

# 概率论与随机过程 II

## — 随机矩阵理论及应用

廖振宇（主讲）、邱才明、密铁宾，电子信息与通信学院，华中科技大学

# 课程基本信息

- **课程名称：** 概率与随机过程II—随机矩阵理论及应用
- **学时：** 共32个，其中理论学时28，实验学时4
- **前置课程：** 概率论与数理统计，线性代数，复变函数，概率与随机过程I
- **最终成绩：** 平时成绩（20%）+课程结题报告（80%）
- **课程目标：** 介绍高维统计和随机矩阵的基础理论和工具，以及其在**无线通信、信号处理、大规模机器学习**中的应用。通过理论讲解和实验课程相结合，让信息相关专业学生理解大规模系统和小规模系统的本质差异，了解相关的基础理论和前沿进展。

# 课程大纲和学时分配

- **第一章 引言 (4学时, 邱才明)**
  - §1.1 回顾高维概率、随机矩阵理论的发展历史, 及其在 (统计) 物理、通信理论、信号处理、和机器学习等领域中的应用
- **第二章 大维随机矩阵的基础理论和方法 (4学时, 廖振宇)**
  - §2.1 回顾大数定律和中心极限定理, 基于协方差矩阵和Marchenko–Pastur (MP) 分布的例子讨论大规模和小规模系统的差异
  - §2.2 介绍Stieltjes变换和resolvent矩阵的数学概念和性质
  - §2.3 利用上述理论工具, 完成MP分布和Wigner半圆率的证明
- **第三章 大维样本协方差矩阵 (4学时, 廖振宇)**
  - §3.1 介绍大维样本协方差矩阵的相关谱理论结果, 简述其证明思路, 介绍其在统计推断中的应用
- **第四章 Spiked模型 (4学时, 廖振宇)**
  - §4.1 介绍Spiked模型相关特征值和特征向量的相变现象, 简述其证明思路

# 课程大纲和学时分配

- **第五章 随机矩阵理论和应用（4学时，廖振宇）**
  - §5.1 针对大维样本协方差矩阵模型，讨论相关理论结果在其在（随机）CDMA、OFDM、Massive MIMO等无线通信技术中的应用
  - §5.2 介绍Spiked模型在主成分分析，随机图网络中的团体检测等问题中的应用
- **第六章 随机矩阵中的自由概率理论（4学时，密铁宾）**
  - §6.1 介绍随机矩阵中自由概率理论，讨论其历史发展
  - §6.2 介绍自由概率理论中的基本概念：非交换随机变量，R和S等基本变换和相关理论推导方法
- **第七章 自由概率理论和应用（4学时，密铁宾）**
  - §7.1 介绍自由概率相关理论和方法在Massive MIMO等无线通信问题和假设检验、来角估计等信号处理问题中的应用
- **第八章 实验和应用（4学时，廖振宇）**
  - §8.1 完成MP分布，半圆率，样本协方差矩阵模型，Spiked模型及相关应用的仿真验证
  - §8.2 选取无线通信、信号处理或机器学习中任一具体应用，描述问题，建立数学模型，完成理论推导和实验仿真验证，撰写报告并答辩

# 主要参考书目

- Romain Couillet and **Zhenyu Liao** (廖振宇), *Random Matrix Methods for Machine Learning*, Cambridge University Press, 2022. (<https://zhenyu-liao.github.io/book/>)
- **Robert C. Qiu** (邱才明), Paul Antonik, *Smart Grid using Big Data Analytics: A Random Matrix Theory Approach*, Wiley, 2017.
- Romain Couillet and M  rouane Debbah, *Random Matrix Methods for Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2011.
- Antonia Tulino and Sergio Verd  , *Random Matrix Theory and Wireless Communications*, NOW publisher, 2004.
- 姜丹丹,白志东, 大维矩阵谱理论在多元统计分析中的应用, 知识产权出版社, 2014

