

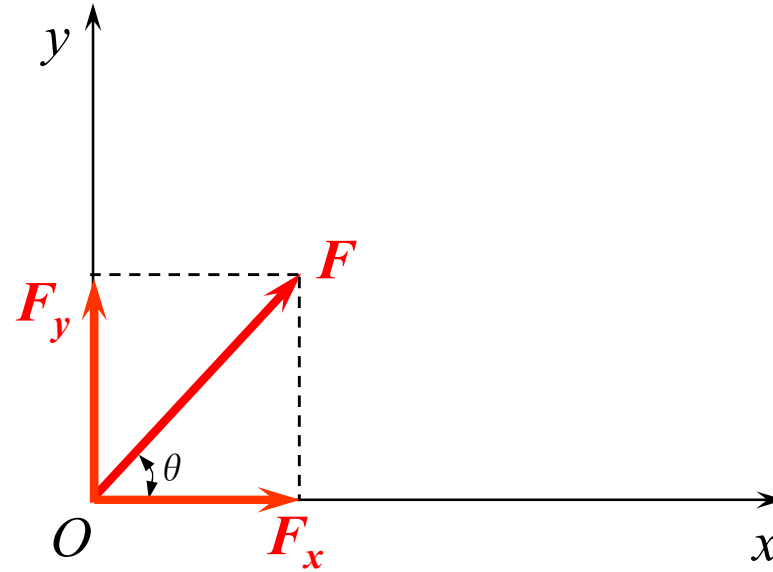
## 2、平面汇交力系合成与平衡 的解析法

## (1) 力在直角坐标系上的投影和力沿轴的分解

$$F_x = F \cdot \cos\theta$$

投影

$$F_y = F \cdot \sin\theta$$



将 $F$ 表示成 $F_x$ 和 $F_y$ 的矢量和:

$$\mathbf{F} = F_x + F_y = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} \quad \text{分解}$$

$F_x$ ,  $F_y$ 即为 $F$ 在 $x$ 轴和 $y$ 轴上的分量。

**注意:** 力在坐标轴上的投影一般**不等于**力沿着该坐标轴的分解, 但是直角坐标系下二者是相等的。所以一般的静力学问题大多选择在直角坐标系下进行分析。

## (2) 平面汇交力系合成的解析法

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F}_i$$

由合矢量投影定理，得合力投影定理：

$$F_{Rx} = \sum F_{ix} \quad F_{Ry} = \sum F_{iy}$$

合力的大小为：  $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$

方向为：  $\cos(\mathbf{F}_R, \mathbf{i}) = \frac{\sum F_{ix}}{F_R} \quad \cos(\mathbf{F}_R, \mathbf{j}) = \frac{\sum F_{iy}}{F_R}$

作用点为力的汇交点.

### (3) 平面汇交力系平衡的解析条件 (平衡方程)

平衡条件:  $F_R = \sum F_i = 0$

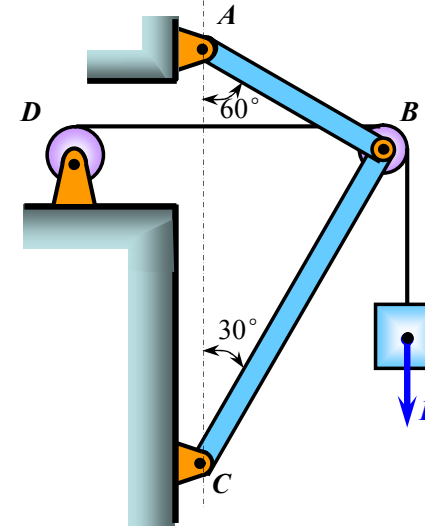
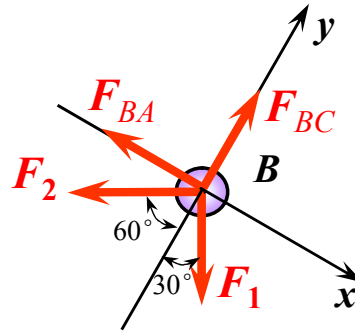
平衡方程:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0\end{aligned}$$

**例2** 绞车结构如图所示，重物重力 $P=20\text{kN}$ ，用钢丝绳挂在绞车 $D$ 及滑轮 $B$ 上。 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 处为光滑铰链连接，钢丝绳、杆和滑轮的自重不计，并忽略摩擦和滑轮的大小，计算平衡时杆 $AB$ 和 $BC$ 所受的力。

解：(1) 取研究对象。 $AB$ 、 $BC$ 两杆都是二力杆。通常将二力杆看成是一种约束，其受力图可以不画。假设 $AB$ 杆受拉力， $BC$ 杆受压力。取滑轮 $B$ 为研究对象，画受力图。

易知： $F_1=F_2=P$



(2) 列平衡方程求解。选取合适的坐标系如图所示，列平衡方程为：

$$\sum F_x = 0 \quad -F_{BA} + F_1 \cos 60^\circ - F_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{BC} - F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ = 0$$

解得： $F_{BA} = -7.321 \text{ kN}$ ； $F_{BC} = 27.32 \text{ kN}$

$F_{BA}$ 为负值，表示 $BA$ 杆的受力方向与假设相反，即 $BA$ 杆实际受压力； $F_{BC}$ 为正值，表示 $BC$ 杆的受力方向与假设相同，即 $BC$ 杆实际也受压力。