2、隔振

隔振：将振源和需要防振的物体之间用弹性元件和阻尼元件进行隔离。

减振：使振动物体的振动减弱的措施。

隔振分为主动隔振和被动隔振两类。

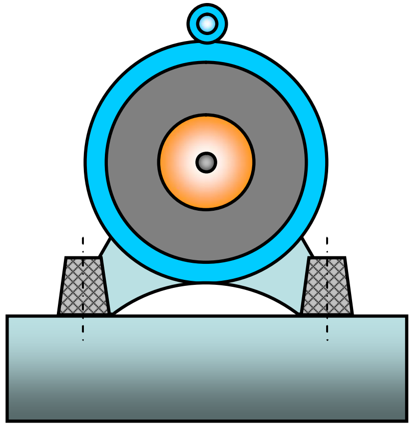
（1）主动隔振

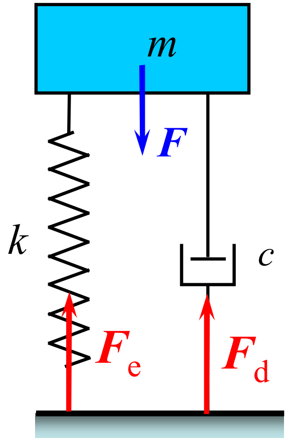
主动隔振是将振源与支持振源的基础隔离开来。

由振源产生的激振力 $F(t) = H\sin\omega t$

物块的振幅为

$$b = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}} = \frac{b_0}{\sqrt{(1-s^2)^2 + 4\zeta^2 s^2}}$$





传递给基础的力由两部分组成：

弹簧作用力 $F_e = kx = kb\sin(\omega t - \varepsilon)$

阻尼作用力 $F_d = c\dot{x} = cb\omega\cos(\omega t - \varepsilon)$

它们可以合成为一个同频率的合力，合力的最大值为：

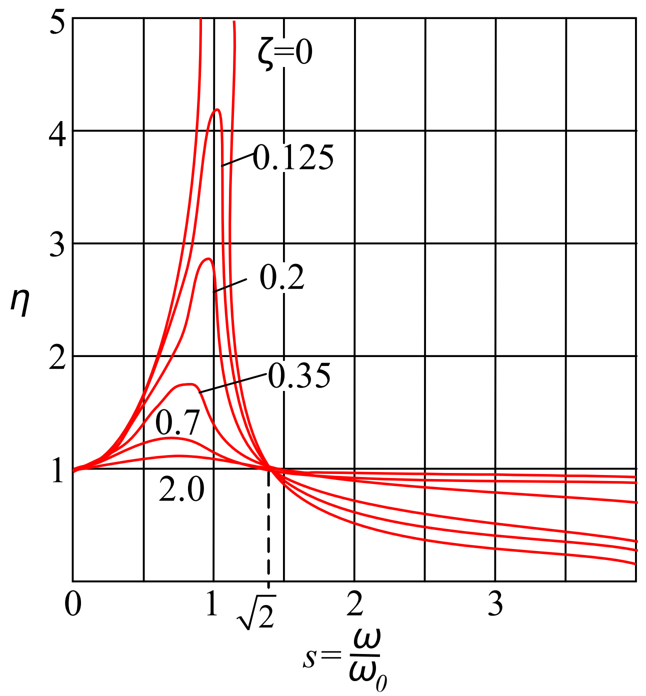
$$F_{N\max} = \sqrt{F_{e\max}^2 + F_{d\max}^2} = \sqrt{(kb)^2 + (cb\omega)^2} = kb\sqrt{1 + 4\zeta^2 s^2}$$

F_{Nmax}与激振力的力幅H之比为：

$$\eta = \frac{F_{\mathrm{N\,max}}}{H} = \sqrt{\frac{1+4\zeta^2 s^2}{(1-s^2)^2+4\zeta^2 s^2}}$$

η—力的传递率

不同阻尼比情况下力的传递率与频率比之间的关系曲线



i 只有当 $\eta<1$时，隔振才有意义，对应的频率比为 $s=\sqrt{2}$。

ii 即当 $\omega>\sqrt{2}\omega_0$ 时, $\eta<1$, 才能达到隔振目的。

iii 固有频率 ω_0 越小越好，更容易实现较好的隔振效果。(隔振弹簧刚度系数要小)

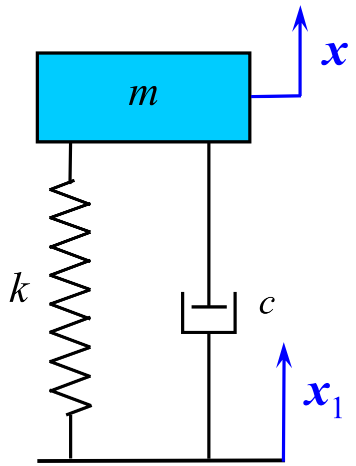
iv 要选择合适的阻尼大小。

阻尼并非越大越好，当 $s>\sqrt{2}$ 时，加大阻尼反而使振幅增大，降低隔振效果。

阻尼过小，在激振频率越过共振区时又会产生很大的振动.

（2）被动隔振

被动隔振是将振源与需要防振的物体隔离开来。



由振源产生的简谐激振 $x_1 = d\sin\omega t$

由于振源振动而引起搁置在其上物体的振动，
这种激振称为位移激振。

弹簧作用力 $F_e = -k(x - x_1)$ 阻尼作用力 $F_d = -c(\dot{x} - \dot{x}_1)$

质点运动微分方程为 $m\ddot{x} = -k(x - x_1) - c(\dot{x} - \dot{x}_1)$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = kx_1 + c\dot{x}_1$$

代入x_1的表达式，得到：$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = kd\sin\omega t + c\omega d\cos\omega t$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = H\sin(\omega t + \theta)$$

其中：$H = d\sqrt{k^2 + c^2\omega^2}$，$\theta = \arctan\dfrac{c\omega}{k}$

设方程的特解（稳态振动）为：

$$x = b\sin(\omega t - \varepsilon)$$

代入最终的微分方程中，得到：$b = d\sqrt{\dfrac{k^2 + c^2\omega^2}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2}}$

写成无量纲的形式，得到：$\eta' = \dfrac{b}{d} = \sqrt{\dfrac{1+4\zeta^2 s^2}{(1-s^2)^2+4\zeta^2 s^2}}$ η' —位移的传递率

性质与对隔振元件的要求与主动隔振完全一样。

例1 如图所示为一汽车在波形路面行驶的简化力学模型，路面的波形用公式 $y_1 = d\sin\dfrac{2\pi}{l}x$ 表示，其中幅度 d=25mm，波长 l=5m，汽车质量为m=3000kg 弹簧刚度系数为k=294kN/m，忽略阻尼。

求：汽车以速度v=45km/h 匀速前进时，车体的垂直振幅为多少？汽车的临界速度为多少？

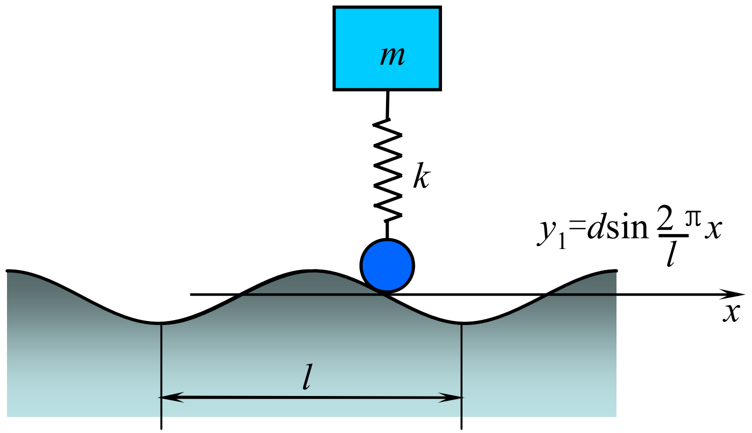
解：首先需要知道地面的波动方程，除了波形函数以外，还与汽车速度相关。

汽车速度为v，所以行驶位移为$x=vt$

以汽车起始位置为坐标原点，则路面的波动方程可表示为：

$$y_1 = d\sin\frac{2\pi}{l}x = d\sin\frac{2\pi v}{l}\cdot t$$

令 $\omega = \dfrac{2\pi v}{l}$ 则 $y_1 = d\sin\omega t$



ω其实为位移激振的频率，代入速度以及波长参数，得到：

$$\omega=\frac{2\pi v}{l}=\frac{2\pi\times12.5\mathrm{m/s}}{5\mathrm{m}}=5\pi\ \mathrm{rad/s}$$

系统的固有频率 ω_0为：

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{294\mathrm{N/m}\times1000}{3000\mathrm{kg}}}=9.9\mathrm{rad/s}$$

激振频率与固有频率的比值s为： $s=\dfrac{\omega}{\omega_0}=\dfrac{5\pi}{9.9}=1.59$

根据位移传递率的计算公式得到： $\eta'=\sqrt{\dfrac{1+4\zeta^2s^2}{(1-s^2)^2+4\zeta^2s^2}}=\sqrt{\dfrac{1}{(1-s^2)^2}}=0.65$

因此车身的振幅为： $b=\eta'd=0.65\times25\mathrm{mm}=16.4\mathrm{mm}$

当 $\omega=\omega_0$时系统发生共振，有 $\omega=\dfrac{2\pi v_{\mathrm{cr}}}{l}=\omega_0$

解得临界速度

$$v_{\mathrm{cr}}=\frac{l\omega_0}{2\pi}=\frac{5\mathrm{m}\times9.9\mathrm{rad/s}}{2\pi\mathrm{rad}}=7.88\mathrm{m/s}=28.4\mathrm{km/h}$$