

Онлайн-школа «Фоксфорд»



М.А. ПЕНКИН

Урок 1

Прямолинейное движение с постоянным и переменным ускорением

Курс подготовки к вузовским олимпиадам 11 класса

Прямолинейное движение с переменным ускорением

№1. Тело начинает движение из состояния покоя с ускорением a_0 и далее движется прямолинейно. Из-за действия силы сопротивления воздуха ускорение тела падает с увеличением его скорости V по закону $a = a_0 \cdot V_0 / (V + V_0)$, где V_0 – известная постоянная. Через какое время скорость тела достигнет значения $2V_0$?

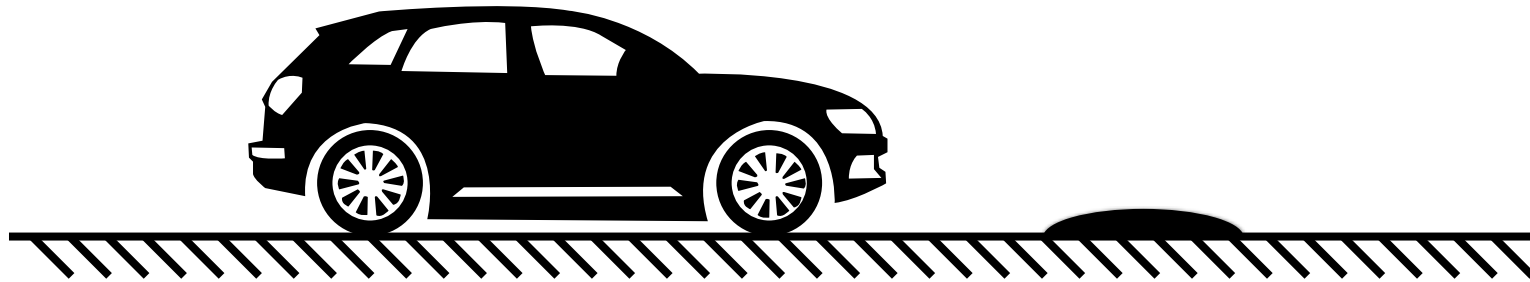
№2. Лодку массой $m = 100$ кг тянули за верёвку по озеру с постоянной скоростью величиной $V_0 = 1$ м/с. В некоторый момент времени верёвка оторвалась.

1. Найти зависимость скорости лодки V от пройденного ею расстояния x после этого?
2. Какой тормозной путь L пройдёт лодка?
3. Какую скорость имела лодка в момент, когда она прошла расстояние $L/4$?

Считайте, что сила сопротивления зависит только от скорости \vec{V} и ускорения \vec{a} лодки и определяется выражением $\vec{F}_c = -\alpha \cdot \vec{V} - \beta \cdot \vec{a}$, где $\alpha = 10$ Н·с/м, $\beta = 50$ Н·с²/м.

Прямолинейное движение с переменным ускорением

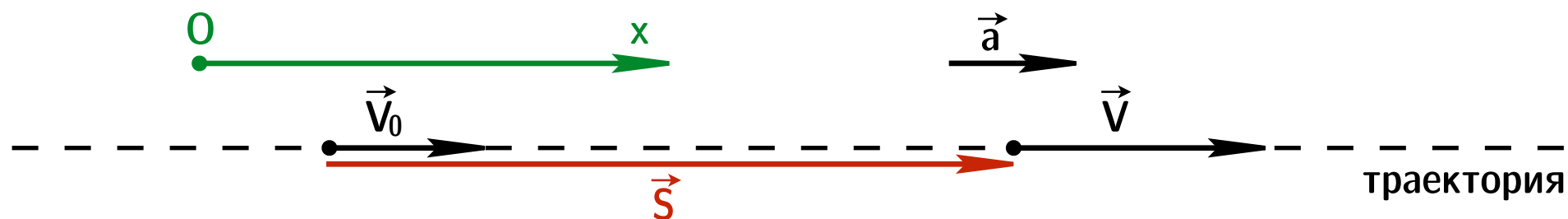
№3. Проехав «лежачего полицейского» со скоростью $V_0 = 5$ км/ч, автомобиль, двигаясь далее прямолинейно по горизонтальной дороге, увеличивает свою скорость таким образом, что сила тяги, развиваемая двигателем, оказывается пропорциональной скорости автомобиля. На расстоянии $S_1 = 30$ м от «полицейского» автомобиль достиг скорости $V_1 = 20$ км/ч.



На каком расстоянии от «полицейского» у автомобиля будет скорость $V_2 = 30$ км/ч? Сопротивлением движению пренебречь.

№4. С поверхности земли вертикально вверх со скоростью V_0 бросили шарик массой m . Через время τ он достиг наивысшей точки траектории. На какое расстояние переместился камень за это время? Считать, что сила сопротивления \vec{F}_c движению шарика пропорциональна его скорости \vec{V} , то есть $\vec{F}_c = -k \cdot \vec{V}$, где k – известная постоянная.

Кинематика движения материальной точки



- 1) Перемещение $\vec{S} = \Delta\vec{S}_1 + \Delta\vec{S}_2 + \Delta\vec{S}_3 + \dots = \sum \Delta\vec{S}$.
- 2) Скорость $\vec{V} = \frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}$, где $\Delta\vec{S}$ – изменение перемещения за малое время Δt .
- 3) Ускорение $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$, где $\Delta\vec{V}$ – изменение скорости за малое время Δt .

Векторное уравнение скорости	Координатное уравнение скорости
$\vec{V} = \vec{V}_0 + \sum \Delta\vec{V} = \vec{V}_0 + \sum \vec{a} \cdot \Delta t$	$V_x = V_{0x} + \sum \Delta V_x = V_{0x} + \sum a_x \cdot \Delta t$
Векторное уравнение перемещения	Координатное уравнение перемещения
$\vec{S} = \sum \Delta\vec{S} = \sum \vec{V} \cdot \Delta t$	$S_x = \sum \Delta S_x = \sum V_x \cdot \Delta t$

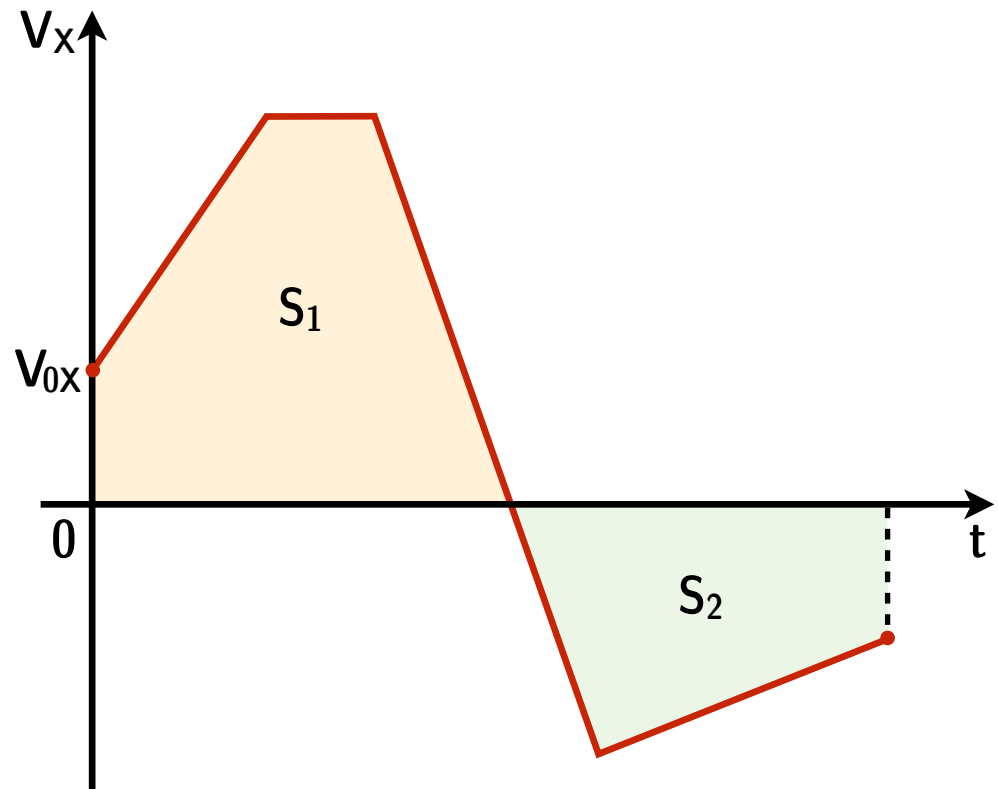
Координатное уравнение перемещения имеет вид $S_x = \sum \Delta S_x = \sum V_x \Delta t$.

Как посчитать сумму $\sum V_x \Delta t$?

Ответ: нарисовать график зависимости проекции скорости V_x от времени t .

Площадь под этим графиком численно совпадёт с проекцией перемещения S_x :

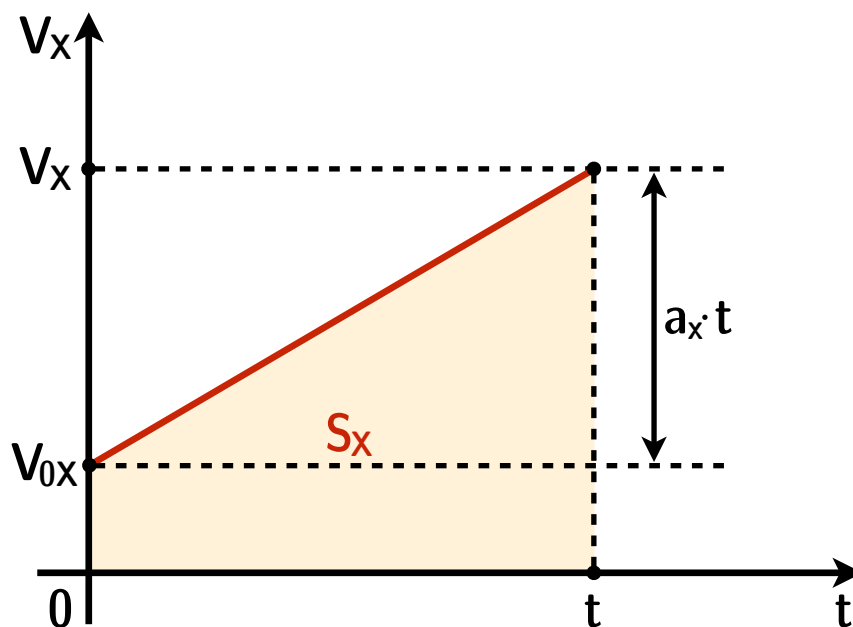
$$S_x = \sum \Delta S_x = \sum V_x \Delta t = S_1 - S_2$$



Основная идея графического метода: для определения проекции перемещения S_x нужно найти численно равную ей площадь под графиком проекции скорости $V_x(t)$. При этом во многих случаях определить геометрически указанную площадь (тем самым, решить задачу или существенно продвинуться в её решении) оказывается значительно легче, чем вычислить искомое перемещение аналитически.

Прямолинейное равноускоренное движение ($\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$)

Если $\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$, то $\vec{V} = \vec{V}_0 + \sum \Delta \vec{V} = \vec{V}_0 + \sum \vec{a} \cdot \Delta t = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t \Rightarrow \boxed{V_x = V_{0x} + a_x \cdot t}$



- 1 $V_x = V_{0x} + a_x \cdot t$
- 2 $S_x = V_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2$
- 3 $2a_x \cdot S_x = V_x^2 - V_{0x}^2$
- 4 $S_x = \frac{1}{2} (V_{0x} + V_x) \cdot t$
- 5 $S_x = V_x \cdot t - \frac{1}{2} a_x \cdot t^2$

Векторное уравнение скорости	Координатное уравнение скорости
$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t$	$V_x = V_{0x} + a_x \cdot t$
Векторное уравнение перемещения	Координатное уравнение перемещения
$\vec{S} = \vec{V}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$	$S_x = V_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2$

Прямолинейное движение с переменным ускорением

№5. В последнюю секунду свободного падения без начальной скорости тело прошло путь вдвое больший, чем в предыдущую секунду. Сколько времени падало тело? На какой высоте оно изначально находилось? Считать, что $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

№6. Автомобиль двигался по прямолинейной дороге. Заметив впереди себя препятствие, он начал тормозить с постоянным ускорением до полной остановки. Какова была скорость автомобиля в середине тормозного пути, если торможение заняло $\tau = 4 \text{ с}$, а тормозной путь составил $S = 20 \text{ м}$?

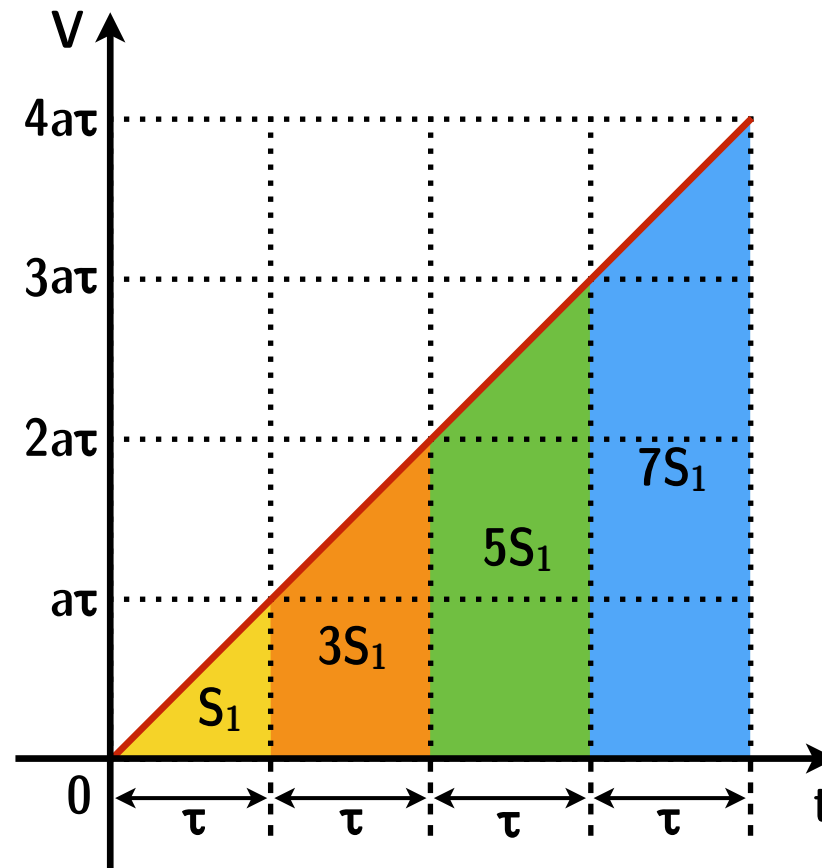
№7. Время отправления электрички по расписанию 12:00. На ваших часах 12:00, но мимо вас уже начинает проезжать предпоследний вагон, который движется мимо вас в течение $t_1 = 10 \text{ с}$. Последний вагон проходит мимо вас в течение $t_2 = 8 \text{ с}$. Электричка отправилась вовремя и движется равноускоренно. На какое время отстают ваши часы?

№8. Товарный поезд, двигаясь с постоянным ускорением, въезжает в туннель со скоростью V_0 . Известно, что первый вагон пробыл в туннеле в два раза дольше, чем последний. Какую скорость имел поезд в тот момент, когда целиком выехал из туннеля, если известно, что его длина равна длине туннеля? Длиной вагона по сравнению с длиной всего поезда пренебречь.

Правило нечётных чисел ($\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$, $\vec{V}_0 = \vec{0}$)

Если $\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$ и $\vec{V}_0 = \vec{0}$, то $\vec{V} = \vec{a} \cdot t$ \Rightarrow

$$V = a \cdot t$$



При равноускоренном движении без начальной скорости перемещения, совершённые точкой за последовательные равные промежутки времени, относятся как последовательный ряд нечётных чисел.

Прямолинейное движение с постоянным ускорением

№9. За последнюю секунду свободно падающее без начальной скорости тело пролетело $\frac{3}{4}$ всего пути. Сколько времени падало тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

№10. С балкона вертикально вверх бросают мяч. Через время τ скорость летящего вверх мяча уменьшается на 20%. С какой высоты был осуществлён бросок, если в момент удара о землю скорость мяча в два раза превышала начальную? Сопротивлением воздуха пренебречь.

№11. С поверхности земли вертикально вверх бросили камень. С какой скоростью его бросили, если известно, что он дважды побывал на одной высоте – через $t_1 = 0,6$ с и через $t_2 = 0,8$ с после начала своего движения? Чему равна эта высота? Считать, что $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

№12. Аэростат поднимается с земли вертикально вверх с ускорением $a = 2$ м/с². Через $t_0 = 5$ с от начала движения аэростата из него выпал предмет. Через сколько времени этот предмет упадёт на землю? Начальная скорость аэростата равна нулю. Считать, что $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

Основные формулы для равноускоренного движения ($\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \text{const}$):

1

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t$$

2

$$\vec{S} = \vec{V}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2 = \vec{V} \cdot t - \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$$

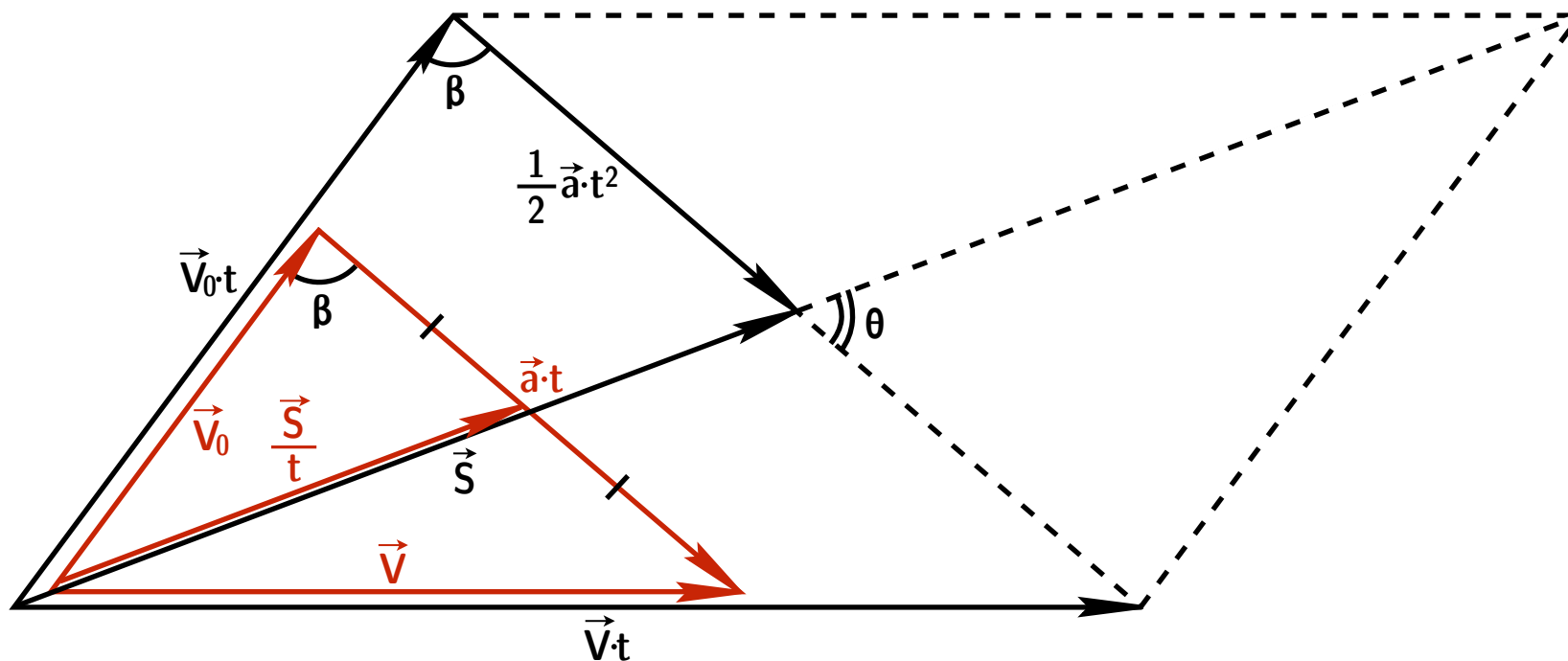
3

$2 \cdot (\vec{a}; \vec{S}) = |\vec{V}|^2 - |\vec{V}_0|^2$, где $(\vec{a}; \vec{S}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos \theta$ – скалярное произведение вектора ускорения \vec{a} на вектор перемещения \vec{S} (θ – угол между этими векторами)

4

$$\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{V}_0 + \vec{V}) \cdot t$$

Геометрическая иллюстрация основных формул:





mapenkin.ru

ПРЕЗЕНТАЦИЮ ПОДГОТОВИЛ
Михаил Александрович **ПЕНКИН**

 [/penkin](https://vk.com/penkin)

 [/mapenkin](https://www.youtube.com/channel/UC...)

 fmicky@gmail.com