

# 信息论第四单元复习：信道编码

## 基本概念与模型

1. 请画出离散信道通信的基本模型框图，并标注各组件名称。
2. 描述离散无记忆信道 (Discrete Memoryless Channel, DMC) 的两个核心特性：
  - (a) 无记忆性
  - (b) 无反馈性

并写出 DMC 的转移概率公式。

3. 基于贝叶斯公式推导：已知信道输出  $Y$ ，求输入  $X$  的后验概率  $p(x|y)$ 。

## 信道容量

4. 给出信道容量  $C$  的两个等价定义：

(a) 操作性定义

(b) 信息论定义

并解释两者关系。

5. 计算以下信道的容量，要求写出完整过程：

(a) 二进制无噪声信道 (Binary Noiseless Channel)

(b) 非重叠输出的噪声信道 (Noisy Channel with Nonoverlapping Outputs)

(c) 打字机模型 (Noisy Typewriter), 字母表大小为 26

(d) 二进制对称信道 (Binary Symmetric Channel), 错误概率  $p$

(e) 二进制擦除信道 (Binary Erasure Channel), 擦除概率  $\alpha$

6. 证明信道容量的基本性质:

(a)  $C \geq 0$

(b)  $C \leq \log |\mathcal{X}|$  且  $C \leq \log |\mathcal{Y}|$

(c)  $C$  是关于输入分布  $p(x)$  的连续函数

## 信道编码定理

7. 定义  $(M, n)$  码，并解释码率  $R$  的含义。

8. 请严格表述**联合典型序列**的定义（包含三个条件）。

9. **信道编码定理**：请完整默写香农第二定理的内容（包括所有数学表达式和量词说明）。

10. **信道编码逆定理**：请证明：对于任意满足  $R > C$  的码率序列  $\{R_n\}$ ，若  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_e^{(n)} = 0$ ，则矛盾。

11. 解释信道编码定理与逆定理的工程意义（可靠通信的极限）。