

Домашнее задание №7

Решите следующие задачи:

1. Нарисуйте все связные попарно неизоморфные графы порядка 4.
2. Расстоянием между двумя вершинами u и v графа называется длина кратчайшего пути, соединяющего эти вершины (обозначение: $d(u, v)$). Докажите что функция $d(u, v)$ удовлетворяет аксиомам метрики.
3. Граф порядка $n!$, вершинами которого являются перестановки множества $\{1, 2, \dots, n\}$, а две вершины смежны тогда и только тогда, когда они преобразуются друг в друга с помощью одной транспозиции, называется графом n -перестановок.
 - (a) Нарисуйте граф 4-перестановок.
 - (b) Покажите, что граф перестановок является двудольным (для любого $n \in \mathbb{N}$).
 - (c) Определите диаметр графа n -перестановок
(диаметром графа G называется величина $d(G) = \max_{u,v \in V} d(u, v)$).

Переведите задачу о кёнигсбергских мостах на язык теории графов. В задаче спрашивается, можно ли пройти по всем семи мостам центра старого Кёнигсберга, не проходя ни по одному из них дважды.

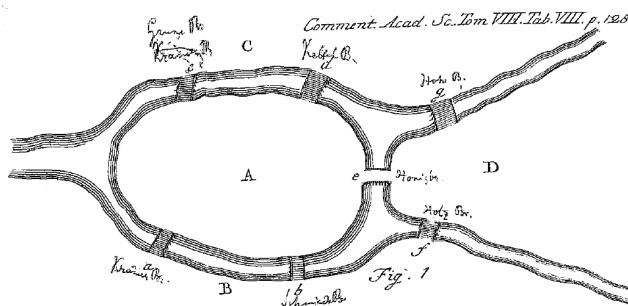


Рис. 1: Мосты старого Кёнигсберга

Предложите тип данных для представления графов. Напишите программу, вычисляющую диаметр графа, представленного соответствующим образом (программа должна позволять обрабатывать графы с числом вершин $n \leq 10^5$ и числом ребер $m \leq 10^6$).