2017-2018 学年第二学期

大学物理（B）上 期末试卷（A 卷）参考答案

1. 解（本题 10 分）（1） 因为质点的速率：$v=\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=2.0+3.0t^2$（SI） 2 分

所以质点的角速度为： $\omega=\dfrac{v}{R}=0.20+0.30t^2$ （SI） 2 分

（2）切向加速度 $a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=6.0t$ （SI） 2 分

法向加速度 $a_n=\dfrac{v^2}{R}=0.40+1.2t^2+0.90t^4$ （SI） 2 分

所以 $t=1\ \mathrm{s}$ 时的加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_\tau^2(1)+a_n^2(1)}=\sqrt{6.0^2+2.5^2}=6.5\ (\mathrm{m/s^2})$$ 2 分

2 解（本题 8 分）由 $\boldsymbol{F}=m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\boldsymbol{F}}{m}=A\cos\omega t\boldsymbol{i}+B\boldsymbol{j}$$ 2 分

对上式分离变量，并取定积分

$$\int_0^{\boldsymbol{v}}\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t\left(A\cos\omega t\boldsymbol{i}+B\boldsymbol{j}\right)\mathrm{d}t$$

积分得： $$\boldsymbol{v}=\frac{A}{\omega}\sin\omega t\boldsymbol{i}+Bt\boldsymbol{j}\ \ (\mathrm{SI})$$ 2 分

又： $$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{A}{\omega}\sin\omega t\boldsymbol{i}+Bt\boldsymbol{j}\ \ (\mathrm{SI})$$ 2 分

所以： $$\int_0^{\boldsymbol{r}}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t\left(\frac{A}{\omega}\sin\omega t\boldsymbol{i}+Bt\boldsymbol{j}\right)\mathrm{d}t\ \ (\mathrm{SI})$$

积分得： $$\boldsymbol{r}=\frac{A}{\omega^2}\left(1-\cos\omega t\right)\boldsymbol{i}+\frac{1}{2}Bt^2\boldsymbol{j}\ \ (\mathrm{SI})$$ 2 分

评分细则：（1）若用分量式求解，没有错误不扣分；

（2）若矢量书写不规范（如缺少箭头），扣 1-2 分（矢量箭头基本没有扣 2 分）

3 解（本题 8 分）：由题设阻力与钉子进入木板的深度成正比，所以有

$$F_f = -kx \qquad 2\text{ 分}$$

第一次敲打后钉子进入木板的深度为 $x_1 = 1.00\times10^{-2}\,\text{m}$；设第二次敲击钉入木板的深度为 x_2。因两次敲击时锤子的速度相同，由动能定理可知锤子克服摩擦力做功相等。

即：
$$\int_0^{x_1} -kx\,\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_1+\Delta x} -kx\,\mathrm{d}x \qquad 4\text{ 分}$$

由此可得：
$$x_2 = \sqrt{2}x_1 = 1.41\times10^{-2}\,\text{m} \qquad 1\text{ 分}$$

所以第二次敲击后钉子的深度增加了：$\Delta x = x_2 - x_1 = 0.41\,\text{m}$　　1 分

4.解　（本题 10 分）（1）对斜面上的物体、滑轮、重物分别用隔离体法进行受力分析，如图所示。设两物体的加速度为 a、滑轮的角加速度为 α，由牛顿运动定律和转动定律，可得

$$m_1 g - F_{T1} = m_1 a \qquad (1) \qquad 1\text{ 分}$$

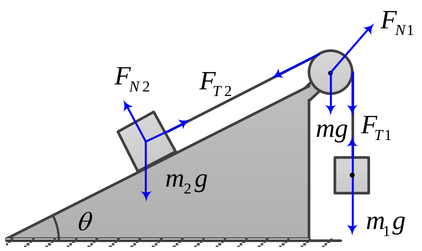
$$F_{T2} - m_2 g\sin\theta = m_2 a \qquad (2) \qquad 1\text{ 分}$$

$$F_{T1}r - F_{T2}r = I\alpha \qquad (3) \qquad 2\text{ 分}$$

又
$$a = r\alpha \qquad 1\text{ 分}$$

解上述方程组可得滑轮的角加速度为

$$\alpha = \frac{2m_1 - 2m_2\sin\theta}{\left(2m_1 + 2m_2 + m\right)r}g \qquad (4) \qquad 2\text{ 分}$$



第 4 题解图

（2）由于 α 是常量，滑轮从静止开始作匀变速转动，所以角位移为

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{\left(m_A - m_B\sin\theta\right)gt^2}{\left(m + 2m_A + 2m_B\right)r} \qquad (5) \qquad 2+1\text{ 分}$$

评分细则：若在（1）—（3）中的某式出现正负号错误，导致（4）式错误，则该两式均不给分，但在（5）式处不重复扣分。

5 解（本题 10 分）：设简谐振动的表达式为

$$x = A\cos\left(\omega t+\varphi\right) \qquad （1）\quad 1 分$$

因为$F=-kx$，故： $k=F_0/x_0=0.1/0.05=2$ （$\mathrm{N\cdot m^{-1}}$） （2） 1 分

所以振动角频率为：$\omega=\sqrt{k/m}=\sqrt{2/0.02}=10$ （$\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$） （3） 1 分 【2 分】

设E为振动系统的总能量，则：$E_k+E_p=E$ （4） 1 分

由题意可知： $E_{0k}=3E_{0p}$

故$E=4E_{0p}$，即： $\dfrac{1}{2}kA^2=4\cdot\dfrac{1}{2}kx_0^2$ （5） 1 分

所以振幅： $A=2x_0=2\times0.05=0.1$ （m） （6） 1 分 【3 分】

由题意，并结合上述结论可知，当$t=0$时

$$x_0=A\cos\varphi=A/2 \qquad （7）\quad 1 分$$

$$v_0=-A\omega\sin\varphi>0 \qquad （8）\quad 1 分$$

应用旋转矢量法可求出初相位：$\varphi=-\pi/3$ 或 $5\pi/3$ （9） 1 分 【3 分】

故此简谐振动的表达式为： $x=0.1\cos\left(10t-\pi/3\right)$ m （10） 1 分

或： $x=0.1\cos\left(10t+5\pi/3\right)$ m

评分细则：若在A、ω、φ三项中有一个错了，则第（10）式也不给分。若第 1 式没有给出，但过程和结果均正确，则视同（1）式已给出。

6 解：（本题 12 分）（1） 由题意可知，该平面简谐波沿x轴负向运动，且在$x=0$处反射，所以该波在反射点（即$x=0$处）的振动初相位为$\varphi_{入}=0$。由于反射端为固定端，反射时有半波损失，所以反射波在反射点的初相位为

$$\varphi_{反}=\varphi_{入}+\pi=\pi \qquad （1）\quad 1 分$$

所以反射波的波函数为 $y_{反}\left(x,t\right)=A\cos\left[2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right)+\pi\right]$ （2） 2 分

（2）合成的驻波方程为

$$y_{合}\left(x,t\right)=y_{入}\left(x,t\right)+y_{反}\left(x,t\right)=2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T}+\frac{\pi}{2}\right) \qquad （3）\quad 3 分$$

（3）**（方法一）**由驻波方程可知，波腹位置满足

$$\left|\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}\right)\right|=1，即 \frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}=k\pi \qquad （4） \qquad 2 分$$

即： $x=(2k+1)\lambda/4$ $k=0$、1、2、… （5） 1 分

波节位置满足： $\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}\right)=0$，即 $\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}=\left(2k-1\right)\frac{\pi}{2}$ （6） 2 分

即： $x=k\cdot\lambda/2$ $k=0$、1、2、… （7） 1 分

方法二：用驻波的特点来求波腹、波节的位置

由驻波特点可知：相邻两个波节或波腹之间的距离均为入射波波长的一半。且反射点（$x=0$ 处）为波节 2 分

所以波节的位置条件为 $x=k\cdot\lambda/2$ $k=0$、1、2、… 2 分

所以波腹的位置条件为 $x=\lambda/4+k\cdot\lambda/2$ $k=0$、1、2、… 2 分

评分细则：本题答案具有关联性。如果（1）式错误，则（2）式也不给分；但（3）—（7）在错误的（2）式的基础上求解时，如果思路正确，没有出现新的错误，原则上不重复扣分。

7 解（本题 10 分）：设容器中氧气的质量为m，温度为T，则氧气的内能为

$$E=\frac{m}{M}\frac{5}{2}RT \qquad （1） \qquad 2 分$$

假设重新达到热平衡后，氧气的温度增加ΔT，由题意得

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{m}{M}\frac{5}{2}R\Delta T \qquad （2） \qquad 2 分$$

【4 分】

$$\Delta T=\frac{Mv^2}{5R}=\frac{32\times10^{-3}\times100^2}{5\times8.31}=7.70\text{K} \qquad （3） \qquad 2 分$$

在标准状态下，氧气的温度$T_0=273.15\ \text{K}$，压强$p_0=1.013\times10^5\ \text{Pa}$，由此得

容器内氧气的温度为： $T=T_0+\Delta T=280.85\text{K}$ （4） 1 分

因为容器的体积不变，所以由理想气体的物态方程$\frac{pV}{T}=\frac{p_0V_0}{T_0}$，得氧气的压强为

$$p=p_0\frac{T}{T_0}=1.04\times10^5\ \text{Pa} \qquad （5） \qquad 2+1 分$$

评分细则：① 若以$T_0=273\text{K}$进行计算，不扣分； ② 若（1）式错成$E=\frac{m}{M}\frac{3}{2}RT$，则（1）、（2）两式均不给分，但在（3）—（5）式处，若没有新的错误不重复扣分。

8 解（本题 10 分）（1）气体吸收的热量为

$$Q_1=\frac{m}{M}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=2.00\times8.31\times400\times\ln\frac{5.00}{1.00}=1.07\times10^4\ \text{(J)}\qquad 2+1\text{ 分}$$

（2）因卡诺循环的效率为： $\eta=\dfrac{A}{Q_1}=1-\dfrac{T_2}{T_1}$ 2 分

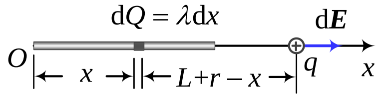
所以对外做的净功为： $A=\eta Q_1=\left(1-\dfrac{T_2}{T_1}\right)Q_1=2.67\times10^3\ \text{J}$ 1+1 分 【3+1 分】

（3）传给低温热源的热量为： $Q_2=Q_1-W=8.03\times10^3\ \text{J}$ 2+1 分

评分细则：本题为简单送分题，三个数值结果，错那扣那。不强调有效数字。

9 解（本题 10 分）（1）在细棒上距离 O 为 x 处取一个长为 $\mathrm{d}x$ 的电荷元，如图所示，其所带电量为：$\mathrm{d}Q=\dfrac{Q}{L}\mathrm{d}x$，则此电荷元在试探电荷 q_0 处产生的电场强度为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{d}Q}{(L+r-x)^2}\boldsymbol{i}\qquad 2\text{ 分}$$



习题10.21解图

由场强叠加原理，q_0 处的总电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L\frac{\mathrm{d}x}{L(L+r-x)^2}\boldsymbol{i}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{L+r}\right)\boldsymbol{i}\qquad 2\text{ 分}$$

所以试探电荷受到的电场力为

$$\boldsymbol{F}=q_0\boldsymbol{E}=\frac{q_0Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{L+r}\right)\boldsymbol{i}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0Q}{r(L+r)}\boldsymbol{i}\qquad 2\text{ 分}$$

（2）电荷元 $\mathrm{d}Q$ 在 q_0 处产生的电势为

$$\mathrm{d}V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{d}Q}{(L+r-x)}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{(L+r-x)}\qquad 2\text{ 分}$$

由电势叠加原理，q_0 处的总电势为

$$V=\int\mathrm{d}V=\int_0^L\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{(L+r-x)}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{L+r}{r}\qquad 2\text{ 分}$$

评分细则：（1）中若没有指明场强或受力的方向扣 1 分。

10 解：（本题 12 分）（1）在电容器内部做一半径为 r，长为 l 的同轴闭合圆柱面为高斯面，忽略电场的边缘效应，由高斯定理：$\oiint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum Q_0$，可得

$$D=\frac{Q}{2\pi rL} \quad , \quad E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r rL}$$ （2+2 分）

（2）电势差：$$U=\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r rL}\mathrm{d}r=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}\ln\frac{R_2}{R_1}=3.5\times10^3\ \mathrm{V}$$ （2+1 分）

（3）电容：$$C=\frac{Q}{U}=2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L\Big/\ln\frac{R_2}{R_1}=5.7\times10^{-10}\,\mathrm{F}$$ （1+1 分）

（4）电容器储存的静电能：$$W_e=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}QU=3.5\times10^{-3}\ \mathrm{J}$$ (2+1 分）