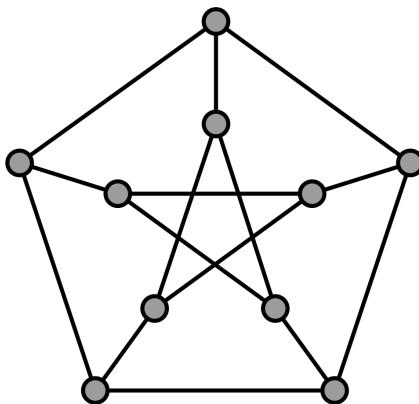


# Домашнее задание №9

1. Изобразите планарную реализацию додекаэдра.
2. Проверьте формулу Эйлера для следующих графов:
  - (a) решетка  $p \times q$ ;
  - (b) граф  $K_{2,n}$ .
3. Докажите, что для связного плоского графа с  $n \geq 3$  вершинами и  $m$  ребрами, среди граней которого нет треугольников, имеет место неравенство  $m \leq 2n - 4$ .
4. Докажите, что в планарном двудольном графе с числом вершин в долях  $p \geq 2$  и  $q \geq 2$  число ребер не превосходит  $2(p + q - 2)$ .
5. Докажите, что граф  $n$ -перестановок не является планарным при  $n \geq 3$ .
6. Изобразите геометрическую реализацию графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$  на торе.
7. Применяя критерий Понтрягина-Куратовского, докажите, что граф Петерсена (см. ниже) непланарен.



Напишите программу, осуществляющую “упрощение” графа: если в графе есть вершина  $v$  степени 2, то  $v$  вместе с инцидентными ей ребрами  $(u, v)$  и  $(v, w)$  заменяется на одно ребро  $(u, w)$  (операция обратная подразделению). Процедура повторяется, пока в графе не останется таких вершин.