武汉大学 2016-2017 学年第二学期期末考试高等数学 B2 试题（A）

1、（8 分）设 $\vec{a}=(2,-3,1)$，$\vec{b}=(1,-2,3)$，$\vec{c}=(2,1,2)$，求同时垂直于 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$，且在向量 $\vec{c}$ 上投影是 14 的向量 $\vec{d}$.

2、（10 分）讨论极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{x^4y^4}{(x^2+y^4)^3}$ 的存在性，若存在求出极限，若不存在说明理由。

3、（8 分）过直线 $l:\begin{cases}x+y-z=0\\ x+2y+z=0\end{cases}$ 作两个互相垂直的平面，且其中一个过已知点 $M_1(0,1,-1)$，求这两个平面的方程。

4、（10 分）设函数 $f(u,v)$ 由关系式 $f(xg(y),y)=x+g(y)$ 确定，其中函数 $g(y)$ 可微，且 $g(y)\neq 0$，求 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial v\partial u}$.

5、（8 分）设 $u=f(x,y,z)$，$y=\ln x$，$h(\sin x,e^y,z)=0$，且 $\dfrac{\partial h}{\partial z}\neq 0$，求 $\mathrm{d}u$。

6、（10 分）在椭球面 $2x^2+2y^2+z^2=1$ 上求一点，使函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 在该点沿方向 $\vec{l}=\vec{i}-\vec{j}$ 的方向导数最大。

7、（10 分）设区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 4, x\ge 0\}$，计算二重积分 $\iint\limits_D \dfrac{1+xy}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$。

8、（8 分）计算曲线积分 $\int_L e^x\left(\cos y\mathrm{d}x-\sin y\mathrm{d}y\right)$，其中 L 是从坐标原点起，经曲线 $y=x^2$ 到点 (a,a^2) 的路径.

9、（10 分）试将函数 $f(x)=\ln(1+x+x^2)$ 展开成 x 的幂级数。

10、（10 分）计算曲面积分 $I=\iint\limits_S 2x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3(z^2-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 S 是曲面 $z=4-x^2-y^2(z\ge 0)$ 的上侧。

11、（8 分）设 $a_n<b_n<c_n, n=1,2,\ldots$，证明：若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n$ 收敛，则必有 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛，且有 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\le\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\le\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n$.