

文章编号: 1004—5570(2016)05—0088—05

太阳影子定位测算技术研究

袁迎迎¹, 李振坤², 戈兆萍³, 王金良⁴, 范兴奎⁴

(1. 青岛理工大学 计算机工程学院, 山东 青岛 266520; 2. 青岛理工大学 土木工程学院, 山东 青岛 266033;
3. 青岛理工大学 经贸学院, 山东 青岛 266520; 4. 青岛理工大学 理学院, 山东 青岛 266520)

摘要: 太阳影子定位技术是通过分析物体的太阳影子变化, 确定影子所在地点和日期的一种方法。通过建立影子长度变化模型, 根据杆长与太阳影子长度的变化规律, 研究太阳影子与当地经纬度的变化关系, 采用 MATLAB 编程计算对物体进行有效定位。同时, 根据时间变量与影子顶点坐标关系, 利用太阳方位角的公式, 求得直杆所处日期。

关键词: 太阳影子定位; 太阳影子长度变化模型; 太阳方位角; MATLAB

中图分类号: O24; P127.4 文献标识码: A

DOI:10.16614/j.cnki.issn1004-5570.2016.05.016

Positional calculation technology based on the sun shadow

YUAN Yingying¹, LI Zhenkun², GE Zhaoping³, WANG Jinliang⁴, FAN Xingkui^{4*}

(1. Computer Engineering Institute, Qingdao University of Technology, Qingdao, Shandong 266520, China; 2. School of Civil Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao, Shandong 266033, China; 3. College of Trade, Qingdao University of Technology, Qingdao, Shandong 266520, China; 4. College of Science, Qingdao University of Technology, Qingdao, Shandong 266520, China)

Abstract: Positional calculation technology based on the sun shadow is the technology which determines object's shadow location and date by analyzing the changes of object's shadow. In this article, we systematically analyzed the bar length and change rule of the sun's shadow length through the establishment of the shadow length change model, and we studied the relation between the sun's shadow and local latitude and longitude; We carried on the effective positioning to objects by MATLAB programming calculation. Meanwhile this measure can use the sun azimuth angle formula to obtain the date of rods according to the time variable relation and shadow vertex coordinates.

Key words: sun shadow positioning; sun shadow length change models; solar azimuth; MATLAB

0 引言

经纬度的估计技术在军事领域和民用领域中

具有广泛的应用。太阳影子定位测算技术研究^[1]是指根据太阳高度角^[2]与当地经纬度^[3]、赤纬角^[4]的关系, 利用 Matlab 建立影子长度与杆长、纬度、经度、日期序列、时间 5 个参数的关系模型, 采

收稿日期: 2016-03-07

基金项目: 山东省教育科学“十二五”规划 2015 年度高等教育学科教学专项课题(CBS15010)

作者简介: 袁迎迎(1995-), 女, 本科, 研究方向: 网络工程, E-mail: 1127926664@qq.com.

* 通讯作者: 范兴奎(1970-), 男, 博士, 副教授, 研究方向: 模糊数学理论, E-mail: fanxingkui@126.com.

用控制变量的方法,得出每个参数对影子长度变化^[5]的影响,以此来计算视频中物体的拍摄时间和地点^[6]。

通过建立太阳影子模型,在已知条件下求得当地的经纬度;并利用太阳高度角与经纬度的几何关系^[7]对模型进行灵敏度分析,所得结论与所建模型基本一致。表明该模型合理可靠,可运用到求解最优建筑物采光^[8]时间、建筑物的朝向^[9]等问题中。

1 太阳影子长度模型

太阳影子是由于平行的太阳光线无法穿过不透明物体直杆而形成的较暗区域,假设太阳光线按直线传播。影子长度 l 与杆长 h 和太阳高度角 α 之间的关系(图1)。即:

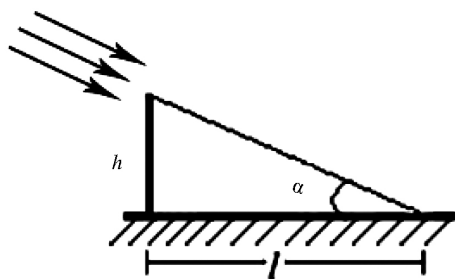


图1 太阳高度角示意图

Fig. 1 Angle of the sun

$$l = \frac{h}{\tan \alpha} \quad (1)$$

考虑到太阳高度角受多种因素的影响,忽略气

$$l(\phi, \lambda, n, t) =$$

$$\frac{h \{ 1 - \{ \sin [0.41 \sin (0.017n + 4.9)] \sin (0.017\phi) + \cos [0.41 \sin (0.017n + 4.9)] \cos (0.017\lambda + 0.26t - 5.2) \}^2 \}^{\frac{1}{2}}}{\sin [0.41 \sin (0.017n + 4.9)] \sin (0.017\phi) + \cos [0.41 \sin (0.017n + 4.9)] \cos (0.017\lambda + 0.26t - 5.2)} \quad (5)$$

1.1 影子长度关于当地纬度的变化规律

将杆长 h 、经度 λ 、日期序列 n 、时间 t 4个参数分别取固定为3m、120°E、295(日期为10月22日)、9:00,运用影子长度变化模型公式(公式(5)),借助于Matlab编程,求得当地纬度与影子长度的关系式: $\sin \alpha_2 = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega_2$ 。并得到当地纬度与太阳影子长度变化的相关曲线(图3)。

由图3可以看出,在杆长 h 、经度 λ 、日期序列 n 、时间 t 4个参数固定的情况下,影长在15.15°N处取最小值0,且影长自15.15°N处向南北两侧递

减。74.85°N以北有极夜现象,此时影子长度趋近无穷。

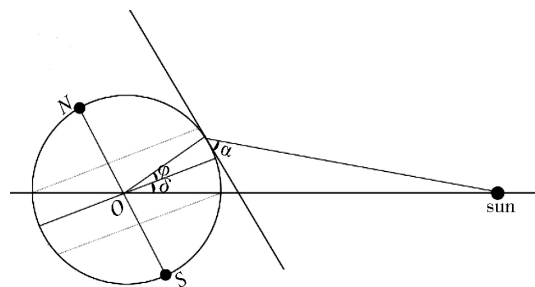


图2 太阳高度关系图

Fig. 2 Height of the sun

由图2可知,太阳高度角 α 与当地纬度 ϕ 和赤纬角 δ ^[10]的关系式:

$$\sin \alpha = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \omega \quad (2)$$

其中: δ 为赤纬角,赤纬角计算公式如下:

$$\delta = 23.45 \left[\frac{2\pi(284 + n)}{365} \right] \quad (3)$$

时角 ω 是以12:00为0°开始计算,每一小时为15°,上午为正,下午为负,关系式^[11]如下:

$$\omega = 15(t_s - 12) = 15 \left\{ \left[t + \frac{24}{360}(l - 120) \right] - 12 \right\} \quad (4)$$

其中 t_s 为平太阳时; t 为北京时间。

联立方程(1)~(4)借助于Matlab编程求解非线性方程组,可得太阳影子长度 l 与杆长 h 、纬度 ϕ 、经度 λ 、日期序列 n 、时间 t 的函数关系式,该关系式即太阳影子长度变化模型的公式,即公式(5)。

减。74.85°N以北有极夜现象,此时影子长度趋近无穷。

1.2 影子长度关于当地经度的变化规律

将杆长 h 、纬度 ϕ 、日期序列 n 、时间 t 4个参数分别取定为3m、40°N、295(日期为10月22日)、9:00,并带入太阳影子长度模型公式(公式(5)),利用Matlab编程,求得当地经度与影子长度的关系式:

$$l_3 = \frac{3 \{ 1 - [0.75 \cos(0.017l - 2.9) - 0.13]^2 \}^{\frac{1}{2}}}{0.75 \cos(0.017l - 2.9) - 0.13}$$

并得到杆长与太阳影子长度变化关系曲线

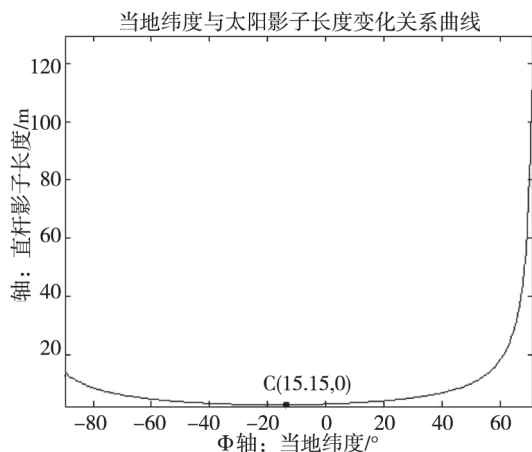


图 3 当地纬度与太阳影子长度变化关系图

Fig. 3 Local latitude shadow length change diagram with the sun

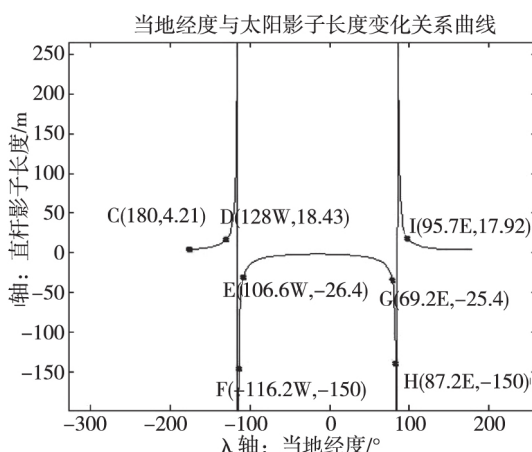


图 4 当地经度与太阳影子长度变化关系

Fig. 4 Local longitude shadow length relation with the sun (图 4)。

根据图 4,在杆长 h 、纬度 Φ 、日期序列 n 、时间 t 4 个参数固定的情况下,在 10 月 22 日的 9:00, $116.2^{\circ}\text{W} \sim 87.2^{\circ}\text{E}$ 处于黑夜,即影长为负值,且随经度增加而变短; $178.2^{\circ}\text{W} \sim 83.3^{\circ}\text{E}$ 处于白昼,影长为正值,太阳影长随经度增加而变长;在 87.2°E 和 116.2°W 处于日夜交替处,影长趋近于无穷。

1.3 影子长度关于时间的变化规律

考虑到时间 t 是变化的,将杆长 h 、纬度 Φ 、经度 λ 、日期序列 n 4 个参数分别取定为 3m 、 40°N 、 120°E 、295 (日期为 10 月 22 日)、9:00,借助于 Matlab 编程^[12],利用影子长度变化模型,求得杆长与影子长度的关系式:

$$l_s = \frac{3\{1 - [0.75 \cos(0.26t - 3.1) - 0.3]^2\}^{\frac{1}{2}}}{0.75 \cos(0.26t - 3.1) - 0.13}.$$

并求得杆长与太阳影子长度变化关系曲线

(图 5)。

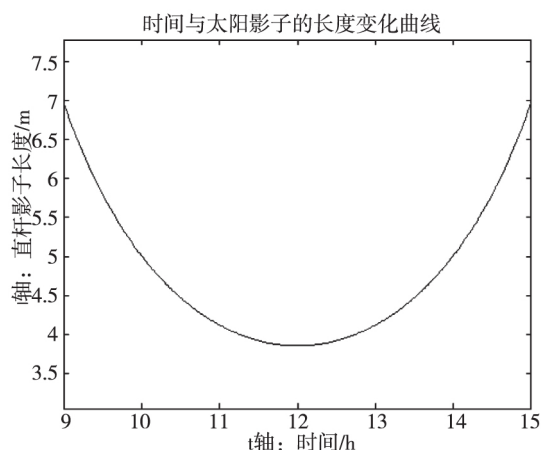


图 5 时间与太阳影子的长度变化曲线

Fig. 5 Time and length of the sun's shadow change curve

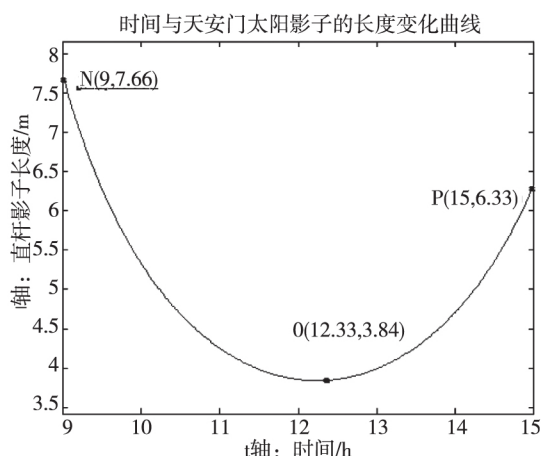


图 6 时间与太阳影子的长度变化曲线

Fig. 6 Time and length of the sun's shadow change curve

由图 5 可以看出,在杆长 h 、纬度 Φ 、经度 λ 、日期序列 n 4 个参数固定,时间 t 变化的情况下,影长关于 12:00 对称,且从 9:00 ~ 12:00 逐渐变短,从 12:00 ~ 15:00 逐渐变长,在 12:50 影长达到最短。

2 影子长度变化模型的应用

2.1 太阳影子与时间关系实例分析

将杆长 h 、纬度 Φ 、经度 λ 、日期序列 n 4 个参数分别取定为 3m ($39^{\circ}52'26''\text{N}$, $116^{\circ}23'29''\text{E}$)、295 (日期为 2015 年 10 月 22 日)。未知条件为 t ,在时间范围(9:00 ~ 15:00)内,将 4 个参数的值带入太阳影子长度模型(公式(5)),利用 Matlab 编程求得时间与太阳影子长度变化关系曲线(图 6)。

由图 6 看出,在杆长、纬度、经度、日期序列一

定的情况下,天安门 9:00~15:00 影长处于范围 3.8~7.8m 内。9:00~12:20,影长逐渐变短,在 9:00 达到最长值 7.66m,在当地时间 12:20,太阳高度角达到最大,影长达到最短值 3.84m;在 12:20~15:00,影长逐渐变长,在当地时间 15:00 达到次长值 6.33m。

2.2 经纬度的求法

已知直杆影子的顶点坐标(表 1),求该直杆所在经纬度。

表 1 直杆影子定点坐标

Tab. 1 Coordinates of a rod

X 坐标(m)	Y 坐标(m)	北京时间
1.036 5	0.497 3	14:42
1.356 8	0.546 3	15:09
1.827 7	0.613 5	15:42

2.2.1 模型的建立

首先,以直杆固定端为原点,以正东方向为 x 轴正方向,以正北方向为 y 轴正方向,建立直角坐标系(图 7)。设太阳影子顶点坐标为 (x, y) ,令影子首处坐标为 $Q_0(x_1, y_1)$,影子尾处坐标为 $R(x_n, y_n)$ 。 A_1 为影子首处所对应的太阳方位角, A_n 为影子尾处所对应的太阳方位角。

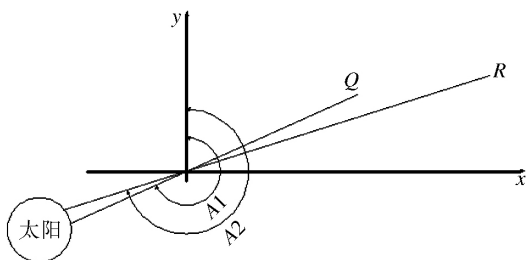


图 7 太阳方位角示意图

Fig. 7 The sun azimuth

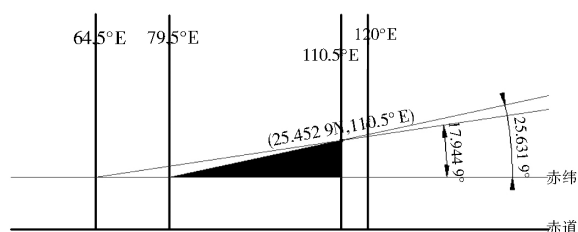


图 8 经纬网平面展开开图

Fig. 8 Graticule plane open graph

求得赤纬度:

$$\delta = 23.4 \sin \left[\frac{2\pi(284 + n)}{365} \right]$$

$$= 23.5 \sin \left[\frac{2\pi(284 + 108)}{365} \right]$$

$$= 10.50$$

因此可以得到:

$$\sin \delta = 0.182 4$$

$$\cos \delta = 0.983 2$$

其次,通过上图中的角度换算关系可以得到:

$$A_1 = \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{y_1}{x_1} \right) + \pi \quad (6)$$

$$A_2 = \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{y_n}{x_n} \right) + \pi \quad (7)$$

因此可以确定为两个时刻 14:42 与 15:42 的太阳方位角,又由太阳方位角公式(公式(6))可以得到:

$$\sin A_1 = \frac{-\sin \omega_1 \cos \delta}{\cos \alpha_1} \quad (8)$$

$$\sin A_2 = \frac{-\sin \omega_2 \cos \delta}{\cos \alpha_2} \quad (9)$$

其中 α_1, α_2 为影子首处和影子尾处的太阳高度角 δ 为赤纬角 ω_1, ω_2 为时角,由(4)可求得:

$$\omega_1 = 15 \left[t_1 + (l - 120) \frac{24}{360} - 12 \right] \quad (10)$$

$$\omega_2 = 15 \left[t_2 + (l - 120) \frac{24}{360} - 12 \right] \quad (11)$$

进而由(4)可求得:

$$\sin \alpha_1 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega_1 \quad (12)$$

$$\sin \alpha_2 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega_2 \quad (13)$$

联立(6)~(13)方程可得关于 $\alpha_1, \alpha_2, \varphi, \lambda, \lambda$ 个未知数的方程组,用于求在固定顶点坐标、日期数列、时间的情况下,即可得到直杆所在的可能地点。

2.2.2 模型的求解

从已知条件(表 1)中选取两组数据,选取北京时间为 14:42 和 15:42 两组,把两组数据中的 X, Y 记为太阳影子的首尾点坐标,分别为 $Q_0(x_1, y_1), R_0(x_n, y_n)$ 。

求得赤纬角为:

$$\sin \alpha_1 = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega_1$$

$$= 0.182 4 \sin \delta + 0.983 2 \cos \phi \cos \omega_1$$

$$\sin \alpha_2 = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega_2$$

$$= 0.182 4 \sin \delta + 0.983 2 \cos \phi \cos \omega_2$$

求得时角为:

$$\omega_1 = 15 \left[t_1 + (l - 120) \frac{24}{360} - 12 \right] \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$= 15 \left[13.7 + (\lambda - 120) \frac{24}{360} - 12 \right] \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$= \lambda - \frac{79.5\pi}{180}$$

$$\omega_2 = 15 \left[t_2 + (l - 120) \frac{24}{360} - 12 \right] \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$= 15 \left[13.7 + (\lambda - 120) \frac{24}{360} - 12 \right] \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$= \lambda - \frac{64.5\pi}{180}$$

求得太阳方位角为:

$$A_1 = \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{y_1}{x_1} \right) + \pi = 4.2798$$

$$A_2 = \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{y_2}{x_2} \right) + \pi = 4.4032$$

再根据求得的太阳方位角,可求得:

$$\sin A_1 = \frac{-\sin \omega_1 \cos \delta}{\cos \alpha_1} = \frac{-0.9832 \sin \omega_1}{\cos \alpha_1}$$

$$= -0.9079$$

$$\sin A_2 = \frac{-\sin \omega_2 \cos \delta}{\cos \alpha_2} = \frac{-0.9832 \sin \omega_2}{\cos \alpha_2}$$

$$= -0.9526$$

联立方程组:

$$\begin{cases} 0.9079 = \frac{0.9832 \sin(\lambda - \frac{79.5\pi}{180})}{\cos \alpha_1} \\ 0.9526 = \frac{0.9832 \sin(\lambda - \frac{79.5\pi}{180})}{\cos \alpha_2} \\ \sin \alpha_1 = 0.1824 \sin \phi + 0.9832 \cos \phi \cos(\lambda - \frac{79.5\pi}{180}) \\ \sin \alpha_2 = 0.1824 \sin \phi + 0.9832 \cos \phi \cos(\lambda - \frac{64.5\pi}{180}) \end{cases}$$

运用最小二乘法^[13]借助于 Matlab 编程求解非线性方程组,得到该地位置大致是(20.42°N, 111.27°E),查找地图便可确定此地为海南附近。

3 灵敏性检验

为了检验所建模型的可靠性,采用灵敏性检验的方法对求解结果进行分析,并进行误差分析。具体原理图如图 8 所示:

相对于 120°E,下午 14:42 太阳向西走过的度数易算出,为 40.5°E,因此在下午 14:42 太阳直射的经度为 79.5°E,此时按 14:42 的坐标数据(表 1)求得太阳方位角在地面引一直线;再过 1h 太阳位置西移 15°,再按 15:42 的坐标数据(表 1)求得的方位角在地面引一直线,两直线在地面的交点即

为所求。此时求得的坐标为(25.4529°N, 110.5°E)与所建模型求得结果一致,因此模型合理可行。

4 总结与展望

通过将太阳高度角公式、太阳方位角公式、时角公式紧密结合,建立太阳影子长短与纬度、经度、日期、时间的关系模型,可以有效的研究影子长度变化规律,从而能更科学地对物体进行定位。我们运用灵敏度分析的方法,对求解结果进行验证,提高了模型的准确性。

在进行经纬度测算的过程中建立的影子长度变化模型,代表性好,可行性强,可推广到城市造景规划、求解建筑物采光时间、建筑物的朝向等领域中。

参考文献:

- [1] 蔡志杰. 太阳影子定位[J]. 数学建模及其应用, 2015, 4(4): 25-33.
- [2] 贺晓雷, 于贺军, 李建英, 等. 太阳方位角的公式求解及其应用[J]. 太阳能学报, 2008, 29(1): 69-73.
- [3] 罗佳, 汪海洪. 普通天文学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2012: 128.
- [4] 陈晓勇, 郑科科. 对建筑日照计算中太阳赤纬角公式的探讨[J]. 浙江建筑, 2011, 28(9): 6-12.
- [5] 陶超, 虞芳, 鲍远娟, 等. 基于回归分析的太阳影子定位技术研究[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2016, 32(2): 25-27.
- [6] 高非含, 朱家明, 杨鹏辉. 基于几何原理的动态视频太阳影子定位研究[J]. 牡丹江师范学院学报(自然科学版), 2016, 34(1): 7-9.
- [7] 胡毅华, 杨旭龙, 刘媛萍. 太阳影子定位模型的构建[J]. 洛阳师范学院学报, 2015, 34(11): 13-18.
- [8] 武琳. 基于太阳阴影轨迹的经纬度估计技术研究[D/OL]. 天津: 天津大学, 2010: 3, 22-32 [2016-02-15]. <http://www.docin.com/p-821415315.html>.
- [9] 郑鹏飞, 林大钧, 刘小羊, 等. 基于影子轨迹线反求采光效果的技术研究[J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2010, 36(3): 458-463.
- [10] JUNNEJO I N, FOROOSH H. GPS coordinates estimation and camera calibration from sola shadows[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2010, 114: 991-1003.
- [11] WU L, CAO X C, FOROOSH H. Camera calibration and geo-location estimation from two shadow trajectories[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2010, 114: 915-927.
- [12] 卓金武. MATLAB 在数学建模中的应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2010: 82-83.
- [13] 郑玉棒, 张圣梅, 汪婷, 等. 基于“穷举-非线性拟合”算法下的太阳影子定位分析[J]. 佳木斯大学学报(自然科学版), 2015, 33(6): 832-836.