武汉大学 2018 --2019 学年第 二 学期

大学物理 A（上）期末试卷 （ A 卷）

参考答案及评分标准

一、选择题（每题 3 分，共 10 小题 30 分）

1-10　C B A D A　A A B A D

二、填空题（共 6 个小题、 23 分）

11.（3 分）　$\dfrac{1}{v}=\dfrac{1}{v_0}-\dfrac{t}{R\tan\theta}$　或　$v=\dfrac{Rv_0\tan\theta}{R\tan\theta-v_0t}$

12.（4 分）$\boldsymbol{a}=4t\boldsymbol{i}$　2 分 ；　$\boldsymbol{r}=\dfrac{2}{3}t^3\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}$ (SI)　2 分

13.（4 分）　1m　2 分 ；　$\dfrac{\pi}{2}$　2 分

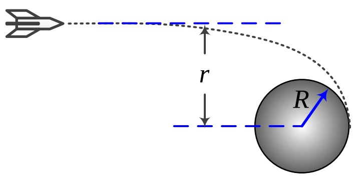
14.（4 分）　$\dfrac{5}{2}R=20.8\,\mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$　2 分 ；　kT　2 分

15.（4 分）不变　2 分 ；增加　2 分

16.（4 分）$\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{a+l}{a}$　3 分 ；　水平向左　1 分

三、计算题（共 5 题， 47 分）

17 解（本题 8 分）：飞船在飞行过程中只受星球对它的万有引力的作用，故飞船在飞行过程中满足角动量守恒和机械能守恒。　①　2 分



设飞船在着陆时的速度为v，则

$$mv_0r=mvR \quad ② \quad 2\text{ 分}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2-G\frac{Mm}{R} \quad ③ \quad 2\text{ 分}$$

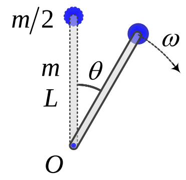
解此方程组可得

$$r=R\sqrt{1+\frac{2GM}{Rv_0^2}} \quad 1\text{ 分}$$

$$v=v_0\sqrt{1+\frac{2GM}{Rv_0^2}} \quad 1\text{ 分}$$

评分细则：若没有①，但正确写出了②和③式，则①处不扣分，相当于将这两分加在②③两式上。

18 解：（本题 8 分）棒和小球作为一个整体，对转轴的转动惯量为



$$I = I_{棒} + I_{球} = \frac{1}{3}mL^2 + \frac{m}{2}L^2 = \frac{5}{6}mL^2 \qquad 2 分$$

方法一：用转动定律求解

当棒与竖直线的夹角为θ时，棒与小球受到的重力对转轴的力矩为

$$M = mg\frac{L}{2}\sin\theta + \frac{m}{2}gL\sin\theta = mgL\sin\theta \qquad 2 分$$

由转动定律$M = I\alpha = I\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$，可得

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{M}{I} = \frac{6g}{5L}\sin\theta \qquad 2 分$$

作变量代换：$\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}$，由此得

$$\omega\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta} = \frac{6g}{5L}\sin\theta \qquad 1 分$$

将上式分离变量并取定积分，有 $\displaystyle\int_0^{\omega}\omega\mathrm{d}\omega = \int_0^{\theta}\frac{6g}{5L}\sin\theta\mathrm{d}\theta$

积分得棒的角速度为 $\omega = \sqrt{\dfrac{12g}{5L}(1-\cos\theta)}$ 1 分

方法二：用动能定理求解

棒从竖直位置倒下，转过角度θ的过程中，重力矩做的功为

$$A = \int_0^{\theta}\boldsymbol{M}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\theta} = \int_0^{\theta}M\mathrm{d}\theta = \int_0^{\theta}mgL\sin\theta\mathrm{d}\theta = mgL(1-\cos\theta) \qquad 2 分$$

由定轴转动刚体的动能定理

$$A = E_k - E_{k0} = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad 2 分$$

可得棒的角速度为 $\omega = \sqrt{\dfrac{2A}{I}} = \sqrt{\dfrac{12g}{5L}(1-\cos\theta)}$ 2 分

方法三：用机械能守恒定律求解

棒在转动过程中只有重力（或重力矩）做功，所以若以棒、球和地球作为一个系统，则系统的机械能守恒。 2 分

取转轴所在位置为重力势能的零势能点，则

$$\left(\frac{1}{2}mgL + \frac{m}{2}gL\right) = \frac{1}{2}I\omega^2 + \left(\frac{1}{2}mgL\cos\theta + \frac{m}{2}gL\cos\theta\right) \qquad 2 分$$

由此可得

$$\omega = \sqrt{\frac{12g}{5L}(1-\cos\theta)} \qquad 2 分$$

19 解.（本题 10 分）（130502C004）解：

由卡诺循环效率： $\eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$ 得 $\dfrac{T_2}{T_1} = 1 - \eta = 0.8$ 3 分

由绝热过程方程： $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$ 得 $\dfrac{V_3}{V_2} = \left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ 3 分

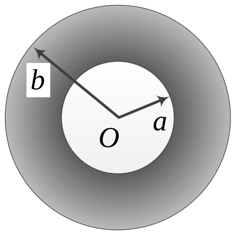
因此 $\dfrac{V_3}{V_2} = \left(\dfrac{1}{1-\eta}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ ①

对单原子理想气体 $\gamma = \dfrac{i+2}{2} = \dfrac{5}{3}$ 2 分

已知 $\eta = 0.2$，将γ、η 值代入①式得

$\dfrac{V_3}{V_2} \approx 1.4$ 2 分

20 解:（本题 10 分）（1）由对称性分析可知，本题中的场强分布具有球对称性，场强方向沿径向向外。为此，作一个半径r的同心球面为高斯面S，由高斯定理：$\oiint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 4\pi r^2 E = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum Q$，得



$E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sum Q$ 2 分

式中的$\sum Q$是高斯面S所包围的电量的代数和。

当$r<a$时，即在球壳的空腔内，$\sum Q = 0$ ，所以：$E = 0$ 1 分

当$a<r<b$，即在球壳内部，$\sum Q = \int \rho \mathrm{d}V = \int_a^r \rho_0 r \cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \pi\rho_0\left(r^4 - a^4\right)$

所以 $E = \dfrac{\rho_0}{4\varepsilon_0}\dfrac{r^4 - a^4}{r^2}$ 2 分

当$r>b$时，即在球壳外部，$\sum Q = \int \rho \mathrm{d}V = \int_a^b \rho_0 r \cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \pi\rho_0\left(b^4 - a^4\right)$

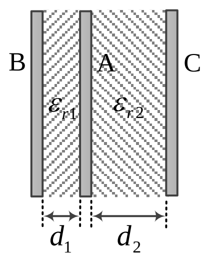
所以 $E = \dfrac{\rho_0}{4\varepsilon_0}\dfrac{b^4 - a^4}{r^2}$ 2 分

（2）球壳内外表面的电势差为

$$U_{ab} = \int_a^b \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_a^b \frac{\rho_0}{4\varepsilon_0}\frac{r^4 - a^4}{r^2}\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\rho_0}{4\varepsilon_0}\left[\frac{1}{3}\left(b^3 - a^3\right) + a^4\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\right] = \frac{\rho_0}{4\varepsilon_0}\left(\frac{1}{3}b^3 - \frac{4}{3}a^3 + \frac{a^4}{b}\right)$$ 2+1 分

21 解：（本题 11 分）设静电平衡时，A 板左右两侧的面电荷密度分别为σ_1和σ_2，则 B、C 两板在面对 A 板一侧表面的感应电荷密度分别为



$$\sigma_B = -\sigma_1 \quad , \quad \sigma_C = -\sigma_2$$

由高斯定理可得 AB 之间、AC 之间的电位移矢量和电场强度的大小分别为

$$D_1 = \sigma_1 \quad , \quad D_2 = \sigma_2$$

$$E_1 = \sigma_1/\varepsilon_0\varepsilon_{r1} \quad , \quad E_2 = \sigma_2/\varepsilon_0\varepsilon_{r2}$$ 4 分（各 2 份）

又因为：$U_{AB} = U_{AC}$，即 $$E_1 \cdot d_1 = E_2 \cdot d_2$$ 2 分

由此得 $$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_{r1} \cdot d_2}{\varepsilon_{r2} \cdot d_1}\sigma_2 = \sigma_2$$ 1 分

又由题意可知： $$\sigma_1 + \sigma_2 = Q_A/S$$ 1 分

所以 $$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Q_A}{2S}$$ 1 分

式中 S 为极板面积。所以 B、C 两板所带的感应电量为

$$Q_B = \sigma_B \cdot S = -\sigma_1 \cdot S = -Q_A/2 = -1.5\times10^{-8}\,\mathrm{C}$$ 1 分

$$Q_C = Q_B = -1.5\times10^{-8}\,\mathrm{C}$$ 1 分

评分细则：若 Q_B、Q_C 的答案中没有符号，则 Q_B、Q_C 的答案不给分。