2018-2019 高等数学 B2 期末试题解

1、(10 分) 求曲面 $x^2+y^2+z^2-3x=0$ 在点 $M(1,1,1)$ 处的切平面方程，并求该曲面与平面 $2x-3y+5z-4=0$ 的交线在点 $M(1,1,1)$ 的切线方程。

2、(8 分) 设函数 $z=f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，$u=x+y, v=x\sin y$，计算 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$。

。

3、(9 分) 设函数 $f(x,y)=2x^2-6xy+5y^2-2x+2y+3$

1) 求函数 $f(x,y)$ 的极值;

2) 写出 $f(x,y)$ 在条件 $x^2+y^2=1$ 下的极值问题的拉格朗日函数（无需求出条件极值）。

4、(9 分) 计算二重积分 $I=\iint_D\left(e^y\sin x+\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$，其中 $D=\left\{(x,y)\middle|1\le x^2+y^2\le 4\right\}$。

5、(9 分) 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}\min\{z,1\}\,dxdydz$，其中 Ω 为 $z=2-(x^2+y^2)$ 与 $z=0$ 所围成的区域。

。

6、(8 分) 计算第一类曲线积分 $\int\limits_{\Gamma}(x^2+2y^2)\mathrm{ds}$，其中 Γ 为圆周 $x^2+y^2+z^2=R^2, x+y+z=0$。

7、(9 分) 计算积分 $\int\limits_L 2x(y+\cos y)dx-x^2\sin y dy$，其中 $L: y=\sqrt{2x-x^2}$ 从 $(0,0)$ 到 $(2,0)$。

8、（9 分）计算积分 $I=\iint\limits_{S} x^2dydz+2ydzdx+zdxdy$，$S$ 为半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 取上侧。

9、（9 分）将函数 $f(x)=\dfrac{3x}{(2-x)(2x-1)}$ 展开成 x 的幂级数，并写出该幂级数的收敛域。

10、（10 分）已知 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2,(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\pi}{3},\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}$，计算 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 以及 $(\vec{a}\times\vec{c})\cdot\vec{b}$ 。

11、（10 分）设 $S(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(2n-1)!!}{(2n)!!}x^n$ （令 $(-1)!!=0!!=1,n$ 为正整数时 $(2n)!!=2\cdot4\cdots(2n-2)(2n)$，$(2n-1)!!=1\cdot3\cdots(2n-3)(2n-1)$，考虑如下问题:

1）求此级数的收敛半径;

2）证明 $S(x)$ 满足 $2(1-x)S'(x)=S(x)$；

3）计算 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(2n)!}{(n!)^2 2^{4n}}$。