

# Домашнее задание №7

Решите следующие задачи:

1. Нарисуйте все связные попарно неизоморфные графы порядка 4.
2. Расстоянием между двумя вершинами  $u$  и  $v$  графа называется длина кратчайшего пути, соединяющего эти вершины (обозначение:  $d(u, v)$ ). Докажите что функция  $d(u, v)$  удовлетворяет аксиомам метрики.
3. Граф порядка  $n!$ , вершинами которого являются перестановки множества  $\{1, 2, \dots, n\}$ , а две вершины смежны тогда и только тогда, когда они преобразуются друг в друга с помощью одной транспозиции, называется графом  $n$ -перестановок.
  - (a) Нарисуйте граф 4-перестановок.
  - (b) Покажите, что граф перестановок является двудольным (для любого  $n \in \mathbb{N}$ ).
  - (c) Определите диаметр графа  $n$ -перестановок  
(диаметром графа  $G$  называется величина  $d(G) = \max_{u,v \in V} d(u, v)$ ).

Переведите задачу о кёнигсбергских мостах на язык теории графов. В задаче спрашивается, можно ли пройти по всем семи мостам центра старого Кёнигсберга, не проходя ни по одному из них дважды.

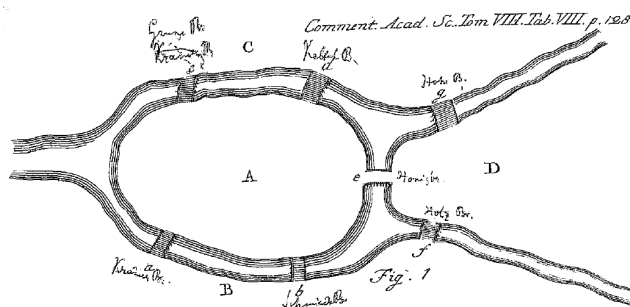


Рис. 1: Мосты старого Кёнигсберга

Предложите тип данных для представления графов. Напишите программу, вычисляющую диаметр графа, представленного соответствующим образом (программа должна позволять обрабатывать графы с числом вершин  $n \leq 10^5$  и числом ребер  $m \leq 10^6$ ).