

空间任意力系及重心的计算

曾凡林

哈尔滨工业大学理论力学教研组

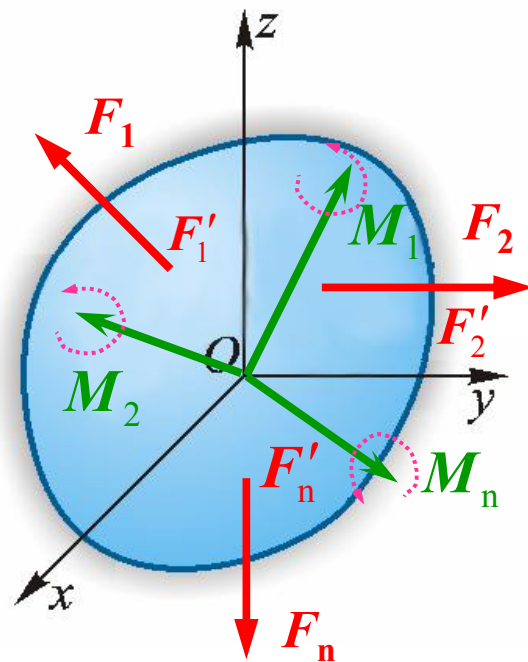


本讲主要内容

- 1、空间任意力系向一点的简化及结果分析
- 2、空间任意力系的平衡方程及常见的空间约束
- 3、重心的计算

1、空间任意力系向一点的简化 及结果分析

(1) 空间任意力系向一点简化·主矢和主矩



$$F'_i = F_i \quad M_i = M_O(F_i)$$

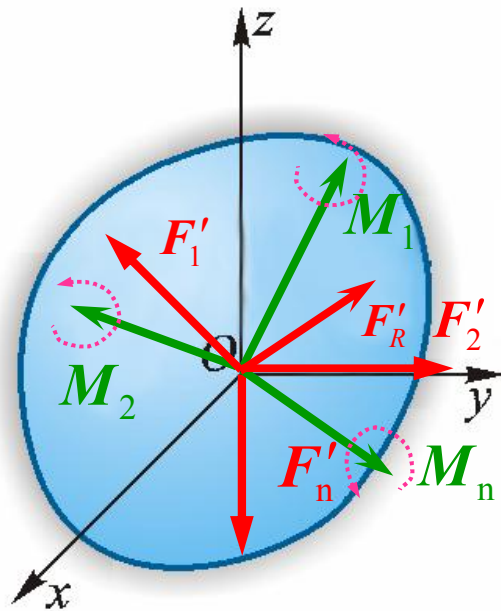


空间汇交力系与空间力偶系等效代替一空间任意力系。

汇交力系的合力

$$\mathbf{F}'_R = \sum \mathbf{F}_i = \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k}$$

→ 主矢



主矢大小 $F'_R = \sqrt{(\sum F_{ix})^2 + (\sum F_{iy})^2 + (\sum F_{iz})^2}$ (与简化中心无关)

方向 $\cos(\mathbf{F}'_R, \mathbf{i}) = \frac{\sum F_{ix}}{F'_R}$ $\cos(\mathbf{F}'_R, \mathbf{j}) = \frac{\sum F_{iy}}{F'_R}$ $\cos(\mathbf{F}'_R, \mathbf{k}) = \frac{\sum F_{iz}}{F'_R}$

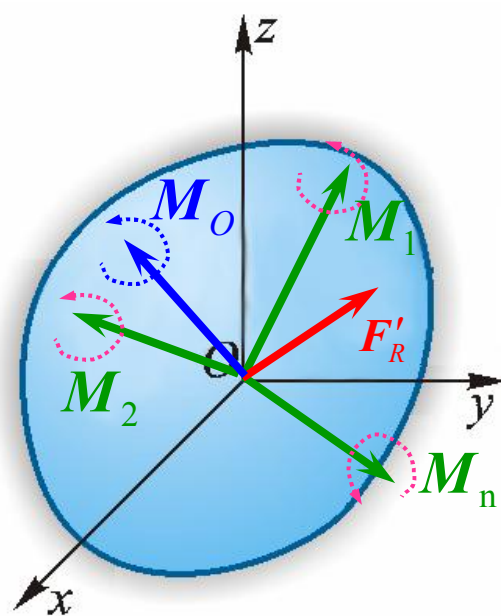
作用点：一般令其作用于简化中心上

空间力偶系的合力偶矩

$$M_O = \sum M_i = \sum M_O(F_i) \longrightarrow \text{主矩}$$

由力对点的矩与力对轴的矩的关系，有

$$M_O = \sum M_x(F_i)\mathbf{i} + \sum M_y(F_i)\mathbf{j} + \sum M_z(F_i)\mathbf{k}$$

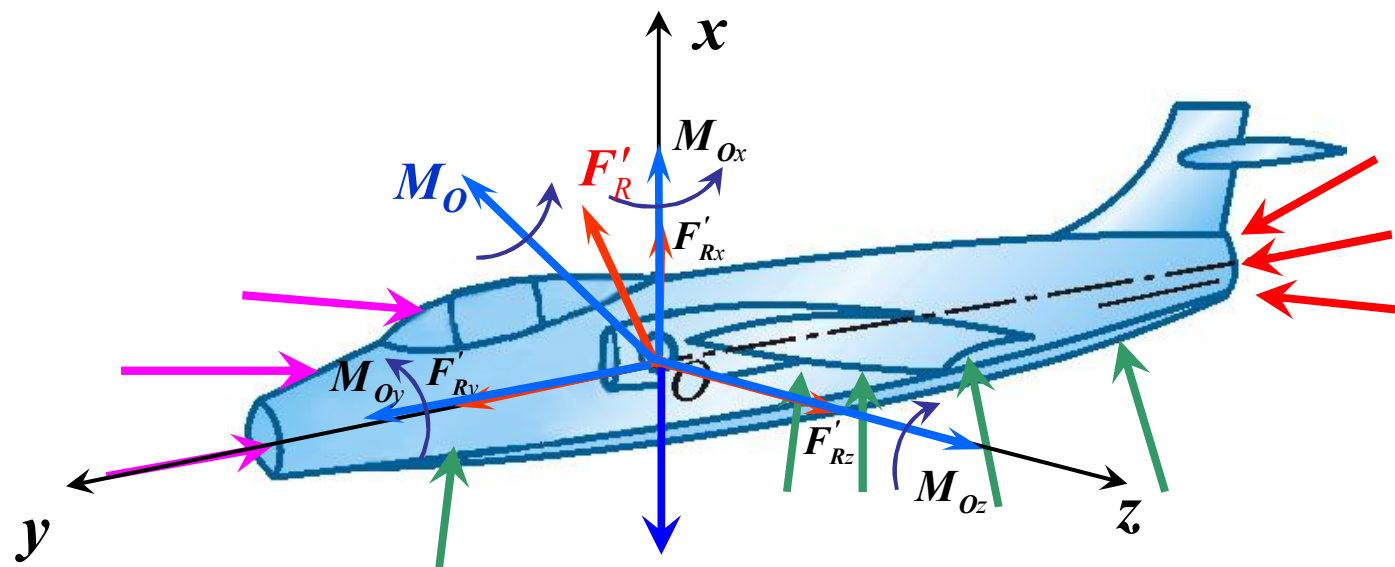


主矩大小 $M_O = \sqrt{(\sum M_x)^2 + (\sum M_y)^2 + (\sum M_z)^2}$ (一般与简化中心有关)

方向 $\cos(M_O, \mathbf{i}) = \frac{\sum M_x}{M_O}$ $\cos(M_O, \mathbf{j}) = \frac{\sum M_y}{M_O}$ $\cos(M_O, \mathbf{k}) = \frac{\sum M_z}{M_O}$

作用位置：刚体上任意位置

向一点简化的实际意义



F'_{Rx} — 有效升力

飞机上升

F'_{Ry} — 有效推进力

飞机向前飞行

F'_{Rz} — 侧向力

飞机侧移

M_{Ox} — 偏航力矩

飞机转弯

M_{Oy} — 滚转力矩

飞机绕纵轴滚转

M_{Oz} — 俯仰力矩

飞机俯仰

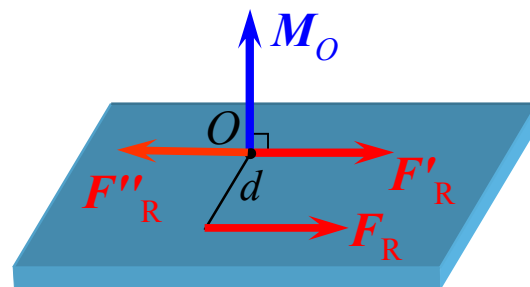
(2) 空间任意力系向一点简化的结果

a. 简化为合力

① $F_R' \neq 0, M_O = 0$ \longrightarrow 过简化中心 **合力**

② $F_R' \neq 0, M_O \neq 0, F_R' \perp M_O$

\longrightarrow **合力** 合力作用线距简化中心为 $d = |M_O| / F_R'$



$$M_O = d \times F_R = M_O(F_R) = \sum M_O(F_i)$$

合力矩定理

合力对某点(轴)之矩等于各分力对同一点(轴)之矩的矢量和

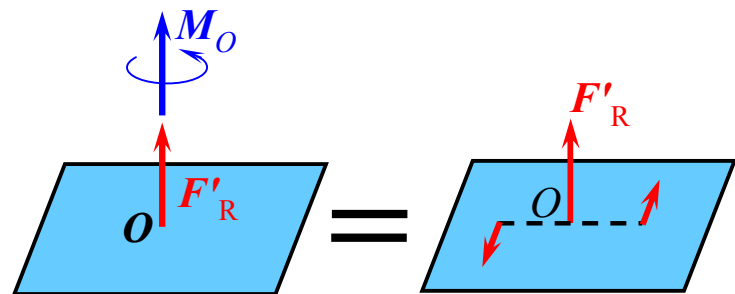
b. 简化为力螺旋

$$\textcircled{3} \quad F_R' \neq 0, M_O \neq 0, F_R' // M_O$$

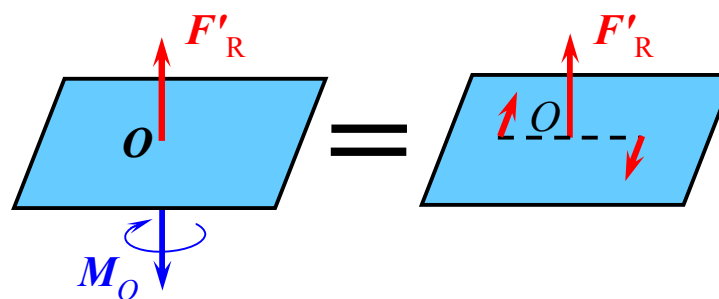
→ 中心轴过简化中心的力螺旋

力螺旋

由一个力和一个力偶组成的力系，并且力垂直于力偶的作用面。

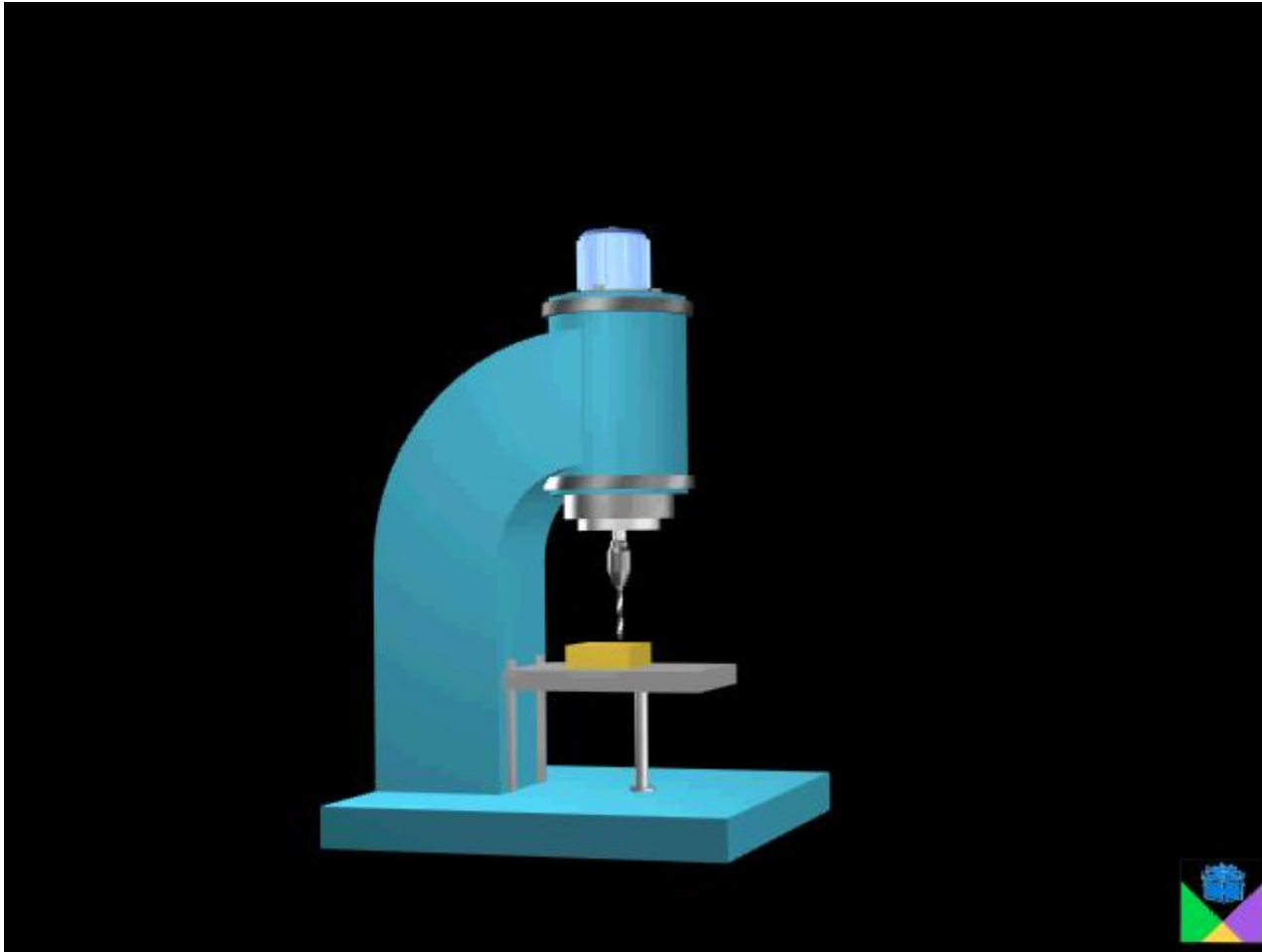


右螺旋



左螺旋

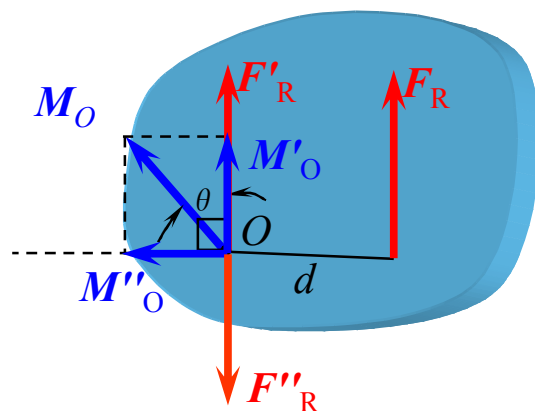
钻头钻孔时施加的力螺旋



b. 简化为力螺旋

④ $F_R' \neq 0, M_O \neq 0, F_R'$ 与 M_O 既不垂直也不平行

→ 力螺旋 中心轴距简化中心为 $d = \frac{M_O \sin \theta}{F_R'}$



$$M'_O = M_O \cos \theta$$

$$M''_O = M_O \sin \theta$$

$$d = \frac{M''_O}{F_R} = \frac{M_O \sin \theta}{F_R'}$$


c. 简化为合力偶

$$\textcircled{5} \quad F_R' = 0, M_O \neq 0$$

 一个合力偶 与简化中心无关。

d. 平衡

$$\textcircled{6} \quad F_R' = 0, M_O = 0$$

 平衡

平面任意力系简化的最后结果

只能是合力、合力偶、平衡三种情况，不可能出现力螺旋。