

1、问题重述

已知一维岩心水驱油实验参数，以及油水相对渗透率数据如下图所示：

参数	数值	参数	数值	S_w	K_{rw}	K_{ro}
A	10cm ²	L	1m	0.2	0	0.85
μ_o	2mPa·s	μ_w	1mPa·s	0.25	0.03	0.75
ϕ	0.3	K	1μm ²	0.30	0.06	0.62
S_{wc}	0.2	P_i	0.1 MPa	0.35	0.10	0.49
Q_v	0.1 cm ³ /s	P_n	0.1MPa	0.40	0.14	0.31
网格数(m)	40	Δx	2.5cm	0.45	0.17	0.19
T_{max}	500s	Δt	10s	0.50	0.27	0.14
				0.55	0.35	0.10
				0.60	0.42	0.07
				0.65	0.52	0.05
				0.70	0.65	0.03
				0.75	0.79	0.01
				0.80	0.90	0

图 1 一维水驱油实验参数及油水相对渗透率数据

要求：编制一维水驱油数值模拟程序，并完成以下题目：

① 打印 100、200、300、400、500s 时压力和饱和度随岩心长度的分布，并绘图表示。

② 求出水突破时间。

③ 改变油水相对渗透率曲线，讨论其对油水饱和度的影响。

2、求解思路

(1) 数学模型

模型推导前给出以下假设：

① 油水两相互不混溶；② 等温渗流，符合达西渗流定律；③ 一维流动，不考虑重力；④ 流体和岩石不可压缩，不考虑毛管力 $p_{cow}=0$ ；⑤ 油藏全区孔渗保持恒定，各向同性。

根据油藏数值模拟中推导的质量守恒方程，可以将其一般形式简化到上述假设条件，得到考虑三维非均质油藏的水驱油控制方程：

$$\nabla \cdot \left[\rho_l \frac{kk_{rl}}{\mu_l} (\nabla p_l - \rho_l g \nabla D) \right] + q_l = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_l s_l) \quad l = o, w \quad (1)$$

进一步将方程简化到一维，并忽略重力项

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_l \frac{kk_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial p_l}{\partial x} \right] + q_l = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_l s_l) \quad l = o, w \quad (2)$$

将结果拆分，可以得到水相以及油相的控制方程：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kk_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + q_{wv} = \phi \frac{\partial s_w}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k k_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + q_{ov} = \phi \frac{\partial s_o}{\partial t} \quad (4)$$

进一步的，还存在一个辅助方程用于满足未知数和方程数相等：

$$s_w + s_o = 1 \quad (5)$$

(2) 初始条件和边界条件

驱替前，岩心中饱和油和束缚水。然后在左端注入水，右端先出游，后出油和水。实验过程中实现稳定驱替，注入量和产出量相等且数值恒定。将上述条件转化为数学形式如下所示：

$$\left. \begin{aligned} p(x, 0) &= p_i \\ s_w(x, 0) &= s_{wc} \end{aligned} \right\} \quad 0 \leq x \leq L \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} q_v|_{x=0} &= q_{wv} = q_v \\ q_v|_{x=L} &= q_{wv} + q_{ov} = q_v \end{aligned} \right\} \quad t > 0 \quad (7)$$

(3) 模型求解

上述微分方程可以使用 IMPES（隐式压力显式饱和度）方法建立差分方程组并求解，具体求解流程如下所示：

① 乘以适当系数，合并油水相方程，消去差分方程组中的 s_o 、 s_w ，得到只含压力 p 的方程；

② 方程左端达西项系数用上一阶段值，即显式处理系数，压力作隐式处理，形成一个高阶线性代数方程组，求解该矩阵方程；

③ 将解出的 p 值代入油、水相方程，显式计算 s_o 、 s_w 值；

④ 井点所在网格的产量作显式处理，由上一时间阶段的 s_o 、 s_w 值计算井点网格的油水产量。

IMPES 的关键以及难点在于准确构建压力节点的矩阵方程组，该矩阵是一个三对角矩阵，可以采用追赶法对其进行求解。求出的结果是下一个时间步 ($n+1$) 下的网格压力值，将该压力代入不同网格处的饱和度计算公式中，可以显式计算各个网格处下一个时间步 ($n+1$) 的含水饱和度值，利用方程 (5) 可以计算出含油饱和度值。基于含水饱和度值使用线性插值的方法可以计算出不同网格点处的水相以及油相渗透率，由此计算得到不同网格处的流动系数，进而构造新的压力矩阵方程组，从而实现循环迭代求解。

具体构建和求解方法请参照油藏数值模拟课本内容，本题不再赘述。

3、运行结果

问题一：打印 100、200、300、400、500s 时的压力和饱和度随岩心长度的分布，并绘图表示。

不同时刻压力与含水饱和度数据保存于 data_t_xxx.mat 文件中，xxx 对应不同的时间步节点。对压力和含水饱和度可视化如下图 2 和 3 所示：

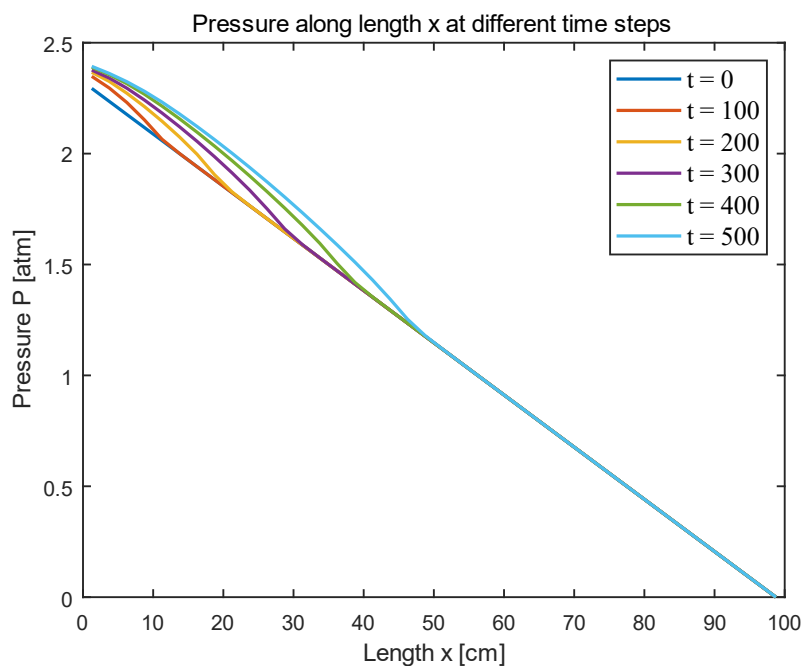


图 2 压力在不同时间步下随岩心长度的分布

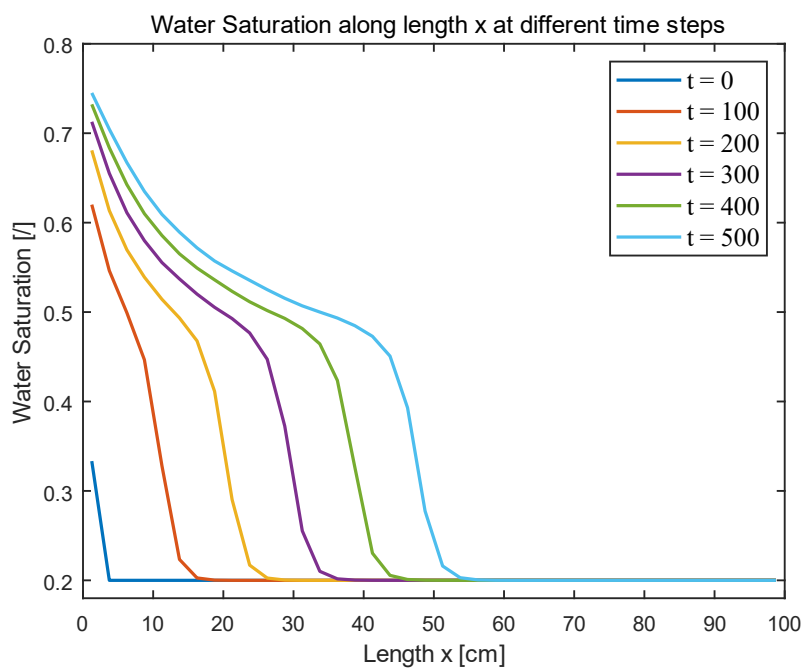


图 3 含水饱和度在不同时间步下随岩心长度的分布

问题二：求出水突破时间。

当最后一个网格的含水饱和度不再为束缚水含水饱和度 S_{wc} 时，代表水驱到了岩心的最后端。因此，在程序中设置更长的最大模拟时间，在每次循环中监测最后一个网格处的含水饱和度是否为 S_{wc} ，当发生变化时，输出对应的时间步长。

经过循环检测，得到水突破时间为 1020 秒，通过绘制 $t=1000$ 步以及 $t=1100$ 步图可以看出， $t=1000$ 步时，一维油藏右端节点处含水饱和度即将要发生变化，而 $t=1100$ 步时，一维油藏最右端含水饱和度值已经达到了 0.4-0.5 区间内，说明出口位置已经明显见水。

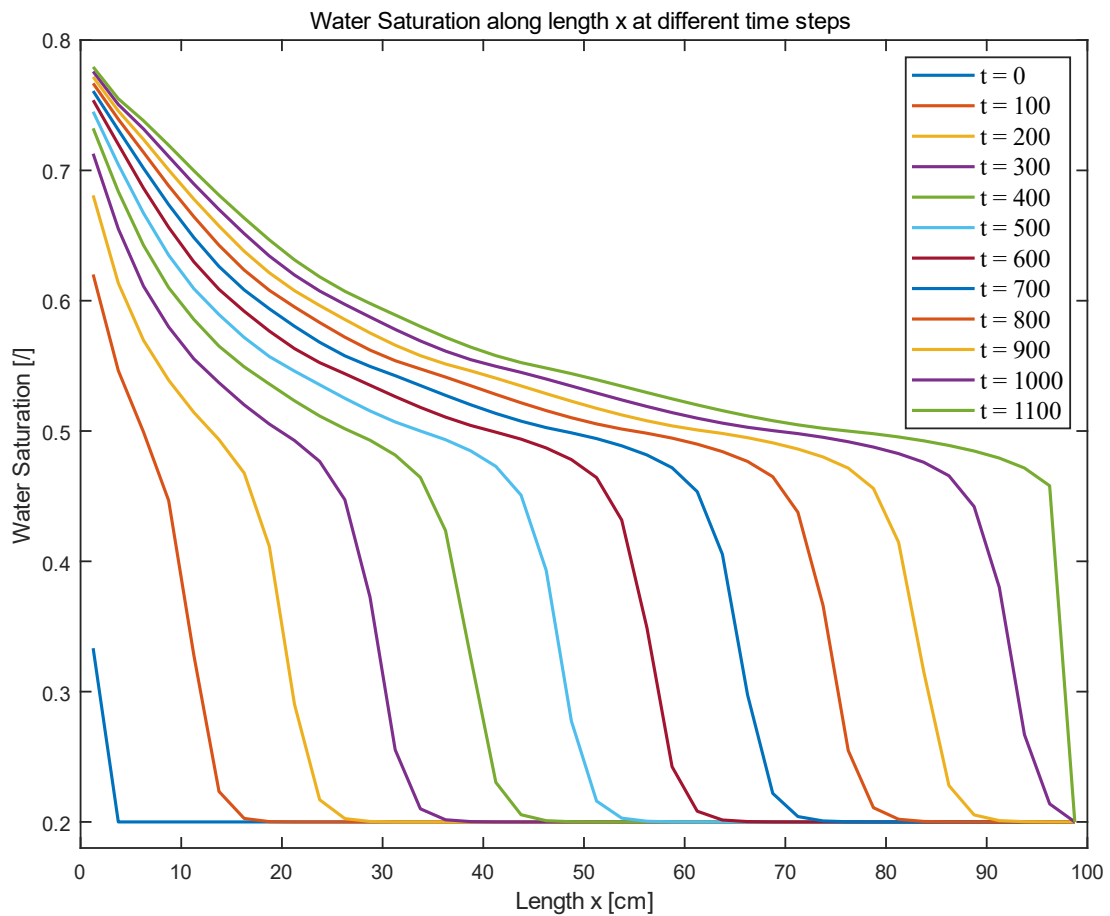


图 4 不同时间步下含水饱和度在岩心上的分布，用于佐证水突破时间的计算

问题三：改变油水相对渗透率曲线，讨论其对油水饱和度的影响。

本问题在原始的油水相渗曲线上进行修改，分以下两种情况进行讨论：

（1）水相相对渗透率曲线变陡，且相对渗透率值变大，但油相相对渗透率不变。绘制原始油水相渗曲线及修改后的水相相对渗透率曲线如下图所示：

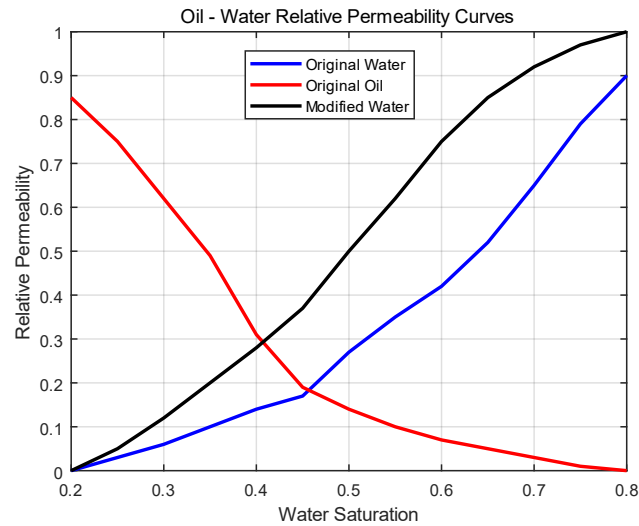


图 5 初始油水相渗曲线和修改后的水相相对渗透率曲线

绘制相同时间步下（ $t=100s$ 、 $200s$ 、 $300s$ 、 $400s$ 、 $500s$ ）含水饱和度随岩心的分布如下图所示，可以看出，水相相对渗透率曲线变陡以后，水沿着岩心内部的推进更快，水的流动速度增强，且修改后的水驱前沿含水饱和度变小了。

在原始模型中，由于油水相渗曲线较为平缓，含水饱和度变化较为均匀，反映在图表上就是红色线条的斜率较为稳定。与之相反的是修改后的模型，水相相对渗透率变化更为剧烈，因此含水饱和度在相同长度范围内的变化更为显著。

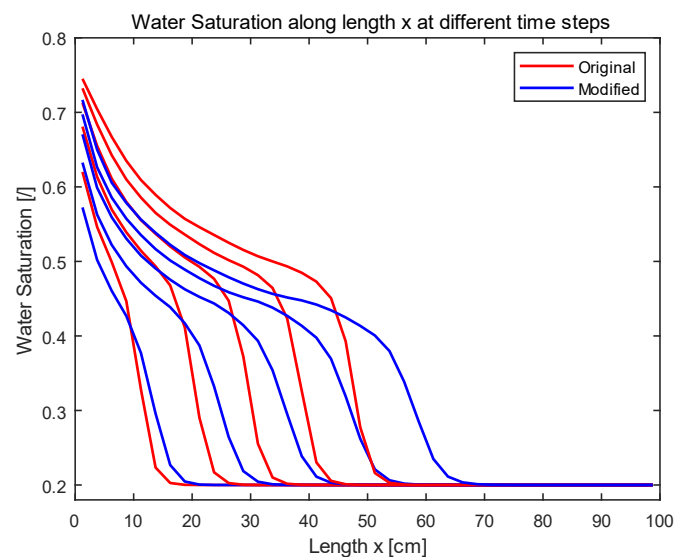


图 6 修改水相相对渗透率曲线后饱和度分布随时间的变化对比图

(2) 油相相对渗透率曲线变陡，且相对渗透率值变小，但水相相对渗透率不变。绘制原始油水相渗曲线及修改后的油相相对渗透率曲线如下图所示：

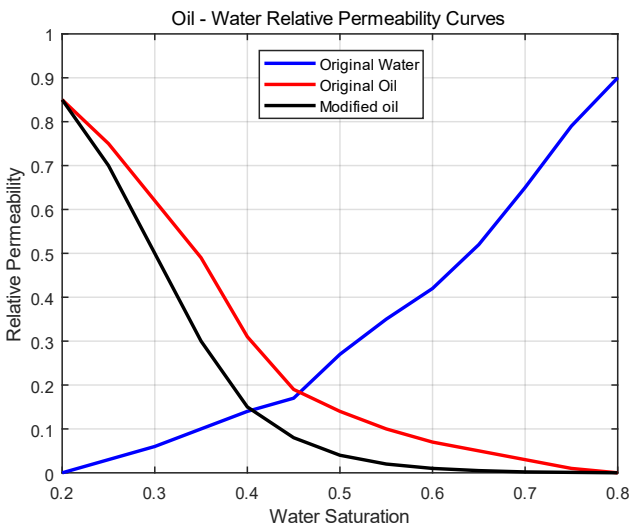


图 7 初始油水相渗曲线和修改后的油相相对渗透率曲线

同样绘制相同时间步下含水饱和度随岩心的分布如下图所示，可以看出，随着油的相对渗透率曲线变陡（油相相对渗透率变小）以后，水沿着岩心内部的驱替同样加快，且修改后的水驱前沿饱和度同样小于修改前的值，这主要是流动速度加快（水相渗透率相对提高），且相同时间步下的注入量是恒定的，可以使用曲线包围下的面积表示注入量，横向距离的拓宽导致纵向上值的降低，符合驱替过程中的体积守恒。看图 8 水已经驱替过的区域，由于水比油的流度比增加，因此驱替过程中，水会形成优势通道，减少对油的波及，因此水驱替过的部分含水饱和度均比修改前的模型的值低，是因为还存在大量原油未被波及。

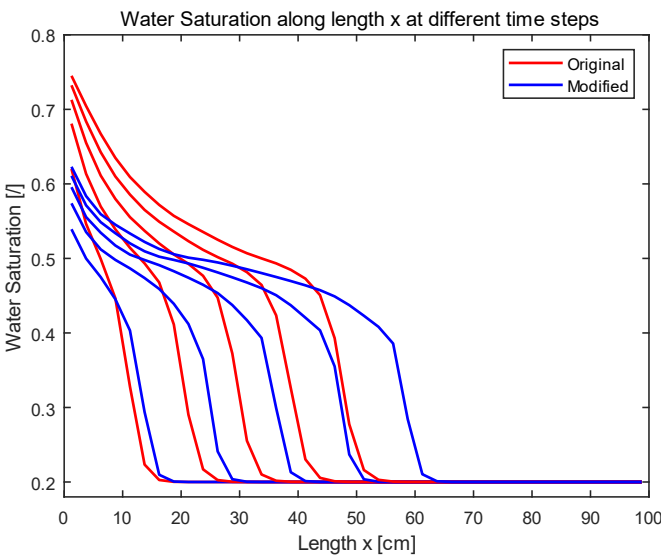


图 8 修改油相相对渗透率曲线后饱和度分布随时间的变化对比图

4、程序代码

保存于附件文件夹中的.m 文件中，不再复制进来。

其中：

IMPES_1D.m 是主程序，

solve_tridiagonal_matrix.m 是用于求解三对角矩阵方程的函数。