

4、求平面图形各点速度的瞬心法

求平面图形各点速度的瞬心法

- 基点法求解复杂
- 投影法不能求刚体的角速度

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

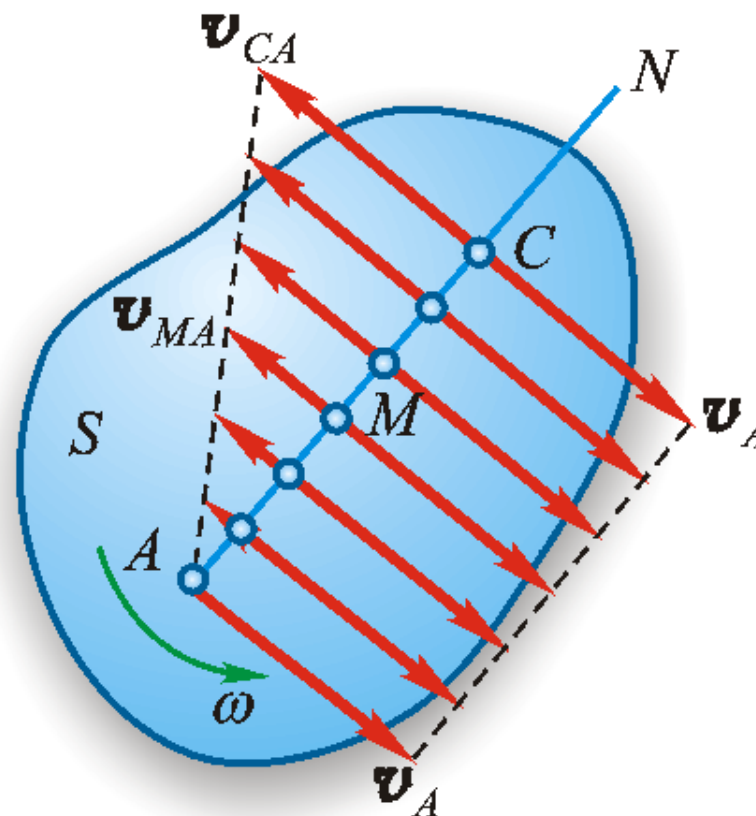
消去得投影法

$$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{v}_{MA}$$

$$v_M = v_A - \omega \cdot AM$$

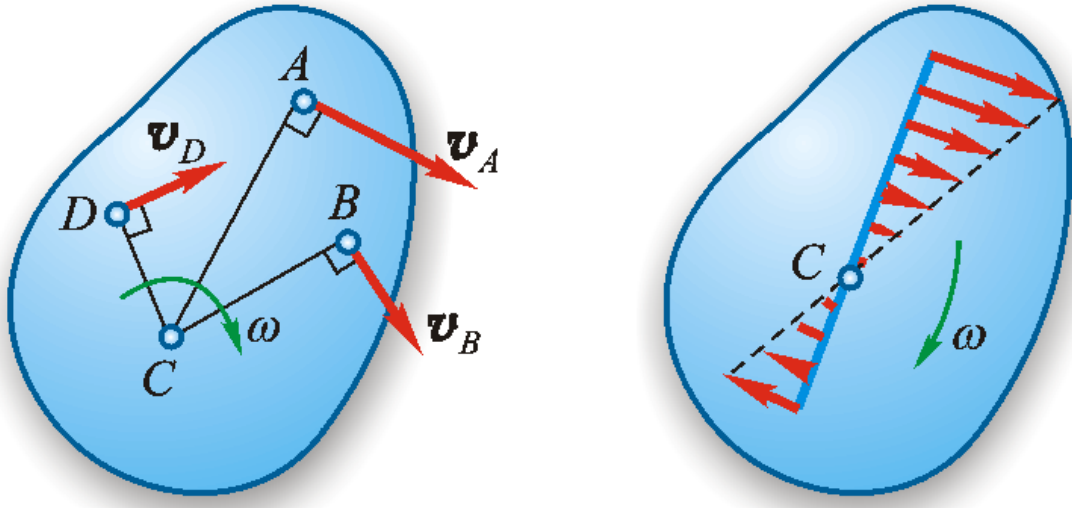
$$v_C = 0 \Rightarrow AC = \frac{v_A}{\omega}$$

一般情况下,在每一瞬时,平面图形上都唯一地存在一个速度为零的点,称为瞬时速度中心,简称速度瞬心。



平面图形内各点的速度分布

基点：C



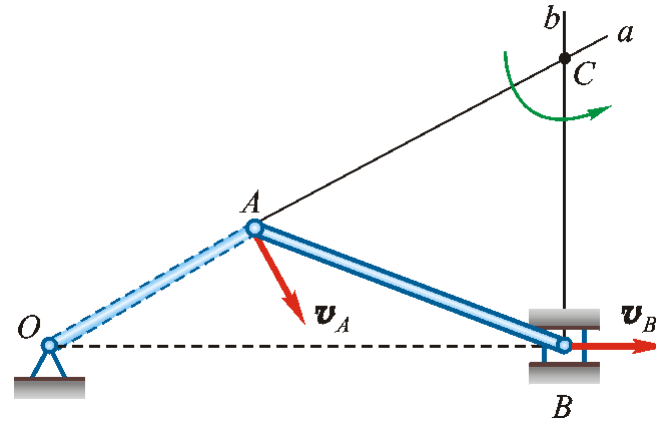
$$\vec{v}_M = \vec{v}_{MC} = \vec{\omega} \times \overrightarrow{CM}$$

平面图形内任意点的速度等于该点随图形绕瞬时速度中心转动的速度。

加速度是否可以这样求 ?

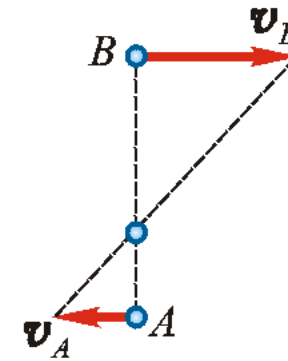
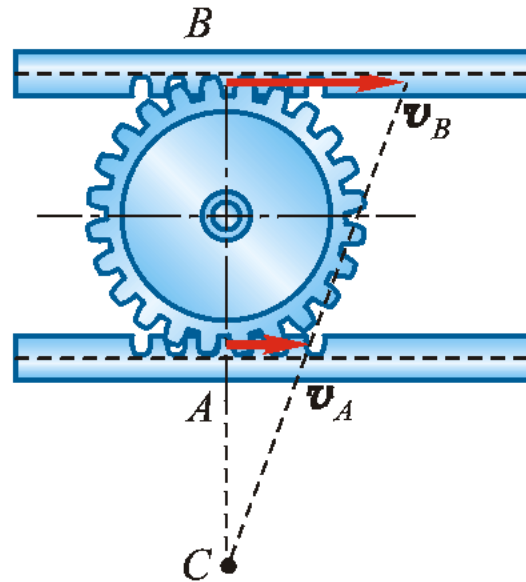
速度瞬心的确定方法

已知 \vec{v}_A, \vec{v}_B 的方向,
且 \vec{v}_A 不平行于 \vec{v}_B 。



$$\vec{v}_A \parallel \vec{v}_B, \text{ 且 } \vec{v}_A \perp \overline{AB}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{v_A}{v_B}$$

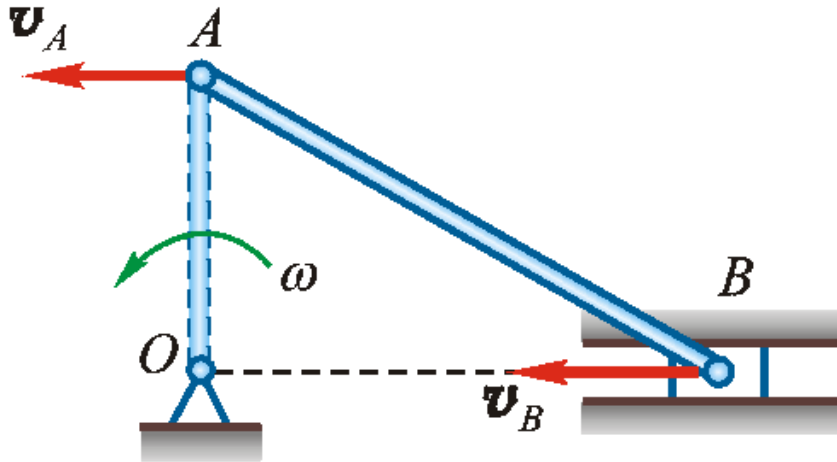


$\vec{v}_A // \vec{v}_B$, 且不垂直于 \overline{AB}

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{AB}$$

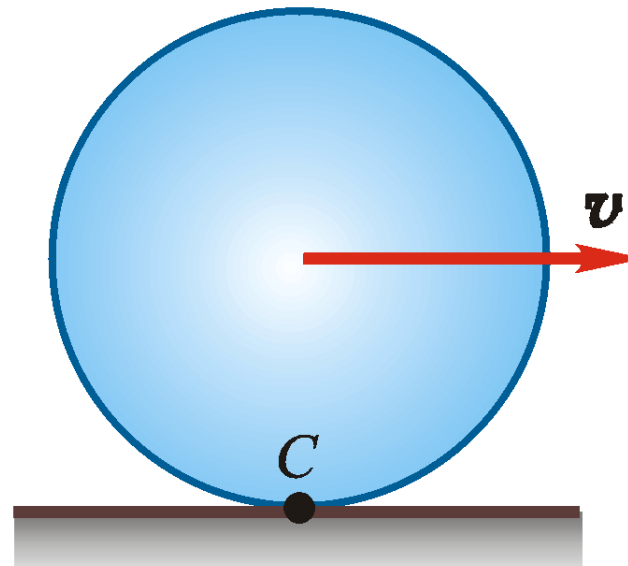
$$\Rightarrow \vec{v}_{BA} = 0 \Rightarrow \omega_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A = \vec{v}_M$$



瞬时平移 (瞬心在无穷远处)

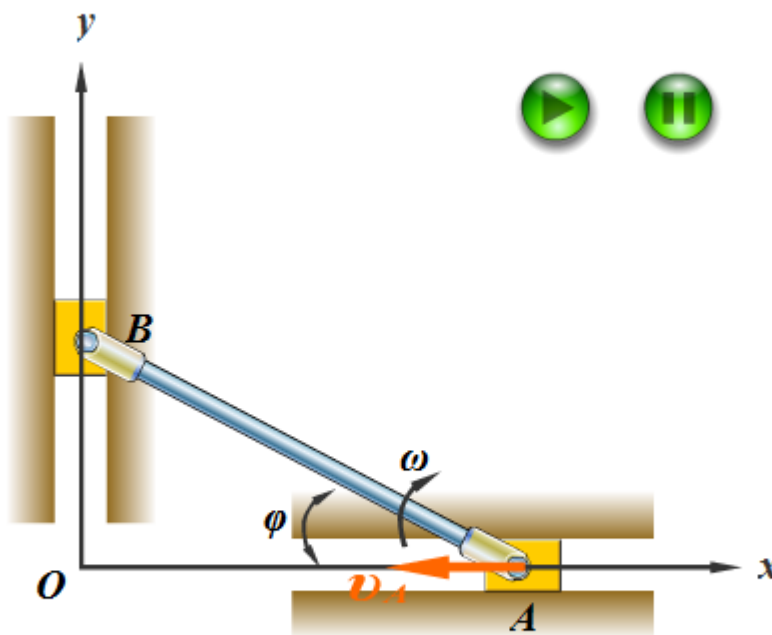
纯滚动 (只滚不滑) 约束



例1

已知：椭圆规尺的A端以速度 v_A 沿 x 轴的负向运动，如图所示， $AB=l$ 。

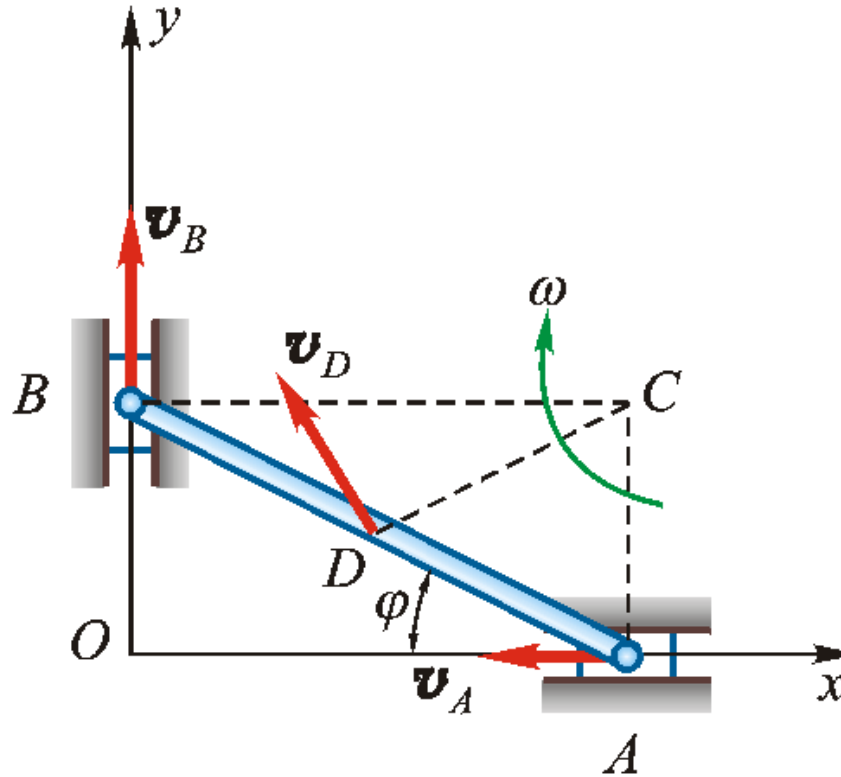
求：用瞬心法求B端的速度以及尺AB的角速度。



解: AB 作平面运动, 速度瞬心为点 C 。

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AC} = \frac{v_A}{l \sin \varphi}$$

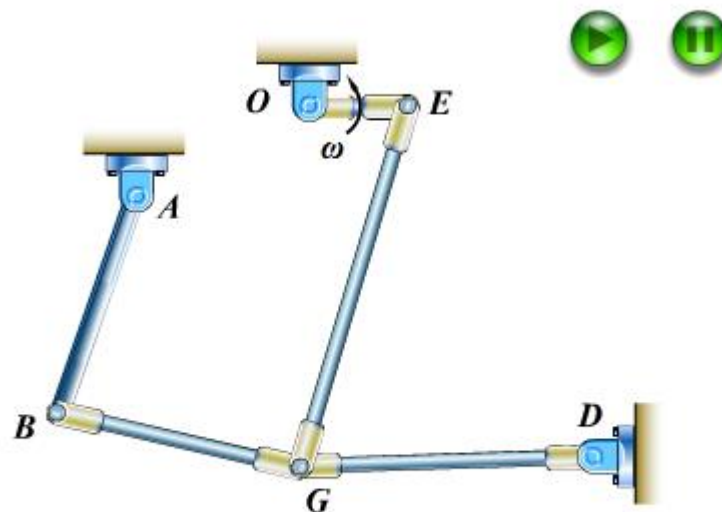
$$v_B = \omega_{AB} \cdot BC = v_A \cot \varphi$$



例2

已知：矿石轧碎机的活动夹板长600mm，由曲柄 OE 借连杆组带动，使它绕 A 轴摆动，如图所示。曲柄 OE 长100 mm，角速度为 10rad/s 。连杆组由杆 BG ， GD 和 GE 组成，杆 BG 和 GD 各长500mm。

求：当机构在图示位置时，夹板 AB 的角速度。



解: 1. 杆 GE 作平面运动, 瞬心为 C_1 。

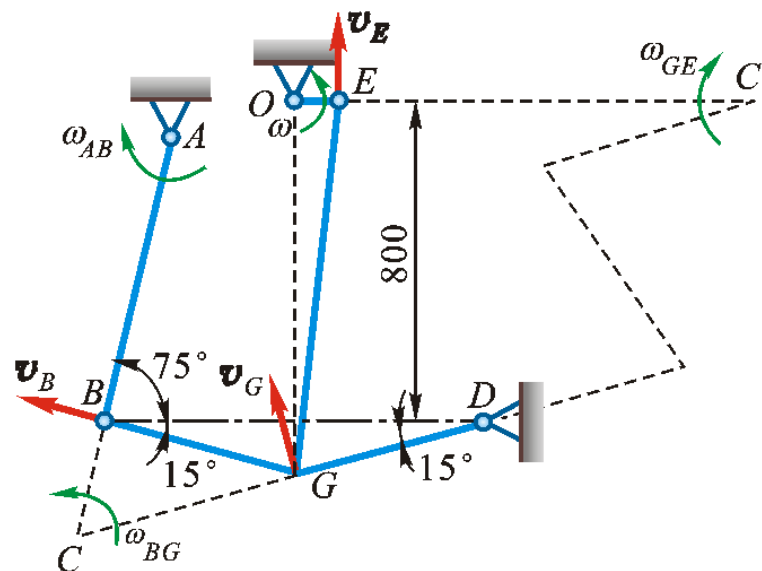
$$OG = 800\text{mm} + 500\text{mm} \sin 15^\circ = 929.4\text{mm}$$

$$EC_1 = OC_1 - OE = 3369\text{mm}$$

$$GC_1 = \frac{OG}{\sin 15^\circ} = 3591\text{mm}$$

$$\omega_{GE} = \frac{v_E}{EC_1} = \frac{\omega \cdot OE}{EC_1} = 0.2968\text{rad/s}$$

$$v_G = \omega_{GE} \cdot GC_1 = 1.066\text{m/s}$$



2. 杆 BG 作平面运动, 瞬心为 C 。

$$\omega_{BG} = \frac{v_G}{GC}$$

$$v_B = \omega_{BG} \cdot BC = v_G \cdot \frac{BC}{GC} \quad \rightarrow \quad \omega_{AB} = \frac{v_B}{AB} = \frac{v_G \cos 60^\circ}{AB} = 0.888\text{rad/s}$$

$$= v_G \cos 60^\circ$$