

2、基点法求加速度的应用

例1

已知：如图所示，在外啮合行星齿轮机构中，系杆以匀角速度 ω_1 绕 O_1 转动。大齿轮固定，行星轮半径为 r ，在大轮上只滚不滑。设 A 和 B 是行星轮缘上的两点，点 A 在系杆的延长线上，而点 B 在垂直于系杆的半径上。



哈爾濱工業大學



求：点 A 和 B 的
加速度。



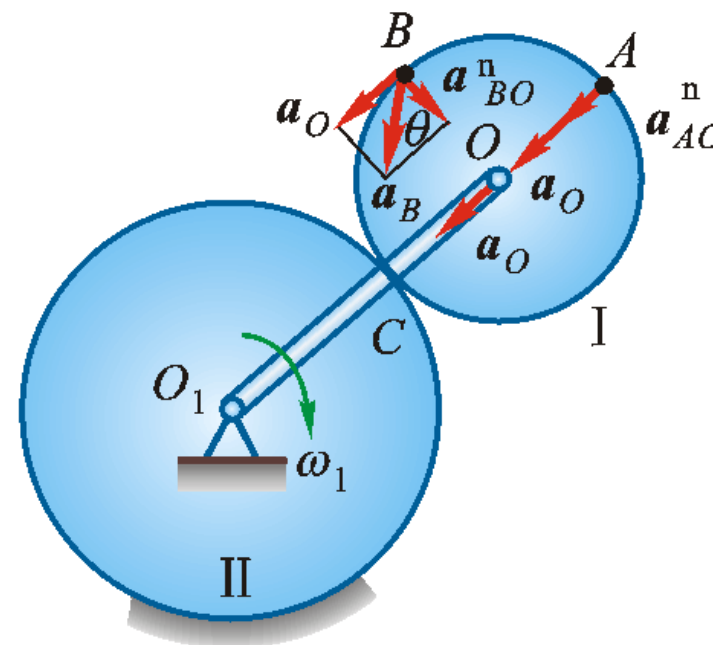
解: 1. 基点为 O 点

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^t + \vec{a}_{AO}^n \quad ?$$

大小 ? $l\omega_1^2$ 0 $r\omega_2^2$

方向 ? \checkmark \checkmark \checkmark

2. 轮 I 作平面运动，瞬心为 C 。



$$\omega_2 = \frac{v_O}{r} = \frac{\omega_1 l}{r} \quad \alpha = \frac{d\omega_2}{dt} = 0$$

$$\begin{aligned} a_A &= a_O + a_{AO}^n \\ &= l\omega_1^2 + \frac{l^2}{r}\omega_1^2 \\ &= l\omega_1^2 \left(1 + \frac{l}{r}\right) \end{aligned}$$

$$3. \quad \vec{a}_B = \vec{a}_O + \vec{a}_{BO}^t + \vec{a}_{BO}^n$$

大小 ? $l\omega_1^2$ 0 $r\omega_2^2$

方向 ? \checkmark \checkmark \checkmark

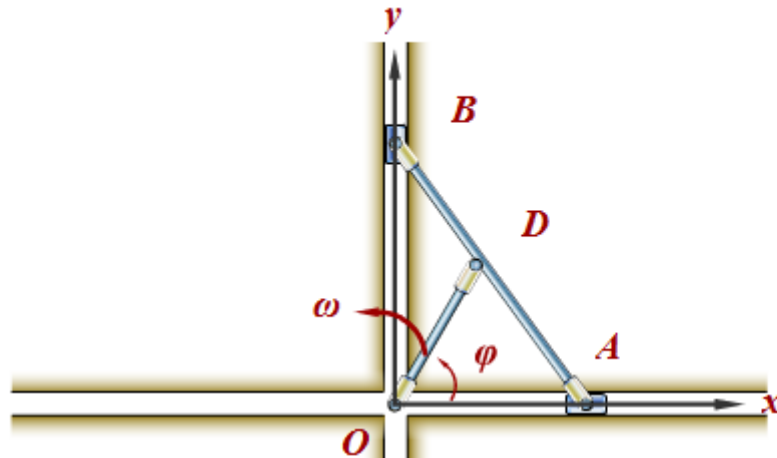
$$\begin{aligned} a_B &= \sqrt{a_O^2 + (a_{BO}^n)^2} \\ &= l\omega_1^2 \sqrt{1 + \left(\frac{l}{r}\right)^2} \end{aligned}$$

$$\theta = \arctan \frac{a_O}{a_{BO}^n} = \arctan \frac{r}{l}$$

例2

已知：如图所示，在椭圆规机构中，曲柄 OD 以匀角速度 ω 绕 O 轴转动。 $OD = AD = BD = l$ 。

求：当 $\varphi = 60^\circ$ 时，尺 AB 的角加速度和点 A 的加速度。



解：1. AB 作平面运动，瞬心为 C 。

$$\omega_{AB} = \frac{v_D}{CD} = \frac{\omega \cdot l}{l} = \omega$$

2. 选 D 为基点

$$a_D = l\omega^2$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_D + \vec{a}_{AD}^t + \vec{a}_{AD}^n$$

大小 ? $l\omega^2$? $l\omega^2$

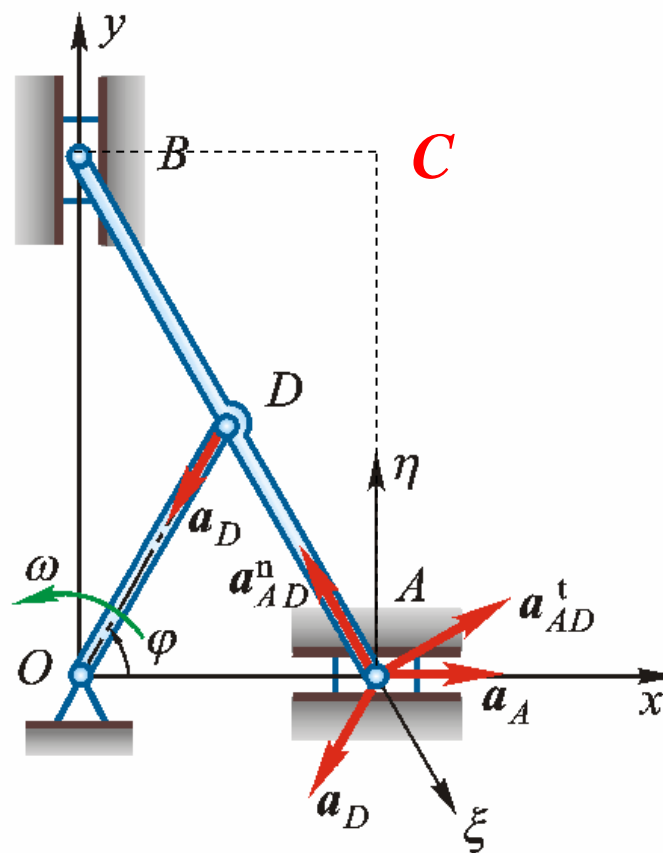
方向 \checkmark \checkmark \checkmark \checkmark

分别沿 ξ 轴和 η 轴投影

$$a_A \cos \varphi = a_D \cos(\pi - 2\varphi) - a_{AD}^n$$

$$0 = -a_D \sin \varphi + a_{AD}^t \cos \varphi + a_{AD}^n \sin \varphi$$

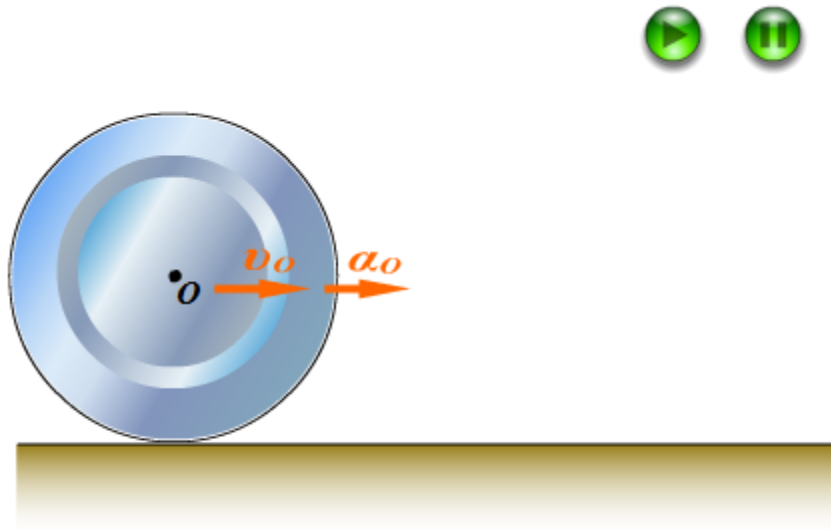
$$\text{解得 } a_A = -l\omega^2 \quad a_{AD}^t = 0 \quad \alpha_{AB} = \frac{a_{AD}^t}{AD} = 0$$



例3

已知：车轮沿直线滚动。已知车轮半径为 R ，中心 O 的速度为 \vec{v}_O ，加速度为 \vec{a}_O ，车轮与地面接触无相对滑动。

求：车轮上速度瞬心的加速度。



解: 1. 选 O 为基点

$$\vec{a}_C = \vec{a}_O + \vec{a}_{CO}^t + \vec{a}_{CO}^n$$

大小 ? a_O $R\alpha$ $R\omega^2$

方向 ? \checkmark \checkmark \checkmark

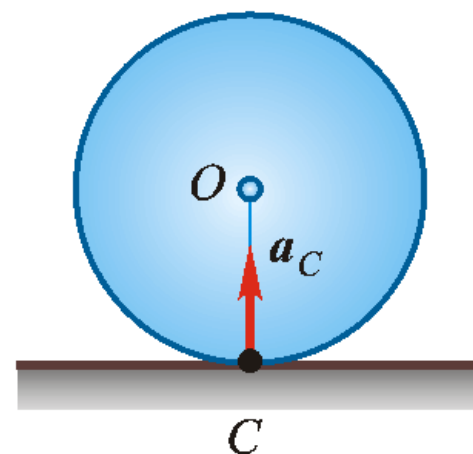
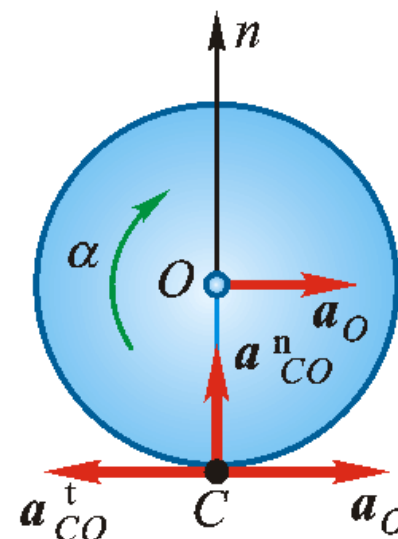
2. 车轮作平面运动，瞬心为 C 。

函数式

$$\omega = \frac{v_O}{R}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{R} \frac{dv_O}{dt} = \frac{a_O}{R}$$

$$\rightarrow a_C = a_{CO}^n = R\omega^2$$



当车轮在曲线轨道上运动时，轮的角加速度和轮心加速度的关系如何？