复杂金融衍生品估值案例探讨

——以某 Accumulator 合约为例

周越 王郑毅 刘灿

【摘要】随着经济全球化进程不断加快，金融工具尤其是衍生金融品呈现规模化、多样化、复杂化的特征，对其估值提出了全新要求。基于此背景，本文拟通过对某金融产品条款与嵌套权利义务的阐述，结合 Python 编程，探讨风险中性定价方法与特定风险收益偏好定价方法在其估值中的实际应用，以抛砖引玉，为金融工具特别是复杂金融衍生品公允价值的确定，寻求切实可行的途径。

【关键词】金融工具 金融衍生品 估值 期权定价 风险中性定价 特定风险收益偏好定价 GARCH 模型

一、引言

21 世纪以来，随着中国融入经济全球化的程度日益加深，市场投融资渠道日渐多样，我国企业及居民富余资金日趋丰厚，其参与金融衍生品交易的热情逐步高涨。然而，诸如互换、期货、期权和远期协议等舶来衍生品，天生具有非标准化、结构复杂、高风险和虚拟性等特征，“一百个人嘴里有一百个她，既是天使也是恶魔”。彼时，国内衍生品市场监管体系尚不健全，投机气氛浓厚，投资者风险意识淡薄，专业能力孱弱，初次面对境外投行或金融机构时，频频“开闸落脚”，不断伤及诸方利益。

痛定思痛，近年来，企业、中介机构、监管部门纷纷加强制度建设，完善体系架构，成效斐然。财政部持续发布及修订了一系列金融工具会计准则（以下简称“新准则”）。新准则的发布及修订，对于规范金融工具会计处理、促进企业加强风险管理、提升金融工具信息披露透明度，发挥了积极作用。相较于以往准则，新准则发生了较大变化，并大幅提升了衍生金融工具会计处理的重要性。

由此，金融工具特别是复杂的金融衍生品的会计计量重要性不断凸显，对会计师及估值人员提出了更高的要求。基于此，本文拟通过相关案例，阐述多种期权定价模型的实际应用，旨在抛砖引玉，为金融工具特别是复杂金融衍生品公允价值的确定，寻求更切实可行的路径。

二、案例概况

（一）案例背景

据美林全球财富管理与凯捷顾问公司发布的《全球财富报告》显示，2008 年中国香港富豪人数锐减了 61.3%，其重要原因在于当年港股市值近乎腰斩。此外，累计

期权（Accumulator）合约亦“功不可没”，关于其的讨论一度甚嚣尘上。

彼时，私人富豪因累计期权合约瞬时倾家荡产的案例不胜枚举，尤以 2008 年中信泰富因投资外汇 Accumulator 合约而录得 126.62 亿港元年度亏损为甚。Accumulator 合约如附骨之蛆，不断蚕食富豪阶层资产，由此被谐音戏谑为“I kill you later”，一时风头无两。

Accumulator 全名 Knock Out Discount Accumulator（KODA），系私人银行专为高净值人群设计的一款高风险金融衍生品，其往往与股票、外汇、商品期货等标的资产挂钩，合约期通常为一年，最低投资额一般为 100 万美元或 800 万港元。合约主要由（根据标的资产价格水平）投资者（可以/必须）逐日购入规定数量的标的资产与（若触发敲出条款则）合约自动终止条款等组成（具体可参见下述案例的主要条款内容）。

投资 Accumulator 合约，犹如刀尖起舞。以股票 Accumulator 合约为例，股指节节攀升时，盆满钵溢者多不胜数，杠杆入市者如过江之鲫；一旦股指羸弱不振，则投资者囿于无敲出期权保障，日日如钝刀割肉，数月间资产蒸发殆尽、债台高筑者众。

暂不言法律和道德风险，亦不论合约投资是否符合套保准则规定，本文仅就下述案例，结合彼时背景，针对合约权益的期权实质、估值方法等，展开讨论。

（二）案例概述

1. Accumulator 合约概述

据公开信息显示，2008 年初，多名投资者反映称，其于 2007 年 4 季度购买了某 H 股 Accumulator 合约，但好景不长，其短期内不仅蚀光本金，更欠下巨款，该 Accumulator 合约冰山一角随之显露。由于无公开信息，故合约的相关数据不得而知，但据市场人士估计，其预计造成投资者损失逾 500 亿港元。

笔者通过公开信息整理了该 Accumulator 合约的主要条款，以及产品收益随标的股票价格走势的变化示意图，具体见图 1 及图 2。

标的资产	某H股
日期	交易日：2007.11.7 生效日：2007.11.8 终止日：2008.11.8 每月结算一次
价格	起始价格：13.25 协议价格：11.183（84.4%） 敲出价格（天花板价格）：13.6475（103%）
交易条款一	存续期内每个交易日股价高于11.183港元，则按11.183港元买入8,000股；低于11.183港元，则按11.183港元买入16,000股
交易条款二	存续期内若股价高于13.6475港元，则合约中止

图 1　Accumulator 合约主要条款

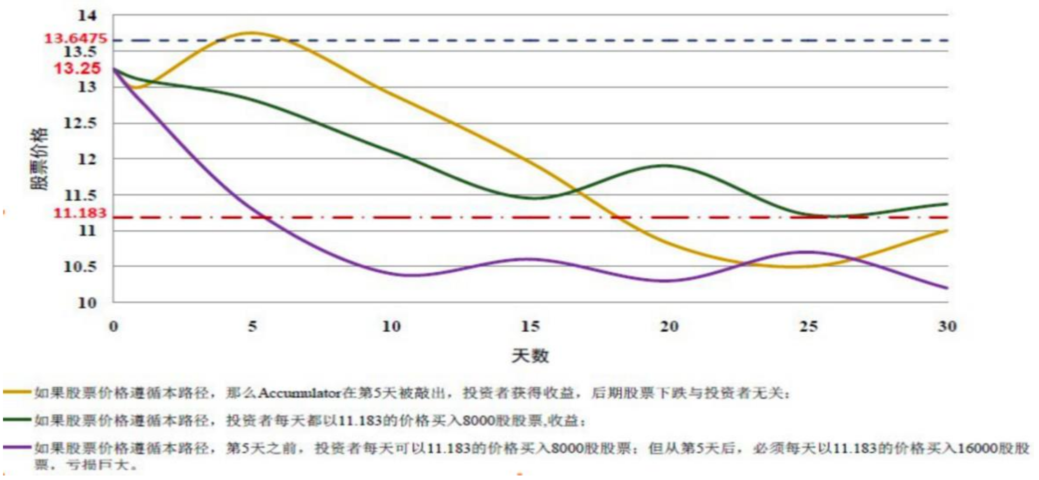


图 2　Accumulator 合约收益随标的股票价格走势的变化示意图

2. Accumulator 合约内涵权益简析

笔者认为，造成投资者财富大幅缩水甚至湮灭的因素众多，除其对牛市行情过度乐观、经济形势研判能力不足、产品或涉道德风险及监管盲区等外，投资者下述处理亦难辞其咎。

一是误将私人银行当作“投资顾问”，而未洞悉实为“交易对手”之事实，未及厘清晦涩冗长的外文条款内涵前，草草签字画押；

二是未予深入了解合约权利义务。本合约赋予双方的权利义务并不对等。其一，敲出保护机制的设置厚此薄彼。合约赋予了银行 1 项特权，即股价一旦穿透其预设的止损线（天花板价格）13.6475 港元时，合约自动终止，故其亏损总体可控；然而，投资者却无该等机制保障，即便股价持续下挫甚至崩塌，亦只能望洋兴叹；其二，盈利空间的设计大相径庭。据协议规定，若股价高于协议价 11.183 港元，投资者仅能在每个交易日以 11.183 港元购入 8,000 股股票；然而，当股价价格跌破 11.183 港元时，其须以 11.183 港元逐日买入双倍的 16,000 股股票。可见，由于受天花板（价格）压制，协议价上方盈利空间受限，而其下方理论上可损失殆尽，且股价一旦低于协议价，投资者将双倍承受损失，确有“盈利有限、亏损无限”的意味。

综上，Accumulator 合约系私人银行利用内外部资源便利，由其作为（直接或间接）交易对手，向高净值人士推出的一款内嵌了一系列不对等期权的复杂金融衍生品。

三、估值探讨

（一）估值对象及标的资产

本次估值对象定义为某投资者持有的一份 H 股 Accumulator 合约权益价值（对该等合约、权益及权益价值，以下分别简称为“Accumulator”“Accumulator 权益”“Accumulator 权益价值”）。

经对待估权益作进一步分解，本 Accumulator 合约（或私人银行）赋予了投资者

1 项看涨期权，即当标的股票价格高于 11.183 港元时，其可以在每个交易日以每股 11.183 港元的价格购入 8,000 股股票。同时，投资者向私人银行授予（卖出）了 2 项期权，包括 1 项上涨敲出期权（即当股价触及 13.6475 港元时，合约自动终止），以及 1 项看跌期权（当标的股票价格低于 11.183 港元时，投资者须逐日以每股 11.183 港元的价格购入 16,000 股股票）。综上，Accumulator 权益实质由 1 项买入看涨期权权利与 2 项卖出期权（即 1 项上涨敲出期权与 1 项看跌期权）义务共同构成。考虑到基准日市场估值畸高，一旦标的股票价格步入下行通道，Accumulator 权益将大概率反转成为支付义务。

估值对象涉及的标的资产为某中国大陆 Z 公司 H 股股票(本文亦称“标的股票”)。Z 公司是一家历史悠久的大型商业银行，位列英国《银行家》杂志发布的 2006 年度全球银行排行榜百强，资产、收益规模居大中华区前列。截至基准日，其业务呈良好发展态势，经营业绩稳步提升。此外，Z 公司 H 股每日交易量可观，预计 Accumulator 合约下股票买卖不会对其股价造成实质影响。

此外，下图 3 为标的股票自 IPO 日（2005 年 6 月末）至基准日近 600 个交易日的股价走势图。由图可见，标的股票价格一直处于上升通道内，特别是基准日前 30 个交易日，其股价快速飙升近五成。此外，Z 公司基准日的 H 股市净率为 5.6 倍，接近历史最高水平。

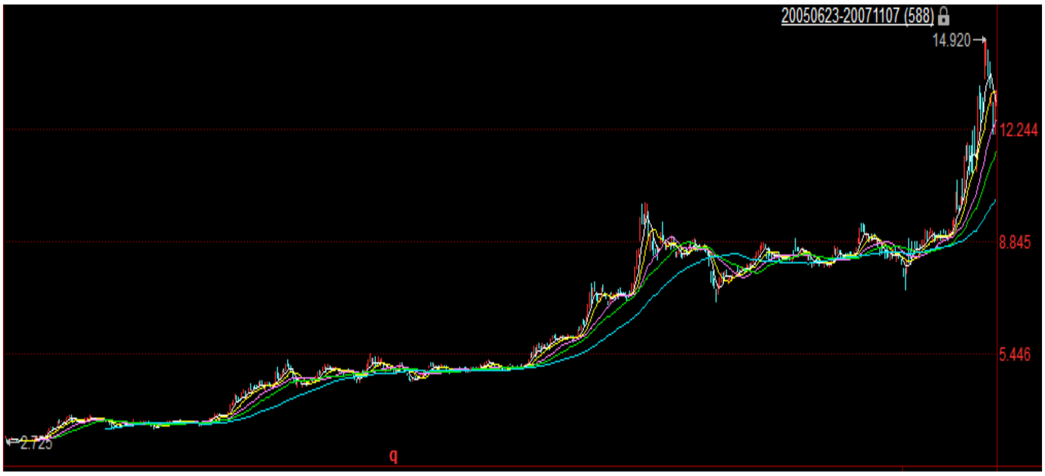


图 3　标的股票首次公开发行日至估值基准日股价走势图

（二）价值类型

本次价值类型为公允价值。

（三）估值基准日

估值基准日（以下简称“基准日”）设定为 2007 年 11 月 7 日（即 Accumulator 合约日）。

（四）特殊假设

本次估值是建立在以下特殊假设之上的：

1.标的股票于购入次日被出售；

2.市场无套利机会、无交易摩擦，交易价格连续，股价总体遵循几何布朗运动规律；

3.在（特定风险收益偏好条件下的）现实环境中，标的股票价格将于合约期末回归理论价值。

（五）估值方法

1.方法选择

经分析，估值对象实为一系列期权权利（义务）组合，要确定其公允价值，资产基础法、市场法及（狭义）收益法等传统估值方法显然并不契合。结合估值理论及业内实践，本次估值拟采用期权定价法。

截至目前，除 Black-Scholes-Merton 定价模型（以下简称“B-S-M 模型”）外，期权定价领域尚有二叉树方法、有限差分法及蒙特卡罗模拟等数值方法（模型）。各模型的优缺点及适用性如下：

虽 B-S-M 模型的无交易成本、不变参数、价格连续性等假设为部分人士诟病（该等假设在数值方法中也普遍存在），但毋庸置疑，其在期权定价领域应用最为广泛，基石地位难以撼动，其风险中性定价原理亦常常作为其他数值方法的应用基础。理论上，B-S-M 模型适用于欧式期权和无收益资产美式看涨期权定价，理论上，可满足本 Accumulator 内含 3 项期权的分开估值（其中，对于敲出期权定价，可通过两项不同行权价的看涨期权价值相互抵冲予以实现），但由交易日众多，于每个交易日对各项期权一一开展定价，工作量过大，且难以解决路径依赖问题，故本次未予采用 B-S-M 模型。

二叉树方法采用离散模型模拟资产价格的连续变动，利用均值和方差匹配来确定相关参数，然后从树形结构的末端倒推，以每个节点的最优解作为该节点期权价值，最终为期权定价，该方法适用于多种期权定价，易于理解。有限差分法的基本思路与二叉树方法相似。但上述两种模型较难被应用在（对相关变量变动路径严重依赖的）复杂期权的价值厘定之上，故本次未予采用。

蒙特卡罗模拟（方法）是一种以抽样和随机数的产生为基础的随机性方法，其基本原理是通过数字模拟试验，得到期权价值的概率解。虽然本案例涉及较多变量，随机模拟速度较慢，且难以像二叉树方法般，由后往前计算得出期权最优解，但考虑到其对于奇异期权、路径依赖期权及多变量期权定价的高度适用性，以及在复杂的结构化金融衍生品估值中的直观性和广泛接受度，故本次选用该等方法予以估值。

2.估值思路、步骤及股价模拟方法

（1）估值思路及步骤

本次估值思路及步骤具体如下：

A.以标的股票初始价格为基础，输入（嵌入）收益率、波动率数据（模型），利

用计算机生成符合标准正态分布的随机样本，以此模拟存续期各交易日股票价格（本文拟采用两种标的股票未来股价模拟方式，详见“（四）2（2）股价模拟方法”相关内容）；

B.在模拟的各交易日股票价格路径下，根据 Accumulator 条款，确定各交易日的具体运行方式（购入相应数量的股票或终止合约），对各日现金流量进行折现加总，确定投资者权益价值（鉴于本文拟采用两种未来股价模拟方法，故将以不同的折现率予以折现）；

C.重复第 A 步的方法，模拟出股票价格的其他运动路径；

D.重复第 B 步的方法，计算出不同路径的权益价值；

E.就所有权益价值求取算术平均值。

本案例运用 Python 进行蒙特卡罗模型运算，通过重复模拟 1,000 次不同的股价路径，从而得到 Accumulator 权益的公允价值（考虑到本模型需处理多个变量，计算速度较慢，且本文重心在于估值方法及思路探讨，故适当牺牲了计算精度，选用 1,000 次作为模拟次数）。

（2）股价模拟方法

各交易日的股价模拟，为蒙特卡罗定价模型的重中之重。

股票价格的走势受宏观经济、行业、企业状况及其他多重因素的共同影响，长期来看，其走势常常呈现无规则运动，一定程度上符合几何布朗运动的规律，弱势市场金融学与马尔科夫随机过程理论亦印证了该等规律。

几何布朗运动是连续时间情况下的随机过程，其中随机变量的对数遵循布朗运动，在金融数学中运用广泛，经常被用来模拟未来股票价格轨迹。假设标的股票价格遵循几何布朗运动规律，其未来股价在时间序列上运动的路径如下述公式所示：

$$S_{t+\Delta t} = S_t\, exp\left[\left(\mu - 0.5\sigma^2\right)\Delta t + \sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta t}\,\right]$$

其中，$S_{t+\Delta t}$ 代表 $t+\Delta t$ 时刻的股票价格，μ 为年化收益率，σ 为年化波动率，ε_t 代表 t 时刻从标准正态分布中取出的一个随机值。

由上式可知，μ 和 σ 是模拟未来股价运动路径的关键参数。

笔者对蒙特卡罗模拟理论推导及实践进行了初步梳理，结合本案例情况，本文拟采用以下两种未来股价模拟方法。

A.风险中性定价法（方法一）

蒙特卡罗模拟与其它期权定价方法原理息息相通。通过布朗运动公式及伊藤引理联立方程，可进一步推导生成 B-S-M 模型，证明衍生证券价格决定公式中的当前市值 S、时间 t、波动率 σ、无风险利率 r 等都是客观变量，均独立于风险收益偏好下的主观变量，而受制于主观风险偏好下的收益率 μ 被成功消除。这意味着风险中性条件下，对所有交易者都不需要额外的收益来吸引他们承担风险，标的证券的收益率等于

无风险利率 r，同样，所有现金流都应该使用无风险利率 r 进行贴现求取现值。通过推导，风险中性条件下的金融衍生品价格与风险偏好条件下价格完全一致，因此，包括蒙特卡罗模拟在内的风险中性条件下定价方法（以下简称“风险中性定价”）消除了风险收益偏好度量的世纪难题，成为了当今金融衍生品定价最炙手可热的方法之一。鉴于此，本次拟采用风险中性定价法作为其中的一种方法。

B.基于 GARCH 波动率预测模型下的特定风险收益偏好定价法（方法二）

风险中性定价的运用是基于诸多的前提条件的，其波动率须为常数。但从本案例来看，基准日前各月股价增速并不均匀，价格已显著偏离价值，市场收益风险偏好分化严重，且本 Accumulator 内嵌了障碍期权，采用时变波动率模型具有可操作性。鉴于此，本文拟尝试基于 GARCH 波动率预测模型下的特定风险收益偏好定价方法，即通过对 Accumulator 期末的标的股票（理论）价格推导，此确定股票年化收益率，同时采用广义自回归异方差（generalized autoregressive conditional heteroskedasticity，GARCH）模型生成波动率数据，在该等收益率及波动率约束下依据几何布朗运动规律，对未来股价运动路径进行模拟。此外，对于该方法下的现金流现值，将使用 CAPM 资本资产定价模型得出的折现率进行贴现。

3.参数的确定

对于本案例的相关参数，列示如下：

（1）合约终止日、交易日：2008 年 11 月 8 日，共 250 个交易日（港股年交易日一般为 245-250 日不等，本次暂定为 250 日）;；

（2）标的股票起始价格（基准日价格）：13.25 港元；

（3）敲出价格（天花板价格）：13.6475 港元；

（4）协议价格：11.183 港元；

（5）每个交易日股票购入数量：标的股价高于 11.183 港元，每个交易日购入 8,000 股；其低于 11.183 港元时，每个交易日购入 16,000 股；

（6）股票分红：一般而言，操盘人不会囤积大量股票，且合约于派息日前终止的概率不低，故分红对于 Accumulator 权益影响不大，本次暂不考虑；

（7）理财佣金、股票交易税费：暂不考虑；

（8）年化收益率、折现率及年化波动率

A.风险中性定价法下年化收益率、折现率及年化波动率

根据期权定价理论，蒙特卡罗模拟中的到期期限、无风险利率、波动率等参数的时间单位必须相等，在波动率计算时，最好选取基准日前（与期权剩余期限一致的）相应期限的样本数据，本文已依此口径操作。

如前文，风险中性条件下，对所有交易者都不需要额外的收益来吸引其承担风险，标的证券的收益率等于无风险利率 r，同样，所有现金流都应该使用无风险利率 r 进行贴现。因此，本文采用基准日香港银行间一年期短期资金拆借利率（Hongkong

InterBank Offered Rate，HIBOR）4.0%作为年化收益率与折现率的取值（注：基于年限差异等，该折现率与后文 CAPM 模型中无风险折现率取值有所不同）。

对于年化波动率，采用历史波动率法予以确定，即先求取基准日前 1 年 Z 公司各交易日 H 股复权股价的对数收益率，然后进行标准化后再予年化，具体结果为 42.89%（对应年方差 0.18399，日方差为 0.0007359）。

B.特定风险收益偏好定价法下年化收益率、折现率及年化波动率

（A）年化收益率

由于 Accumulator （1 年期）合约期内香港恒生指数遭遇巨幅下挫，由 30,195 点跌至 13,273 点，且合约起止日股指分别居于 2005 年至 2017 年十余年间历史最高位及次低位附近。如今看来，该等十年不遇的黑天鹅事件有其特殊的历史背景，投机气氛浓郁、海量资本涌入、沪港直通车预期利好等原因不断吹大泡沫，2007 年起，紧货币政策密集出台、大量资金撤离、次贷危机引发的全球性金融海啸蔓延等事件频出，虽然经济基本面仍持续向好，但股价与价值背离严重，暴跌终难避免。当年，面对该等极端状况，难有经济模型可精确模拟股价的实际走势。鉴于此，为便于适度贴近（而非重塑）历史，并（如前文所述）重点聚焦于估值方法与思路，故本节参数的确定适当考虑了期后实际情况的影响。

本次基于（银行业生命周期平均价值水平下）市场法估值，并结合（经不同资本市场估值差异调整后）Z 公司于其他资本市场的 IPO 价格水平，同时充分考虑基准日 Z 公司及外部机构对于 2008 年度核心资本、净资产及净利润等的预测数据，对 2008 年标的股票（理论）价值予以推导，以此确定其合约期年化收益率。

常用的上市公司价值比率有市盈率（P/E）、市净率（P/B）、市销率（P/S）和企业倍数（EV/EBITDA）等。对于银行的估值，基于下述原因，往往选用市净率（P/B）比率：一是银行业属于强周期行业，其收益受国家宏观经济政策、货币政策影响较大，相应的 P/E 比率波动也较大；二是银行运营模式具有较强的资本杠杆作用，为了控制这一运营模式的风险，监管机构对资本充足率有严格的要求，市场对其水平亦有预期，因而资本充足率或净资本规模是其盈利和增长的基本约束；三是净资产作为累积的存量，当年减值拨备对其影响远远小于对利润的影响；四是银行的收入并不必然同质，故不适宜采用市盈率（P/E）和市销率（P/S）价值比率；五是银行折旧摊销等非付现成本占比普遍不大，企业倍数（EV/EBITDA）价值比率适用性差。

本次对于 Accumulator 到期日每股理论价格，采用两种方式予以预测。方式一：笔者通过对宏观经济、行业及上市公司估值水平分析，取 8 年作为基准日的银行业生命周期，以该等周期内可比商业银行平均 P/B 倍数，适当参考（经修正后的）Z 公司于其他资本市场 IPO 价格水平，综合确定该方式下的 P/B 倍数为 2.2，进而得出 Accumulator 到期日每股价格为 5.3 港元；方式二：依据 2005 年中期至 2008 年末（预估）每股净资产增长率及每股收益增长率（分别取 70%及 30%权重），适当参考相关

机构对 GDP、CPI、银行业净资本、净资产、营业收入、净利润、信贷收入等的预测数据，结合 2005 年中期每股价格及截至基准日股票数量变动情况，预测合约到期日每股价格为 6.3 港元（注：本文暂不考虑合约到期日至 2008 年末的股价差异影响）。经综合分析，取上述价格的算术平均值 5.8 港元，作为每股理论价值，由此确定标的股票合约期自然对数年化收益率为-82.6%（注：到期日实际收盘价为 4.54 港元，低于本次预测价格，不排除其存在股价超跌的可能）。

（B）折现率

Accumulator 权益对应风险主要来自标的股票，暂不考虑标的股票与 Z 公司股东全部权益之风险差异，本文参考了 Z 公司股东全部权益（基于 CAPM 资本资产定价模型得出）的折现率，以确定 Accumulator 权益折现率。其中，对于无风险利率，参照基准日香港中长期政府债利率确定为 4.6%；对于市场风险溢价 ERP，采用美国市场风险溢价（取 1928 年至 2007 年 3 季度各期股票与国债收益率差额的算术平均数 6.4%）加计国家（地区）补偿额 0.8%予以确定，取值为 7.2%；企业风险系数 β 确定为 1.0；个别风险系数确定为 1.0%。经计算，折现率为 12.8%。

（C）年化波动率

波动率模型主要分为两大类：一类是依据期权价格倒推出市场对未来波动率的预期，即隐含波动率法，由于难以取得基准日类似期权产品的交易信息，故无法采用该等方法；另一类是利用历史信息预测未来波动率，其中常数波动率模型使用较为普遍，但这一模型并非完美，特别是针对本案例标的股价大幅振荡情形之时。著名的 Fama-French 三因子模型指出：股票的超额回报率除了 CAPM 模型中的系统性风险系数 β 及市场风险溢价 ERP 外，还和市值因子（SMB）、帐面市值比因子（HML）相关，而后两者都和时间序列有关。实践证明，较近的数据相比较远的数据更具参考价值，应该赋予其更大的权重。在此理论和实践等的推动下，时间序列模型逐步风靡全球。本文选取了 GARCH(1,1)、EGARCH(1,1)、GJR(1,1)等常用时间序列模型，对其得出的股票对数收益率数据进行了统计检验，发现 GARCH(1,1)有着较低的 AIC 和 BIC 值，残差分析情况良好。同时，考虑到 GARCH 模型更能反映实际数据中的长期记忆性质，较适合于本次估值，因此最终选取了 GARCH(1,1)模型对未来波动率进行了测定。此外，为使 GARCH 模型预测更为高效精准，我们设置了一个 250 日的连续数据窗口，顺时间轴动态预测合约期各交易日的波动率。

GARCH(1,1)模型可以用如下表达式表示：

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha\mu_{n-1}^2 + \beta\sigma_{n-1}^2$$

即：第 n 天的条件方差 σ_n^2，可以用长期平均方差 V_L、第 n-1 天的收益率 μ_{n-1} 平方和第 n-1 天的条件方差 σ_{n-1}^2 来表示，且 $\alpha + \beta + \gamma = 1$。

通过一系列数学变换，可以得到 GARCH(1,1)波动率预测模型，公式如下：

$$E\left[\sigma_{n+1}^{2}\right]=V_{L}+(\alpha+\beta)^{n}(\sigma_{n}^{2}-V_{L})$$

本次按此公式予以建模。

4.计算机估值程序

笔者使用 Python 分别实现了风险中性定价法（方法一）与特定风险收益偏好定价法（方法二）的蒙特卡罗模拟，其中的主要运行程序段参见下图 4 及图 5。

```
Miu=0.04
Var=0.183986236
M=1000
Day=250
R=0.04
Firstprice=13.25

def simulate_2(price=[Firstprice],miu=Miu,var=Var,day=Day):
    for i in range(day):
        tmp_price=price[-1]*math.exp((miu-0.5*var)*(1/Day)+var**0.5*(1/Day)**0.5*np.random.randn())
        if tmp_price>13.6475 or tmp_price<0:
            price.append(tmp_price)
            break
        price.append(tmp_price)
    return (price)

Price=[]
for i in range(M):
    tmp=[]
    tmp=simulate_2([Firstprice])
    Price.append(tmp)

sum_=[]
for p1 in Price:
    pv=[]
    for j in range(len(p1)):
        if p1[j]>=13.6475:
            break
        if p1[j]>=11.183:
            pv.append(8000*(p1[j]-11.183)*math.exp(-R*(j+1)/Day))
        else:
            pv.append(16000*(p1[j]-11.183)*math.exp(-R*(j+1)/Day))
    sum_.append(sum(pv))
average=sum(sum_)/M
```

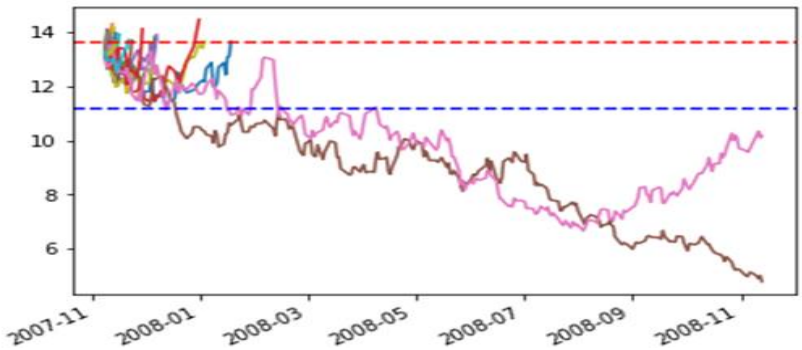
图 4 风险中性定价法 Python 程序

```
Miu=-0.826
Var=0.0007359
M=1000
Day=250
R=0.128
Firstprice=13.25

def create_model(returns):
    param=arch.arch_model(returns,mean="AR",lags=2,vol="GARCH").fit().params
    return (param[-3],param[-2],param[-1])

def predict(param,Var,duartion=[1,2,3,4,5]):
    v_l=param[0]/(1-param[1]-param[2])
    new_var=[v_l+(param[1]+param[2])**d*(Var-v_l) for d in duration]
    return new_var

def simulate_1(price=[Firstprice],miu=Miu,var=Var,day=Day):
    v=[]
    tmp_return=list(Return.copy())
    for i in range(day):
        if i%5==0:
            param=create_model(tmp_return)
            var=predict(param,var)
         tmp_price=price[-1]*math.exp(miu-0.5*var[i%5]*day)*(1/day)+(var[i%5]*day)**0.5*(1/day)**0.5*np.random.randn())
         if tmp_price>13.6475:
            price.append(tmp_price)
            break
        price.append(tmp_price)
    return (price,v)

Price=[]
Var_list=[]
for i in range(M):
    tmp=simulate_1([Firstprice])
    Price.append([tmp[0]])
    Var_list.append(tmp[1])

sum_=[]
for p1 in Price:
    pv=[]
    for j in range(len(p1)):
        if p1[j]>=13.6475:
            break
        if p1[j]>=11.183:
            pv.append(8000*(p1[j]-11.183)*math.exp(-R*(j+1)/Day))
        else:
            pv.append(16000*(p1[j]-11.183)*math.exp(-R*(j+1)/Day))
    sum_.append(sum(pv))
average=sum(sum_)/M
```

图 5 特定风险收益偏好定价法 Python 程序

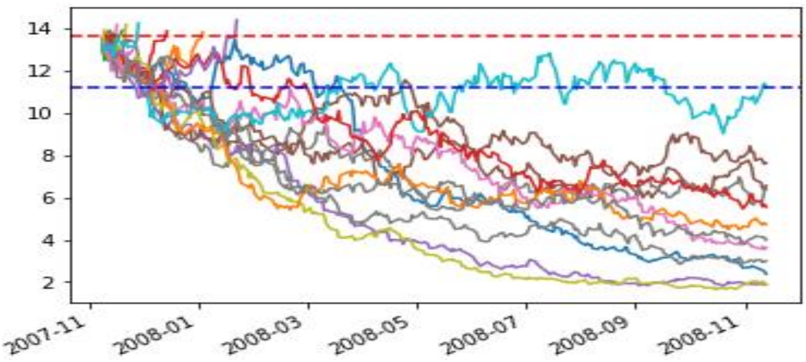
5.股价模拟路径分析

基于前述参数设置，笔者就两种方法均进行了 1,000 次模拟实验，并分别随机选取了其中 30 条路径，具体如下图 6、图 7 所示。



注：红色虚线为合约天花板股价，蓝色虚线为协议价。

图 6 风险中性定价法 30 条股价模拟图



注：红色虚线为合约天花板股价，蓝色虚线为协议价。

图 7 特定风险收益偏好定价法 30 条股价模拟图

由图可见，风险中性定价法下，由于收益率远高于特定风险收益偏好定价法下收益率，因此股价路径明显上移，同时考虑到其波动率（42.89%）处于较高水平，而股价天花板仅为初始价的 103%，故绝大部分路径因触发敲出期权而提前终止，且终止日普遍集中于前 30 个交易日。反观特定风险收益偏好定价法，正常终止路径显然占比更高，且终止日股价普遍较低。

6.GARCH 模型下波动率预测曲线

笔者从（基于 GARCH 波动率预测模型下的）特定风险收益偏好定价法蒙特卡洛模拟实验中，随机选取了 30 条路径，并记录了平均预测波动率，具体如下图 8 所示。

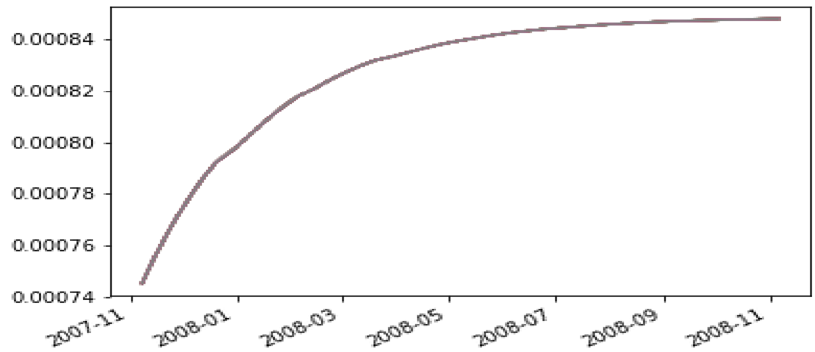


图 8 GARCH 模型预测波动率示意图

由图可见，由于各日预测波动率是基于前 250 个交易日历史（或预测）收益率进行动态计算确定的，考虑到历史波动率呈逐步上升态势，故 GARCH 模型预测波动率亦呈现了前低后高的趋势。该趋势基本符合当 $\alpha+\beta<1$ 时，若预测期足够长，则时间序列波动率的期望值收敛于长期波动率的相关理论。

7.Accumulator 权益估值结果及执行方式统计

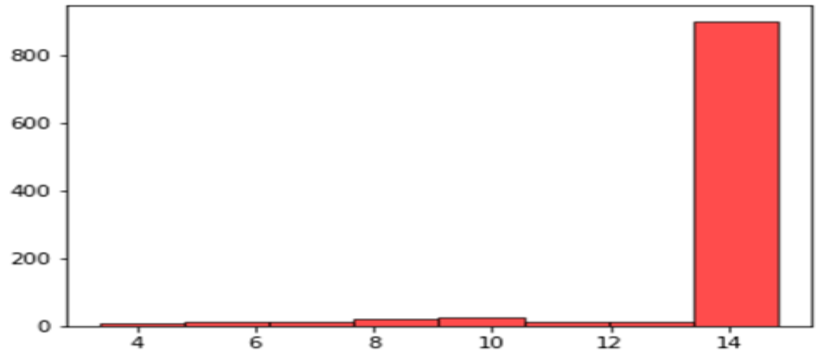
（1）基准日模型统计

A.风险中性定价法

经测算，每份 Accumulator 权益估值为-608,024.27 港元。

蒙特卡洛模拟的 1,000 次路径中，合约提前终止的次数为 899 次，占比 89.9%；到期日股价低于执行价次数为 86 次，占比 8.6%。

笔者对终止日（含敲出期权触发终止日）股价分布进行了统计，结果见下图 9。



注：横轴为股价，纵轴为次数。

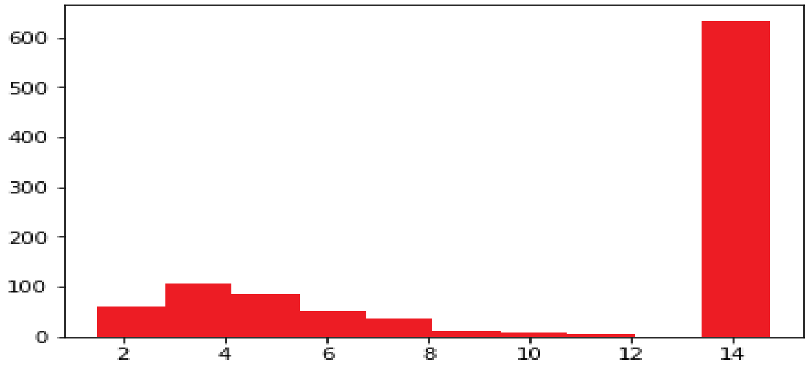
图 9 风险中性定价法终止日股价分布直方图

B.特定风险收益偏好定价法

经测算，每份 Accumulator 权益估值为-4,745,878.29 港元。

1,000 次路径中，合约提前终止的次数为 634 次，占比 63.4%；到期日股价低于执行价次数为 363 次，占比 36.3%。

其终止日（含敲出期权触发终止日）股价分布如下图 10 所示。



注：横轴为股价，纵轴为次数。

图 10 特定风险收益偏好定价法终止日股价分布直方图

（2）以 2007 年 11 月 30 日为模拟基准日的估值及执行方式统计

若以（更接近于实际投资者购入时期的）2007 年 11 月 30 日为模拟基准日，则估值及执行方式统计如下：

A.风险中性定价法

经测算，每份 Accumulator 权益估值为-1,745,434.53 港元。

1,000 次路径中，1000 次路径模拟中，合约提前终止的次数为 743 次，占比 74.3%；到期日股价低于执行价次数为 222 次，占比 22.2%。

B.特定风险收益偏好定价法

经测算，每份 Accumulator 权益估值为-7,100,662.30 港元。

1000 次路径模拟中，合约提前终止的次数为 591 次，占比 59.1%；到期日股价低

于执行价次数为 405 次，占比 40.5%。

（3）估值结果及统计数据分析

对比两种方法下估值结果来看，风险中性定价法结果明显高于特定风险收益偏好定价法。通过上文股价模拟图分析可知，风险中性定价法触发敲出条款概率明显为高，触发时间较早，合约期满股价分布较均匀，均值（约 9 港元）相对稍高，因此该方法下投资者双倍高价购股的亏损较小，且总体折现期较短，估值相对较高具有合理性。

对比两（模拟）基准日结果来看，虽然模拟基准日收益率上升（不变），但由于初始每股股价由 13.25 港元降至 12.34 港元，故敲出期权触发概率下降，触发时间延后，而股价跌破执行价时间提前，相同交易日价格更低，双倍高价购股频度及损失上升，因此，模拟基准日估值大幅下降具有合理性。

（就本案例而言，笔者以为特定风险收益偏好定价法结果更符合基准日估值对象的实际价值水平（关于两种方法的优劣及适用性分析，可具体参见下文））。

同理类推，随着时间的推移，实际股价持续下跌，若投资者购入 Accumulator 合约越晚，其损失越大。

如同前文所述，待估 Accumulator 条款并不公允，其仅赋予了投资者 1 项看涨期权，却授予了交易对手 1 项极易触发的上涨敲出期权（保护）（当然，在特定情形下，敲出期权价值可能并不显著）及 1 项（双倍数量）看跌期权。此外，Accumulator 签订时间较为敏感，彼时，沪港直通车政策预期强烈，市场投机气氛浓重，投资者买涨不买跌情绪高涨，同时，港股估值畸高，步入下行通道概率较大，不排除私人银行藉此机会大肆推出“蜜糖罐头”以博取暴利的这一动机。综上，获利空间压缩、双倍亏损压榨、股价岌岌可危，结果自不言而喻，投资者本金丧失殆尽外，Accumulator 权益反转成为大额义务，好一个惨字了得。

四、估值思考

（一）股价模拟方法的选择

从本案例而言，特定风险收益偏好定价法结果优于风险中性定价法。

但笔者认为，上述优劣比较结论仅适用于待估 Accumulator 所处的特殊历史背景之下。关于两种定价方法，特别是股票价格模拟的方式，值得深入探讨。

1.关于特定风险收益偏好定价法的思考

由于本案例仅供估值方法及思路探讨之用，考虑到合约嵌套的障碍期权及基准日金融市场面临的极端状况，笔者尝试了特定风险收益偏好条件下的期权定价方法。

此方法中，笔者在约束的理论收益率下，选用了布朗运动股价模拟方法，并在实际股价数据不充分、数据检验结果不理想、预测期较长的情况下，选用了 GARCH 波动率预测模型，尽管数据表现中规中矩，估值较为贴近基准日后实际情况，但实事求是来看，此种估值方式设计，并不严格遵从期权定价理论。此外，笔者适当嵌入了期

后股价信息，实为基准日特殊估值背景下的一种妥协。笔者以为，该等方法更适用于极端金融市场状况下的估值及思路探讨之用。

2.风险中性定价法的思考

本案例中，基准日港股市场表现偏离了弱势效率市场假设，期权的无风险定价条件暂不成立。

然而，虽然目前市场摩擦及噪音等依然存在，极端情形亦偶有发生，但瑕不掩瑜，随着国内外金融市场逐步发展，股票价格的随机变动越来越符合维纳过程，风险中性理论大有用武之地。鉴于价值风险中性条件下的金融衍生品价格与风险偏好条件下价格基本一致，且风险中性定价消除了风险收益偏好度量的世纪难题，故当金融市场表现总体平稳之时，风险中性条件下的期权定价法实为一种简便可行的方法，在复杂的金融衍生品估值中值得大力推荐。

3.股价预测方法的思考

股价预测是一门综合艺术，亦为公认难题。几何布朗运动模拟并非放之四海皆准的预测方法，特别是当股市处于非理性周期之时。基于此，除了线性回归、灰色模拟等传统方法外，我们也可乘大数据、人工智能快速迭代的东风，擅用卷积神经网络、隐马尔科夫链等方法模拟市场博弈，深挖支持向量机、K-means 聚类算法等在异常值筛选及机器学习上的潜力，构建更为精准有效的预测模型。

（二）敲出看涨期权价值几何

本案例中，在特定风险收益偏好定价法下，敲出看涨期权对最终权益价值影响并不大。究其原因，因案例中年化收益率为较大负值，在其约束下，若无合约提前终止限制，虽原提前终止路径中，较大部分后续股价仍将高于执行价，投资者可藉此盈利，但一定比例路径的后续股价将跌破执行价，而该等情形下投资者需双倍承担高价购股之损失，故盈亏相抵后，双方权益未因敲出期权的存在，而发生大幅变化。

那么，敲出期权真的价值寥寥吗？否！当标的资产价格表现平稳或优异之时，其价值极为可观，限于篇幅，本文不再展开论述。本案例中，据笔者揣度，虽私人银行对于估值泡沫破裂情形已有相关预期，但出于安全性考虑，其不能放任股价连续上涨引致的单边大幅亏损局面的出现，因此仍设置了该等条款，以实现风险与收益的平衡。

（三）波动率的确定

毫不夸张的说，由于波动率关乎市场是否有效与期权定价模型是否正确等重大问题，因此其预测是期权定价中最复杂、争议最大的环节。针对波动率，笔者有以下建议：一是应选取基准日前与期权剩余期相等的且通过统计检验的历史期间样本，作为波动率计算基础；二是据郑振龙、黄薏舟（2010）对香港恒生指数期权市场所含信息的研究发现，GARCH 模型的长期预测表现不甚理想，结合本案例，笔者建议，若采用 GARCH 等时间序列波动率模型，则预测期间尽可能不要过长；三是随着金融期权产品的不断丰富，在流动性强、交易成本低的金融市场中，由于隐含法的数据来自于

市场供求双方基于前瞻性的博弈结果，因此其亦不失为一种好的选择。

（四）计算机蒙特卡罗模拟的改进

由于估值的不确定性与模拟次数的平方根成反比，因此，蒙特卡洛模拟的计算精度有赖于大量的模拟次数。但对于嵌套了 GARCH 模型的蒙特卡罗期权定价模拟，由于各交易日波动率均需迭代计算而耗时较久，故普通计算机模拟次数难以符合理论精度要求。鉴于此，在复杂的金融衍生品估值中，我们可适时尝试使用方差缩减技术（如伪随机数序列技术）、AMS（alon matias szegedy 算法）技术等，以提高计算精度及工作效率。

【参考文献】

[1]中华人民共和国财政部.企业会计准则 2018 年版[M].立信会计出版社,2018;

[2]郑振龙,陈蓉.金融工程[M].高等教育出版社,2016;

[3][加]约翰·赫尔.期权 期货及其他衍生产品[M].王勇,索吾林,译.9 版.机械工业出版社,2014;

[4]郑振龙,黄薏舟.波动率预测:GARCH 模型与隐含波动率[J].数量经济技术经济研究,2010,1.

（作者单位：坤元资产评估有限公司 美国南加州大学）