

Домашнее задание №4

Применяя принцип Дирихле, решите следующие задачи:

1. Докажите, что среди 7-значных чисел, заканчивающихся на 3 пятерки, существует не менее 1200 чисел, имеющих один и тот же остаток от деления на 7.
2. Докажите, что среди чисел, записываемых только единицами, есть число, которое делится на 1997.

Применяя принцип включений и исключений, решите следующие задачи:

1. На одной из кафедр университета работают 13 человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, семеро — немецкий, шестеро — французский, пятеро — английский и немецкий, четверо — английский и французский, трое — немецкий и французский. Выяснить:
 - (a) сколько человек знают все три языка;
 - (b) сколько человек знают ровно два языка;
 - (c) сколько человек знают только английский язык.

Творческий рейтинг (срок — две недели)

Для заданного числа $n \in \mathbb{N}_0$ задается подмножество X целочисленных троек $(i, j, k) \in \{-n, \dots, n\}^3$. Требуется проверить, существует ли кортеж $(x_1, \dots, x_n) \in \{-1, 1\}^n$, такой что

$$\forall (i, j, k) \in X : \max\{x_{|i|} \times \text{sign } i, x_{|j|} \times \text{sign } j, x_{|k|} \times \text{sign } k\} \geq 0.$$

```
typedef struct Clause {  
    int i, j, k;  
} clause_t;
```

```
int is_sat(const clause_t *clauses, unsigned size);
```