

信息论第二单元复习问题集

概率不等式

1. 请复述马尔可夫不等式 (Markov's Inequality) 并给出证明。

2. 请复述切比雪夫不等式 (Chebyshev's Inequality) 并给出证明。

3. 请复述弱大数定律 (Weak Law of Large Numbers, WLLN) 并给出证明概要。

Shearer 引理

4. 请严格复述 Shearer 引理 (Shearer's Lemma) 并解释其中符号含义。

5. 请证明 Shearer 引理。

渐近均分性与典型集

6. 请解释渐近均分性 (Asymptotic Equipartition Property, AEP) 的含义。

7. 请定义典型集 (Typical Set) $A_\varepsilon^{(n)}$ 。

8. 请证明以下典型集性质：

(a) 概率集中性： $\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr(X^n \in A_\varepsilon^{(n)}) = 1$

(b) 基数上界: $|A_\varepsilon^{(n)}| \leq 2^{n(H(X)+\varepsilon)}$

(c) 基数下界 (大 n): $|A_\varepsilon^{(n)}| \geq (1-\varepsilon)2^{n(H(X)-\varepsilon)}$

(d) 典型集占整个序列空间的比例趋于 0: $\frac{|A_\varepsilon^{(n)}|}{|\mathcal{X}^n|} \rightarrow 0 \ (n \rightarrow \infty)$

9. 为什么说“ $H(A_\varepsilon^{(n)}) \neq \log |\mathcal{X}^n|$ ”? 请解释典型集的熵特性。