2018-2019 学年第一学期

大学物理（B）下 期末试卷（A 卷）答案

1 解（本题 10 分）：由一段载流直导线产生的磁场公式可知，ab 段直导线在 O 点产生的磁感应强度为

$$\boldsymbol{B}_1 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\boldsymbol{k}$$ 2 分

方向沿 z 轴负方向。同理 de 段直导线在 O 点产生的磁感应强度为

$$\boldsymbol{B}_3 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\boldsymbol{k}$$ 2 分

方向沿 z 轴负方向。又 bcd 半圆弧段在 O 点产生的磁感应强度为

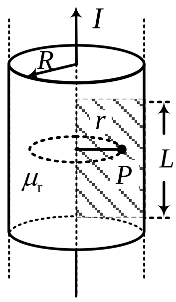
$$\boldsymbol{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{4R}\boldsymbol{i}$$ 3 分

方向沿 x 轴负方向。所以 O 点处的总磁感强度为

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{B}_3 = -\frac{\mu_0 I}{4R}\boldsymbol{i} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\boldsymbol{k} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\boldsymbol{k} = -\frac{\mu_0 I}{4R}\boldsymbol{i} - \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\boldsymbol{k}$$ 3 分

2 解（本题 10 分）：（1）在与导线垂直的平面内任取一个以轴线为圆心，半径为 r 的圆周为闭合回路。由对称性可知，圆周上各处的磁场强度的大小相等，方向沿圆周的切线方向并且与 I 成右手螺旋关系。根据磁介质中的安培环路定理 $\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{L} = \sum I_C$，可得

$$H\cdot 2\pi r = \sum I_C \quad ，即 \quad H = \frac{1}{2\pi r}\sum I_C$$ 2 分



第 2 题解图

当 $r < R$ 时，$\sum I_C = \frac{r^2}{R^2}I$，所以

$$H = \frac{I}{2\pi R^2}r \quad , \quad B = \mu_0\mu_r H = \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi R^2}r$$ 2 分

同理可知，当 $r > R$ 时，$\sum I_C = I$，且空气中 $\mu_r = 1$，所以

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad , \quad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$ 2 分

（2）在图中阴影区域内，取一个长为 L，宽为 $\mathrm{d}r$ 的窄条形状的面元 $\mathrm{d}S = L\mathrm{d}r$，通过该面元的磁通量为

$$\mathrm{d}\Phi = \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi R^2}r\cdot L\mathrm{d}r$$ 2 分

通过整个阴影区域的磁通量为

$$\Phi = \int \mathrm{d}\Phi = \int_0^R \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi R^2}r\cdot L\mathrm{d}r = \frac{\mu_0\mu_r IL}{4\pi}$$ 2 分

3 解（本题 10 分）：（1）设无限长直导线中通以电流 I，由安培环路定理可得该电流在螺绕环内产生的磁场为

$$B = \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}$$ 3 分

该磁场在螺绕环中产生的磁链为

$$\Psi = N\Phi = N\iint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = N\int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r} h\mathrm{d}r = \frac{\mu_0\mu_r NIh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$ 2 分

所以长直导线与螺绕环之间的互感系数为

$$M = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu_0\mu_r Nh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$ 2 分

（2）当螺绕环通以 $I = I_0 \sin\omega t$ 的电流时，在长直导线中引起的感应电动势为

$$\varepsilon_i = -M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0\mu_r Nh\omega I_0}{2\pi}\cos\omega t\cdot\ln\frac{R_2}{R_1}$$ 3 分

（1）解法二：本题也可以假设螺绕环通电流 I，求出在该电流在螺绕环内的磁场 $B = \frac{\mu_0\mu_r NI}{2\pi r}$，然后求该磁场通过无限长载流直导线回路内的磁通量

$$\Psi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0\mu_r NI}{2\pi r} h\mathrm{d}r = \frac{\mu_0\mu_r NIh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

最后求互感系数 $M = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu_0\mu_r Nh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$。给分方法同上。

4 解（本题 10 分）：

（1）因为 $n_{空气} < n_{MgF_2} < n_{玻璃}$，反射光干涉中附加光程差 $\delta'_{反} = 0$ 1 分

所以总光程差为 $\delta_{反} = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}$ 2 分

由干涉加强条件 $\delta = k\lambda$，可得 $2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}=k\lambda$ 1 分

由此得薄膜的可能厚度为 $e = \frac{k\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}}$ （$k = 1,2,3\cdots$） 1 分

当 $k = 1$，可得薄膜的最小厚度为

$$e_{\min} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}} = \frac{552\times10^{-9}}{2\sqrt{1.38^2 - \sin^2 45^\circ}} = 233\mathrm{nm}$$ 1 分

（2）当太阳光照射垂直该薄膜时，由反射光干涉加强条件可得

$$2e_{\min}n_2 = k\lambda$$ （$k = 1,2,3\cdots$） 2 分

$$\lambda = \frac{2n_2e_{\min}}{k}$$ 1 分

当 $k = 1$ 时，$\lambda_1 = \frac{2n_2e_{\min}}{1} = 2\times1.38\times233\mathrm{nm} = 643\mathrm{nm}$

当 $k = 2$ 时，$\lambda_2 = \frac{2n_2e_{\min}}{2} = 322\mathrm{nm}$

由此可得可见光中只有波长为 $643\mathrm{nm}$ 的光被反射加强了。 1 分

5 解（本题 12 分）：（1）由光栅方程$(a+b)\sin\theta = k\lambda$，得

$$a+b=\frac{k\lambda}{\sin\theta}=\frac{3\times 600\times 10^{-6}}{\sin 30^{\circ}}\,\text{mm}=3.60\times 10^{-3}\,\text{mm} \qquad 3\text{ 分}$$

所以每 mm 内透光缝的数目为： $1/(a+b)=278$ 条/mm 2 分

（2）由第 4 级缺级，其对应的衍射角θ'必同时满足

$$(a+b)\sin\theta' = 4\lambda \quad 及 \quad a\sin\theta' = k'\lambda \qquad 2\text{ 分}$$

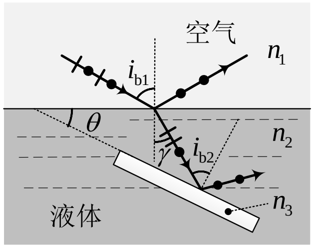
所以透光缝的最小宽度为： $a=\dfrac{a+b}{4}=9.0\times 10^{-4}\,\text{mm}$ 2 分

（3）因为此光栅衍射的最大级次为 $k_{\max}=\dfrac{(a+b)\sin 90^{\circ}}{\lambda}=6$ 1 分

考虑到$k=4$缺级，且在$\theta=\pm\pi/2$处，$k=\pm 6$级也看不到，所以实际呈现$k=0$、± 1、± 2、± 3、± 5共 9 条明纹。 2 分

6 解（本题 12 分）：由折射定律可知，发生全反射时的临界角满足：$n_2 \sin i_C = n_1 \sin \pi/2$，所以该液体的折射率为

$$n_2=\frac{n_1}{\sin i_C}=7/5=1.40 \qquad 2\text{ 分}$$



第 6 题解图

要使从液体表面和玻璃表面的反射光均为线偏振光，两个入射角需均为布儒斯特角。从空气到液体的布儒斯特角为

$$i_{b1}=\arctan(n_2/n_1)=\arctan(1.40/1.00)=54.5^{\circ}\ （54^{\circ}28'） \qquad 3\text{ 分}$$

且折射角 $\gamma = 90^{\circ}-i_{b1}=35.5^{\circ}\,(35^{\circ}32')$ 3 分

从液体到玻璃的布儒斯特角为 $i_{b2}=\arctan(n_3/n_2)=\arctan(1.67/1.40)=50.0^{\circ}\ (50^{\circ}1')$ 2 分

又由三角形的内角和定理，可知 $\theta+\left(90^{\circ}+\gamma\right)+\left(90^{\circ}-i_{b2}\right)=180^{\circ}$ 1 分

所以玻璃面与液面之间的夹角为 $\theta = i_{b_2}-r=i_{b_2}+i_{b_1}-90^{\circ}=14.5^{\circ}\,(14^{\circ}29')$ 1 分

7 解（本题 12 分） （1）地面上的观察者测得飞船的船身长度为

$$L=L_0\sqrt{1-\left(v_0/c\right)^2}=54.0\text{m} \qquad 3\text{ 分}$$

（2）观测站中的观察者测得飞船的船身通过观测站的时间为

$$\Delta t = L/v_0 = 2.25\times 10^{-7}\,\text{s} \qquad 3\text{ 分}$$

（3）以地面作为 S 系，飞船 A 作为S'系，飞船 B 作为研究对象，由题意可知，$v=v_0=0.8c$，$u_x=-v_0=-0.8c$，则飞船 B 相对于 A 的速度为

$$u'_x=\frac{u_x-v}{1-\dfrac{u_x v}{c^2}}=\frac{-0.8c-0.8c}{1+0.8^2}=-\frac{40}{41}c\ （-0.976c） \qquad 2\text{ 分}$$

所以飞船 A 中的宇航员测得飞船 B 的船身长度为

$$L' = L_0\sqrt{1-\left(u_x'/c\right)^2} = 19.8\mathrm{m}$$ 2 分

飞船 A 中的宇航员测得飞船 B 通过飞船 A 的时间为

$$\Delta t = \frac{L_0 + L'}{\left|u_x'\right|} = \frac{90.0+19.8}{0.976\times 3\times 10^8}\mathrm{s} = 3.75\times 10^{-7}\mathrm{s}$$ 2 分

8 解（本题 12 分）：由题意可知，该金属的截止波长为 500nm，对应的截止频率为

$$\nu_0 = c/\lambda = 6.00\times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$$

由此可得，该金属的逸出功为 $A = h\nu_0 = 3.98\times 10^{-19}\,\mathrm{J}$ 3 分

由光电效应方程 $\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - A = h\frac{c}{\lambda} - A$ 3 分

又 $\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eU_a$ 2 分

所以此单色光的频率为

$$\nu = \frac{\frac{1}{2}mv_{\max}^2 + A}{h} = \frac{eU_a + h\nu_0}{h} = \frac{1.6\times 10^{-19}\times 3 + 3.98\times 10^{-19}}{6.63\times 10^{-34}} = 1.32\times 10^{15}\,\mathrm{Hz}$$ 2 分

波长为 $\lambda = c/\nu = 2.27\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$ 2 分

9 解（本题 12 分）：（1）由爱因斯坦的光子方程和物质波关系式可知，波长为 λ 的电子和光子，其动量均为

$$p_{光子} = p_{电子} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times 10^{-34}}{2.00\times 10^{-11}} = 3.32\times 10^{-23}(\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}})$$ 4 分

（2）光子的能量为 $E_{光子} = h\nu = pc = 3.32\times 10^{-23}\times 3\times 10^8 = 9.96\times 10^{-15}\,\mathrm{J} = 6.23\times 10^4\,\mathrm{eV}$ 2 分

电子的动能为 $E_\mathrm{k} = \frac{p^2}{2m} = \frac{(3.32\times 10^{-23})^2}{2\times 9.11\times 10^{-31}} = 6.05\times 10^{-16}\,\mathrm{J} = 3.78\times 10^3\,\mathrm{eV}$ 2 分

（3）由 $p = \frac{h}{\lambda}$ 可知，电子动量的不确定量为 $\Delta p = \frac{h}{\lambda^2}\Delta\lambda$ 2 分

再由位置和动量的不确定关系 $\Delta x\cdot\Delta p \ge \hbar/2$，可得电子位置的不确定量为

$$\Delta x \ge \frac{\hbar}{2\Delta p} = \frac{h}{4\pi}\cdot\frac{\lambda^2}{h\Delta\lambda} = 3.18\times 10^{-9}\,\mathrm{m}$$ 2 分

评分标准：若用 $\Delta x\cdot\Delta p \ge h$ 进行估算，不扣分。