动力学总结

张莉

哈尔滨工业大学理论力学教研组

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$$

质点的运动微分方程

矢量法

$$m\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \sum \vec{F}_i$$

直角坐标法

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \sum F_x$$

$$m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = \sum F_y$$

$$m\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} = \sum F_z$$

自然法

$$ma_t = m\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2} = \sum F_t$$

$$ma_n = m\frac{v^2}{\rho} = \sum F_n$$

$$0 = \sum F_b$$

动力学总结

动量定理

质点的动量定理

$m\vec{v}$

$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t$

$\mathrm{d}(m\vec{v})=\vec{F}\mathrm{d}t$

$m\vec{v}_2-m\vec{v}_1=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t=\vec{I}$

质点系的动量定理

$\vec{p}=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i$ $\vec{p}=m\vec{v}_c$

$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\sum\vec{F}_i^{(e)}$

$\vec{p}_2-\vec{p}_1=\sum_{i=1}^{n}\vec{I}_i^{(e)}$

$\sum\vec{F}^{(e)}\equiv 0$ $\vec{p}$=恒矢量

质心运动定理

$m\vec{a}_C=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)}$

$\sum\vec{F}^{(e)}\equiv 0$

$\vec{v}_C=$ 常矢量

若初始静止，
质心位置不变

投影形式

动量矩定理

动量矩

$\vec{M}_O(m\vec{v}) = \vec{r} \times m\vec{v}$

$M_z(m\vec{v}) = M_O\left[(m\vec{v})_{xy}\right]$

$[\vec{M}_O(m\vec{v})]_z = M_z(m\vec{v})$

$\vec{L}_O = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_O(m_i\vec{v}_i)$

$L_z = \sum_{i=1}^{n} M_z(m_i\vec{v}_i)$

$[\vec{L}_O]_z = L_z$　　$L_z = J_z\omega$

$\vec{L}_C = \sum \vec{r}_i' \times m_i\vec{v}_{ir}$

$\vec{L}_O = \vec{r}_C \times m\vec{v}_C + \vec{L}_C$

相对于定点（轴）动量矩定理

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{M}_O(m\vec{v}) = \vec{M}_O(\vec{F})$

$\frac{\mathrm{d}\vec{L}_O}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_i^{(e)})$

$\sum \vec{M}_O(\vec{F}^{(e)}) \equiv 0$

$\vec{L}_O =$ 常矢量

$J_z\alpha = \sum M_z(\vec{F})$

相对于质心（轴）动量矩定理

$\frac{\mathrm{d}\vec{L}_C}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{M}_C(\vec{F}_i^{(e)})$

$$\left.\begin{aligned} m\vec{a}_C &= \Sigma \vec{F}^{(e)} \\ J_C\alpha &= \Sigma M_C(\vec{F}^{(e)}) \end{aligned}\right\}$$

投影式　　转动惯量的计算

动能定理

力的功

$W = F\cos\theta \cdot s = \vec{F}\cdot\vec{s}$

$\delta W = \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r}$

$\delta W = F\cos\theta \cdot ds$

$\delta W = F_x \mathrm{d}x + F_y \mathrm{d}y + F_z \mathrm{d}z$

$\sum W_{12} = mg(z_{C1} - z_{C2})$

$W_{12} = \frac{k}{2}(\delta_1^2 - \delta_2^2)$

$\delta W = M_z \mathrm{d}\varphi$

$\delta W = \vec{F}_R{}' \cdot \mathrm{d}\vec{r}_C + M_C \mathrm{d}\varphi$

理想约束和内力的功

动能

$T = \frac{1}{2}mv^2$

$T = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$

$T = \frac{1}{2} m v_C^2$

$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$

$T = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega^2$

$T = \frac{1}{2} J_p \omega^2$

动能定理

$\mathrm{d}(\frac{1}{2}mv^2) = \delta W$

$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{12}$

$\mathrm{d}T = \sum \delta W_i$

$T_2 - T_1 = \sum W_i$

惯性力

质点

$$\vec{F}_{\mathrm{I}} = -m\vec{a}$$

平移刚体

$$\vec{F}_{\mathrm{IR}} = -m\vec{a}_C$$

定轴转动刚体

$$\vec{F}_{\mathrm{IR}} = -m\vec{a}_C$$

$$\vec{M}_{IO} = M_{Ix}\vec{i} + M_{Iy}\vec{j} + M_{iz}\vec{k}$$

$$M_{\mathrm{I}x} = J_{xz}\alpha - J_{yz}\omega^2$$

$$M_{\mathrm{I}y} = J_{yz}\alpha + J_{xz}\omega^2$$

$$M_{\mathrm{I}z} = -J_z\alpha$$

平面运动刚体

$$\vec{F}_{\mathrm{IR}} = -m\vec{a}_C$$

$$M_{\mathrm{IO}} = M_{\mathrm{Iz}} = -J_z\alpha$$

达朗贝尔原理 → 动静法

作用在质点的主动力、约束力和虚加的惯性力在形式上组成平衡力系.

质点系中每个质点上作用的主动力,约束力和惯性力在形式上组成平衡力系.

避免出现轴承动约束力的条件是:刚体的转轴应是刚体的中心惯性主轴.

虚位移原理

对于具有理想约束的质点系，其平衡的充分必要条件是：作用于质点系的所有主动力在任何虚位移中所作的虚功的和等于零.

虚功方程

$$\sum \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i = 0$$

$$\sum \left(F_{xi}\delta x_i + F_{yi}\delta y_i + F_{zi}\delta z_i \right) = 0$$