武汉大学 2021 --2022 学年第 一 学期

大学物理 C1（下）期末试卷 （ A 卷）

参考答案

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，合计 30 分）

1-5： BDACC　**6-10：** CBBAC

二、填空题（本大题共 7 个小题，双空题 4 分、单空题 3 分，合计 24 分）

11：$\dfrac{\mu_0 I}{8R}+\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$　(3 分)、 垂直纸面向里　(1 分)

12：$\pi R^2 NBI$　(3 分) 竖直向下　(1 分)

13：897 V　(3 分)

14：99.6　(3 分)

15：820　(3 分)

16：6.79×10^{-7}　(3 分)

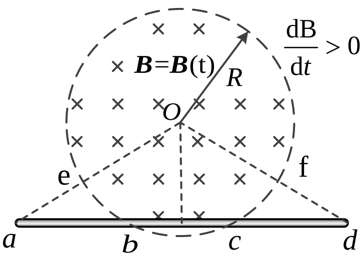
17：$(\mu_r-1)nI$　(3 分)、从左向右观察沿顺时针方向 或 与线圈中的电流方向相反　(1 分)

三、计算题（本大题共 5 小题，合计 46 分）

18、解（本题 10 分）：

（1）棒端 a 处在圆柱形均匀磁场区域的外面，由于此变化磁场及其激发的感生电场均具有“无限长”的轴对称性，且感生电场的电场线为闭合曲线，为此在导体棒所在的平面内，作一个以 O 为圆心，oa 为半径的圆周为闭合曲线，由

$$\oint_L \boldsymbol{E}_B\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=2\pi rE_B=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$　1 分



再由图中的几何关系容易得到

$$r=Oa=\sqrt{3}R,\ 且\ \ \Phi=\pi R^2 B$$　1 分

由此可得 a 处感生电场的大小为

$$E_B=-\frac{1}{2\pi r}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\sqrt{3}}{6}R\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$　1 分

方向垂直 oa 沿圆形回路逆时针的切线方向。　1 分

（2）方法一：用法拉第电磁感应定律求解

假想用导线连接 Oa 、 Od ，构成一个三角形导体回路 Oad 。则通过此回路的磁通量为

$$\Phi = B(S_{\text{扇形Oeb}} + S_{\text{三角形Obc}} + S_{\text{扇形Ocf}}) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}\right)BR^2 \qquad 1\text{ 分}$$

由法拉第电磁感应定律，回路中的总感应电动势的大小为

$$\varepsilon_i = \left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right| = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}\right)R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad 2\text{ 分}$$

又 $\varepsilon_i = \varepsilon_{Oa} + \varepsilon_{ad} + \varepsilon_{dO}$，同时注意到，$Oa$ 、Od 沿径向放置，与感生电场方向垂直，所以

$$\varepsilon_{Oa} = \varepsilon_{dO} = 0 \qquad 1\text{ 分}$$

由此得棒 ad 上的感生电动势的大小为

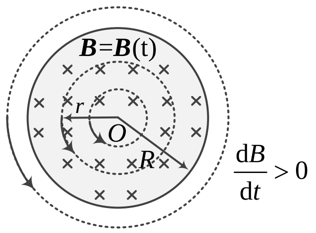
$$\varepsilon_{ad} = \varepsilon_i = (\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6})R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad 1\text{ 分}$$

棒 ad 上的感生电动势的方向由 $a \to d$ 。 1 分

（方法二）先求感生电场 $\boldsymbol{E}_B$ 的空间分布，然后用 $\varepsilon_{ab} = \int_a^b E_B \cdot dl$ 求感生电动势

由于该磁场及其激发的感生电场的分布均具有轴对称性，利用（1）中的方法，可得感生电场的分布为

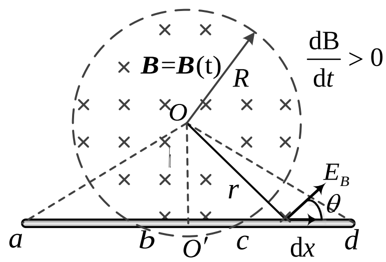
$$E_B = \begin{cases} -\dfrac{r}{2}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & \text{当 } r < R \text{ 时} \\ -\dfrac{R^2}{2r}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & \text{当 } r > R \text{ 时} \end{cases} \qquad 1\text{分}$$



$\boldsymbol{E}_B$ 的方向均沿圆周逆时针的切线方向。

以圆心 O 到棒的垂足 O' 为坐标原点建立 x 轴，在棒上距 O' 为 x 处取一“棒元”$\mathrm{d}x$ 。则该“棒元”上的感生电动势为

$$\mathrm{d}\varepsilon = \boldsymbol{E}_B \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{x} = E_B \cos\theta \mathrm{d}x \qquad 2\text{ 分}$$



所以 ad 上的感生电动势为

$$\varepsilon_{ad} = \int \mathrm{d}\varepsilon = \int_{-3R/2}^{-R/2}\frac{R^2}{2r}\frac{h}{r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x + \int_{-R/2}^{R/2}\frac{h}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x + \int_{R/2}^{3R/2}\frac{R^2}{2r}\frac{h}{r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}\right)R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad 2\text{ 分}$$

方向由 $a \to d$ 。 1 分

19、解（本题 8 分）：(1) 方法一：

根据明纹条件 $x = k\lambda D / d$ 1 分

中央明纹两侧的两条第 6 级明纹中心的间距为

$$\Delta x_{6--6} = x_6 - x_{-6} = 12D\lambda / d = 7.20\times10^{-2}\,\mathrm{m} \qquad 2\text{ 分}$$

方法二：

由杨氏双缝干涉相邻条纹间距公式 $\Delta x = D\lambda / d$ 1 分

得，中央明纹两侧的两条第 6 级明纹中心的间距为

$$\Delta x_{6--6} = 12\Delta x = 12D\lambda / d = 7.20\times10^{-2}\,\mathrm{m} \qquad 2\text{ 分}$$

(2) 覆盖薄膜后，零级明纹应满足：$(n-1)e + r_1 = r_2$ 2 分

设不盖薄膜时，假设此点处为第 k 级明纹，则应有

$$r_2 - r_1 = k\lambda \qquad 2\text{ 分}$$

所以 $(n-1)e = k\lambda$，得 $k = (n-1)e/\lambda = 5$

即零级明纹移到原来的第 5 级明纹处 1 分

20、解（本题 10 分）：（1）单缝衍射 1 级暗纹中心对应的衍射角 θ 满足 $a\sin\theta = \pm\lambda$ 2 分

两中心在屏幕上坐标为 $x = f\tan\theta$ 1 分

由于 $\lambda << a$，有 $\tan\theta \approx \sin\theta$

∴中央明纹宽度为 $\Delta x = \dfrac{2f\lambda}{a} = 12\mathrm{cm}$ 1 分

（2）由题意，光栅常数为 $d = 1.000\mathrm{cm}/400 = 2.50\times10^{-5}\,\mathrm{m}$ 1 分

根据光栅方程 $d\sin\theta = k\lambda$，得

$$|k| = \frac{d}{\lambda}|\sin\theta| \le \frac{d}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{a} = 2.5 \qquad 2\text{ 分}$$

共有 $k = 0, \pm1, \pm2$ 等 5 个主极大。 1 分

（3）根据光栅方程 $d\sin\theta = k\lambda$，和单缝衍射暗纹公式 $a\sin\theta = \pm k'\lambda$，得光栅衍射的缺级条件为

$$|k| = \frac{d}{a}|k'| = \frac{5}{2}|k'|$$

当 $|k'| = 2, 4, 6, \cdots$，时，有 $|k| = 5, 10, 15, \cdots$ 1 分

所以此光栅衍射出现缺级的最低级次为第 5 级。 1 分

21、解（本题 10 分）：（1）由康普顿波长偏移公式

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) \qquad 3\text{ 分}$$

得散射光的波长为

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = 3.00\times10^{-12} + \frac{6.626\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times3.00\times10^{8}}(1-\cos60^\circ) = 4.21\times10^{-12}\,\mathrm{m} \qquad 1\text{ 分}$$

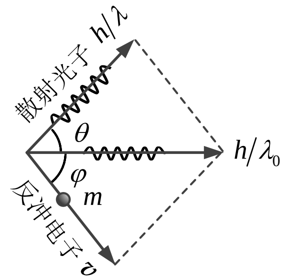
（2）由能量守恒，可得反冲电子获得的动能为

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = h\frac{c}{\lambda_0} - h\frac{c}{\lambda} = 1.91\times10^{-14}\,\mathrm{J} = 1.19\times10^{5}\,\mathrm{eV} \qquad 3\text{ 分}$$

（3）**方法一：**由光子与自由电子碰撞时动量守恒可得反冲电子的动量大小为

$$p_e=\sqrt{p_\lambda^2+p_{\lambda 0}^2-2p_\lambda p_{\lambda 0}\cos\theta}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2+\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2-2\frac{h^2}{\lambda\lambda_0}\cos\theta}=1.97\times10^{-22}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$ 2+1 分



方法二：由相对论能量动量关系式：

$$p_e=\sqrt{2m_0E_k\left(1+\frac{E_k}{2m_0c^2}\right)}=1.97\times10^{-22}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$ 2+1 分

评分标准：因 $E_k=1.19\times10^5\,\mathrm{eV}$ 接近于电子的静止能量 0.51MeV，所以若不考虑相对论效应求解，方法二不给分。

22、（本题 8 分）解：（1）由波函数的统计解释，$n=3$ 时，势阱中粒子的概率密度函数为

$$p(x,t)=|\Psi_3(x)|^2=\frac{2}{a}\sin^2\frac{3\pi x}{a}$$ 2 分

不难看出：当 $\sin^2\frac{3\pi x}{a}=1$ 时，即 $\frac{3\pi x}{a}=\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3\pi}{2}$ 或 $\frac{5\pi}{2}$ 时，$p(x,t)$ 最大。由此得粒子出现概率最大的位置是

$$x=a/6 \text{ 或 } 3a/6 \text{ 或 } 5a/6$$ 2 分

评分标准：少或错一个扣 1 分，少或错 2 个及以上，不给分。

（2）当 $n=3$ 时，在 $a/3<x<a/2$ 区间内粒子出现的概率为

$$P=\int_{a/3}^{a/2}|\Psi_3(x)|^2\mathrm{d}x=\int_{a/3}^{a/2}\frac{2}{a}\sin^2\frac{3\pi x}{a}\mathrm{d}x$$ 3 分

$$=\frac{1}{a}\int_{a/3}^{a/2}\left(1-\cos2\frac{3\pi x}{a}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{6}$$ 1 分