编译原理第三章作业

2154312 郑博远

6. 令 A、B 和 C 是任意正规式，证明以下关系成立：

(A | B)* = (A*B*)* = (A*|B*)*

答：

首先证明 $(\boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{B})* = (\boldsymbol{A}*|\boldsymbol{B}*)*$，即证明$\boldsymbol{L}((\boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{B})*) = \boldsymbol{L}((\boldsymbol{A}*|\boldsymbol{B}*)*)$：

显然有$L((A \mid B)*) \subseteq L((A*|B*)*)$，下面证明$L((A*|B*)*) \subseteq L((A \mid B)*)$：

给定任意字符串 $x \in (A*|B*)*$，则存在 i,j，使得 $x = (A*|B*)^{i+j}$。

因此存在 $i+j$ 个子串 $x = x_1 \dots x_{i+j}$，其中满足 i 个 $x_k \in A*, j$ 个 $x_k \in B*$)。假设 $x_k = \begin{cases} A^{p_k} & (x_k \in A*) \\ B^{p_k} & (x_k \in B*) \end{cases}$。

令 $M = \sum_{x_k \in A*} p_k, N = \sum_{x_k \in B*} p_k$，则 $x \in (A|B)^{M+N} \subseteq (A|B)*$。

因此 $L\big((A*|B*)*\big) \subseteq L((A|B))$，故$(A \mid B)* = (A*|B*)*$。

接着证明 $(\boldsymbol{A}*\boldsymbol{B}*)* = (\boldsymbol{A}*|\boldsymbol{B}*)*$，即证明$\boldsymbol{L}((\boldsymbol{A}*\boldsymbol{B}*)*) = \boldsymbol{L}((\boldsymbol{A}*|\boldsymbol{B}*)*)$：

因为显然有 $L(A*|B*) \subseteq L(A*B*)$，所以显然 $L((A*B*)*) \subseteq L((A*|B*)*)$。下面证明 $L((A*B*)*) \subseteq L((A*|B*)*)$：

给定任意字符串 $x \in (A*B*)*$，则存在 n，使得 $x = (A*B*)^n$。因此存在分别 n 个子串 $x = x_1 \dots x_{i+j}$，使得 $x_k \in A*B*$。假设 $x_k = A^{p_k^1}B^{p_k^2}(p_k^1, p_k^2 \geq 0)$，则可以拆分出 $x_k = y_k^1 y_k^2$，其中$y_k^1 = A^{p_k^1}$，$y_k^2 = B^{p_k^2}$。因此 $x = y_1^1 y_1^2 \dots y_n^1 y_n^2 \in (A* \mid B*)^{2n} \subseteq (A*|B*)*$。

因此 $L((A*B*)*) \subseteq L((A*|B*)*)$，故$(A*B*)* = (A*|B*)*$。

综上所述，$(A \mid B)* = (A*B*)* = (A*|B*)*$。

8. 给出下面正规表达式：

(1) 以 01 结尾的二进制数串；

(2) 能被 5 整除的十进制整数。

答：

（1） $(0\,|\,1)*01$

（2） $(0\,|\,1\,|\,2\,|\,3\,|\,4\,|\,5\,|\,6\,|\,7\,|\,8\,|\,9)*(5\,|\,0)$

若考虑负数且不允许前导 0：

$(+\,|\,-\,|\,\varepsilon)\,((1\,|\,2\,|\,3\,|\,4\,|\,5\,|\,6\,|\,7\,|\,8\,|\,9)(0\,|\,1\,|\,2\,|\,3\,|\,4\,|\,5\,|\,6\,|\,7\,|\,8\,|\,9)*|\varepsilon)(5\,|\,0)$

12. 将图 3.18 的(a)和(b)分别确定化和最小化。

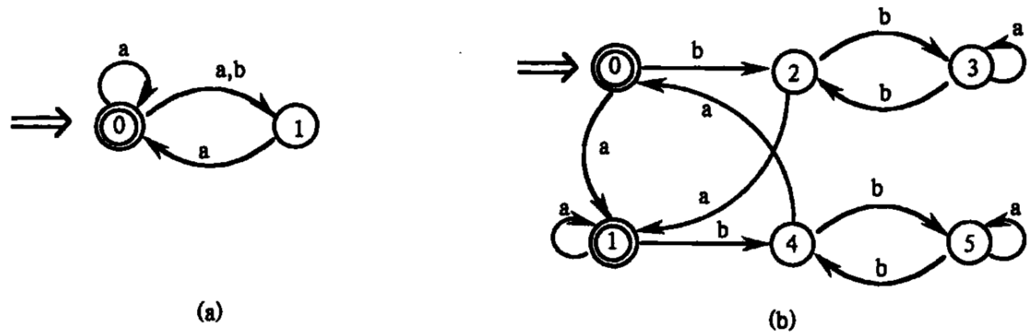


图 3.18 有限自动机

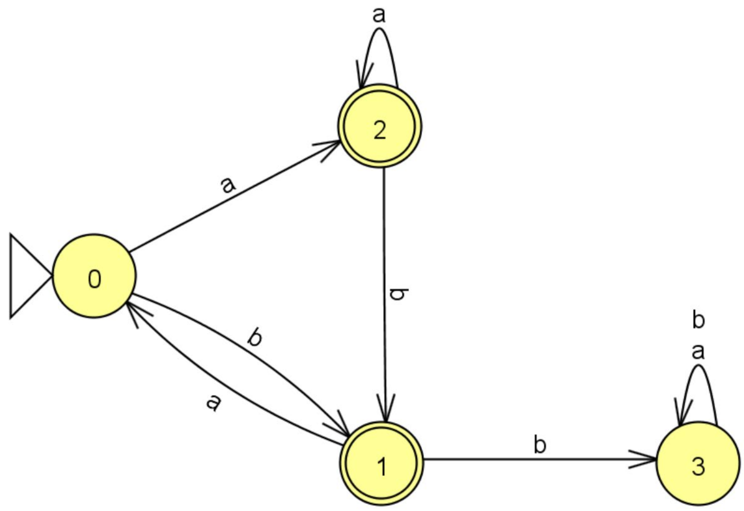
(a)零确定化的有限自动机；(b)需最小化的有限自动机。

答：(a) 利用子集法构造状态转移矩阵：

I	I_a	I_b
{0}	{0, 1}	{1}
{1}	{0}	∅
{0, 1}	{0, 1}	{1}

将上述状态子集依次重命名为 0、1、2，并构造陷阱状态 3。

画出状态转移图：



(b)

首先划分非终态集与终态集：

$$\Pi_0 = \{\{2,3,4,5\},\{0,1\}\}$$

由于在 Π_0 的子集中：

$$\{2,4\}_a = \{0,1\} \text{ 落在 } \{0,1\}\text{中}$$

$$\{3,5\}_a = \{3,5\}\text{落在}\{2,3,4,5\}\text{中}$$

因此继续划分 $\Pi_1 = \{\{2,4\},\{3,5\},\{0,1\}\}$。

此时对于任意 Π_1子集中的状态，接受任意相同转移后都进入相同的子集，因此已经是最小化的自动机。画出状态转移图如下图所示：