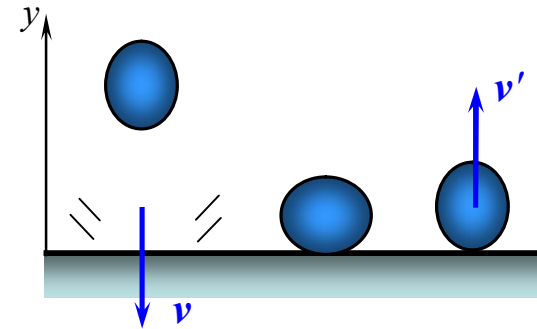


3、质点对固定面的碰撞。 恢复因数

假设一小球垂直落到固定的平面上，此为**正碰撞**。

- 碰撞开始时，质心速度为 v 。
- 由于固定面的碰撞冲量作用，质心速度逐渐变小，物体变形逐渐增大，直至速度降为零。**(第一阶段)**
- 此后弹性变形逐渐恢复，物体质心获得反向速度。当小球离开固定面瞬时，质心速度为 v' ，碰撞结束。**(第二阶段)**



在**第一阶段**，设碰撞冲量为 I_1 ，应用冲量定理在 y 轴的投影形式，有：

$$0 - (-mv) = I_1$$

在**第二阶段**，设碰撞冲量为 I_2 ，应用冲量定理在 y 轴的投影形式，有：

$$mv' - 0 = I_2$$

于是得
$$\frac{v'}{v} = \frac{I_2}{I_1}$$

牛顿在研究正碰撞的规律时发现，对于材料确定的物体，碰撞结束与开始的速度大小的比值几乎是不变的，即：

$$\frac{v'}{v} = e \quad \text{常数 } e \text{ 恒取正值, 称为恢复因数}$$

恢复因数的测定

用待测恢复因数的材料做成小球和质量很大的平板。将平板固定，令小球自高为 h_1 处自由落下，与固定平板碰撞后，小球反弹跳起，记下达到的最高点 h_2 。

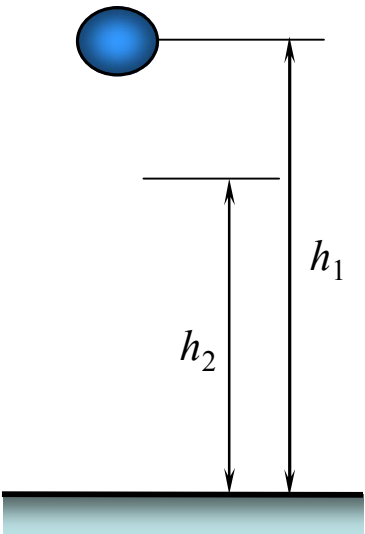
小球与平板接触的瞬时是碰撞开始的时刻，小球速度为：

$$v = \sqrt{2gh_1}$$

小球离开平板的瞬时是碰撞结束的时刻，小球速度为：

$$v' = \sqrt{2gh_2}$$

于是得恢复因数 $e = \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$



几种材料的恢复因数

碰撞材料	铁对铅	木对胶木	木对木	钢对钢	象牙对象牙	玻璃对玻璃
恢复因数	0.14	0.26	0.50	0.56	0.89	0.94

恢复因数表示物体在碰撞后速度恢复的程度，也表示物体变形恢复的程度，也反映出碰撞过程中物体机械能损失的程度。对于各种实际材料，均有 $0 < e < 1$ ，此时发生碰撞，称为弹性碰撞。物体在弹性碰撞结束时，变形不能完全恢复，因此会损失部分动能。

$e = 1$ 理想情况，物体在碰撞结束时，变形完全恢复，动能没有损失——完全弹性碰撞。

$e = 0$ 极限情况，物体在碰撞结束时，变形没有丝毫恢复——非弹性碰撞或塑性碰撞。

2、质点对固定面的碰撞·恢复因数

如果小球与固定面碰撞，碰撞开始瞬时的速度 v 不沿接触点法线方向，而是与法线间存在夹角 θ ；碰撞结束后返跳速度 v' 与法线间的夹角为 β ，此为斜碰撞。

不计摩擦，假设两物体只在法线方向发生碰撞。

此时定义恢复因数为：

$$e = \left| \frac{v'_n}{v_n} \right|$$

由于不计摩擦，所以 v' 和 v 在切线方向的投影相等，即：

$$|v'_n| \tan \beta = |v_n| \tan \theta$$

于是得到：

$$e = \left| \frac{v'_n}{v_n} \right| = \frac{\tan \theta}{\tan \beta}$$

对于实际材料有 $e < 1$ ，所以，当碰撞物体表面光滑时，总有 $\beta > \theta$ 。

在不考虑摩擦的一般情况下，碰撞前后的两个物体都在运动，此时恢复因数定义为：

$$e = \left| \frac{v_r'^n}{v_r^n} \right|$$

式中 $v_r'^n$ 和 v_r^n 分别为碰撞后和碰撞前，两物体接触点沿接触面法线方向的相对速度。

