

“概率与随机过程 II：随机矩阵理论及应用”课程实验

廖振宇、密铁宾、邱才明

日期：2023 年 4 月 3 日

1 实验背景

课程内容回顾 在理论课程中，我们学习了大维样本协方差矩阵特征值的 Marčenko-Pastur 分布和大维随机图紧密相关的 Wigner 半圆率等，以及针对样本协方差矩阵的高维统计推断和随机矩阵中的 Spiked model 的相关理论和技术。

实验内容 实现内容分为两个主要部分：

1. 通过实验仿真，验证课程中讨论的相关理论（渐进）结果在实际有限维情形下的准确性。
2. 进一步探索大维随机矩阵理论在大规模通信、信号处理和机器学习系统中的应用。

2 实验要求

第一部分

- 针对维度从数十、数百到数千，高斯或非高斯随机矩阵，复现 Marčenko-Pastur 分布和 Wigner 半圆率，可参考教材“Random Matrix Methods for Machine Learning”（如 Figure 1.1 and 2.3）中的设置；
- 参考教材中 spiked model 的内容（如 Theorem 2.13 and 2.14），实验验证随机矩阵秩一扰动场景下最大特征值和对应特征向量的相变现象（类似 Figure 2.12），需描述具体模型并给出对应分析。

第二部分

- 参考文献“Large-dimensional random matrix theory and its applications in deep learning and wireless communications”中 Section 3-4，或其他参考文献，选取大维随机矩阵理论在无线通信、信号处理、机器学习（和深度学习）等领域中的任意一项应用，复现对应的理论和仿真结果。

3 参考资料

- 教材“Random Matrix Methods for Machine Learning”的主页<https://zhenyu-liao.github.io/book/>和 Github 上相关代码主页<https://github.com/Zhenyu-LIAO/RMT4ML>

- A. M. Tulino and S. Verdú, “Random Matrix Theory and Wireless Communications,” *Found Trends Commun Information Theory*, vol. 1, no. 1, pp. 1–182, 2004, doi: 10.1561/01000000001.
- J. Ge, Y.-C. Liang, Z. Bai, and G. Pan, “Large-dimensional random matrix theory and its applications in deep learning and wireless communications,” *Random Matrices Theory Appl*, vol. 10, no. 04, p. 2230001, 2021, doi: 10.1142/s2010326322300017.

4 实验报告要求

- 在规定时间内将实验报告 pdf 文件发至邮箱 zhenyu_liao@hust.edu.cn，过期不候
- 报告内容不可以抄袭网上或者其他同学的答案，会进行查重和互相查重，发现抄袭会不及格。内容可以参考网上或者课程教材上的内容，需要按照自己的理解重新组织语言来回答。
- 报告无固定格式，可以采用 LaTeX、MATLAB Publish、Jupyter notebook、Word 等，注意导出为 pdf 格式。如选择 Word，请采用五号宋体（中文）和 Times New Roman（英文）字体，单倍行距，请保持报告格式工整。
- 报告中需标明小组成员的姓名、学号和主要贡献，一个小组最多包含两位同学。
- 备注：发现教材 “Random Matrix Methods for Machine Learning” 或相关代码中的错误，经过解释论证，可写入实验报告，一个错误计五分。