

1013 离散数学作业

2154312 郑博远

$$1. ((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow ((\neg q \vee \neg s) \rightarrow (\neg p \vee \neg r))) \wedge (p \leftrightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s))) \wedge (p \leftrightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow (((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \wedge (p \wedge r)) \rightarrow (q \wedge s) \wedge (p \leftrightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow ((q \wedge s) \rightarrow (q \wedge s)) \wedge (p \leftrightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow (p \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow p)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg r \vee p)$$

$$\Leftrightarrow M_2 \wedge M_3 \wedge M_6 \wedge M_7 \wedge M_8 \wedge M_9 \wedge M_{12} \wedge M_{13} \text{ (主合取范式)}$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_{10} \vee m_{11} \vee m_{14} \vee m_{15} \text{ (主析取范式)}$$

2. 解: p : 小Y同学未申请免听《离散数学》

q : 小Y同学被扣除平时成绩

r : 小Y同学准时上《离散数学》课

s : 小Y同学的《离散数学》最终成绩得优

前提: $(p \wedge \neg q) \rightarrow r, p, q \rightarrow \neg s, s$

结论: r

证明:	① s	前提引入
	② $q \rightarrow \neg s$	前提引入
	③ $\neg q$	①②拒取式
	④ $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$	前提引入
	⑤ $p \rightarrow r$	③④化简律
	⑥ p	前提引入
	⑦ r	⑤⑥假言推理

3. 解: 令 $F(x): x$ 是自然数

$G(x): x$ 满足 $(x-1)(x-2)=0$

$N(x, y): x \neq y$

在全总个体域中, $\exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge G(x) \wedge G(y) \wedge H(x, y))$

4. 令 $p = \forall x G(x)$

$q = \forall x \exists y H(x, y, z)$

$(\forall x G(x) \rightarrow (\forall x \exists y H(x, y, z) \rightarrow \forall x G(x))) \wedge \forall x (A(x) \vee B(x))$

$\Leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p)) \wedge \forall x (A(x) \vee B(x))$

$\Leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow p) \wedge \forall x (A(x) \vee B(x))$

$\Leftrightarrow (\neg(p \wedge q) \vee p) \wedge \forall x (A(x) \vee B(x))$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge \forall x (A(x) \vee B(x))$

$\Leftrightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$

$\nRightarrow \forall x A(x) \vee \forall x B(x)$

取解释 I 为: 个体域为同济大学学生

$A(x)$ 为 x 在隔离中, $B(x)$ 为 x 不在隔离中

则 $\forall x (A(x) \vee B(x))$ 为真命题

$\forall x A(x) \vee \forall x B(x)$ 为假命题

\therefore 等值式不成立