4、功率、功率方程、机械效率

功率、功率方程、机械效率

功率

单位时间力所作的功.

$$P = \frac{\delta W}{\mathrm{d}t}$$

$$\delta W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} \quad \Rightarrow \quad P = \vec{F} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_t v$$

即: 功率等于切向力与力作用点速度的乘积.

作用在转动刚体上的力的功率为

$$P = \frac{\delta W}{\mathrm{d}t} = M_z \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = M_z \omega$$

单位W（瓦特）, 1W=1J/S

功率方程

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta W_i}{\mathrm{d}t}=\sum_{i=1}^{n}P_i$$

即质点系动能对时间的一阶导数，等于作用于质点系的所有力的功率的代数和.

车床 $$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=P_{输入}-P_{有用}-P_{无用}$$

或 $$P_{输入}=P_{有用}+P_{无用}+\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$$

输入功率：电场力功率

无用功率：损耗功率

有用功率：切削工件

机械效率

有效功率

$$P_{有效}=P_{有用}+\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$$

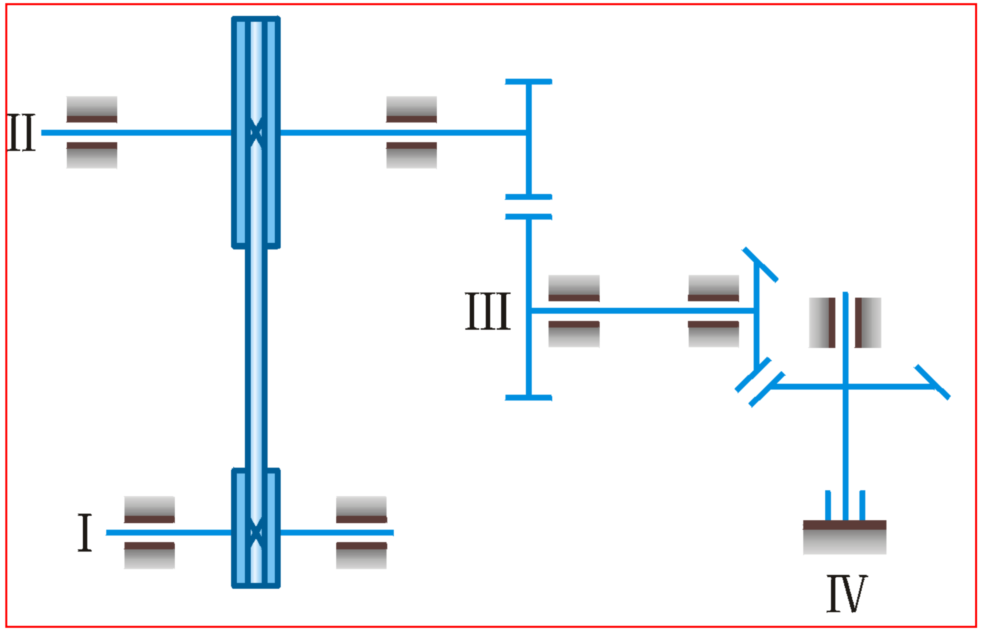
机械效率

$$\eta=\frac{P_{有效}}{P_{输入}}$$

评价机器好坏的指标

多级传动系统

$$\eta=\eta_1\eta_2\cdots\eta_n$$



例1

已知: $P_{输入}=5.4\text{kW}, P_{无用}=P_{输入}\times 30\%$

$$d=100\text{mm}, n=42\text{r}/\text{min}, n'=112\text{r}/\text{min}$$

求: 切削力F的最大值。

解: $P_{有用}=P_{输入}-P_{无用}=3.78\text{kW}$

$$P_{有用}=Fv=F\frac{d}{2}\cdot\frac{\pi n}{30}$$

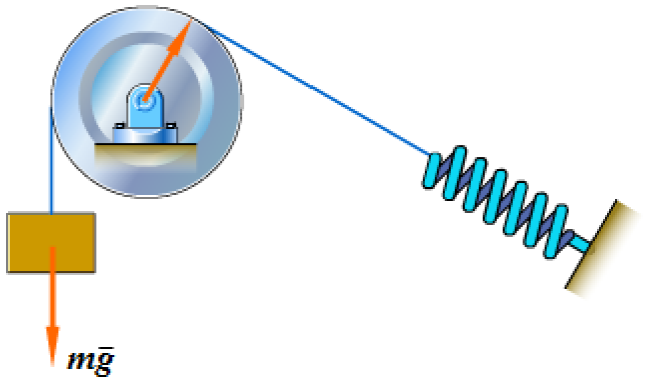
$$F=\frac{60}{\pi d n}P_{有用}=\frac{60\cdot 3.78}{\pi\cdot 0.1\cdot 42}=17.19\text{kN}$$

当 $n'=112\text{r}/\text{min}$ 时 $F=\dfrac{60\cdot 3.78}{\pi\cdot 0.1\cdot 112}=6.45\text{kN}$

例2

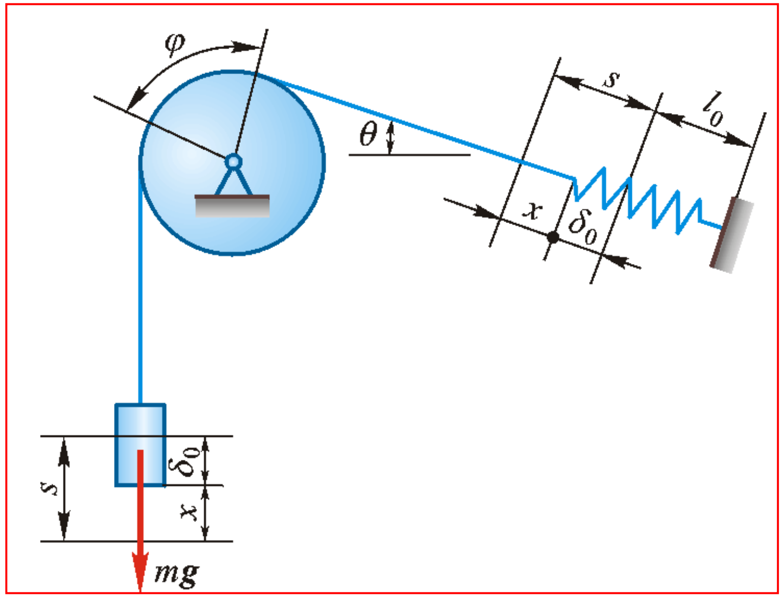
物块的质量为m，用不计质量的细绳跨过滑轮与弹簧连接。弹簧原长为l_0，刚度系数为k，质量不计。滑轮半径为 R，转动惯量为 J。不计轴承摩擦。

求: 系统的运动微分方程。



解: 分析整体，弹簧由自然位置拉长任意长度s

$$s = R\varphi$$



$$T = \frac{1}{2} m \left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{1}{2} J \left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(m + \frac{J}{R^2}\right)\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = P_{重力} + P_{弹性力}$$

$$\left(m + \frac{J}{R^2}\right)\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = mg\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} - ks\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$\left(m+\frac{J}{R^2}\right)\frac{d^2s}{dt^2}=mg-ks$$

令δ_0为弹簧静伸长，即$mg=k\delta_0$，　　$s=\delta_0+x$

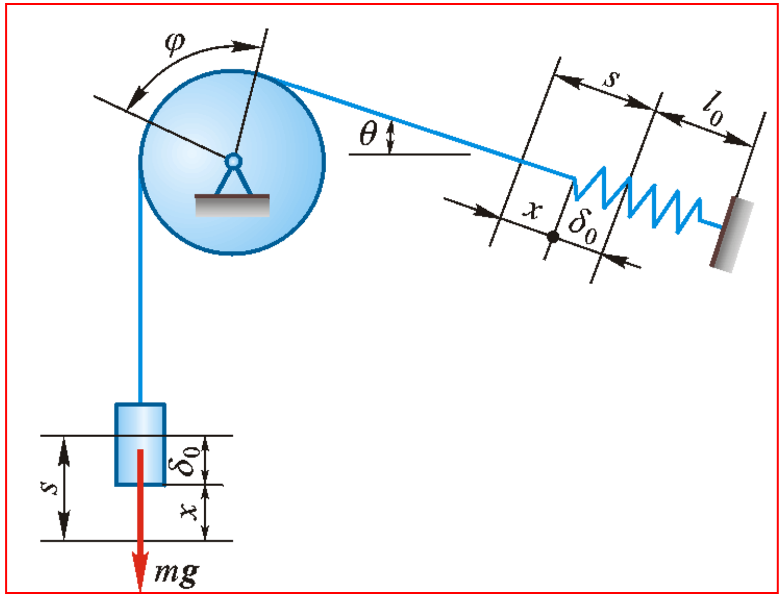
以平衡位置为原点

$$\left(m+\frac{J}{R^2}\right)\frac{d^2x}{dt^2}=mg-k\delta_0-kx$$

$$=-kx$$

$$\left(m+\frac{J}{R^2}\right)\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0$$

--系统自由振动微分方程



功率方程给出了系统加速度和作用力之间的关系，而且功率方程不含理想约束的约束力，求解系统加速度和建立运动微分方程很方便。