

清 华 大 学

综 合 论 文 训 练

题目：基于队列稳定性的混合车队碰撞风险演化机理研究

系 别：自动化系

专 业：自动化

姓 名：蔡宇哲

指 导 教 师：李 力 副教授

联合指导教师：裴 欣 副研究员

2022 年 5 月 11 日

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文的复印件，允许该论文被查阅和借阅；学校可以公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存该论文。

(涉密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签 名：_____ 导师签名：_____ 日 期：_____

中文摘要

论文的摘要是对论文研究内容和成果的高度概括。摘要应对论文所研究的问题及其研究目的进行描述，对研究方法和过程进行简单介绍，对研究成果和所得结论进行概括。摘要应具有独立性和自明性，其内容应包含与论文全文同等量的主要信息。使读者即使不阅读全文，通过摘要就能了解论文的总体内容和主要成果。

论文摘要的书写应力求精确、简明。切忌写成对论文书写内容进行提要的形式，尤其要避免“第 1 章……；第 2 章……；……”这种或类似的陈述方式。

关键词是为了文献标引工作、用以表示全文主要内容信息的单词或术语。关键词不超过 5 个，每个关键词中间用分号分隔。

关键词：关键词 1；关键词 2；关键词 3；关键词 4；关键词 5

ABSTRACT

An abstract of a dissertation is a summary and extraction of research work and contributions. Included in an abstract should be description of research topic and research objective, brief introduction to methodology and research process, and summary of conclusion and contributions of the research. An abstract should be characterized by independence and clarity and carry identical information with the dissertation. It should be such that the general idea and major contributions of the dissertation are conveyed without reading the dissertation.

An abstract should be concise and to the point. It is a misunderstanding to make an abstract an outline of the dissertation and words “the first chapter”, “the second chapter” and the like should be avoided in the abstract.

Keywords are terms used in a dissertation for indexing, reflecting core information of the dissertation. An abstract may contain a maximum of 5 keywords, with semi-colons used in between to separate one another.

Keywords: keyword 1; keyword 2; keyword 3; keyword 4; keyword 5

目 录

第 1 章 引言	1
1.1 研究背景	1
1.2 国内外研究现状综述	2
1.2.1 跟驰行为建模研究现状	2
1.2.2 车队稳定性分析研究现状	7
1.2.3 车队碰撞风险评估指标研究现状	11
1.2.4 研究现状总结	12
1.3 课题研究目标与难点	13
1.3.1 研究目标	13
1.3.2 研究难点	14
1.4 论文结构及章节安排	14
第 2 章 仿真平台搭建及分析	17
2.1 跟驰行为建模	17
2.1.1 人工驾驶车辆跟驰模型	17
2.1.2 自动驾驶车辆跟驰模型	18
2.2 仿真平台的搭建	19
2.3 仿真平台真实性分析	21
2.4 本章小结	23
第 3 章 混合车队队列稳定性分析	24
3.1 人工驾驶车辆扰动传递函数推导	24
3.2 自动驾驶车辆扰动传递函数推导	26
3.3 混合车队跟驰行为稳定性分析	26
3.4 混合车队跟驰行为稳定性仿真验证	28
3.5 本章小结	28
第 4 章 非碰撞样本分析	29
4.1 顺序编码制	29
4.2 著者-出版年制	29

第 5 章 总结与展望	30
5.1 课题总结	30
5.2 课题创新点	30
5.3 研究展望	30
插图索引	31
表格索引	32
参考文献	33
附录 A 外文资料的书面翻译	37
附录 B 补充内容	49
致 谢	51
声 明	53
在学期间参加课题的研究成果	55

主要符号表

PI	聚酰亚胺
MPI	聚酰亚胺模型化合物, N-苯基邻苯酰亚胺
PBI	聚苯并咪唑
MPBI	聚苯并咪唑模型化合物, N-苯基苯并咪唑
PY	聚吡咙
PMDA-BDA	均苯四酸二酐与联苯四胺合成的聚吡咙薄膜
MPY	聚吡咙模型化合物
As-PPT	聚苯基不对称三嗪
MAsPPT	聚苯基不对称三嗪单模型化合物, 3,5,6-三苯基-1,2,4-三嗪
DMA sPPT	聚苯基不对称三嗪双模型化合物 (水解实验模型化合物)
S-PPT	聚苯基对称三嗪
MSPPT	聚苯基对称三嗪模型化合物, 2,4,6-三苯基-1,3,5-三嗪
PPQ	聚苯基喹噁啉
MPPQ	聚苯基喹噁啉模型化合物, 3,4-二苯基苯并二嗪
HMPI	聚酰亚胺模型化合物的质子化产物
HMPY	聚吡咙模型化合物的质子化产物
HMPBI	聚苯并咪唑模型化合物的质子化产物
HMA sPPT	聚苯基不对称三嗪模型化合物的质子化产物
HMSPT	聚苯基对称三嗪模型化合物的质子化产物
HMPPQ	聚苯基喹噁啉模型化合物的质子化产物
PDT	热分解温度
HPLC	高效液相色谱 (High Performance Liquid Chromatography)
HPCE	高效毛细管电泳色谱 (High Performance Capillary electrophoresis)
LC-MS	液相色谱-质谱联用 (Liquid chromatography-Mass Spectrum)
TIC	总离子浓度 (Total Ion Content)
<i>ab initio</i>	基于第一原理的量子化学计算方法, 常称从头算法
DFT	密度泛函理论 (Density Functional Theory)
E_a	化学反应的活化能 (Activation Energy)
ZPE	零点振动能 (Zero Vibration Energy)

PES	势能面 (Potential Energy Surface)
TS	过渡态 (Transition State)
TST	过渡态理论 (Transition State Theory)
ΔG^\ddagger	活化自由能 (Activation Free Energy)
κ	传输系数 (Transmission Coefficient)
IRC	内禀反应坐标 (Intrinsic Reaction Coordinates)
ν_i	虚频 (Imaginary Frequency)
ONIOM	分层算法 (Our own N-layered Integrated molecular Orbital and molecular Mechanics)
SCF	自洽场 (Self-Consistent Field)
SCRF	自洽反应场 (Self-Consistent Reaction Field)

第 1 章 引言

1.1 研究背景

根据世界卫生组织 (WHO) 2018 年发布的《2018 年全球道路安全现状报告》，全球每年交通事故死亡人数达到了 135 万。交通事故已经成为 5 至 29 岁人群的主要死亡原因。对于发展中国家，道路交通安全形势更加严峻。^[1] 根据国家统计局发布的数据，2022 年我国共发生交通事故 2.4 万余起，交通事故死亡人数总计 6.1 万余人，交通事故造成直接财产损失 13 余亿元。^[2]

随着科学技术的发展，自动驾驶技术日渐成熟，各大国内外公司和研究机构都表现出了对自动驾驶技术的浓厚兴趣。自动驾驶技术有望减轻驾驶员的驾驶负担、为残障人士和老人提供自动驾驶服务、提高道路交通安全、改善道路拥挤堵塞情况，并很可能在不远的未来成为影响交通状况、交通安全的重要元素。但自动驾驶汽车的加入，也会引入新的问题，一方面，随着自动驾驶技术的逐渐普及，可以预见将长期存在自动驾驶车辆和人工驾驶车辆共存的局面，这会使得交通路况更加复杂，引入更多的不确定性因素和安全隐患；另一方面，目前自动驾驶技术和测试手段仍然不够成熟，自动驾驶相关法律仍在完善之中，法律责任的确定比较模糊，这些问题使得人们仍然对自动驾驶心存顾虑。

近年来，美国电动汽车及能源公司特斯拉因为自动驾驶技术已发生多起安全事故。2018 年 5 月 8 日，在美国佛罗里达州劳德代尔堡，一辆 2014 年产的特斯拉汽车撞上混凝土墙并起火，造成 2 名高中生死亡，另有一名高中人受伤；2021 年 5 月 7 日，在中国广东省韶关市，一辆特斯拉汽车追尾一辆小型货车，造成前者驾驶人当场死亡。这些事故使得人们越来越关注自动驾驶的安全问题。

车队的控制有一个特殊的困难，称为“队列不稳定性”，即系统中的扰动沿着车队不断放大。自动驾驶技术的引入，使得人类可以更加精准地控制车辆，通过控制手段，可以使车队达到“稳定”。围绕车队稳定性，已经有非常丰富的研究。

碰撞风险评价指标的获得往往是滞后于潜在危险发生的，这不利于交通危险的预测与防范。直观感受上，车队中车辆在速度和位置上的波动是造成车辆碰撞的主要原因，前者可以用车队的队列稳定性来描述，后者可以用碰撞风险来描述，如果能将二者建立联系，就能够用车队的队列稳定性预测碰撞风险，同时可以通过控制车队的队列稳定程度达到减小碰撞概率的目的，提高道路交通安全程度。

本研究旨在建立自动驾驶车辆和人工驾驶车辆混合车队情景下队列稳定性与碰撞风险的关系，探究碰撞风险在车队中的演化机理，为车队的安全性分析提供理论基础。

1.2 国内外研究现状综述

1.2.1 跟驰行为建模研究现状

驾驶员的驾驶行为和所产生的车辆运行特征是研究交通流的基础。而非自由驾驶情况下，车辆直接的相互作用和导致的交通流变化则是研究的重点。

车辆运动行为主要可以分为车辆跟驰行为和换道行为两大类，跟驰模型的研究对象是前者。用数学模式对跟驰行为加以分析阐明，使得研究人员可以定量地描述跟驰行为，对现代交通的模拟有着重要的意义。跟驰模型研究主要是运用动力学、统计学等方法，利用驾驶行为问卷调查、模拟驾驶或自然驾驶实验的方式，对前车速度、加速度等行车特征变化引起后车的反应进行研究。

研究者提出了多种跟驰模型，下面分别进行简要介绍。

(1) 刺激-反应跟驰模型

刺激-反应跟驰模型最早由 Reuschel^[3]和 Pipes^[4]分别单独提出，其假定驾驶员试图调节车辆速度与前车速度保持一致。

假定驾驶员存在反应延迟，可以得到如下的车辆行驶动力学方程：

$$a_n(t + T) = c\Delta v_{n,n-1}(t) \quad (1.1)$$

其中，

表 1.1 刺激-反应跟驰模型符号说明

符号	含义
$a_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的加速度
$v_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的速度
c	待定比例系数
T	驾驶员的反应延迟时间
$\Delta v_{n,n-1}(t)$	第 n 辆车与其前车（第 $n - 1$ 辆车）在 t 时刻的速度差

该模型建立了两个被后续研究公认的基础假设：一是驾驶员将考虑本车和前车的速度差来调节车速；二是驾驶员存在反应延迟。但该模型较为简单，不能较好地符合实际测得的驾驶员加速度特征。Demos C. Gazis 等人将自车速度及其前后车距引入刺激-反应跟驰模型，得到了著名的 GHR 模型^[5]：

$$a_n(t+T) = cv_n^m(t) \frac{\Delta v_{n,n-1}(t)}{\Delta x_{n,n-1}^l(t)} \quad (1.2)$$

其中，各符号含义在表1.2中给出。

表 1.2 GHR 跟驰模型符号说明

符号	含义
$a_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的加速度
$v_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的速度
c	待定比例系数
T	驾驶员的反应延迟时间
m, l	幂次系数
$\Delta v_{n,n-1}(t)$	第 n 辆车与其前车（第 $n-1$ 辆车）在 t 时刻的速度差
$\Delta x_{n,n-1}(t)$	第 n 辆车与其前车（第 $n-1$ 辆车）在 t 时刻的距离

GHR 模型引入了更多参数，表1.3列出了一些学者的模型拟合结果：

表 1.3 部分文献中的 GHR 模型 m 和 l 的取值

模型出处	m	l
Chandler et al. (1958) ^[6]	0	0
Herman and Potts (1959) ^[7]	0	1
Helly (1959) ^[8]	1	1
Gazis et al. (1961) ^[9]	0 – 2	1 – 2
May and Keller (1967) ^[10]	0.8	2.8
Heyes and Ashworth (1972) ^[11]	-0.8	1.2
Hoefs (1972) ^[12]	减速：1.5	减速：0.9
	刹车：0.2	刹车：0.9
	加速：0.6	加速：3.2

表 1.3 部分文献中的 GHR 模型 m 和 l 的取值 (续)

模型出处	m	l
Ceder and May (1976) ^[13]	0.6	2.4
Aron (1988) ^[14]	减速: 2.5	减速: 0.7
	平稳: 2.7	平稳: 0.3
	加速: 2.5	加速: 0.1
Ozaki (1993) ^[15]	减速: 0.9	减速: 1
	加速: -0.2	加速: 0.2

因为不同的研究者来自不同的地区, 不同地区的驾驶员有着不同的驾驶习惯; 且随着时代和环境的变化, 驾驶员的驾驶行为也发生着变化, 所以不同的研究者提出了显著不同的模型参数拟合结果。不仅如此, 早期的车辆间距测算方法较为落后, 结果不一定准确。比如, 在相邻两辆车之间连接钢卷线的方式, 远不如现在采取的激光测距方式方便准确。

刺激-反应跟驰模型形式简单, 物理意义明确, 具有重要的历史意义, 但对真实交通流的模拟能力较弱, 存在问题较多, 因此研究者提出了许多更加复杂的改进。

(2) 安全距离跟驰模型

安全距离跟驰模型最早由 Kometani 和 Sasaki^[16] 提出, 其基本假设是驾驶员在不能完全预判前车运动的情况下, 应保持合理的安全间距 (指前车车位到后车车头的距离, 一般也被视为足够的刹车距离) 以避免碰撞。

模型的表达式为

$$\Delta x(t - T) = \alpha v_{n-1}^2(t - T) + \beta_l v_n^2(t) + \beta v_n(t) + b_0 \quad (1.3)$$

其中, 各符号含义在表 1.4 中给出。

而在实际中, 很多情况下驾驶员并没有做到保持安全距离。且实验表明, 在不同车速下, 该模型的参数变化幅度较大, 导致对实验数据的拟合度不高, 并不能很好地定量描述跟驰行为, 所以该模型的实用性并不高。

(3) 驾驶心理跟驰模型

表 1.4 安全距离跟驰模型符号说明

符号	含义
Δx	第 n 辆车在 t 时刻与前车的距离
$v_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的速度
T	驾驶员的反应延迟时间
$\alpha, \beta_l, \beta, b_0$	待定的系数

由于影响驾驶行为的因素众多。20 世纪 60 年代开始，研究人员开始更多地关注驾驶员的心理因素。研究多基于驾驶员按照前后车的相对运动（如速度和距离的变化）来调节自身跟随速度，当这些刺激因素的指标超过事先给定的阈值之后，驾驶员才会有所感知，并作出反应的基本假设。^[17]

不同状态的跟驰车辆（比如不断接近或远离前车）拟合出的阈值也表现出较大的区别。因此在 20 世纪 70 年代，研究人员开始关注如何来定义平均阈值。对驾驶心理模型的研究开始集中在对驾驶员试验数据的心理和生理统计分析上。

目前常见的驾驶心理跟驰模型常常要划分特定的驾驶状态和相应的阈值，比如驾驶状态空间可以被划分为：

A. 自由驾驶状态 (free driving mode)： 本车和前车距离大于最大相互作用距离，此时驾驶员将尽力达到可能的最大行车速度；

B. 接近状态 (approaching mode)： 本车和最近的前车距离小于最大相互作用距离、大于刹车距离，并且本车速度远大于前车速度。一般而言，驾驶员将一方面尽快缩小和前车的距离，一方面逐步减速使得本车和前车的速度保持一致。

C. 离开状态 (leaving mode)： 本车和最近的前车距离小于最大相互作用距离且大于刹车距离，并且本车速度远小于前车速度。此状态描述驾驶员从跟随驾驶状态转入自动驾驶状态的过程。早期驾驶心理跟驰模型采用固定的阈值，其缺点在于每个阈值都可能随交通环境的变化而变化，难以调查确定。目前的驾驶心理跟驰模型尚无法对所有这些特性进行分析建模，常见的模型主要集中在感知周围信息、制动过程中驾驶人行为以及驾驶人对于安全车头间距、车头时距或者预碰撞时间的选择等几个关键问题上。

(4) 人工智能跟驰模型

20 世纪 90 年代开始，人工智能领域的各个算法开始在驾驶员行为建模研究中得以应用，其原理是：在人类驾驶员跟驰过程中，驾驶行为可以视为一个复杂的非线性系统，由于影响驾驶行为的因素有很多，其之间的关系非常复杂，传统方法很难对如此复杂的非线性系统进行拟合。但随着计算能力的提升和深度学习方法的发展（比如 VGG 网络证实了神经网络的深度能够在一定程度上提升网络性能，残差结构能够有效解决梯度回传中梯度消失的问题，使得更深的网络称为可能），拥有更加强大拟合能力的人工神经网络被尝试用于更加准确地模拟驾驶行为上。^[18]

但采用人工神经网络的跟驰行为建模方法也存在不可忽视的问题，端到端人工神经网络存在不具有解释性的问题，这使得人工智能跟驰模型对驾驶人的行为分析方面较弱，且易在建立过程中参杂主观因素（如按照主观感受设计模型结构）。由于人工智能跟驰模型不能写出显示的表达式，也不利于基于跟驰模型的相关分析工作，如跟驰行为的稳定性分析。

(5) 速度优化跟驰模型

速度优化跟驰模型（Optimal Velocity Model, OVM）是 Bando 等人在 1995 提出的，是描述跟驰行为的经典模型之一。^[19]

其模型的控制方程为

$$\begin{aligned} \dot{v}_n(t) &= \kappa \{V[h_n(t)] - v_n(t)\} \\ V[h_n(t)] &= v_0 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\alpha}{v_0} (h_n(t) - s_0) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1.4)$$

其中，各符号含义在表1.5中给出。

可以看出，对于某一位驾驶人，在给定车头间距后，存在一个优化速度函数，该函数来描述该驾驶人希望保持的理想速度大小，且该函数在定义域内是单调递增的。这与实际情况较为相符：车头间距越小，驾驶人倾向于以更小的速度来跟驰以减小追尾风险；车头时距越大，驾驶人倾向于以更大的速度来跟驰以减小两车之间的距离。这里的“倾向”都是通过速度优化函数来刻画的。

OVM 表达形式直观，将驾驶人的心理因素与行为因素有效结合；且参数量比较适中，定量描述能力较强。同时，OVM 的形式方便交通流的稳定性分析，被

表 1.5 速度优化跟驰模型符号说明

符号	含义
$\dot{v}_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的加速度
$v_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的速度
$h_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻与前车的车头间距
$V(\cdot)$	速度优化函数
κ, α	敏感系数
v_0	自由流速度
s_0	最小安全距离

驾驶行为相关研究学者广泛应用。

表1.6对上述的跟驰模型进行了总结。

表 1.6 跟驰模型总结

跟驰模型	基本假设	特点
刺激-反应跟驰模型	1. 驾驶员依据与前车的速度差来调节车速 2. 驾驶员存在反应延迟	形式简单、物理意义明确，但对真实交通流的模拟能力较弱
安全距离跟驰模型	驾驶员在不能完全预判前车运动的情况下保持合理安全间距	不同环境下，模型参数变化幅度大，对实验数据拟合度不高
驾驶心理跟驰模型	当刺激因素指标超过给定阈值后，驾驶员才会感知到并作出反应	阈值在不同环境下不同，难以确定调查
人工智能跟驰模型	跟驰行为被视为一个复杂的非线性系统，用人工神经网络进行拟合	神经网络解释性差，且不能写出显式表达式，不利于分析
速度优化跟驰模型	存在一个速度优化函数，可以描述驾驶人希望保持的理想速度大小	表达形式直观，将驾驶人心理与行为结合，且参数量适中

1.2.2 车队稳定性分析研究现状

在交通流中，关于稳定性的研究大致有两种，一种是在时间维度上，单车在受到前车运动引起的小扰动影响下的运动稳定性；另一种是在空间上，车队在一个小扰动下的运动稳定性，这里的小扰动通常是源于头车的。本研究关心的是头车的扰动对于整个混合车队以及整个混合车队的稳定性的影响，所以这里更关心第二种稳定性，这种稳定性也被称为队列稳定（String Stability, SS）。

在车队中，如果把每一辆跟驰车辆看作是一个传递单元，则头车受到的无论是速度上的，还是位置上的扰动都会随着车队传递。如果车队是稳定的，扰动会在每一个传递单元衰减，更具体来说，如果车队在速度上是稳定的，那么速度的振荡幅度会随着空间上的传播而减小；同理，如果车队在位置上是稳定的，那么位置的振动幅度会随着空间上的传播而减小。

在跟驰模型的基础上，可以定量地对车队的稳定性进行分析。队列稳定分析与交通流建模特别相关，因为实际交通中的走走停停和振荡是交通流队列稳定性的一种具体表现。从跟驰模型发展的角度来看，一个真实的跟驰模型应该能够描述队列稳定性。因此，自跟驰模型提出以来，就有很多基于此的队列稳定性分析工作。Sun Jie 等人对车队稳定性的研究现状进行了全面的描述^[20]，下面进行简要介绍：

(1) 基于传递函数的方法

基于传递函数的方法都基本思想是观察系统的输入与输出之间的频率响应。如果将车队中的每一辆跟驰车辆都近似看作一个线性系统，那么可以写出其传递函数

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (1.5)$$

令 $s = i\omega$ ，可以得到该单元的输出 $x(t)$ 为

$$x(t) = G(i\omega)e^{i\omega t} = M \cos(\omega t + \varphi) + iM \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.6)$$

其中， $M = |G(i\omega)|$ ， $\varphi = \arctan \frac{\text{Im } G(i\omega)}{\text{Re } G(i\omega)}$ ，分别为传递函数的幅值增益和相移。如果 $M = |G(i\omega)| < 1$ ，就有 $\|x(t)\| < \|h(t)\|$ ， $h(t)$ 是系统的输入。对于车队系统，若头车收到的扰动为

$$u_0(t) = e^{i\omega t} \quad (1.7)$$

那么传递到第 $n - 1$ 辆车，其波动就是

$$u_n(t) = G^n(s)e^{i\omega t} \quad (1.8)$$

所以扰动在车队中逐渐衰减的一个充分条件是

$$|G(i\omega)| < 1 \quad (1.9)$$

(2) 基于拉普拉斯变换的方法

将车队中每辆跟驰车辆看做一个线性单元，其传递函数为 $G(s)$ ， $g(t)$ 是传递函数的拉普拉斯逆变换，假设第 n 辆车受到的扰动为 $\varepsilon_n(t)$ ，其拉普拉斯变换为 $E_n(s)$ ，那么连续的两辆车收到的扰动在频域的关系为

$$G(s) = \frac{E_n(s)}{E_{n-1}(s)} \quad (1.10)$$

那么有

$$\begin{aligned} \|\varepsilon_n(t)\|_\infty &= \max_t |\varepsilon_n(t)| \\ &= \max_t \left| \int_0^t g(\tau) \varepsilon_{n-1}(t-\tau) d\tau \right| \\ &\leq \max_t \int_0^\infty |g(\tau)| |\varepsilon_{n-1}(t-\tau)| d\tau \\ &\leq \int_0^\infty |g(\tau)| d\tau \cdot \max_t |\varepsilon_{n-1}(t-\tau)| \\ &= \|g\|_1 \|\varepsilon_{n-1}\|_\infty \end{aligned} \quad (1.11)$$

若要队列保持稳定，需要

$$\|g\|_1 < 1 \quad (1.12)$$

同时，注意到有

$$\begin{aligned} |G(i\omega)| &= \left| \int_0^\infty g(t) e^{-i\omega t} dt \right| \\ &\leq \int_0^\infty |g(t)| |e^{-i\omega t}| dt \\ &= \int_0^\infty |g(t)| dt \\ &= \|g\|_1 \end{aligned} \quad (1.13)$$

结合式 (1.12) 与式 (1.13)，可以得到队列稳定的一个充分条件为

$$|G(i\omega)| < 1 \quad (1.14)$$

可以发现这与基于传递函数的方法得到的结论（式 (1.9)）是一致的。

(3) 基于特征方程的方法

假设第 n 辆车受到速度上的扰动为

$$u_n(t) = u_n^0 e^{\lambda t} = \hat{u} e^{in\varphi} e^{\lambda t} = e^{\lambda t + in\varphi} \hat{u} \quad (1.15)$$

第 n 辆车在位置上的扰动为

$$y_n = e^{\lambda t + in\varphi} \hat{y} \quad (1.16)$$

由此可以得到

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 - e^{-i\varphi} \\ f_s & \lambda - (f_v - f_{\Delta v} + f_{\Delta v} e^{-i\varphi}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{y} \\ \hat{u} \end{pmatrix} = 0 \quad (1.17)$$

式 (1.15)、式 (1.16) 和式 (1.17) 中出现的符号含义列在了表1.7中。

表 1.7 基于特征方程的方法推导所用符号说明

符号	含义
σ	振荡幅度的增长率
ω	频率
$\lambda = \sigma + i\omega$	复合增长率
\hat{u}, \hat{y}	复常数
v	第 n 辆车的速度
Δv	第 n 辆车与前车的速度差
f	将若干变量映射到车辆加速度的函数，即车辆的动力学方程
$f_s = \frac{\partial f}{\partial s} _e$	f 对 s 的偏导数在稳定时的取值
$f_v = \frac{\partial f}{\partial v} _e$	f 对 v 的偏导数在稳定时的取值
$f_{\Delta v} = \frac{\partial f}{\partial \Delta v} _e$	f 对 Δv 的偏导数在稳定时的取值

该齐次二元线性方程（式 (1.17)）只有在系数方阵的行列式奇异的时候才有非零解，我们记

$$\begin{cases} p(\varphi) = -f_v + f_{\Delta v} - f_{\Delta v} e^{i\varphi} \\ q(\varphi) = f_s(1 - e^{i\varphi}) \end{cases} \quad (1.18)$$

那么有

$$\lambda^2 + p(\varphi)\lambda + q(\varphi) = 0 \quad (1.19)$$

求解得到 λ_{\pm} 之后在 $\varphi \rightarrow 0$ 附近将 λ_{+} 展开，为满足稳定性判据，其实部需要为负数，最终得到车队稳定的一个充分条件

$$f_v^2 - 2f_s - 2f_v f_{\Delta v} > 0 > \omega^2 \text{ or } \frac{1}{2} - \frac{f_{\Delta v}}{f_v} - \frac{f_s}{f_v^2} > 0 \quad (1.20)$$

1.2.3 车队碰撞风险评估指标研究现状

跟驰行为的安全性研究主要是通过理论模型、数值仿真以及部分实测试验等方法对车队的安全性进行评价。从时间、距离、加速度等不同维度，学者提出了多种安全性评价方式，下面分别进行简要介绍。

一种常用的基于时间的度量指标是碰撞时间（Time to Collision, TTC），指的是在当前车辆在当前速度、与前车距离、行驶轨迹下与前车发生碰撞所需要的时间^[21]。更准确的说，一共有三种不同的 TTC 度量方式：TTC1 为两车之间保险杠的距离除以两车的接近速度；TTC2 考虑了两车的加速度，即以当前两车的速度和加速度以及距离下，辆车发生碰撞需要的时间。可以看到二者的主要区别在于 TTC2 考虑了 TTC1 没有考虑的两车的加速度信息。第三种 TTC 的度量方式为 TTC1 的倒数，这是因为当本车与前车相对速度很小时，TTC1 会趋于无穷大，这会对分析带来诸多不便，因此 TTC1 也常被用于危险估计。

第二种基于减速的度量是车头时距（Time Headway, TH），计算方法为

$$\text{TH}_n(t) = \frac{S_{n,n-1}(t)}{v_n(t)} \quad (1.21)$$

其中，各符号含义在表1.8中给出。

表 1.8 TH 计算公式符号说明

符号	含义
$\text{TH}_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的车头时距
$v_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的速度
$S_{n,n-1}(t)$	第 n 辆车的车头在 t 时刻与前车的距离

车头时距是一个很重要的概念，因为它确定了后车的驾驶员在前车最大减速度下突然刹车时拥有的反应和减速时间。

潜在危险时间（Potential Dangerous Time, PDT）比例也是描述安全性的一种指标。潜在危险指前后车不满足式（1.22）的条件时，后车具有追尾前车的风险。存在潜在危险的时间占总时间的比例称为潜在危险时间比例。

$$\Delta x_n \geq A + B - (C - l_{n-1}) \quad (1.22)$$

其中，各符号含义在表1.9中给出。

表 1.9 式 (1.22) 符号说明

符号	含义
Δx_n	第 n 辆车距离前车的距离
A	前车紧急减速后，后车驾驶员在反应时间内行驶的距离
B	前车紧急减速后，后车在紧急减速过程中行驶的距离
C	前车紧急减速过程中行驶的距离
l_n	第 n 辆车的车身长度

关于安全性指标的选取工作有很多，有学者提出用 TTC 的倒数与车头时距倒数的加权和来表征危险^[22]；还有工作^[23]提出了一种责任敏感安全（Responsibility Sensitive Safety, RSS）模型，在 RSS 中定义了责任安全来防止过于保守的驾驶策略。

由于自动驾驶车辆比人工驾驶车辆反应速度更快，也有工作^[24]指出自动驾驶车辆的 TTC 阈值应取为 1 秒，而人工驾驶车辆常用的 TTC 阈值为 1 秒。

1.2.4 研究现状总结

无论是对于纯人工驾驶车队、纯自动驾驶车队还是人工驾驶和自动驾驶混合车队，围绕稳定性与安全性都已经进行了很多的工作。

车辆的跟驰行为建模方面，基于不同的假设有不同的跟驰模型，不同的跟驰模型也有不同的使用范围。跟驰模型的质量将直接决定仿真的精准程度，有着极高的应用价值。

车队稳定性方面，针对队列稳定性研究人员提出了若干定义与分析方法，这为本工作中对混合车队的稳定性分析提供了坚实的理论基础。现有的工作多认为队列稳定性与交通的拥堵情况有关，认为不稳定的车队更容易产生交通拥堵。就分析方法而言，有基于频域和时域的若干种分析方法，不同的方法有不同的适用情况，需要根据实际的车队信息流拓扑结构等条件选择合适的定义与分析方法。

车队的安全性评估指标方面，通过理论模拟、数值仿真和实验测试等方法，学者提出了很多种安全评价指标。不同的安全评价指标反映了对于安全评估的不同侧重点。在使用时应首先明确研究的目标，选择合适的安全评估指标。

综上所述，本课题试图建立车队的队列稳定性与安全性的关系，探究碰撞风险在车队中的演化机理，这是一个相对空白的研究方向，但有非常大的研究价值和实际意义。

1.3 课题研究目标与难点

1.3.1 研究目标

本文的研究的主要对象是人工驾驶与自动驾驶的混合车队，将基于混合车队的稳定性对碰撞风险及其演化机理进行研究。对于混合车队的稳定性，将通过不同的跟驰模型定量描述人工驾驶车辆与自动驾驶车辆的跟驰行为，并基于此完成稳定性的分析；对于混合车队的碰撞风险演化机理，主要通过仿真的方式进行研究。

本文的研究将主要分为以下几个部分：

(1) 稳定性条件探究

纯人工驾驶车辆车队和纯自动驾驶车辆车队由于每一个车辆单元都是相同的，其队首-队尾传递函数（整个车队的传递函数）是由若干相同的传递函数（每辆跟驰车辆的传递函数）相乘得到的，其形式比较简单。而对于混合车队，由于人工驾驶车辆和自动驾驶车辆的跟驰行为建模不同，车队的队首-队尾传递函数中会包含多于一种形式的传递函数。本文将推导混合车队队列稳定的条件。

(2) 稳定性指标与碰撞风险指标关系探索

此部分是本工作的核心内容。碰撞风险评价指标的获得往往是滞后于潜在危险发生的，这不利于交通危险的预测与防范。混合车队的稳定性反映了头车速度以及位移的扰动随车队的传播，这些扰动是造成车队不安全（碰撞风险）的可能原因，因此猜想混合车队的稳定性和碰撞风险之间是有一定联系的。

而无论是对于混合车队的稳定性还是碰撞风险，都有多种影响因素，本文希望通过仿真，全面地对有关因素及对于混合车队稳定性和碰撞风险关系进行分析。

(3) 混合车队碰撞风险演化机理探究

对于队列稳定性不同的车队，碰撞风险在其中演化的机理也可能是不同的，即使队列稳定性相通的车队，也可能因为车队的排列方式（比如车队中人工驾驶车辆和自动驾驶车辆的分散程度和靠近头车程度）不同，呈现出不同的碰撞风险演化机理。本课题探究了不同队列稳定性和车队的排列方式下的碰撞风险演化机理，希望探究结论能对降低混合车队碰撞风险有指导价值。

1.3.2 研究难点

(1) 稳定性的分析与指标选取

通过文献调研，对于车队的队列稳定性，从不同维度上，对于不同的实际情境，有不同的定义。要深入、全面地理解已有的稳定性分析工作是一个难点。其次，稳定性指标的选择也非常重要，因此首要工作是选择适合本工作中仿真情景的队列稳定性指标。

(2) 碰撞风险指标的选取

学者提出了很多种安全评价指标，不同的安全评价指标反映了对于安全评估的不同侧重点。选择合适的碰撞风险指标是本工作的一个难点。

(3) 影响稳定性与碰撞风险的相关因素众多，且耦合性强

影响稳定性指标的因素和影响碰撞风险指标的因素都有很多，且这些因素耦合在一起，使得分析工作复杂繁琐。如何合适地在实验中控制变量、如何全面地从合适的角度展示稳定性、碰撞风险以及相关因素之间的关系是本工作的一个难点。

(4) 仿真结果不直观，难以解释

仿真会得到难以解释或与生活经验相反的结果，如何对已有结论进行解释是本工作的一个难点。对此，本工作中实现了简易的仿真过程可视化，方便直观感受仿真过程。

1.4 论文结构及章节安排

本工作技术路线如图1.1所示。本文共 6 个章节，内容安排如下：

第 2 章介绍仿真平台。本工作主要是基于仿真展开的，建立车队稳定性与碰撞风险之间的关系，以及探究碰撞风险的演化机理，都以仿真结果为基础，所以

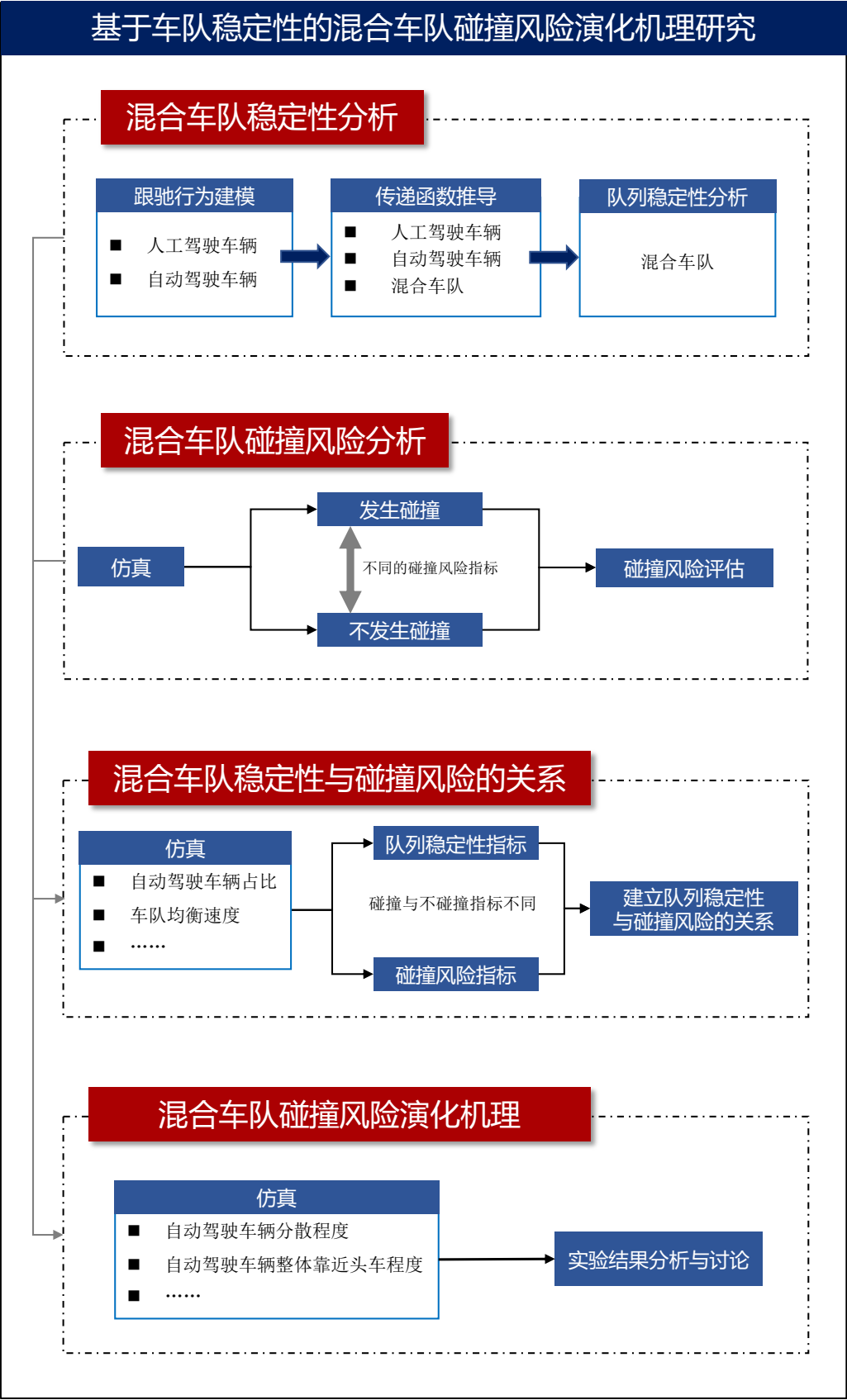


图 1.1 项目技术路线

仿真平台的质量以及仿真的真实性都十分重要。在第 2 章中会对跟驰行为的建模、仿真平台的搭建、仿真的主要参数以及仿真平台的真实性进行介绍。

第 3 章基于第 2 章选择的跟驰模型对车队的队列稳定性进行了分析与仿真。首先分别对人工驾驶车辆和自动驾驶车辆根据二者的跟驰模型推导出传递函数，得到车队整体的传递函数；再使用引言中介绍到的车队稳定性分析方法得到车队队列稳定的判据；最后通过仿真进行验证。

第 4 章对仿真结果进行了分析。碰撞（追尾）是仿真过程中一个非常直观的现象，显然，如果车队中已经发生了碰撞，那么潜在风险的统计分析就失去了意义，所以首先根据仿真过程中发生碰撞与否可以将所有样本分为两大类，即碰撞样本和非碰撞样本。在本章对这两大类分别建立了稳定性与碰撞风险的关系，并对碰撞风险的演化机理进行了探究。

第 5 章对人类跟驰驾驶行为进行了分析。

第 6 章对工作进行了总结，并对本工作可能的改进方向和后续工作进行了展望。

第 2 章 仿真平台搭建及分析

2.1 跟驰行为建模

在本课题中，需要对人工驾驶和自动驾驶两种车辆的跟驰行为建模。

2.1.1 人工驾驶车辆跟驰模型

根据第一章中对跟驰行为建模研究现状的综述，对于人工驾驶车辆选择表达形式直观，参数量适中，对实际情况拟合情况较好的速度优化跟驰模型（OVM）。其具体表达式为

$$\begin{aligned}\dot{v}_n(t) &= \kappa \{V[h_n(t)] - v_n(t)\} \\ V[h_n(t)] &= v_0 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\alpha}{v_0} (h_n(t) - s_0) \right] \right\}\end{aligned}\quad (2.1)$$

其中，各符号含义在表1.5中给出，其相关参数取值如表2.1所示。

表 2.1 速度优化跟驰模型参数取值

参数	取值
敏感系数 α	$0.999s^{-1}$
敏感系数 κ	$0.700s^{-1}$
自由流速度 v_0	$33.0m/s$
最小安全距离 s_0	$1.62m$

下面对该跟驰模型进行简要分析。

速度优化函数描述了在当前车与前车的车头间距给定后，当前车驾驶员存在一个希望保持的理想的速度。图2.1(a)描述了这个理想速度的大小与两车车头距离的关系。可以观察到速度优化函数在其定义域内是单调递增的，即前车距离越远，驾驶员希望保持的理想速度越大，以尽快缩小与前车的距离；当前车距离越近，驾驶员希望保持的理想速度越小，以减小追尾的风险，这与真实情况是一致的。

图2.1(b)描述了车头时距、当前速度、加速度三者的关系。可以观察到当当前速度固定时，车头时距越大，加速度也越大，且呈现出与速度优化函数一样的增

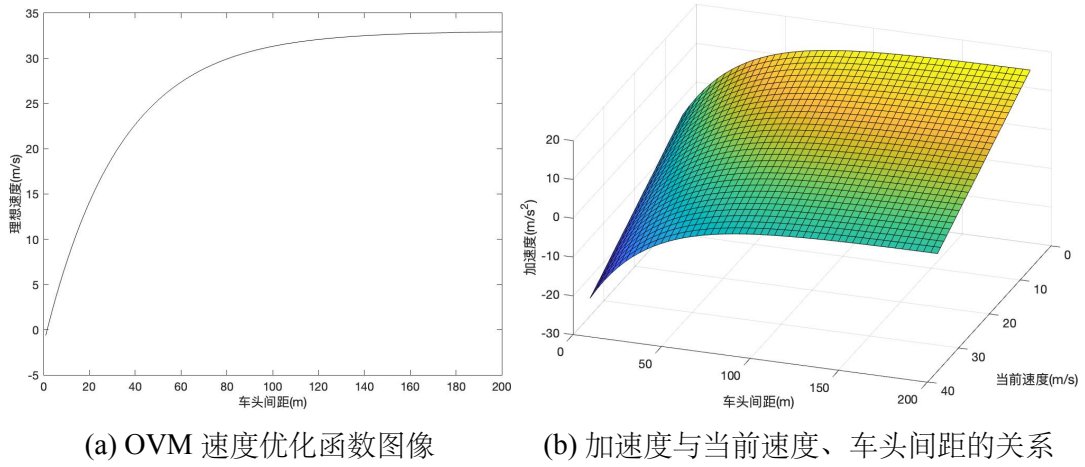


图 2.1 OVM 函数关系图像

长规律，这与式2.1是相符合的；当车头间距固定时，理想速度也就确定了，所以随着当前速度的增大，加速度线性减小。

2.1.2 自动驾驶车辆跟驰模型

自动驾驶车辆选择基于 PID 控制的车头时距控制算法来控制跟驰行为，该算法的表达式见式 (2.2)。

$$\dot{v}_n(t) = k_1 [h_n(t) - l - t_h v_n(t)] + k_2 [v_{n-1}(t) - v_n(t)] \quad (2.2)$$

其中，各符号含义在表2.2中给出。

表 2.2 基于 PID 控制的车头时距控制算法符号说明

符号	含义
k_1, k_2	控制步长
t_h	理想车头时距
l	车身长度
$h_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻与前车的车头间距
$v_n(t)$	第 n 辆车在 t 时刻的速度

可以发现在该算法控制下，车辆的加减速由两部分控制。一是当前的两车车头距离与理想的车头距离的大小关系，如果当前两车车头距离小于理想的车头距离，那么参数 k_1 控制的部分倾向于减速；二是当前车与前车的速度大小关系，如果当前车速度大于前车速度， k_2 控制的部分倾向于减速。通过改变 k_1 和 k_2 的值，可以调节这两个部分的权重，二者综合即可决定当前车应当加速还是减速，以及

加速度的大小。

2.2 仿真平台的搭建

仿真基于 MATLAB 软件，模拟了一个由 11 辆车组成的车队，如图2.2(a)所示。车队中的第一辆车是头车，其既不是人工驾驶车辆也不是自动驾驶车辆，而是按照实现规定好的策略行驶，即在 0 时刻以 $-2m/s^2$ 的加速度减速到原速度的 90%，紧接着以 $2m/s^2$ 的加速度恢复元素，其速度变化情况如图2.2(b)所示。如此设置头车是为了加入扰动，虽扰在真实场景下扰动可能发生在车队中的任何一辆车上，由于受到该扰动影响的车辆是此车之后的车辆，只要将此车看作头车，就与仿真实验场景一致了，所以这样的仿真情景具有一定的一般性。

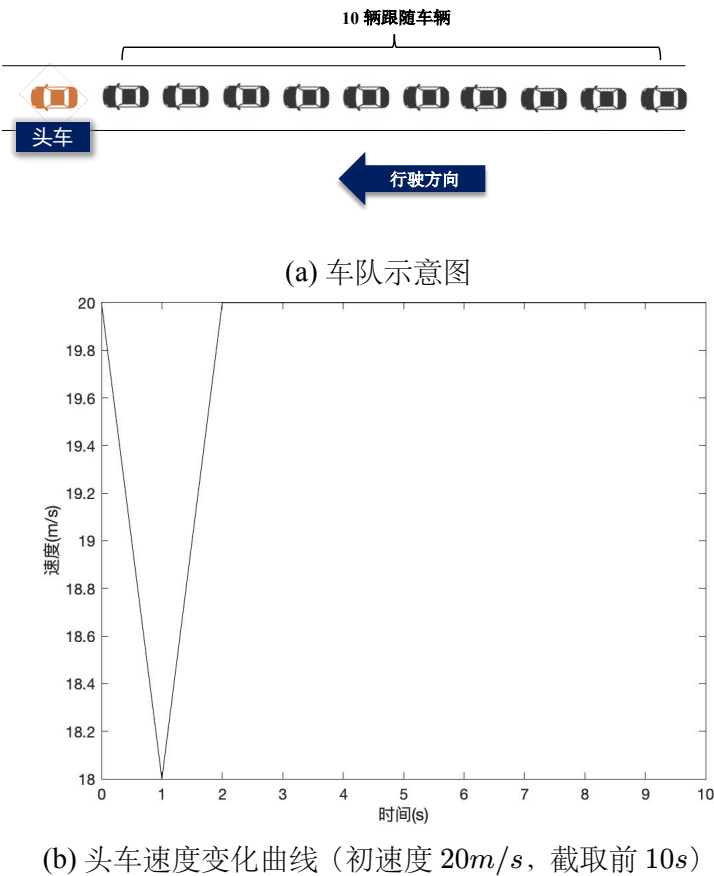


图 2.2 仿真场景设置

10 辆跟随车辆中自动驾驶车辆的占比为 p ($p \in [0, 1]$)，在仿真过程中以 0.1 为间隔对 p 取值，当 $p = 0$ 时车队退化为纯人工驾驶车辆车队，当 $p = 1$ 时车队

退化为纯自动驾驶车辆车队。

因为仿真主要关注加入的扰动对车队的影响，所以在仿真的 0 时刻，将车队设置为均衡状态。均衡状态的定义见定义 2.1。车队中的所有车辆均以均衡速度行驶。

定义 2.1 (车队的均衡状态): 如果车队中每辆车都以相同的速度行驶，且每辆的加速度均为 0，认为此时车队处于均衡状态。

为了数值仿真不能模拟连续情况，首先将连续场景离散化。为了离散化带来的误差，实验中仿真步长取 $0.01s$ ，总仿真时长为 $500s$ ，这意味着有 50000 个采样点。

为了使仿真尽可能的接近真实情况，也应考虑实际情况中的物理限制，如真实场景下车辆的加速度大小是有限制的，这与轮胎与道路摩擦因数等因素有关。在中国智能交通协会 2020 年 7 月发布的《基于车辆轨迹数据等汽车驾驶人驾驶行为安全性评价规范》的团体标准中，对于不同的速度区间，给出了急加速和急减速行为不同安全等级瞬间加速度的分类阈值，将安全等级划分为安全、较安全、较危险、危险四个等级。在本工作的仿真中，车队的初始均衡速度最小不低于 $10m/s$ ，最大不超过 $30m/s$ 。对于急加速行为，对于 $10 \sim 30m/s$ 的速度，较危险的加速度区间大致为 $(2.7m/s^2, 4.2m/s^2)$ ；对于急减速行为，对于 $10 \sim 30m/s$ 的速度，较危险的加速度区间大致为 $(-3.7m/s^2, -2.2m/s^2)$ ^[25]。综合考虑，在仿真中将加速度限制在 $[-3m/s^2, 4m/s^2]$ 。

另一个物理限制体现在碰撞上，在仿真过程中会出现车辆追尾的情况，在搭建仿真平台时，设置若发生碰撞，则终止当前实验。

为了使仿真更加接近真实情况，在仿真中还添加了一阶惯性环节，如式 2.3 所示，使得加速度的变化更加平滑，也更接近真实场景。

$$a(t) \leftarrow 0.8a(t-1) + 0.2a(t) \quad (2.3)$$

最后，考虑到人类驾驶员通过直观感受获取己车与前车的信息，也不会时时的对信息的变化做出反馈，因为对于人工驾驶车辆，增加了反应延迟 $\Delta t = 1.2$ 秒。

对于在引言中提到的仿真过程不直观的问题，在本工作中也实现了简易的仿真过程可视化，如图 2.3 所示，如此就可以直观地观察车队中车与车之间的距离大小，也可以直观地感受潜在危险时刻和碰撞的发生。

表 2.3 列出了仿真平台的重要参数取值。

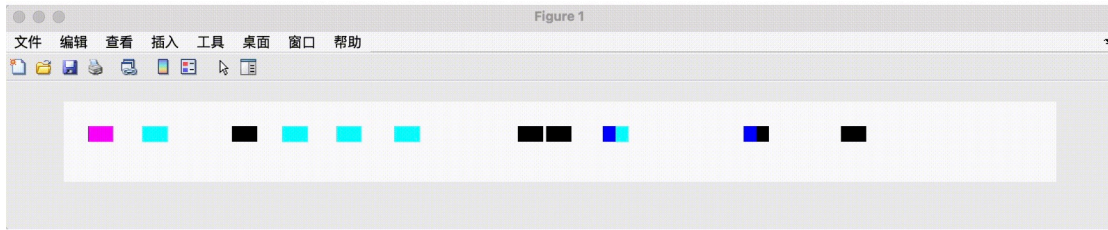


图 2.3 仿真过程可视化，紫色车辆为头车，浅蓝色车辆为自动驾驶车辆，黑色车辆为人工驾驶车辆，车辆前半为深蓝色代表该车辆此时刻存在潜在危险

表 2.3 仿真平台重要参数取值

参数	取值
仿真步长	$0.01s$
仿真时常	$500s$
车辆总数	11
初始均衡速度取值区间	$[10m/s, 30m/s]$
车辆加速度最小值	$-3m/s^2$
车辆加速度最大值	$4m/s^2$
人类驾驶员反应延迟	$1.2s$

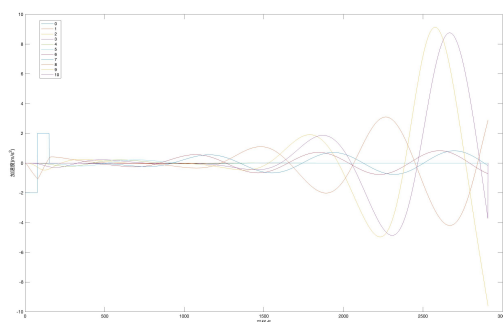
2.3 仿真平台真实性分析

首先对车辆加速度的仿真情况进行分析，在2.1中介绍了车辆的跟驰模型，但可以发现无论是人工驾驶车辆还是自动驾驶车辆都没有对加速度的大小做出限制，通过图2.1(b)可以发现人工驾驶车辆的加速度甚至出现了小于 $-15m/s^2$ 、大于 $15m/s^2$ 的情况，这显然是不合理的。这也是在2.2 中对仿真过程中车辆加速度的大小进行了限制的原因，下面限制前后的仿真情况进行分析。

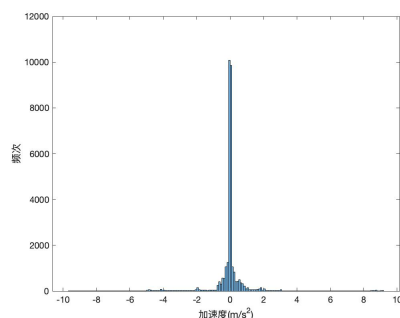
当自动驾驶车辆比例为 0.7，初始均衡速度为 $15m/s$ 时，车队处于不稳定的状态（将在第3章进行介绍）。图2.4(a)和 2.4(b)描述了对加速度大小进行限制前，加速度曲线和加速度分布情况。

可以发现在仿真过程中，加速度存在接近 $\pm 10m/s$ 的情况，这是不合理的。图2.4(c)和2.4(d) 描述了限制加速度大小之后加速度曲线和加速度分布情况。对于不稳定的车队，扰动会逐渐增大，存在较多的加速度边界值是比较合理的。

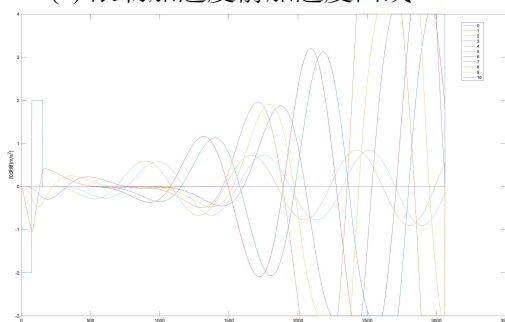
对于处于稳定状态的车队，如自动驾驶车辆比例为 0.7，初始均衡速度为 $25m/s$ ，其加速度情况如图2.5所示。



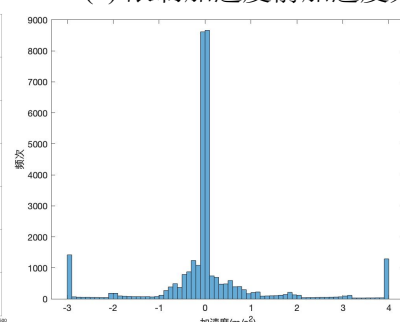
(a) 限制加速度前加速度曲线



(b) 限制加速度前加速度分布



(c) 限制加速度后加速度曲线

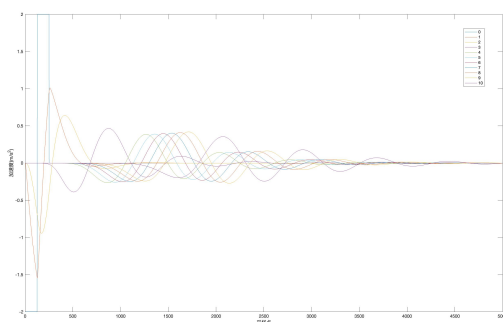


(d) 限制加速度后加速度分布

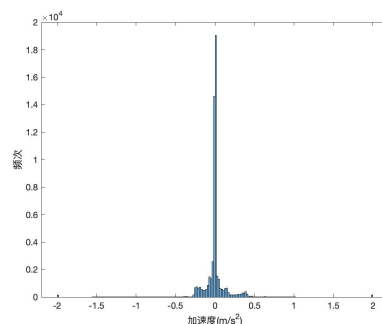
图 2.4 自动驾驶车辆比例为 0.7，初始均衡速度为 $15m/s$ 时仿真加速度情况

可以观察到加速度大小主要集中在 $[-0.5m/s^2, 0.5m/s^2]$ ，这与实际交通情况较相符。

对于仿真过程中车辆的速度情况，也通过自动驾驶车辆比例为 0.7 时，初始均衡速度为 $15m/s$ 和 $25m/s$ 两种情况来简单验证。



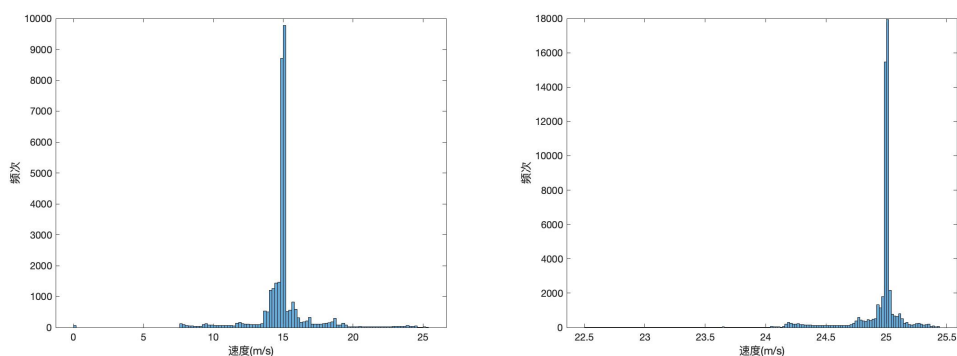
(a) 限制加速度后加速度曲线



(b) 限制加速度后加速度分布

图 2.5 自动驾驶车辆比例为 0.7，初始均衡速度为 $25m/s$ 时仿真加速度情况

由于已经通过限制使得加速度大小处于合理的区间，即速度的变化快慢已经较为合理，还需要验证速度分布的合理性。如图2.6所示两种情况下速度大小均主



(a) 初始均衡速度为 15m/s

(b) 初始均衡速度为 25m/s

图 2.6 自动驾驶车辆比例为 0.7 时仿真速度情况

要分布在初始均衡速度附近，且取值均合理。

2.4 本章小结

本章介绍了仿真平台的搭建，并对仿真平台的真实性进行分析。仿真平台中的车辆是根据其跟驰策略行驶的，在本章中首要介绍了人工驾驶车辆和自动驾驶车辆选用的跟驰模型；接着简要介绍了仿真所用的平台以及仿真的参数；最后，由于仿真的真实性将直接影响本工作的实际意义，所以在本章中对仿真的真实性进行了分析。

本章的结构如图2.7所示。

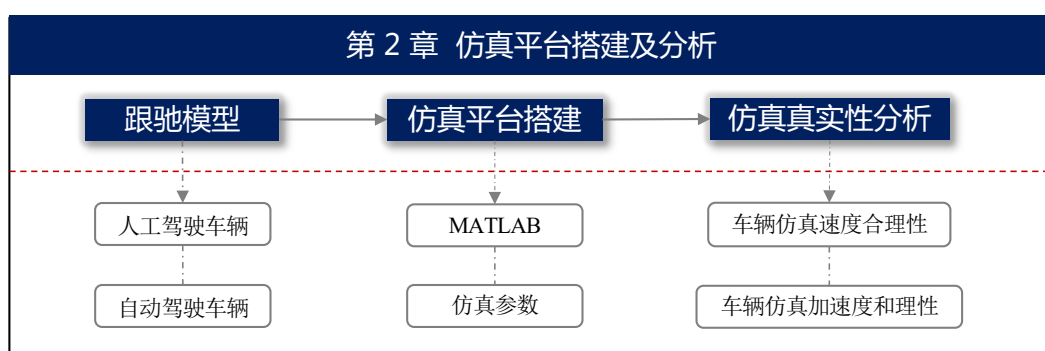


图 2.7 第 2 章结构

第3章 混合车队队列稳定性分析

3.1 人工驾驶车辆扰动传递函数推导

人工驾驶车辆的跟驰行为由速度优化模型（OVM）描述，其具体表达式为

$$\begin{aligned}\dot{v}_n(t) &= \kappa \{V[h_n(t)] - v_n(t)\} \\ V[h_n(t)] &= v_0 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\alpha}{v_0} (h_n(t) - s_0) \right] \right\}\end{aligned}\quad (3.1)$$

其中，各符号含义在表1.5中给出，其相关参数取值如表2.1所示。

当车队整体处于均衡状态时，车队中所有车辆加速度都保持为0，所有车辆都保持均衡速度 v_e 行驶。对于人工驾驶车辆，说明速度优化函数与车队均衡速度相同，即

$$V[h_e] = v_e \quad (3.2)$$

其中 h_e 为均衡状态下自动驾驶车辆与前车的距离，称作均衡速度。将速度优化函数带入式 (3.2)，得到式 (3.3)。

$$v_0 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\alpha}{v_0} (h_e - s_0) \right] \right\} = v_e \quad (3.3)$$

整理得到均衡距离与均衡速度之间的关系，如式 (3.4) 所示。

$$h_e = s_0 - \frac{v_0}{\alpha} \ln \left(1 - \frac{v_e}{v_0} \right) \quad (3.4)$$

图3.1描述了均衡距离与均衡速度的关系，从中可以看出 OVM 的均衡距离与均衡速度呈正相关，均衡速度越大，两车之间的均衡距离也越大，这说明当速度较大时，驾驶员倾向于增大与前车的距离以减小追尾的风险。同时也可以看出随着均衡速度的增加，均衡距离的增长速度也越来越快。

下面对 OVM 的人工驾驶车辆对扰动的传递情况进行分析。假设车队受到扰动，第 $n-1$ 辆车和第 n 辆车的扰动为

$$\begin{cases} \Delta v_{n-1}(t) = v_{n-1}(t) - v_e \\ \Delta v_n(t) = v_n(t) - v_e \end{cases} \quad (3.5)$$

对等式两边同时求导，可以发现扰动函数的导函数与速度函数的导函数是相同

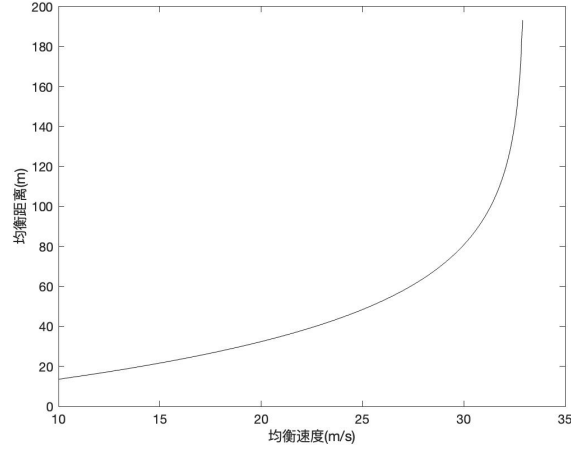


图 3.1 OVM 均衡距离与均衡速度关系曲线

的，即

$$\begin{cases} \Delta \dot{v}_{n-1}(t) = \dot{v}_{n-1}(t) \\ \Delta \dot{v}_n(t) = \dot{v}_n(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

将式 (3.1) 中加速度函数中的速度优化函数在 $h_n(t) = h_e$ 处一阶泰勒展开，得到式 (3.7)

$$\Delta \dot{v}_n(t) = \dot{v}_n(t) = \kappa \{V'(h_e)[h_n(t) - h_e] - v_n(t)\} \quad (3.7)$$

等式两边同时求导，得到

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{v}_n(t) &= \kappa [V'(h_e)\dot{h}_n(t) - \dot{v}_n(t)] \\ &= \kappa \{V'(h_e)[v_{n-1}(t) - v_n(t)] - \dot{v}_n(t)\} \\ &= \kappa \{V'(h_e)[\Delta v_{n-1}(t) - \Delta v_n(t)] - \Delta \dot{v}_n(t)\} \end{aligned} \quad (3.8)$$

等式两边同时做拉普拉斯变换 (因为是在均衡状态下添加的扰动，所以满足零初始条件)，得到

$$s^2 \Delta V_n(s) = \kappa \{V'(h_e)[\Delta V_{n-1}(s) - \Delta V_n(s)] - s \Delta V_n(s)\} \quad (3.9)$$

整理得到速度扰动在 OVM 下的传递函数 $G_H(s)$ 如式 (3.10) 所示。

$$G_H(s) = \frac{\Delta V_n(s)}{\Delta V_{n-1}(s)} = \frac{\kappa V'(h_e)}{s^2 + \kappa s + \kappa V'(h_e)} \quad (3.10)$$

3.2 自动驾驶车辆扰动传递函数推导

自动驾驶车辆的跟驰行为由基于 PID 控制的车头时距控制算法控制，该算法的表达式为

$$\dot{v}_n(t) = k_1 [h_n(t) - l - t_h v_n(t)] + k_2 [v_{n-1}(t) - v_n(t)] \quad (3.11)$$

其中，各符号含义在表2.2中给出

下面对自动驾驶车辆对扰动的传递情况进行分析。与人工驾驶车辆分析过程相同，假设车队受到扰动，第 $n-1$ 辆车和第 n 辆车的扰动为

$$\begin{cases} \Delta v_{n-1}(t) = v_{n-1}(t) - v_e \\ \Delta v_n(t) = v_n(t) - v_e \end{cases} \quad (3.12)$$

扰动函数的导函数与速度函数的导函数是相同的，即

$$\begin{cases} \Delta \dot{v}_{n-1}(t) = \dot{v}_{n-1}(t) \\ \Delta \dot{v}_n(t) = \dot{v}_n(t) \end{cases} \quad (3.13)$$

对式 (3.11) 两边同时求导，得到

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{v}_n(t) &= \ddot{v}_n(t) = k_1 [\dot{h}_n(t) - t_h \dot{v}_n(t)] + k_2 [\dot{v}_{n-1}(t) - \dot{v}_n(t)] \\ &= k_1 [\dot{h}_n(t) - t_h \Delta \dot{v}_n(t)] + k_2 [\Delta \dot{v}_{n-1}(t) - \Delta \dot{v}_n(t)] \\ &= k_1 [\Delta \dot{v}_{n-1}(t) - \Delta \dot{v}_n(t) - t_h \Delta \dot{v}_n(t)] + k_2 [\Delta \dot{v}_{n-1}(t) - \Delta \dot{v}_n(t)] \end{aligned} \quad (3.14)$$

等式两边同时做拉普拉斯变换，得到

$$\begin{aligned} s^2 \Delta V_n(s) &= k_1 [\Delta V_{n-1}(s) - \Delta V_n(s) - t_h s \Delta V_n(s)] \\ &\quad + k_2 [s \Delta V_{n-1}(s) - s \Delta V_n(s)] \end{aligned} \quad (3.15)$$

整理得到速度扰动在自动驾驶车辆的传递函数 $G_A(s)$ 如式 (3.16) 所示。

$$G_H(s) = \frac{\Delta V_n(s)}{\Delta V_{n-1}(s)} = \frac{k_2 s + k_1}{s^2 + (k_1 t_h + k_2) s + k_1} \quad (3.16)$$

3.3 混合车队跟驰行为稳定性分析

根据1.2.2中对车队稳定性分析研究现状的调研，得到只包含一种传递函数的车队的队列稳定性充分条件为

$$|G(j\omega)| < 1 \quad (3.17)$$

其中 $G(j\omega)$ 是该车队含有的唯一一种传递函数。这个充分条件其实是由式 (3.18) 简化而来的。

$$|G(j\omega)|^n < 1 \quad (3.18)$$

其中 n 是车队中跟驰车辆的数量。

对于含有两种及两种以上传递函数的车队，比如本工作中人工驾驶车辆和自动驾驶车辆有不同的传递函数，车队队列稳定的充分条件是

$$\left\| \prod_{i=1}^m G_i(j\omega)^{p_i} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.19)$$

其中，车队中传递函数共有 m 种，第 i 种传递函数对应的车辆在车队跟驰车辆中的比例为 p_i 。

对于本工作的情景，队列稳定的条件可以简化为

$$\|G(j\omega)\|_{\infty} = \|G_H(j\omega)^{1-p} \cdot G_A(j\omega)^p\|_{\infty} < 1 \quad (3.20)$$

需要说明的是，只有在车队中每一辆跟驰车辆都严格按照其跟驰模型行驶的情况下，式 (3.20) 才能保证车辆绝对队列稳定，该队列稳定性的判据的价值更多体现在理论层面，因为在真实场景下，跟驰车辆并不会严格按照某一个跟驰模型行驶，即使是自动驾驶车辆，也会因为计算误差、传感器精确度、计算延迟等众多实际因素产生与其控制算法的误差，更何况真实场景下，交通环境中存在大量的随机性。

对于本工作，如2.2中提到的，在搭建仿真平台时，为了追求更加接近真实场景的仿真，加入了加速度限制、人类驾驶员反应延迟、一阶惯性环节等使仿真跟驰行为不同于其跟驰模型的因素，使得仿真环境也是不同于每一辆跟驰车辆都严格按照其跟驰模型行驶的理想情况的。

但这并不意味着以上的推导是没有意义的，一方面，混合车队的队列稳定性充分条件的推导具有理论价值；另一方面，对于仿真场景或真实场景，式 (3.20) 中 $\|G(j\omega)\|_{\infty}$ 的值仍能反应车队的队列稳定情况，即在真实场景中，满足式 (3.20) 可以说明该车队在理论上队列稳定，但真实场景下仍然有出现扰动被不断放大的可能，即便如此，我们仍可以用 $\|G(j\omega)\|_{\infty}$ 的值作为一个指标对车队的队列稳定性进行评估。

3.4 混合车队跟驰行为稳定性仿真验证

在本小节中，将通过仿真的方式对3.3中理论推导的结果进行验证。

3.5 本章小结

第 4 章 非碰撞样本分析

模板支持 BibTeX 和 BibLaTeX 两种方式处理参考文献。下文主要介绍 BibTeX 配合 natbib 宏包的主要使用方法。

4.1 顺序编码制

在顺序编码制下，默认的 \cite 命令同 \citet 一样，序号置于方括号中，引文页码会放在括号外。统一处引用的连续序号会自动用短横线连接。

\cite{zhangkun1994}	⇒	[?]
\citet{zhangkun1994}	⇒	?]
\citep{zhangkun1994}	⇒	[?]
\cite[42]{zhangkun1994}	⇒	[?]42
\cite{zhangkun1994,zhukezhen1973}	⇒	[26?]]

也可以取消上标格式，将数字序号作为文字的一部分。建议全文统一使用相同的格式。

\cite{zhangkun1994}	⇒	[?]
\citet{zhangkun1994}	⇒	?]
\citep{zhangkun1994}	⇒	[?]
\cite[42]{zhangkun1994}	⇒	[?] ⁴²
\cite{zhangkun1994,zhukezhen1973}	⇒	[26?]

4.2 著者-出版年制

著者-出版年制下的 \cite 跟 \citet 一样。

\cite{zhangkun1994}	⇒	?
\citet{zhangkun1994}	⇒	?
\citep{zhangkun1994}	⇒	(?)
\cite[42]{zhangkun1994}	⇒	(?) ⁴²
\citep{zhangkun1994,zhukezhen1973}	⇒	(竺可桢, 1973; ?)

注意，引文参考文献的每条都要在正文中标注^[26? -58]。

第 5 章 总结与展望

5.1 课题总结

5.2 课题创新点

5.3 研究展望

插图索引

图 1.1	项目技术路线	15
图 2.1	OVM 函数关系图像	18
图 2.2	仿真场景设置	19
图 2.3	仿真过程可视化，紫色车辆为头车，浅蓝色车辆为自动驾驶车辆，黑色车辆为人工驾驶车辆，车辆前一半为深蓝色代表该车辆此时刻存在潜在危险	21
图 2.4	自动驾驶车辆比例为 0.7，初始均衡速度为 $15m/s$ 时仿真加速度情况.	22
图 2.5	自动驾驶车辆比例为 0.7，初始均衡速度为 $25m/s$ 时仿真加速度情况.	22
图 2.6	自动驾驶车辆比例为 0.7 时仿真速度情况	23
图 2.7	第 2 章结构	23
图 3.1	OVM 均衡距离与均衡速度关系曲线	25

表格索引

表 1.1	刺激-反应跟驰模型符号说明	2
表 1.2	GHR 跟驰模型符号说明	3
表 1.3	部分文献中的 GHR 模型 m 和 l 的取值	3
表 1.4	安全距离跟驰模型符号说明	5
表 1.5	速度优化跟驰模型符号说明	7
表 1.6	跟驰模型总结	7
表 1.7	基于特征方程的方法推导所用符号说明	10
表 1.8	TH 计算公式符号说明	11
表 1.9	式 (1.22) 符号说明	12
表 2.1	速度优化跟驰模型参数取值	17
表 2.2	基于 PID 控制的车头时距控制算法符号说明	18
表 2.3	仿真平台重要参数取值	21

参考文献

- [1] Geneva: Global status report on road safety 2018: summary[R]. World Health Organization, 2018.
- [2] 中华人民共和国国家统计局. 中国统计年鉴[M]. 北京: 中国统计出版社, 2021.
- [3] Reuschel A. Vehicle movements in a platoon[J]. Oesterreichisches Ingenieur-Archiv, 1950, 4: 193-215.
- [4] Pipes L A. An operational analysis of traffic dynamics[J]. Journal of Applied Physics, 1953, 24(3): 274-281.
- [5] Gazis D C, Herman R, Rothery R. Nonlinear follow-the-leader models of traffic flow[J]. Operations Research, 1961, 9: 545-567.
- [6] Chandler R E, Herman R, Montroll E W. Traffic dynamics: Studies in car following[J]. Operations Research, 1958, 6(2): 165-184.
- [7] Herman R, Potts R B. Single lane traffic theory and experiment[Z]. 1959.
- [8] Helly W. Simulation of bottlenecks in single-lane traffic flow[Z]. 1959.
- [9] Gazis D C, Herman R, Rothery R W. Nonlinear follow-the-leader models of traffic flow[J]. Operations research, 1961, 9(4): 545-567.
- [10] May A D, Keller H E. Non-integer car-following models[J]. Highway Research Record, 1967, 199(1): 19-32.
- [11] Heyes M, Ashworth R. Further research on car-following models[J]. Transportation Research, 1972, 6(3): 287-291.
- [12] Hoefs D. Entwicklung einer messmethode uber den bewegungsablauf des kolonnenverkehrs [J]. Universitat (TH) Karlsruhe, Germany, 1972.
- [13] Ceder A, May A D. Further evaluation of single-and two-regime traffic flow models[J]. Transportation Research Record, 1976(567).
- [14] Aron M. Car following in an urban network: simulation and experiment[C]//Proceedings of Seminar D, 16th PTRC Meeting, 1988. 1988: 27-39.
- [15] Ozaki H. Reaction and anticipation in the car-following behavior[C]//Proc. of 12th International Symposium on Theory of Traffic Flow and Transportation. 1993: 349-366.
- [16] Kometani E, Sasaki T. On the stability of traffic flow[J]. Journal of The Operations Research Society of Japan, 1958, 2(1): 11-26.

- [17] Todosiev E P. The actionpoint model of the driver-vehicle system[J]. Ohio State University Report, Rep. 202A-3, 1963.
- [18] Kikuchi C, Chakroborty P. Fuzzy neural network control of complex systems: a study on longitudinal vehicle control[J]. Proceedings of the World Congress on Neural Networks, 1992, 3(2): 84-92.
- [19] Bando M, Hasebe K, Nakayama A, et al. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation[J]. Phys. Rev. E, 1995, 51: 1035-1042.
- [20] Sun J, Zheng Z, Sun J. Stability analysis methods and their applicability to car-following models in conventional and connected environments[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 109: 212-237.
- [21] van der Horst A. A time-based analysis of road user behaviour in normal and critical encounters [C]//1990.
- [22] Kondoh T, Yamamura T, Kitazaki S, et al. Identification of visual cues and quantification of drivers' perception of proximity risk to the lead vehicle in car-following situations[J]. Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics, 2008, 1: 170-180.
- [23] Shalev-Shwartz S, Shammah S, Shashua A. On a formal model of safe and scalable self-driving cars[J]. CoRR, 2017, abs/1708.06374.
- [24] Morando M, Tian Q, Truong L, et al. Studying the safety impact of autonomous vehicles using simulation-based surrogate safety measures[J/OL]. Journal of Advanced Transportation, 2018, 2018. DOI: 10.1155/2018/6135183.
- [25] 中国智能交通协会. 基于车辆轨迹数据的汽车驾驶人驾驶行为安全性评价标准[S]. 2020.
- [26] 竺可桢. 物理学论[M]. 北京: 科学出版社, 1973: 56-60.
- [27] Dupont B. Bone marrow transplantation in severe combined immunodeficiency with an unrelated mhc compatible donor[C]//White H J, Smith R. Proceedings of the third annual meeting of the International Society for Experimental Hematology. Houston: International Society for Experimental Hematology, 1974: 44-46.
- [28] 郑开青. 通讯系统模拟及软件[D]. 北京: 清华大学无线电系, 1987.
- [29] 姜锡洲. 一种温热外敷药制备方案: 中国, 88105607.3[P]. 1980-07-26.
- [30] 中华人民共和国国家技术监督局. GB3100-3102. 中华人民共和国国家标准-量与单位 [S]. 北京: 中国标准出版社, 1994.
- [31] Merkt F, Mackenzie S R, Softley T P. Rotational autoionization dynamics in high rydberg states of nitrogen[J]. J Chem Phys, 1995, 103: 4509-4518.

- [32] Mellinger A, Vidal C R, Jungen C. Laser reduced fluorescence study of the carbon monoxide and triplet rydberg series - experimental results and multichannel quantum defect analysis[J]. J Chem Phys, 1996, 104: 8913-8921.
- [33] Bixon M, Jortner J. The dynamics of predissociating high Rydberg states of NO[J]. J Chem Phys, 1996, 105: 1363-1382.
- [34] 马辉, 李俭, 刘耀明, 等. 利用 REMPI 方法测量 BaF 高里德堡系列光谱[J]. 化学物理学报, 1995, 8: 308-311.
- [35] Carlson N W, Taylor A J, Jones K M, et al. Two-step polarization-labeling spectroscopy of excited states of Na₂[J]. Phys Rev A, 1981, 24: 822-834.
- [36] Taylor A J, Jones K M, Schawlow A L. Scanning pulsed-polarization spectrometer applied to Na₂[J]. J Opt Soc Am, 1983, 73: 994-998.
- [37] Taylor A J, Jones K M, Schawlow A L. A study of the excited $1\Sigma^+_g$ states in Na₂[J]. Opt Commun, 1981, 39: 47-50.
- [38] Shimizu K, Shimizu F. Laser induced fluorescence spectra of the a $3\Pi_u-X\ 1\Sigma^+_g$ band of Na₂ by molecular beam[J]. J Chem Phys, 1983, 78: 1126-1131.
- [39] Atkinson J B, Becker J, Demtröder W. Experimental observation of the a $3\Pi_u$ state of Na₂ [J]. Chem Phys Lett, 1982, 87: 92-97.
- [40] Kusch P, Hessel M M. Perturbations in the a $1\Sigma^+_u$ state of Na₂[J]. J Chem Phys, 1975, 63: 4087-4088.
- [41] 广西壮族自治区林业厅. 广西自然保护区[M]. 北京: 中国林业出版社, 1993.
- [42] 霍斯尼. 谷物科学与工艺学原理[M]. 李庆龙, 译. 2 版. 北京: 中国食品出版社, 1989: 15-20.
- [43] 王夫之. 宋论[M]. 刻本. 金陵: 曾氏, 1865 (清同治四年) .
- [44] 赵耀东. 新时代的工业工程师[M/OL]. 台北: 天下文化出版社, 1998[1998-09-26]. <http://www.ie.nthu.edu.tw/info/ie.newie.htm>.
- [45] 全国信息与文献工作标准化技术委员会出版物格式分委员会. GB/T 12450-2001 图书书名页[S]. 北京: 中国标准出版社, 2002: 1.
- [46] 全国出版专业职业资格考试办公室. 全国出版专业职业资格考试辅导教材: 出版专业理论与实务 • 中级[M]. 2014 版. 上海: 上海辞书出版社, 2004: 299-307.
- [47] World Health Organization. Factors regulating the immune response: Report of WHO Scientific Group[R]. Geneva: WHO, 1970.
- [48] Peebles P Z, Jr. Probability, random variables, and random signal principles[M]. 4th ed. New York: McGraw Hill, 2001.

- [49] 白书农. 植物开花研究[M]//李承森. 植物科学进展. 北京: 高等教育出版社, 1998: 146-163.
- [50] Weinstein L, Swertz M N. Pathogenic properties of invading microorganism[M]//Sodeman W A, Jr, Sodeman W A. Pathologic physiology: mechanisms of disease. Philadelphia: Saunders, 1974: 745-772.
- [51] 韩吉人. 论职工教育的特点[C]//中国职工教育研究会. 职工教育研究论文集. 北京: 人民教育出版社, 1985: 90-99.
- [52] 中国地质学会. 地质评论[J]. 1936, 1(1)-. 北京: 地质出版社, 1936-.
- [53] 中国图书馆学会. 图书馆学通讯[J]. 1957(1)-1990(4). 北京: 北京图书馆, 1957-1990.
- [54] American Association for the Advancement of Science. Science[J]. 1883, 1(1)-. Washington, D.C.: American Association for the Advancement of Science, 1883-.
- [55] 傅刚, 赵承, 李佳路. 大风沙过后的思考[N/OL]. 北京青年报, 2000-04-12(14)[2002-03-06]. <http://www.bjyouth.com.cn/Bqb/20000412/B/4216%5ED0412B1401.htm>.
- [56] 萧钰. 出版业信息化迈入快车道[EB/OL]. (2001-12-19)[2002-04-15]. <http://www.creader.com/news/20011219/200112190019.htm>.
- [57] Online Computer Library Center, Inc. About OCLC: History of cooperation[EB/OL]. [2000-01-08]. <http://www.oclc.org/about/cooperation.en.htm>.
- [58] Scitor Corporation. Project scheduler[CP/DK]. Sunnyvale, Calif.: Scitor Corporation, 1983.

附录 A 外文资料的书面翻译

车队的队列稳定性：定义和分析方法

摘要：由互相关联的自动驾驶车辆 (connected and automated vehicles, CAVs) 组成的车队预计将对道路交通产生变革性影响，例如提高高速公路安全性、提高交通效率和减少燃料消耗。控制车队时的一项关键任务是实现队列稳定性 (String Stability)，为此提出了许多模型和算法。但是，尽管这些年来针对队列稳定性提出了许多不同的定义和分析方法，但是没有进行详尽的比较。为了填补这些空白，本文旨在阐明这些模糊的定义与各种分析方法之间的关系，为今后的研究提供一个坚实的基础。本文总结和讨论了一系列等价的定义和算法，也讨论了不同分析方法和定义的优、缺点。所有这些讨论为在实际使用中选择车队的分析方法提供了见解。

A.1 引言

作为一种提高交通效率的有效方式，车队控制引起了广泛的兴趣。(Guanetti, Kim, and Borrelli, 2018; Horowitz and Varaiya, 2000; Ioannou and Chien, 1993; Li, Zheng, Li, and Wang, 2015; Sheikholeslam and Desoer, 1990; Shladover, 1995) 在一个车队中，由两辆及以上车辆组成的车队按照预先设置的巡航速度和车间距行驶。与人工驾驶相比，自动驾驶车队有着车与车之间的距离更小的优点（即队形更加紧密），被认为是一个很有希望的降低交通阻塞、空气阻力和燃油损耗的方法。(Al Alam, Gattami, and Johansson, 2010; Chien and Ioannou, 1992; Li and Chen, 2017)

车队的紧密编队控制有一个特殊的困难，称为“队列不稳定性”，即系统中的扰动沿着车队不断放大，如图 A.1 (b) 所示（参见 Peppard (1974)）。正如观察 (Treiterer and Myers, 1974) 和实验 (Sugiyama et al., 2008) 所证明的那样，紧密编队车队的队列不稳定性会导致在环形线路和高速公路上出现没有瓶颈的堵塞（例如，走走停停），这严重损害了车队控制的好处。

为了解决这个问题，队列稳定性的性质已经被广泛研究并应用于车队控制。直观地说，如果一个车队具有以下特性，则称它是队列稳定的，即扰动不会沿着车队被不断放大 (Peppard, 1974)，如图 A.1 (c) 所示。研究队列稳定性的基本过程可分为三个步骤：(1) 数学上定义队列稳定性的性质；(2) 根据分析方法推

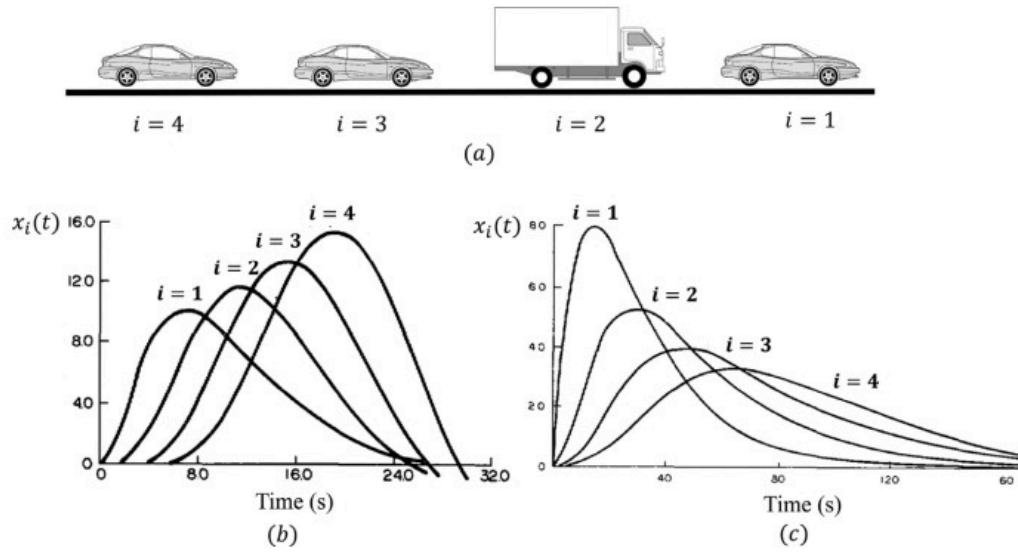


图 A.1 车队系统图示 (a) 和队列稳定性的直观描述 (b-c) (Peppard, 1974), 其中 $x_i(t)$ 表示车辆 i 在时间 t 的状态波动 (例如位置误差)。

导出充分条件; (3) 设计控制器以满足充分条件

A.1.1 研究动机

大量文献提出了很多种不同的定义和分析方法。在许多研究中, 虽然仿真结果显示出与图 A.1 (c) 相似的性质, 但队列稳定性的性质存在令人困惑的差异。许多不同的定义是基于不同的域 (例如频域和时域) 和范数 (例如 \mathcal{L}_2 、 \mathcal{L}_p 和 \mathcal{L}_∞)、强度 (例如弱和强)。模棱两可的定义阻碍了不同研究之间的比较。需要对它们之间的关系进行严格的分析以帮助进一步研究的进行。此外, 学者已经提出了许多分析方法并衍生了许多性质, 它们的关系、利弊以及可以解决什么问题尚未得到太多讨论。更好地理解这些方法和性质是进一步研究困难问题的基础。

A.1.2 研究范围和目的

本文重点介绍队列稳定性的定义和推导队列稳定性质的分析方法。为了更好地解释相关概念, 我们将简要介绍一些车队控制的研究工作。然而, 为了简明扼要, 本文将不讨论车队控制领域的其他问题。(Li et al., 2015; Li, Zheng et al., 2017)。

本文的目的是: (1) 阐明队列稳定性模糊定义之间的关系, 提出统一的定义; (2) 讨论各种分析方法的关系、利弊、可以解决什么问题, 并针对存在的棘手问题提出方法建议; (3) 深入研究各性质之间的关系, 这为解决队列不稳定的问题提供了思路。

A.1.3 主要贡献

本工作的主要贡献为：

第一，严格分析了模糊不清的定义之间的关系。对常用的定义进行了介绍和比较。总结了队列稳定性的三个基本属性，即收敛性、有界性和可扩展性。类似于控制理论中稳定性定义，本文提出了三种类型的队列稳定性定义作为不同定义之间的桥梁，即李雅普诺夫稳定性、输入-输出稳定性和输入-状态队列稳定性。定理 1 详细阐述了对这些队列稳定性定义的严格分析。受该定理的启发，建议将所提出的定义，即输入-状态队列稳定性 (ISSS) 用于未来的研究。并且给出了推荐 ISSS 的理由。本文扩展并深化了对该领域先前主要对定义的讨论。(Ploeg, Van De Wouw, and Nijmeijer, 2014; Stüdli, Seron, and Middleton, 2017)

第二，本文对各种分析方法进行了比较，并对通过使用这些分析方法推导得到的性质进行了严格的分析。这些方法可以分为三类：时间域分析方法、 z 域分析方法和 s 域分析方法。带分析的问题可分为时间维度和空间维度。本文分别从两个维度讨论了这些分析方法的优缺点，在此基础上我们推荐了针对现有困难问题的方法。此外，在定理 2 中对推导得到的性质进行了严格分析，从中展现了这些性质以及常用研究队列系统的推荐定义（即 ISSS）之间的关系。并将解决队列不稳定的常用解决方法与“弱耦合性质”进行了比较。

A.2 预备知识

记实数域为 \mathbb{R} ，自然数集 $\mathbb{N} = 1, 2, \dots$ ，对于向量 $\chi \in \mathbb{R}^n$ ，其 p 范数为

$$\|\chi\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |\chi_i|^p \right)^{1/p}, p \in [1, \infty) \quad (\text{A.1})$$

$$\|\chi\|_\infty = \max_i |\chi_i|. \quad (\text{A.2})$$

对于一个勒贝格可测的信号 $\chi(t) : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ ，其 \mathcal{L}_p 范数 $\|\chi\|_{\mathcal{L}_p}^I$ 定义为

$$\|\chi\|_{\mathcal{L}_p}^I = \left(\int_I \|\chi\|_p^p dt \right)^{1/p} < \infty, p \in [1, \infty) \quad (\text{A.3})$$

$$\|\chi\|_{\mathcal{L}_\infty}^I = \sup_{t \in I} \|\chi\|_\infty, \quad (\text{A.4})$$

当 $I = [0, \infty]$ 时, $\|\chi\|_{\mathcal{L}_\infty}^{[0, \infty]}$ 简记为 $\|\chi\|_{\mathcal{L}_\infty}$ 。给定一个系统的传递函数 $G(j\omega)$, 系统的 \mathcal{H}_∞ 范数定义为

$$\|G\|_{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega} |G(j\omega)|, (\text{SISO}) \quad (\text{A.5})$$

$$\|G\|_{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)), (\text{MIMO}) \quad (\text{A.6})$$

SISO 代表单输入单输出系统, MIMO 代表多输入多输出系统。 $\bar{\sigma}(G(j\omega))$ 是矩阵 $G(j\omega)$ 的最大奇异值 (参见 Zhou, Doyle, Glover et al., 1996)。对于连续函数 $\alpha: [0, a) \rightarrow [0, \infty)$, $a \in \mathbb{R}^+$, 如果在其定义域上是严格单调递增的, 并且 $\alpha(0) = 0$, 那么我们称这个函数是 \mathcal{K} 类函数。对于连续函数 $\beta: [0, a) \times [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, 如果对于每一个固定的 s , 函数 $\beta(\cdot, s)$ 是 \mathcal{K} 类函数, 并且对于每一个固定的 r , 函数 $\beta(r, \cdot)$ 在其定义域上是单调递减的, 且满足当 $s \rightarrow 0$ 时, $\beta(r, s) \rightarrow 0$, 那么我们称这个函数是 \mathcal{KL} 类函数。如果 $\|\chi\|_{\mathcal{L}_\infty} < \infty$, 我们称 $\chi \in \mathcal{L}_\infty$ 。

通常, 我们考虑一个车队

$$\dot{\chi} = f(\chi, \omega), \quad (\text{A.7})$$

$$y = g(\chi) \quad (\text{A.8})$$

这里, 函数 $f(\chi, \omega): \mathbb{R}^{mn} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{mn}$ 是连续可导且全局 Lipschitz 的, 函数 $g(\chi): \mathbb{R}^{mn} \rightarrow \mathbb{R}^m$ 是连续可导且全局 Lipschitz 的。 $\chi \in \mathbb{R}^{mn}$ 代表系统状态向量, $\omega \in \mathbb{R}^m$ 代表扰动。我们假设原点 $\chi = 0$ 是非受迫系统 $\dot{\chi} = f(\chi, 0)$ 的一个稳定平衡点。对于车队, $m \in \mathbb{N}$ 代表了车队长度, $n \in \mathbb{N}$ 代表子系统的状态阶数, 表A.1列出了这些符号的含义。

A.3 车队控制

本节简要介绍了车队的控制问题, 该问题引发了对队列稳定性的研究。车队的控制问题最初由 Levine 和 Athans 于 1966 年提出, 研究如何设计一个控制器来实现队列系统的控制。这包括队列系统描述、控制目标 and 控制器设计方法。并且介绍了本文的两个重点的背景, 即队列稳定性的定义和分析方法。

A.3.1 队列系统描述

车队系统的描述确定了队列稳定问题的研究场景。本文采用了由四个部分组成的框架 (Li et al., 2015), 即节点动力学、信息流拓扑结构、分布式控制和构成几何。此外, 还强调了系统的通信质量和收到的干扰。一个特定的车队系统可以

表 A.1 所用变量的符号

变量	符号
S_m	$S_m = \{0\} \cup \{i \in \mathbb{N} 1 \leq i \leq m-1\}.$
$S_{e,m}$	$S_m = \{i \in \mathbb{N} 1 \leq i \leq m-1\}.$
$\chi_i(t)$	$\chi_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 代表第 i 个子系统的状态
$\omega_i(t)$	$\omega_i(t) \in \mathbb{R}$ 代表第 i 个子系统受到的扰动
$y_i(t)$	$y_i(t) \in \mathbb{R}$ 代表第 i 个子系统的输出
$\chi(t)$	$\chi(t) \in \mathbb{R}^{mn}$ 代表系统的状态
$\omega(t)$	$\omega(t) \in \mathbb{R}^m$ 代表系统受到的扰动
$y(t)$	$y(t) \in \mathbb{R}^m$ 代表系统的输出
$X_i(s), Y_i(s), U_i(s)$	$\chi_i(t), y_i(t), u_i(t)$ 的拉普拉斯变换
$X(s), Y(s), U(s)$	$\chi(t), y(t), u(t)$ 的拉普拉斯变换
$X(z), Y(z), U(z)$	$\chi(t), y(t), u(t)$ 的 z 变换

通过这六个部分来唯一确定，本小节中用到的缩写见表A.2中列出。

A.3.1.1 节点动力学

节点动力学（node dynamics, ND）表示车辆在纵向的动力学。根据建模，车辆动力学模型可分为非线性（Dunbar and Caveney, 2012; Rajamani, 2011），二阶模型（Naus, Vugts, Ploeg, van de Molengraft, and Steinbuch, 2010; Yanakiev and Kanellakopoulos, 1996），三阶模型（Godbole and Lygeros, 1994; Liang and Peng, 1999; Warnick and Rodriguez, 2000），和一般线性模型（Liang and Peng, 2000; Seiler, Pant, and Hedrick, 2004）。

A.3.1.2 信息流拓扑结构

信息流拓扑结构（information flow topology, IFT）描述了车辆如何与其他车辆交换信息。图A.2所示为常用的拓扑结构，包括前继跟随拓扑（PF）（Naus et al., 2010）、前继领导跟随拓扑（PLF）（Sheikholeslam and Desoer, 1990; Swaroop and Hedrick, 1999）、双向拓扑（BD）（Eyre, Yanakiev, and Kanellakopoulos, 1997; Ghasemi, Kazemi, and Azadi, 2013; Knorn, Donaire, Agüero, and Middleton, 2014; Yanakiev and Kanellakopoulos, 1996），双向领导拓扑（BDL）（Zheng, Li, Wang, Cao, and Li, 2016），双前继跟随拓扑（TPF）（Swaroop and Hedrick, 1999），以及

双前继领导跟随拓扑 (TPLF) (Li et al., 2015)。也可以应用更一般的信息流拓扑结构, 例如, r 前继跟随拓扑 (r PF) 和 r 前继领导跟随拓扑 (r PLF), 其中 r 表示有之交流的前继数量。

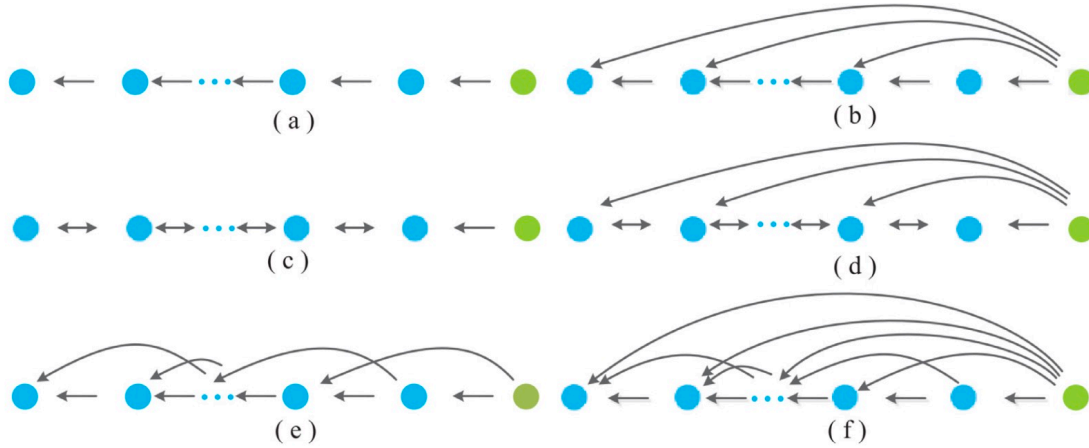


图 A.2 车队的典型信息流拓扑结构, 其中绿色圆圈表示头车。(a) PF; (b) PLF; (c) BD; (d) BDL; (e) TPF; (f) TPLF (Li et al., 2015)。

A.3.1.3 分布式控制器

分布式控制器 (distributed controller, DC) 描述了用于实现控制目标的对车队系统的控制器, 例如, 线性控制器 (Naus et al., 2010; Sheikholeslam and Desoer, 1993)、最优控制器 (Chu, 1974b; Jin and Orosz, 2017; Liang and Peng, 1999)、 H_∞ 控制器 (Ploeg, Shukla, van de Wouw, and Nijmeijer, 2014)、模型预测控制 (MPC) (Dolk, Ploeg, and Heemels, 2017; Dunbar and Caveney, 2012), 以及滑模控制 (SMC) (Fernandes and Nunes, 2012)。

A.3.1.4 构成几何

车队的构成几何 (formation geometry, FG) 表示车队所期望的车辆间距离, 在许多研究中也称为间距策略。现在存在三种主要政策, 即恒定距离 (constant distance, CD) 政策 (Liu, Goldsmith, Mahal, and Hedrick, 2001; Sheikholeslam and Desoer, 1993)、恒定时间间隔 (constant time headway, CTH) 政策 (Chien and Ioannou, 1992; Zhou and Peng, 2005), 以及非线性距离 (nonlinear distance, NLD) 政策 (Orosz, 2016; Santhanakrishnan and Rajamani, 2003)。

A.3.1.5 通信质量

通信质量 (communication quality, CQ) 描述了由其引起的问题, 即通信时间延迟 (di Bernardo, Salvi, and Santini, 2015; Liu et al., 2001; Oncu, Van de Wouw, Heemels, and Nijmeijer, 2012; Qin, Gomez, and Orosz, 2017; Xiao, Darbha, and Gao, 2008; Xiao, Gao, and Wang, 2009) 和丢包 (Moreau, 2005; Ploeg, Semsar-Kazerooni, Lijster, van de Wouw, and Nijmeijer, 2015; Teo, Stipanovic, and Tomlin, 2002; 2003)。

A.3.1.6 扰动

扰动是造成车队系统产生偏差的原因, 常用的扰动类型包括:

- 第一类: 头车的初始条件扰动;
- 第二类: 所有车辆的初始条件扰动;
- 第三类: 头车受到的零初始条件外部扰动;
- 第四类: 所有车辆受到的零初始条件外部扰动。

最后, 介绍两个车队系统的重要术语, 即同质性和无限性。如果所有车辆都具有相同的动力学特性, 则称该车队具有同质性 (Chu, 1974a); 否则称其具有异质性 (Naus 等, 2010)。此外, 如果车队有无限辆车辆组成, 则称其为无限的 (Swaroop and Hedrick, 1996); 否则称为有限的 (Jin and Orosz, 2014)。理论分析使得研究人员可以通常研究无限车队, 以研究由大量但有限辆车组成的车队的本质 (Curtain, Iftime, and Zwart, 2010; Jovanovic and Bamieh, 2005) 和车队的可扩展性。

A.3.2 控制目标

控制自动驾驶车辆车队的目的是确保同一组的所有车辆以一致的速度移动, 同时相邻车辆之间保持理想距离, 从而提高交通容量, 改善交通安全性, 并减少燃料消耗 (Horowitz and Varaiya, 2000)。车队系统的稳定性特性是上述所有控制目标的基础。研究人员已经提出了两种类型的稳定性, 个体稳定性和队列稳定性。

个体稳定性描述了车辆向给定轨迹收敛的情况 (Dolk et al., 2017; Dunbar and Caveney, 2012; Ghasemi et al., 2013; Guo, Ding, and Han, 2014; Ploeg, Shukla et al., 2014; Swaroop and Hedrick, 1999; Zheng, Li, Wang et al., 2016), 收敛速度由稳定系数描述 (Barooah, Mehta, and Hespanha, 2009; Hao and Barooah, 2012; Hao, Barooah, and Mehta, 2011; Zheng, Li, Li, and Wang, 2016)。然而, 随着长度的增加, 一个每个个体都稳定的车队仍然可能将一个小的扰动放大并造成交通拥堵 (例如走走停停) (Hedrick, Tomizuka, and Varaiya, 1994; Naus et al., 2010; Shaw and Hedrick, 2007b; Sugiyama et al., 2008)。

为了解决这个问题，研究人员提出了队列稳定性并对其做了大量研究。直观地说，如果扰动在沿车队向下游传播时不被放大，那么就可以说车队是队列稳定的（Peppard, 1974）。为了从数学上定义这一特性，在过去的几十年里，针对不同的车队系统提出了各种正式的队列稳定定义，例如（Jin and Orosz, 2014; Khatir and Davidson, 2004; Li, Shi, and Yan, 2016; Ploeg, Van De Wouw et al., 2014; Swaroop and Hedrick, 1996）。这些定义的详细情况将在下一节讨论，它们之间的关系是本文的一个重点。

A.3.3 控制器设计方法

设计一个车队控制器的关键是要实现控制目标，如个体稳定性和队列稳定性。

一类最常用的设计方法是预先确定一个反馈控制器并调整其参数以实现控制目标。数学上，实现队列稳定性被重新定义为传递函数需要满足的某些条件（Jin and Orosz, 2014; Naus et al., 2010; Orosz, 2016），或李雅普诺夫函数（Besselink and Johansson, 2017; Dolk et al., 2017; Swaroop and Hedrick, 1996）。这些方法的共同局限性是难以明确地满足饱和约束，如输入饱和和安全约束。

另一类设计方法是前馈控制（Li and Li, 2019; Liu, Li, Li, and Wang, 2017），例如分散模型预测控制（decentralized model predictive control, DMPC）方法（Dunbar and Caveney, 2012）。个体稳定性和队列稳定性的性质被显式约束。通过解决每个控制环节中的优化问题，控制器可以保证实现控制目标。

这两类方法的关键步骤是分析队列稳定性并推导出其充分条件。如果所设计的控制器满足其充分条件，则系统必然是队列稳定的。因此，队列稳定性质的分析方法是至关重要的，也是本文的另一个重点。

A.4 队列稳定性定义

本节介绍了车队控制问题中常用的队列稳定性的定义。队列稳定性定义的发展与车队系统的相关假设密切相关，并深深影响着分析方法。因此，在介绍一个新的定义时，将简要讨论具体的车队系统和分析方法。定义的缩写见表A.3。

A.4.1 队列稳定原始定义（OSS）

我们首先回顾 Chu(1974a)给出的队列稳定(original definition of string stability, OSS)的原始定义。

定义 A.1 (OSS): 如果对于车队中的所有车辆, 在初始时受到任意一组有界的扰动, 所有车辆的位置波动保持有界, 并且这些波动在 $t \rightarrow 0$ 时是趋于 0 的, 那么这个车队是稳定的。

如果受到的是有界的第一类或第二类干扰, 定义A.1 (OSS) 呈现了两个性质:

- 所有车辆位置波动的有界性;
- 所有车辆位置波动的收敛性。

为了使有界性非平凡, 其应该在车队有任何数量车辆的情况下均成立, 即:

- 有界性对于任意长度的车队均成立。

任意车队长度下的界限不变性是一个重要的性质, 它保证了队列稳定性的概念是可扩展的, 并且说明了从车队中增加或减少车辆是不影响稳定性的。在某些情况下, 收敛性也被称为个体稳定性。OSS 非常接近于对队列稳定性的直观描述 (Peppard, 1974), 只是位置波动不一定比受到的初始扰动小。位置波动可以被类推到其他系统状态的波动, 例如速度。OSS 的主要局限是在理论上不一定对一般车队系统可行。Chu(1974a) 提出的 z 变换方法只能用于具有同质 ND、IFT、DC、FG 和 CQ 的车队。

A.4.2 SFSS 与其变体 FSS、ESS、HTS

为了理论分析的方便, Peppard (1974) 提出了一个队列稳定在频域下的必要条件, 这个条件在之后对队列稳定的研究中得到了广泛的应用, 通常被认为是强弦稳定性的定义 (Naus et al., 2010)。因此, 我们把这个条件作为频域的强队列稳定 (strong frequency-domain string stability, SFSS) 的定义来介绍。

定义 A.2 (SFSS): 对于具有 PF 拓扑结构的线性车队系统, 我们称系统是频域的强队列稳定的 (SFSS), 如果第 i 辆车和其前车, 即第 $i-1$ 辆车, 之间的输出传递函数, 记作 $G_{i-1,i}$, 使得

$$\|G_{i-1,i}(j\omega)\|_{\mathcal{H}_\infty} \leq 1, \forall i \in S_{e,m}, \forall m \in \mathbb{N}. \quad (\text{A.9})$$

SFSS 的一个具体限制是关于车队系统的 PF 假设。SFSS 对于具有其他信息流拓扑结构的车队没有意义, 例如对于 BD, 公式A.9需要修改 (Peppard, 1974)。对于 r PF 和 r PLF 拓扑结构, 人们提出了三个修改的定义, 即频域队列稳定 (frequency-domain string stability, FSS) (Naus et al., 2010), 终态队列稳定 (eventual string stability, ESS) (Khatir and Davidson, 2004), 以及队首-队尾稳定 (head-to-tail stability, HTS) (Jin and Orosz, 2014; 2017)。

定义 A.3 (FSS): 对于具有 rPF 或 $rPLF$ 拓扑结构的线性车队系统，我们称系统是频域队列稳定的 (FSS)，如果头车 0 和任何其他车辆 i 之间的输出传递函数，记为 $G_{0,i}$ ，使得

$$\|G_{0,i}(j\omega)\|_{\mathcal{H}_\infty} \leq 1, \forall i \in S_{e,m}, \forall m \in \mathbb{N}. \quad (\text{A.10})$$

定义 A.4 (ESS): 对于具有 rPF 或 $rPLF$ 拓扑结构的线性车队系统，我们称系统是末态队列稳定的 (ESS)，如果头车 0 和任何其他车辆 i 之间的输出传递函数，记为 $G_{0,m}$ ，并且存在 $N < m$ ，使得

$$\|G_{0,i}(j\omega)\|_{\mathcal{H}_\infty} \leq 1, \forall i > N, \forall m \in \mathbb{N}. \quad (\text{A.11})$$

定义 A.5 (HTS): 对于具有 rPF 或 $rPLF$ 拓扑结构的线性车队系统，我们称系统是队首-队尾稳定的 (HTS)，如果头车 0 和任何其他车辆 i 之间的输出传递函数，记为 $G_{0,i}$ ，并且存在 $N < m$ ，使得

$$\|G_{0,m}(j\omega)\|_{\mathcal{H}_\infty} \leq 1, \forall m \in \mathbb{N}. \quad (\text{A.12})$$

FSS、ESS 和 HTS 都假定在车队中存在一个头车，这与实际情况是相符的。FSS 有时被称为弱队列稳定性，与 SFSS 相比，它在适用于更多的信息流拓扑结构。ESS 是 FSS 的一个特例，也就是说，如果一个系统是 FSS 的，那么它也是 ESS 的。HTS 最初是为混合交通设计的，在混合交通中相互通信的自动驾驶车辆一般在车队尾部 (Jin and Orosz, 2014; 2017)。

这些在频域中的定义的第一个局限性是其对车队系统的线性假设。这并不意味着节点动力被假设是线性的，但可以通过适当的非线性反馈方法使其近似线性，例如 Sheikholeslam 和 Desoer (1993)，Stankovic、Stanojevic 和 Siljak (2000)，Ghasemi 等人 (2013)，Zheng、Li、Wang 等人 (2016) 的工作，这需要对车辆动力学有很好的先验知识。

这些定义的第二个局限性是只考虑车队收到了第三类扰动。这个局限性产生于这些定义中拉普拉斯变换时用到的零初始条件假设。其他扰动类型的系统特性需要进一步分析。

第三个也是更关键的局限性是， $\|G_{0,m}(j\omega)\|_{\mathcal{H}_\infty} \leq 1$ 只能从能量 (即 \mathcal{L}_2 范数) 的角度来描述信号，而不是它们的最大振幅 (即 \mathcal{L}_∞ 范数)。其详细差异将

在下一节讨论。

A.4.3 TSS 和 ATSS

将队列稳定性的概念推广到一类相互连接的系统中，如

$$\dot{\chi}_i = f_i(\chi_i, \chi_{i-1}, \dots, \chi_{i-r}), \quad (\text{A.13})$$

其中, $i \in \mathbb{N}$, $\chi \in \mathbb{R}^n$, $\chi_{i-j} \equiv 0, \forall i \leq j$, 并且 $f(0, \dots, 0) = 0$, Swaroop 和 Hedrick (1996) 提出了时域队列稳定 (time-domain string stability, TSS) 和时域渐进队列稳定 (asymptotically time-domain string stability, ATSS)。

定义 A.6 (TSS): A.13 的原点 $\chi_i = 0, i \in \mathbb{N}$ 是 TSS 的, 如果给定任何 $\epsilon > 0$, 存在一个 $\delta > 0$, 使得

$$\sup_i |\chi_i(0)| < \delta \Rightarrow \sup_i \|\chi_i(t)\|_\infty < \epsilon. \quad (\text{A.14})$$

定义 A.7 (ATSS): A.13 的原点 $\chi_i = 0, i \in \mathbb{N}$ 是 ATSS 的, 如果其是 TSS 的且渐进地 $\sup_i \|\chi_i(t)\|_\infty \rightarrow 0$ 。

A.A 缩写表

表 A.2 对车队系统的描述的缩写

缩写	全称	缩写	全称
ND	节点动力学	IFT	信息流拓扑结构
PF	前继跟随拓扑	PLF	前继领导跟随拓扑
BD	双向拓扑	BDL	双向领导拓扑
TPF	双前继跟随拓扑	TPLF	双前继领导跟随拓扑
r PF	r 前继跟随拓扑	r PLF	r 前继领导跟随拓扑
DC	分布式控制器	MPC	模型预测控制
SMC	滑膜控制	FG	构成几何
CD	恒距	CTH	恒定车头时距
NLD	非线性距离	CQ	通信质量

表 A.3 队列稳定定义的缩写

缩写	全称	定义
OSS	队列稳定原始定义	1
SFSS	频域的强队列稳定	2
FSS	频域队列稳定	3
ESS	末态队列稳定	4
HTS	队首-队尾稳定	5
TSS	时域队列稳定	6
ATSS	时域渐进队列稳定	7
LPSS	\mathcal{L}_p 队列稳定	8
SLPSS	严格 \mathcal{L}_p 队列稳定	9
DSS	扰动队列稳定	10
LSS	李雅普诺夫队列稳定	11
ALSS	渐进李雅普诺夫队列稳定	12
IOSS	输入-输出队列稳定	13
ISSS	输入-状态队列稳定	14

参考文献

书面翻译对应的原文索引

- [1] David Salomon. *The advanced $T_E X$ book*. Springer, New York, 1995.

附录 B 补充内容

附录是与论文内容密切相关、但编入正文又影响整篇论文编排的条理和逻辑性的资料，例如某些重要的数据表格、计算程序、统计表等，是论文主体的补充内容，可根据需要设置。

B.1 图表示例

B.1.1 图

附录中的图片示例（图 B.1）。

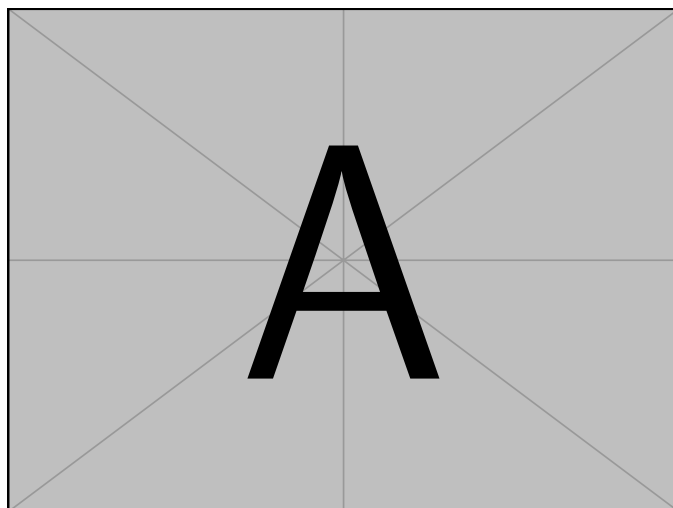


图 B.1 附录中的图片示例

B.1.2 表格

附录中的表格示例（表 B.1）。

B.2 数学公式

附录中的数学公式示例（公式（B.1））。

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f = \sum_{k=1}^m n(\gamma; a_k) \mathcal{R}(f; a_k) \quad (\text{B.1})$$

表 B.1 附录中的表格示例

文件名	描述
thuthesis.dtx	模板的源文件，包括文档和注释
thuthesis.cls	模板文件
thuthesis-*.bst	BibTeX 参考文献表样式文件
thuthesis-*.bbx	BibLaTeX 参考文献表样式文件
thuthesis-*.cbx	BibLaTeX 引用样式文件

致 谢

衷心感谢导师 ××× 教授和物理系 ×× 副教授对本人的精心指导。他们的言传身教将使我终生受益。

在美国麻省理工学院化学系进行九个月的合作研究期间，承蒙 Robert Field 教授热心指导与帮助，不胜感激。

感谢 ××××× 实验室主任 ××× 教授，以及实验室全体老师和同窗们学的热情帮助和支持！

本课题承蒙国家自然科学基金资助，特此致谢。

声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名：_____ 日 期：_____

在学期间参加课题的研究成果

个人简历

197×年××月××日出生于四川××县。

1992年9月考入××大学化学系××化学专业，1996年7月本科毕业并获得理学学士学位。

1996年9月免试进入清华大学化学系攻读××化学博士至今。

在学期间完成的相关学术成果

学术论文：

- [1] Yang Y, Ren T L, Zhang L T, et al. Miniature microphone with silicon-based ferroelectric thin films[J]. Integrated Ferroelectrics, 2003, 52:229-235.
- [2] 杨轶, 张宁欣, 任天令, 等. 硅基铁电微声学器件中薄膜残余应力的研究 [J]. 中国机械工程, 2005, 16(14):1289-1291.
- [3] 杨轶, 张宁欣, 任天令, 等. 集成铁电器件中的关键工艺研究 [J]. 仪器仪表学报, 2003, 24(S4):192-193.
- [4] Yang Y, Ren T L, Zhu Y P, et al. PMUTs for handwriting recognition. In press[J]. (已被 Integrated Ferroelectrics 录用)

专利：

- [5] 任天令, 杨轶, 朱一平, 等. 硅基铁电微声学传感器畴极化区域控制和电极连接的方法: 中国, CN1602118A[P]. 2005-03-30.
- [6] Ren T L, Yang Y, Zhu Y P, et al. Piezoelectric micro acoustic sensor based on ferroelectric materials: USA, No.11/215, 102[P]. (美国发明专利申请号.)