

2、物体系的平衡问题练习

平面物体系的平衡问题是静力学的重点，也是难点

- 工程中绝大多数平衡问题为物体系的平衡问题;
- 工程中大部分平衡问题可简化为平面问题;
- 物体系的平衡问题求解既要涉及比较复杂的物体受力分析和各类平衡方程的灵活运用,又要涉及研究对象的选择;
- 物体系的平衡问题是静力学理论的综合应用,也是解题方法的综合训练;
- 要想学好静力学就一定要会熟练求解物体系的平衡问题。

例3 图示结构中，已知重物重力为 P ，定滑轮半径为 a ，各部分尺寸如图，试求 A 、 B 支座的约束力。

分析：对于静力学问题，一般都先看看整体，其好处是在研究整体时不必另外画图，可直接在图上画出约束力，并且内力也不在图中出现，也有利于解决问题。

解：(1) 取整体为研究对象，画出其受力图。

平面任意力系，4个未知量，无法全部求解。

但四个未知力分布比较特殊。 A 、 B 均为三个未知力的交点，分别对此两点取矩，可解出两个未知量。

$$\sum M_A = 0 \quad -F_{Bx} \cdot 3a - P \cdot 5a = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad F_{Ax} \cdot 3a - P \cdot 5a = 0$$

$$\Rightarrow F_{Ax} = \frac{5}{3}P \quad F_{Bx} = -\frac{5}{3}P$$

一道题若能先求出1~2个未知量，再往下求就容易了。

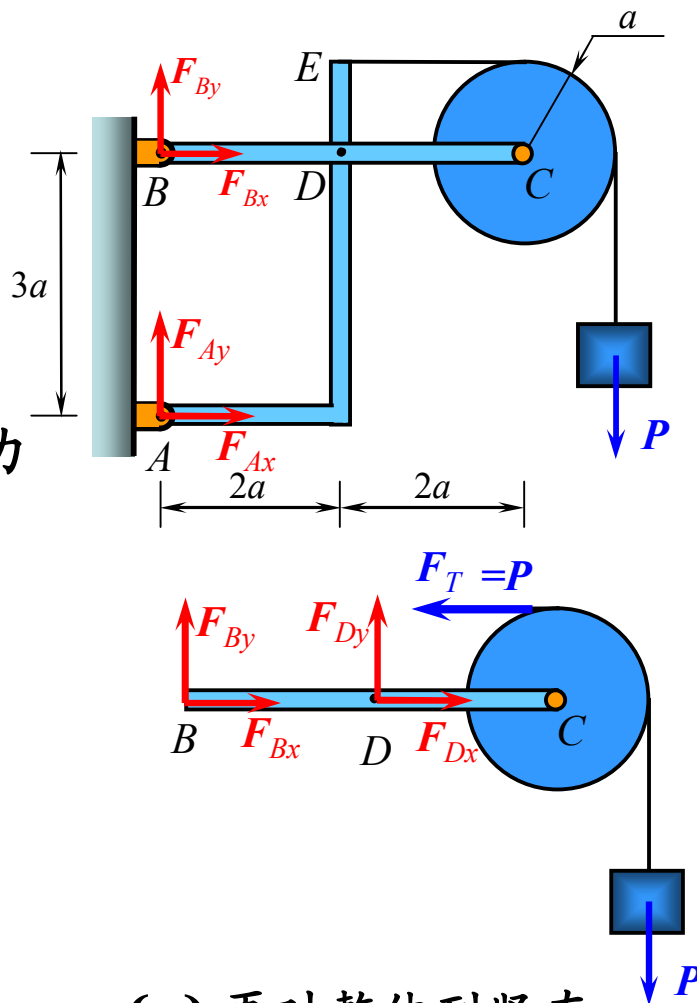
(2) 取杆 BC 为研究对象（带着滑轮），画出其受力图。

F_{Bx} 已知，三个未知量，可求。对 D 点取矩：

$$\sum M_D = 0 \quad -F_{By} \cdot 2a + F_T \cdot a - P \cdot 3a = 0 \Rightarrow F_{By} = -P$$

(3) 再对整体列竖直方向平衡方程得到：

$$F_{Ay} = 2P$$



例4 图示机构中，已知重物重力为 P ，定滑轮半径为 R ，各部分尺寸如图，试分析怎样求固定端 A 处的约束力（给出分析过程即可）。

分析：（1）先看一下整体，因为看整体时不用画受力图就能分析出是否要先取整体为研究对象。 A 为固定端约束，有三个未知量； D 为固定铰链支座，有两个未知量，共有5个未知量，并且也无法求出其中的某些未知量，因此不能先研究整体。

（2）再来看分离体。首先杆 BC 是二力杆，受力沿杆的方向，这要能够看出来。先取 AB 杆，分析受力。

有4个未知量，无法现在求出，因此也不能先以 AB 杆为研究对象。

（3）再来看 CD 杆，带着滑轮，分析受力。

3未知量，平面任意力系，能够全部求出。

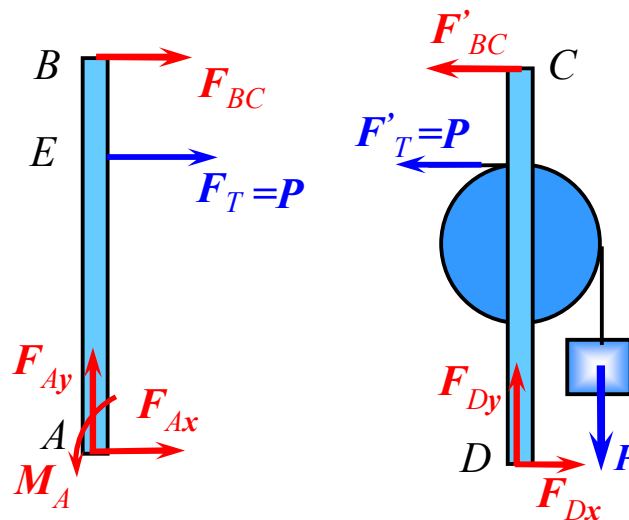
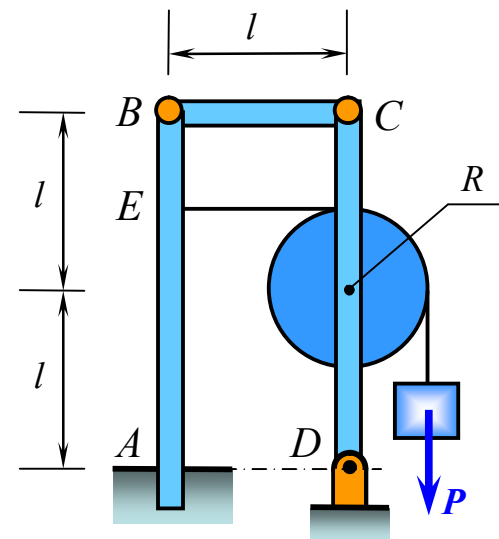
解：（1）取 CD 杆为研究对象，画出其受力图。

列方程 $\sum M_D = 0$ 求出 F'_{BC} 也就求出了 F_{BC} 。

（2）取 AB 杆为研究对象，画出其受力图。

F_{BC} 已经求出，列三个方程可分别求出固定端 A 处的三个约束力。

请同学们课后自己求解。



例5 编号为1、2、3、4的四根杆件组成图示平面机构，其中A、C为光滑铰链，B、D为光滑接触，E为两杆中点。各杆自重不计，在水平杆2上作用集中力F，尺寸a，b已知，求C、D处的约束力及杆AC的受力。

分析：容易看出整体只有三个未知约束力，它们可以完全求解。

解：(1) 取整体为研究对象，画出其受力图。

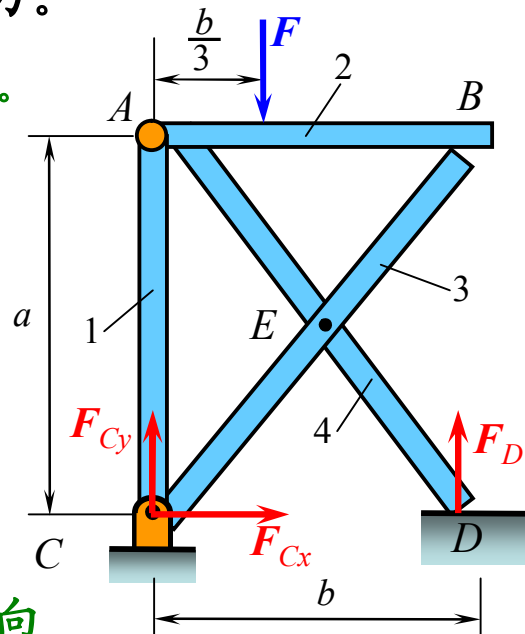
列平衡方程：

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Cx} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Cy} + F_D - F = 0$$

$$\sum M_C = 0 \quad F_D \cdot b - F \cdot \frac{b}{3} = 0$$

$$\begin{aligned} F_{Cx} &= 0 \\ F_{Cy} &= \frac{2}{3}F \\ F_D &= \frac{F}{3} \end{aligned}$$



分析AB杆受力，A点铰接，B点为光滑接触，约束力为竖直方向的力 F_B 。对A点取矩列方程，易得 $F_B = F/3$ 。

下面求杆AC的受力，这是本题的难点。首先AC是个二力杆，此外AC、BC都连接于铰链C。为了引入前面所求得的铰链C处的约束力，取BC杆为研究对象，并且在C点带着销钉。

(2) 取BC杆为研究对象，画出其受力图(C点带着销钉)。

$$\sum M_E = 0 \quad F_{Cx} \cdot \frac{a}{2} - (F_{Cy} + F_{AC}) \cdot \frac{b}{2} - F'_B \cdot \frac{b}{2} = 0$$

$$\Rightarrow F_{AC} = -F$$

