 MATLAB 计算程序对比经过 Carleman 线性化后的解析结果与数值积分计算结果, 如图13所示。

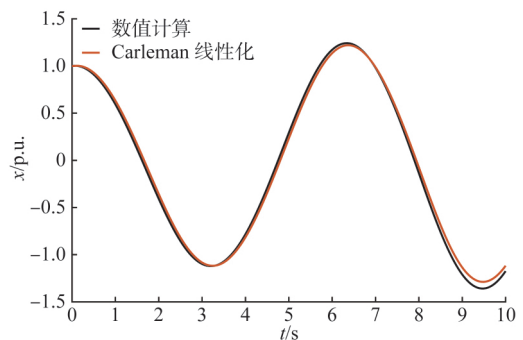


图13 Carleman 线性化与数值计算结果对比

Fig. 13 Solution of Carleman linearization and numerical method

虽然 Carleman 线性化需要截断处理, 但会保留系统的部分非线性特征, 这有利于突显出电力系统的一些关键非线性特性; 同时, 嵌入后的系统还可以用线性系统理论进行分析, 手段更加多样、成熟。但该方法最终得到的解析解不可避免需要用到矩阵指数, 降低了解的解析程度; 此外, 在非线性程度增加后, 嵌入系统需要截断到更高阶数, 以保证系统收敛性。

5.2 工程近似方法

文献上还存在一些基于降阶模型的工程近似方法, 用来估计混联电网动态响应的重要特征, 例如潮流转移峰值^[80]、过电压水平等, 并且获得这些特征与电网运行参数的解析关系。方法首先利用电网结构特征, 对原始摇摆方程开展模型降阶, 然后再根据降阶模型来计算稳定裕度指标, 具有明确的物理意义, 是一种值得深入研究的方法。目前, 对工程近似法的研究关注还比较少, 下面看几个例子。

通常, 直流受端发生交流故障会导致逆变器换相失败, 那么逆变器在直流恢复期间的无功需求反映了直流对交流电网电压稳定性的影响, 其无功需求最大值可视作一种稳定指标, 文献[81]给出了这个指标的一个近似解析表达式。考虑如图 14 所示的受端系统。

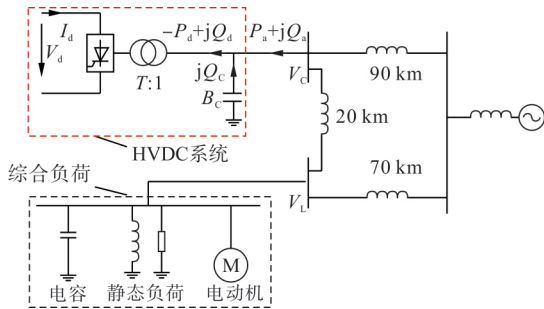


图 14 具有综合负荷的交直流电网

Fig. 14 A hybrid grid with integrated load

具体来看感应电动机, 图 15 中虚线右侧是负荷中的感应电动机, 左侧是从感应电动机出口看进去的交流电网等值电路。

在多馈入情况下, 感应电动机出口电压 V_L 近似等于直流逆变站出口电压 V_c 可推导得到直流恢复期间最大无功需求 Q_a 的近似计算公式, 如下:

$$V_c \approx V_L = \frac{|X_{IM} + R_r|}{|jX_{IM} + R_r| + S_L/S_{acL}} E_{TH} \quad (56)$$

$$P_d = N \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} TV_c \cos \gamma_0 - \frac{3}{\pi} I_{d0} X_c \right) I_{d0} \quad (57)$$

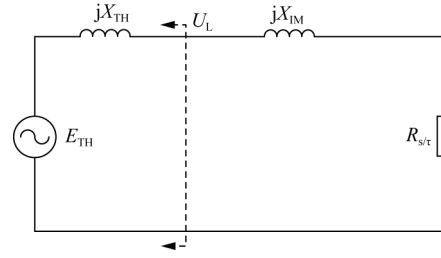


图 15 感应电动机出口方向的交流电网等值电路

Fig. 15 Equivalent circuit of AC grid in the direction of induction motor

$$Q_a = P_d \tan \left[\arccos \left(\cos \gamma_0 - \frac{I_{d0} X_c}{\sqrt{2} TV_c} \right) \right] - B_c V_c^2 \quad (58)$$

直流引起的电压下降可近似表达为:

$$\Delta V_c = \frac{Q_a}{S_{ac}} \quad (59)$$

指标 $DCH = |\Delta V_L / V_L|$ 综合反映了交流电网强度、直流无功需要, 理论上是一种比短路比更加有意义的稳定裕度指标, 值得深入研究。这个指标存在一个解析表达式:

$$DCH = MIF_{LC} \frac{Q_a X_{IM} + S_L / S_{acL}}{P_d X_{IM}} \frac{1}{SCR} \quad (60)$$

此外, 临界切除时间也可以视作一种稳定裕度指标, 但临界切除时间与电网参数关系复杂, 难以获得解析解表达式, 这是短路比、 DCH 类指标的优点。文献上还存在其他无功需求最大值的解析表达式, 有兴趣的读者可参考文献[82]等。

另一个例子是当直流无故障闭锁后, 送端整流侧电容器一般要数百毫秒后才会被切除, 大量无功从整流站送入电网, 形成整流变电站工频过电压。

送端电网的结构如图 16 所示。

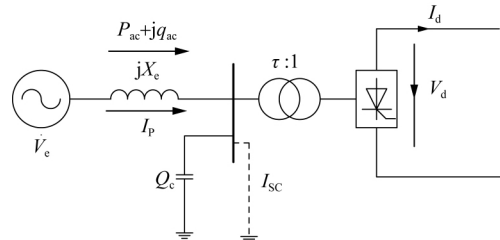


图 16 送端电网结构

Fig. 16 Structure of the sending end network

送端过电压水平存在式(61)所示的经典解析结果^[83]。

$$k_{TOV} = [1 + 2Z(P \cos \varphi_E + Q \sin \varphi_E) + Z^2(P^2 + Q^2)]^{1/2} \quad (61)$$

式中: k_{TOV} 为过电压水平(标么值); $Z \angle \varphi_E = 1/ESCR$;

P 和 Q 分别为直流闭锁前的有功功率和无功功率。

文献[84]给出了一个过电压估计的解析表达式,认为式(62)是一个比 k_{TOV} 更加精确的过电压表达式。

$$V_p' = \frac{V_{pN}^2 V_e - V_{pN} V_e \sqrt{V_{pN}^2 - 4Q_{cp} X_e}}{2Q_{cp} X_e} \quad (62)$$

其他关于送端过电压的计算方法,读者可参考文献[85~86]等。

基于降阶模型的工程近似法自然或者不自然地都采用了某种程度的经验近似,如何改善解的严谨性从而给出严格的降阶基础是今后值得研究的课题。

6 结语

总的来讲,混联电网日趋复杂,稳定分析技术也在从离线向在线发展,从手工计算向自动计算发展,从个例计算向集合计算发展,这是历史的必然。然而由于理论上的困难,这个发展的过程是缓慢的。

目前,对于给定事故,大干扰稳定计算的基本理论已经成熟,软件计算工具也比较丰富,比如在我国,PSD-BPA、PSASP等软件都得到了广泛的应用。而如何应用这些软件工具,寻找稳定运行极限和稳定控制策略则比较困难,仍然依赖计算人员的经验,需要通过大量重复计算完成,劳动强度大,计算效率和精度不高。特别是当前混联电网正在过渡时期,运行方式变化频繁,数据维护困难,计算工作量尤其庞大。

本文介绍的众多方法在应对电网的切换/饱和特性、不确定性^[87~88]时都会遇到不同程度的困难,几十年来一直困扰电力系统的研究人员,这些困难也是当前和未来电网大干扰稳定分析的难点。比较理想的混联电网大干扰稳定分析技术目前还处于发展之中,其应该具有图17所示的几个重要特征,未来的研究也将围绕这些特征展开。

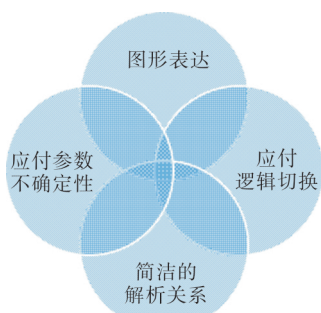


图17 混联电网大干扰稳定分析期待具有的几个重要特征

Fig. 17 Several important characteristics of the large disturbance stability analysis of hybrid grids are expected

参考文献

- [1] DOMMEL H W, SATO N. Fast transient stability solutions [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1972, PAS-91(4): 1643-1650.
- [2] 林伟芳, 汤涌, 卜广全. 多馈入交直流系统短路比的定义和应用[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(31): 1-8. LIN Weifang, TANG Yong, BU Guangquan. Definition and application of short circuit ratio for multi-infeed AC/DC power systems [J]. Proceeding of the CSEE, 2008, 28(31): 1-8.
- [3] ZHANG F, XIN H, WU D, et al. Assessing strength of multi-infeed LCC-HVDC systems using generalized short circuit ratio [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(1): 467-480.
- [4] GHAREMANI E, HENICHE A. A detailed presentation of an innovative local and wide-area special protection scheme to avoid voltage collapse: from proof of concept to grid implementation [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 10(5): 5196-5211.
- [5] VAHIDNIA A, LEDWICH G, PALMER E W. Transient stability improvement through wide-area controlled SVCs [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(4): 3082-3089.
- [6] 冯飞, 余贻鑫. 电力系统动态安全域的微分拓扑特性[J]. 电力系统及其自动化学报, 1991, 13(1): 48-59. FENG Fei, YU Yixin. Differential topological characteristics of dynamic security domain of power system [J]. Proceeding of the EPSA, 1991, 13(1): 48-59.
- [7] JAVAN D S, MASHHADI H R. Reconstruction of security region with high information content using effective attributes extraction [J]. International Transactions on Electrical Energy Systems, 2017, 27(3): e2263.
- [8] JIANG X, CHEN Y C, DOMÍNGUEZ-GARCÍA A D. A set-theoretic framework to assess the impact of variable generation on the power flow [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 855-867.
- [9] VACCARO A, CANIZARES C A. An affine arithmetic-based framework for uncertain power flow and optimal power flow studies [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1): 274-288.
- [10] GAN D, THOMAS R J, ZIMMERMAN R D. Stability-constrained optimal power flow [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(2): 535-540.
- [11] DONG X, GUAN E, JING L, et al. Simulation and analysis of cascading faults in hybrid AC/DC power grids [J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2020 (115). <http://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105492>.
- [12] XIN H, GAN D, HUANG Z, et al. Applications of stability-constrained optimal power flow in east China system [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(3): 1423-1433.
- [13] SONG X, WANG Z, XIN H, et al. Risk-based coordination of generation rescheduling and load shedding for transient stability enhancement [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(4): 4674-4682.
- [14] XIAO T, WANG J, GAO Y, et al. Improved sparsity techniques for solving network equations in transient stability [J].

- IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 4878 – 4888.
- [15] 戴汉扬, 汤涌, 宋新立, 等. 电力系统动态仿真数值积分算法研究综述[J]. 电网技术, 2018, 12(12): 3977 – 3984.
- DAI Hanyang, TANG Yong, SONG Xinli, et al. Review on numerical integration algorithms for dynamic simulation of power system [J]. Power System Technology, 2018, 12(12): 3977 – 3984.
- [16] LIU Y, JIANG Q. Two-stage parallel waveform relaxation method for large-scale power system transient stability simulation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(1): 153 – 162.
- [17] GAO B, MORISON G K, KUNDUR P. Toward the development of a systematic approach for voltage stability assessment of large-scale power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1996, 11(8): 1314 – 1324.
- [18] 金一丁, 于钊, 于明节, 等. 新一代调相机与电力电子无功补偿装置在特高压交直流电网中应用的比较[J]. 电网技术, 2018, 42(7): 2095 – 2102.
- JIN Yiding, YU Zhao, YU Mingjie, et al. Comparison of new generation synchronous condenser and power electronic reactive-power compensation devices in application in UHV DC/AC grid [J]. Power System Technology, 2018, 42(7): 2095 – 2102.
- [19] 姚文峰, 洪潮, 周保荣, 等. 采用常规直流配置动态无功补偿或柔性直流对受端广东电网稳定性影响的对比分析[J]. 南方电网技术, 2017, 11(07): 45 – 50.
- YAO Wenfeng, HONG Chao, ZHOU Baorong, et al. Comparison on influence of LCC-HVDC dynamic reactive power compensation or VSC-HVDC at inverter side on stability of Guangdong Power Grid [J]. Southern Power System Technology, 2017, 11(7): 45 – 50.
- [20] 汤涌. 基于响应的电力系统广域安全稳定控制[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(29): 5041 – 5050.
- TANG Yong. Response-based wide area control for power system security and stability [J]. Proceeding of the CSEE, 2014, 34(29): 5041 – 5050.
- [21] 李生福, 张爱玲, 李少华, 等. “风火打捆”交直流外送系统的暂态稳定控制研究[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(1): 108 – 114.
- LI Shengfu, ZHANG Ailing, LI Shaohua, et al. Study on transient stability control for wind-thermal-bundled power transmitted by AC/DC system [J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(1): 108 – 114.
- [22] 郑超, 李媛, 吕盼, 等. 规模化光伏并网对暂态稳定影响及应对措施[J]. 高电压技术, 2017, 43(10): 3403 – 3411.
- ZHENG Chao, LI Yuan, LÜ Pan, et al. Influence of large-scaled photovoltaic grid connected on the transient stability and countermeasures [J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(10): 3403 – 3411.
- [23] 马世英, 陈得治, 王青. 大规模风电基地网源协调控制技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2018.
- [24] EFTEKHARNEJAD S, VITTAL V, HEYDT G T, et al. Impact of increased penetration of photovoltaic generation on power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(1): 893 – 901.
- [25] 吕晓祥, 王建全. 电力系统暂态稳定预防控制算法综述[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(20): 144 – 153.
- LÜ Xiaoxiang, WANG Jianquan. A comprehensive review of the preventive control methodology for the improvement of transient stability in power system [J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(20): 144 – 153.
- [26] ABHYANKAR S, GENG G, ANITESCU M, et al. Solution techniques for transient stability constrained optimal power flow – part I [J]. IET Generation, Transmission and Distribution, 2017, 11(12): 3177 – 3185.
- [27] TANG Y, HUANG Y H, WANG H Z, et al. Framework for artificial intelligence analysis in large-scale power grids based on digital simulation [J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2018, 4(4): 459 – 468.
- [28] 姜涛, 王长江, 陈厚合, 等. 基于正则化投影孪生支持向量机的电力系统暂态稳定评估[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(1): 141 – 151.
- JIANG Tao, WANG Changjiang, CHEN Houhe, et al. Transient stability assessment of power system based on projection twin support vector machine with regularization [J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(1): 141 – 148.
- [29] KHALIL H K. Nonlinear systems [M]. New Jersey: Person Education, 1996.
- [30] ABED E H, ALEXANDER J C. Approximation of faulted power system trajectories via averaging [C]//Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, December 9 – 11, 1987, Los Angeles, CA, USA. New York: IEEE, 1987.
- [31] DUAN N, SUN K. Power system simulation using the multi-stage adomian decomposition method [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1): 430 – 441.
- [32] WANG B, DUAN N, SUN K. A time-power series based semi-analytical approach for power system simulation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(2): 841 – 851.
- [33] YAO R, SUN K, QIU F. Vectorized efficient computation of pade approximation for semi-analytical simulation of large-scale power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(5): 3957 – 3959.
- [34] LIU Y, SUN K, YAO R, et al. Power system time domain simulation using a differential transformation method [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(5): 3739 – 3748.
- [35] GURRALA G, DINESHA D L, DIMITROVSKI A. Large multi-machine power system simulations using multi-stage adomian decomposition [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(5): 3594 – 3606.
- [36] SAUER P W, PAI M A, CHOW J. Power system dynamics and stability – with synchrophasor measurement and power system toolbox [M]. New York: John Wiley & Sons Ltd., 2018.
- [37] YUAN Z, DU Z, LI C, et al. Dynamic equivalent model of VSC based on singular perturbation [J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2016, 10(14): 3413 – 3422.
- [38] 廖世俊. 超越摄动: 同伦分析方法基本思想及其应用[J]. 力学进展, 2008, 38(1): 1 – 34.
- LIAO Shijun. Beyond perturbation: the basic concepts of the homotopy analysis method and its applications [J]. Advances in Mechanics, 2008, 38(1): 1 – 34.
- [39] LIAO S, SHERIF S. Beyond perturbation: introduction to the homotopy analysis method [J]. Applied Mechanics Reviews,

- 2004, 57(5): B25 – B26.
- [40] ZHOU Y, WU H, GU C, et al. A novel method of polynomial approximation for parametric problems in power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(4): 3298 – 3307.
- [41] GIRALDI L, LITVINENKO A, LIU D, et al. To be or not to be intrusive? The solution of parametric and stochastic equations—the “plain vanilla” Galerkin case [J]. Siam Journal on Scientific Computing, 36(6): A2720 – A2744.
- [42] GIRALDI L, LIU D, MATTHIES H G, et al. To be or not to be intrusive? The solution of parametric and stochastic equations—proper generalized decomposition [J]. Siam Journal on Scientific Computing, 2015, 37(1): A347 – A368.
- [43] XIA B, WU H, QIU Y, et al. A Galerkin method-based polynomial approximation for parametric problems in power system transient analysis [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(2): 1620 – 1629.
- [44] 蔡大用, 白峰杉. 高等数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [45] BOYAVAL S, LE BRIS C, LELIEVRE T. Reduced basis techniques for stochastic problems [J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2010, 17(4): 435 – 454.
- [46] XIN H, GAN D, QIU J. Transient stability preventive control and optimization via power systems stability region analysis [C]//IEEE Power Engineering Society General Meeting, June 18 – 22, 2006, Montreal, Canada, 2006. New York: IEEE, 2006: 9096710.
- [47] PANG C K, PRABHAKARA F F, EL-ABIAD A H, et al. Security evaluation in power systems using pattern recognition [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1974, PAS-93(3): 969 – 976.
- [48] YAMASHIRO S. On-line security-economy preventive control of power systems by pattern recognition [J]. IEEE Transactions On Power Systems, 1986, 1(3): 214 – 219.
- [49] MIRANDA V, FIDALGO J N, PECAS LOPES J A. Real time preventive actions for transient stability enhancement with a hybrid neural optimization approach [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(2): 1029 – 1035.
- [50] HOBSON E, ALLEN G N. Effectiveness of artificial neural networks for first swing stability determination of practical systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994, 9(2): 1062 – 1068.
- [51] 褚晓东, 刘玉田, 邱夕兆. 基于径向基函数网络的暂态稳定极限估计与预防控制[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(10): 45 – 48.
- ZHU Xiaodong, LIU Yutian, QIU Xizhao. Transient stability limit estimation and preventive control based on radial basis function network [J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(10): 45 – 48.
- [52] OLUIC M, GHANDHARI M, BERGGREN B. Methodology for rotor angle transient stability assessment in parameter space [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(2): 1202 – 1211.
- [53] OLUIC M, GHANDHARI M, BERGGREN B. On the parametrization of rotor angle transient stability region [C]. North American Power Symposium (NAPS), October 4-6, 2015, Charlotte, USA.
- [54] SONG Y H, YAO L, et al. Fast estimation of transient stability limits by combining direct method with least squares technique [J]. Electric Power Systems Research, 1998, 48(1): 121 – 126.
- [55] SHI P, ZHOU J, GAN D, et al. A rational fractional representation method for wind power integrated power system parametric stability analysis [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 7122 – 7131.
- [56] 赖全怡, 陈民权, 李尚远. 含高密度光伏电源的受端电网暂态电压有理分式拟合分析[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(11): 3186 – 3193.
- LAI Quanyi, CHEN Minquan, LI Shangyuan, et al. Transient voltage analysis for receiving power system with high PV penetration based on rational fraction fitting method [J]. Proceeding of the CSEE, 2019, 39(11): 3186 – 3193.
- [57] HOCKENBERRY J R, LESIEUTRE B C. Evaluation of uncertainty in dynamic simulations of power system models: the Probabilistic collocation method [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(3): 1483 – 1491.
- [58] 寿纪麟, 魏战线. 线性代数——21 世纪应用型本科系列教材[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2007.
- [59] FOUAD A A, VITTAL V. Power system transient stability analysis using the transient energy function method [M]. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- [60] PAI M A. Energy function analysis for power system stability [M]. the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [61] FANG D, CHUNGT S, ZHANG Y. Transient stability limit conditions analysis using a corrected transient energy function approach [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(2): 804 – 810.
- [62] 薛禹胜. 运动稳定性量化理论[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1999.
- [63] 汤蕾, 沈沉, 张雪敏. 大规模风电集中接入对电力系统暂态功角稳定性的影响(一): 理论基础[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(15): 3832 – 3842.
- TANG Lei, SHEN Chen, ZHANG Xuemin. Impact of large-scale wind power centralized integration on transient angle stability of power systems-part i: theoretical foundation [J]. Proceeding of the CSEE, 2015, 35(15): 3832 – 3842.
- [64] CHIANG H D. Direct methods for stability analysis of electric power systems: theoretical foundation, BCU methodologies, and applications [M]. New York: John Wiley, 2010.
- [65] CHIANG H D. Direct stability analysis of electric power systems using energy functions: theory, applications, and perspective [J]. Proceedings of the IEEE, 1995, 83(11): 1497 – 1529.
- [66] TSOLAS N A, ARAPOSTATHIS A, VARAIYA P P. A structure preserving energy function for power system transient stability analysis [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1985, 32(10): 1041 – 1049.
- [67] SASTRY S. Nonlinear systems [M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [68] 汤蕾, 沈沉. 大规模风电接入对电力系统暂态稳定性影响机理研究[J]. 电力科学与技术学报, 2014, 29(4): 25 – 33.
- TANG Lei, SHEN Chen. The impact of large-scale wind generation on power system transient stability [J]. Journal of Electric

- Power Science and Technology, 2014, 29(4): 25–33.
- [69] 牟澎湃, 赵冬梅, 王嘉成. 大规模风电接入对系统功角稳定影响的机理分析[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(5): 1325–1334.
- MU Pengtao, ZHAO Dongmei, WANG Jiacheng. Influence mechanism analysis of large-scale wind power integration on power system angle stability [J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(5): 1324–1332.
- [70] SUSUKI Y, HIKIHARA T, CHIANG H D. Discontinuous dynamics of electric power system with DC transmission: a study on DAE system [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2008, 55(2): 697–707.
- [71] AYLETT P D. The energy-integral criterion of transient stability limits of power systems [J]. Proceedings of the IEEE, 1958, 105C(8): 257–536.
- [72] MANGNUSSON P C. Transient energy method of calculating stability [J]. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1947, 66(1): 747–755.
- [73] EL-ADIAD A H, NAGAPPAN K. Transient stability region of multi-machine power systems [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1966, PAS-85: 169–178.
- [74] 梅生伟, 刘锋, 薛安成. 电力系统暂态分析中的半张量积方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
- [75] ZHAN F, DU Z, HUANG B. Study of transient voltage stability of power system based on heuristic energy function method[C]. International Conference on Smart Grid and Clean Energy Technologies (ICSGCE), Chengdu, 2016.
- [76] LIU Y, SUN K, YAO R. Power system time domain simulation using a differential transformation method [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(5): 3739–3748.
- [77] ARROYO J, BAROCIO E, BETANCOURT R. A bilinear analysis technique for detection and quantification of nonlinear modal interaction in power systems [J]. IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006.
- [78] 王州强, 黄琦, 张其群. 基于降维 Carleman 嵌入技术的电力系统高阶变量交互作用分析研究[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(2): 57–64.
- WANG Zhouqiang, HUANG Qi, ZHANG Qiqun. Analysis of power system higher-order variables and interaction based on reduced Carleman embedding technology [J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(2): 57–64.
- [79] KORDA M, MEZIC I. Linear predictors for nonlinear dynamical systems: Koopman operator meets model predictive control [J]. Automatica, 2018, 93(1): 149–160.
- [80] HE J, TANG Y, ZHANG J, et al. Fast calculation of power oscillation peak value on AC tie-line after HVDC commutation failure [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(4): 2194–2195.
- [81] YANG H, CAI Z, ZHU L, et al. A novel assessment index of LCC-HVDC system impact on short-term voltage stability of the receiving-end AC system [J]. Electric Power Systems Research, 2017, 142: 125–133.
- [82] 夏成军, 蓝海文, 洪潮, 等. HVDC 逆变器动态无功需求峰值的快速近似计算[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2017, 45(4): 8–14, 29.
- XIA Chengjun, LAN Haiwen, HONG Chao, et al. Fast approximate calculation of dynamic reactive power peak demand in inverter of HVDC [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(4): 8–14, 29.
- [83] KRISHAYYA P C S, ADAPA R, HOLM M, et al. IEEE guide for planning DC links terminating at AC locations having low short-circuit capacities. part I: AC/DC system interaction phenomena[S]. France: CIGRE, 1997.
- [84] 王峰, 刘天琪, 丁媛媛, 等. 直流闭锁引起的暂态过电压计算方法及其影响因素分析[J]. 电网技术, 2016, 40(10): 3059–3065.
- WANG Feng, LIU Tianqi, DING Yuanyuan, et al. Calculation method and influencing factors of transient overvoltage caused by HVDC block [J]. Power System Technology, 2016, 40(10): 3059–3065.
- [85] 曹生顺, 张文朝, 王蒙, 等. 大容量直流发生功率大扰动时送端风机暂态过电压快速分析方法研究[J]. 高电压技术, 2017, 43(10): 3300–3306.
- CAO Shengshun, ZHANG Wenchao, WANG Meng, et al. Study on fast analysis method transient fundamental frequency overvoltage of wind turbine generators in sending system when serious power disturbances occur in large-capacity UHVDC [J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(10): 3300–3306.
- [86] 滕予非, 汤涌, 张鹏, 等. 基于直流输电无功控制的多直流馈出电网交流系统过电压最优抑制策略[J]. 电网技术, 2017, 41(12): 3846–3853.
- TENG Yufei, TANG Yong, ZHANG Peng, et al. An optimum strategy for suppressing ac overvoltage in systems with multiple HVDC links based on HVDC reactive power control [J]. Power System Technology, 2017, 41(12): 3846–3853.
- [87] GAN D, QU Z, CAI H. Multi-machine system excitation control via theories of feedback linearization control and nonlinear robust control [J]. International Journal of Systems Science, 2000, 31(4): 519–528.
- [88] ZHOU J, SHI P, GAN D. Large-scale power system robust stability analysis based on value set approach [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(5): 4012–4023.

收稿日期: 2020-01-03

作者简介:

陈民权(1995), 男, 博士研究生, 研究方向为电力系统稳定分析与控制, ee_cmq@zju.edu.cn;

康卓然(1995), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统稳定分析与控制, kangzhuoran@zju.edu.cn;

张谦(1997), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统稳定分析与控制, zhangqianleo@zju.edu.cn。