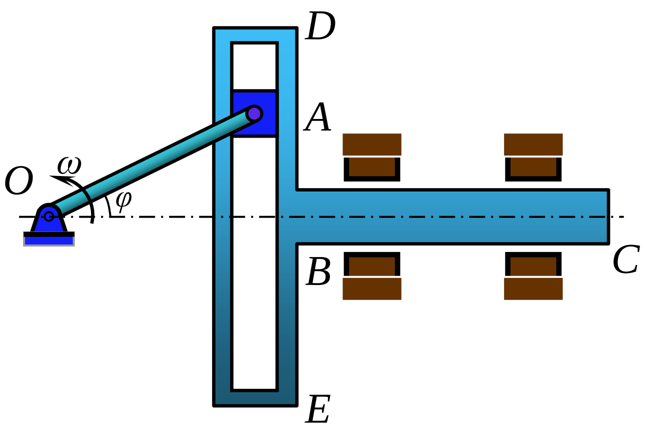
3、加速度合成定理应用

加速度合成定理应用

例1

已知：如图所示平面机构中，铰接在曲柄端*A*的滑块，可在丁字形杆的铅直槽*DE*内滑动。设曲柄以角速度 ω 作匀速转动，$OA=r$ 。

求：丁字形杆的加速度 a_{DE}。



解:

动点：滑块A　　动系：DE杆

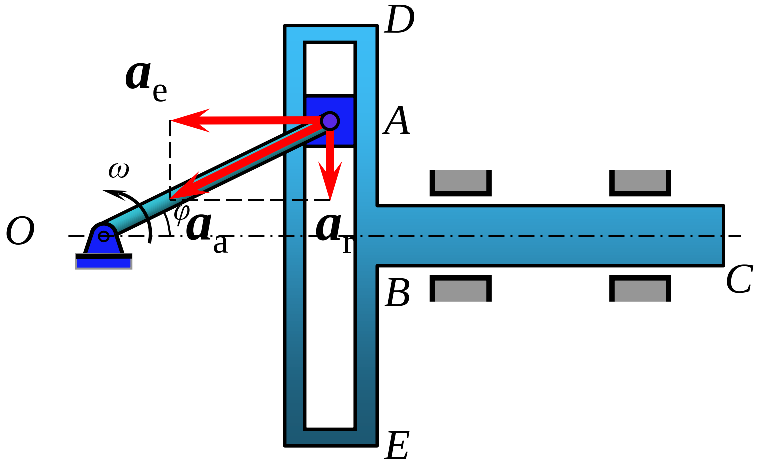
绝对运动：圆周运动（O点）

相对运动：直线运动（DE）

牵连运动：平移

$$\vec{a}_{\mathrm{a}} = \vec{a}_{\mathrm{e}} + \vec{a}_{\mathrm{r}}$$

大小	$r\omega^2$	?	?
方向	√	√	√



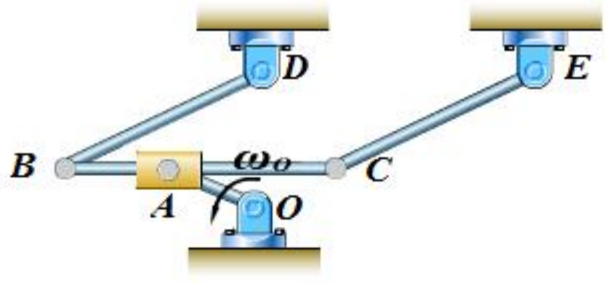
$$a_{\mathrm{e}} = a_{\mathrm{a}} \cos\varphi = r\omega^2 \cos\varphi$$

$$a_{DE} = a_{\mathrm{e}} = r\omega^2 \cos\varphi$$

例2

已知：如图所示平面机构中，曲柄$OA=r$，以匀角速度ω_O转动。套筒A沿BC杆滑动。$BC=DE$，且$BD=CE=l$。

求：图示位置时，杆BD的角速度和角加速度。



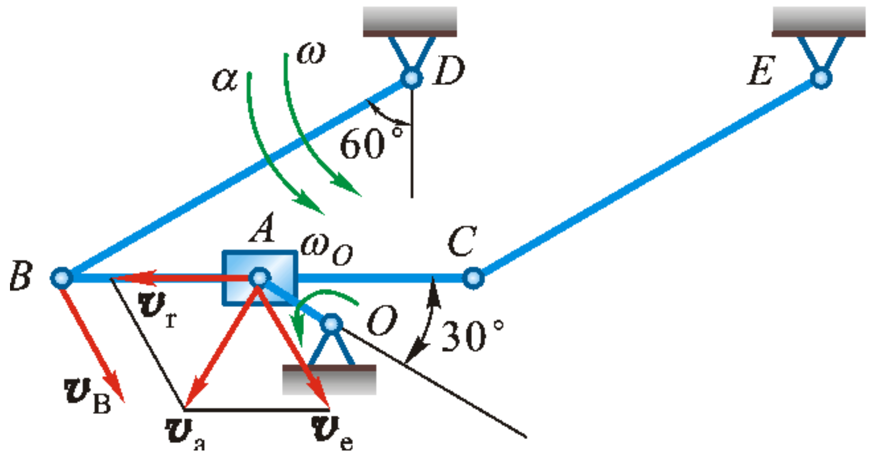
解: 1. 动点：滑块A　　动系：BC杆

绝对运动：圆周运动（O点）
相对运动：直线运动（BC）
牵连运动：平移

2.速度

$$\vec{v}_{a} = \vec{v}_{e} + \vec{v}_{r}$$

大小	$r\omega_O$	?	?
方向	√	√	√



$$v_r = v_e = v_a = r\omega_O$$

$$\omega_{BD} = \frac{v_e}{BD} = \frac{r\omega_O}{l}$$

3. 加速度

$$\vec{a}_{\mathrm{a}} = \vec{a}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{t}} + \vec{a}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{n}} + \vec{a}_{\mathrm{r}}$$

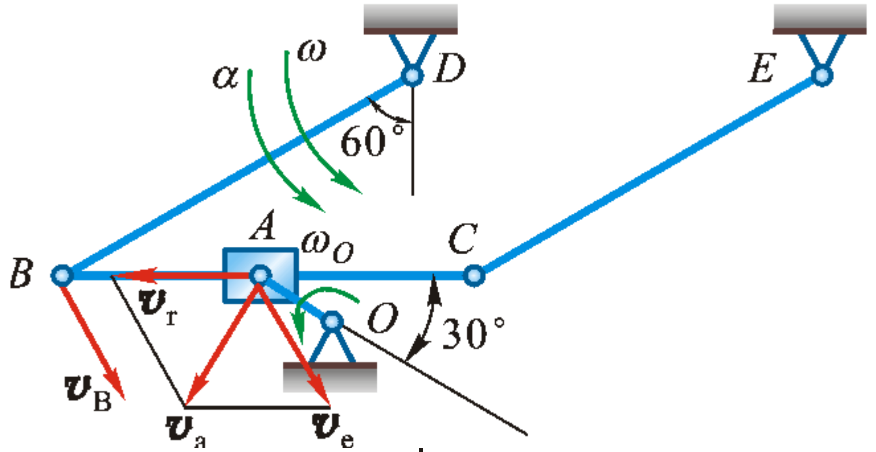
大小	$r\omega_O^2$	?	$l\omega_{BD}^2$	?
方向	✓	✓	✓	✓

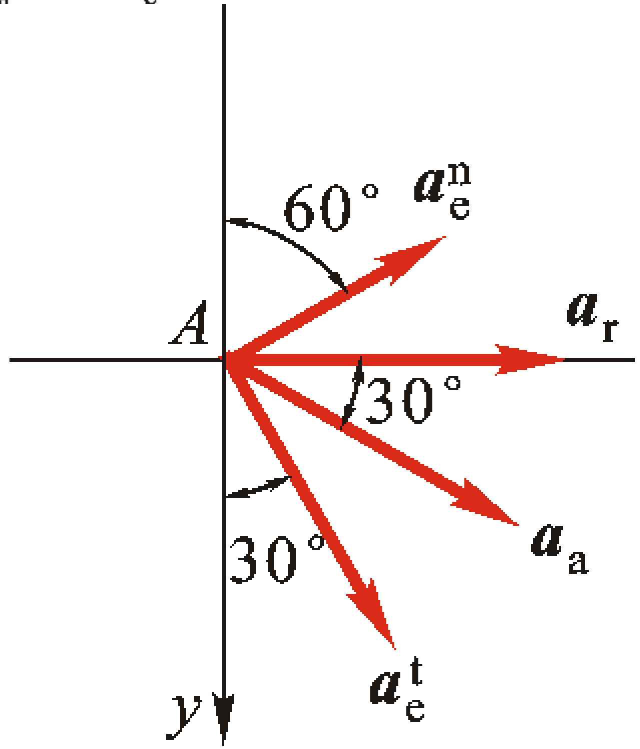
沿y轴投影

$$a_{\mathrm{a}}\sin 30^\circ = a_{\mathrm{e}}^{\mathrm{t}}\cos 30^\circ - a_{\mathrm{e}}^{\mathrm{n}}\sin 30^\circ$$

$$a_{\mathrm{e}}^{\mathrm{t}} = \frac{(a_{\mathrm{a}} + a_{\mathrm{e}}^{\mathrm{n}})\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}\omega_O^2 r(l+r)}{3l}$$

$$\alpha_{BD} = \frac{a_{\mathrm{e}}^{\mathrm{t}}}{BD} = \frac{\sqrt{3}\omega_O^2 r(l+r)}{3l^2}$$

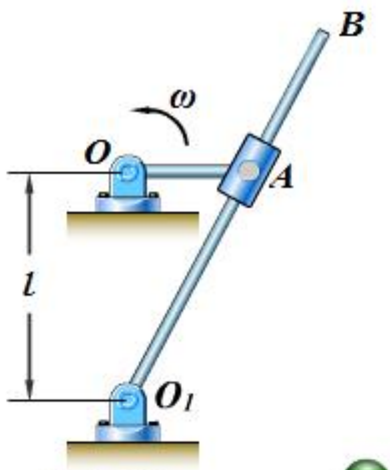




例3

已知：刨床的急回机构如图所示。曲柄OA的一端A与滑块用铰链连接。当曲柄OA以匀角速度ω绕固定轴O转动时，滑块在摇杆O_1B上滑动，并带动杆O_1B绕定轴O_1摆动。设曲柄长为$OA=r$，两轴间距离$OO_1=l$。

求:摇杆O_1B在如图所示位置时的角加速度。



解:

1. 动点：滑块A　动系：O_1B杆

绝对运动：圆周运动

相对运动：直线运动（沿O_1B）

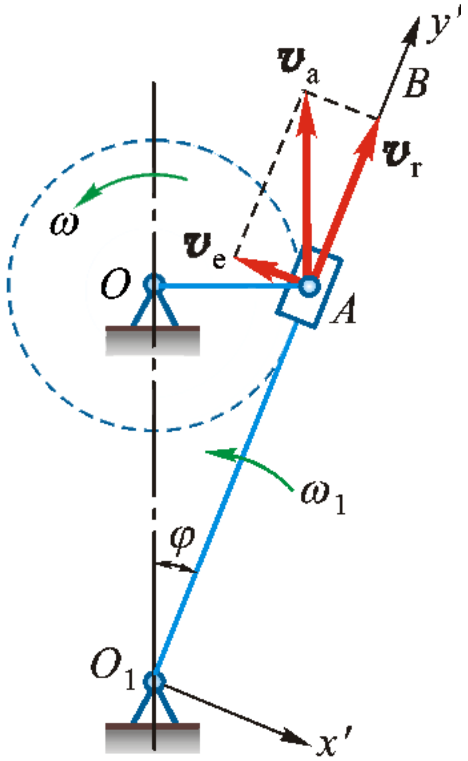
牵连运动：定轴转动（绕O_1轴）

2. 速度　$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$

大小	$r\omega$	?	?
方向	√	√	√

$$v_e = v_a \sin\varphi = \frac{r^2\omega}{\sqrt{l^2+r^2}} \qquad v_r = v_a \cos\varphi = \frac{rl\omega}{\sqrt{l^2+r^2}}$$

$$\omega_1 = \frac{v_e}{O_1A} = \frac{v_e}{\sqrt{l^2+r^2}} = \frac{r^2\omega}{l^2+r^2}$$



3. 加速度

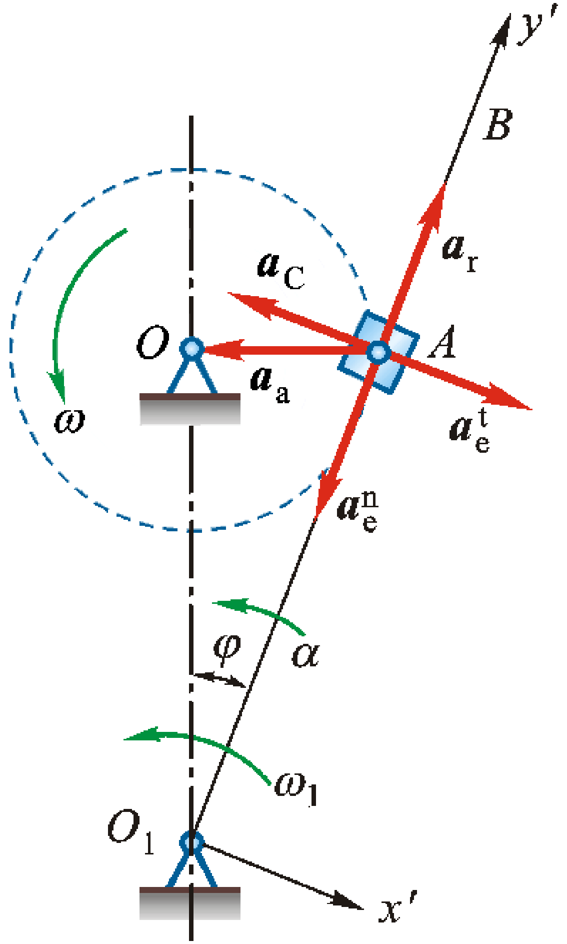
	$\vec{a}_{a}^{n}$ =	$\vec{a}_{e}^{t}$ +	$\vec{a}_{e}^{n}$ +	$\vec{a}_{r}$ +	$\vec{a}_{C}$
大小	$\omega^2 r$	?	$\omega_1^2 \cdot O_1A$	?	$2\omega_1 v_r$
方向	√	√	√	√	√

沿X'轴投影

$$-a_{ax'}^{n} = a_{e}^{t} - a_{C}$$

$$a_{e}^{t} = -a_{ax'}^{n} + a_{C} = 2\omega_1 v_r - \omega^2 r\cos\varphi$$

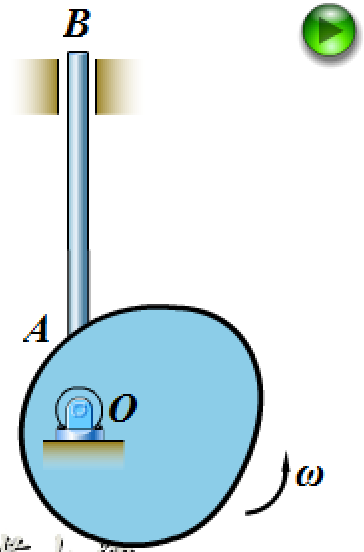
$$\alpha_1 = \frac{a_e^t}{O_1A} = \frac{\omega^2}{\sqrt{l^2+r^2}}\left(-\frac{rl(l^2-r^2)}{(l^2+r^2)^{3/2}}\right) = -\frac{rl\left(l^2-r^2\right)}{\left(l^2+r^2\right)^2}\omega^2$$

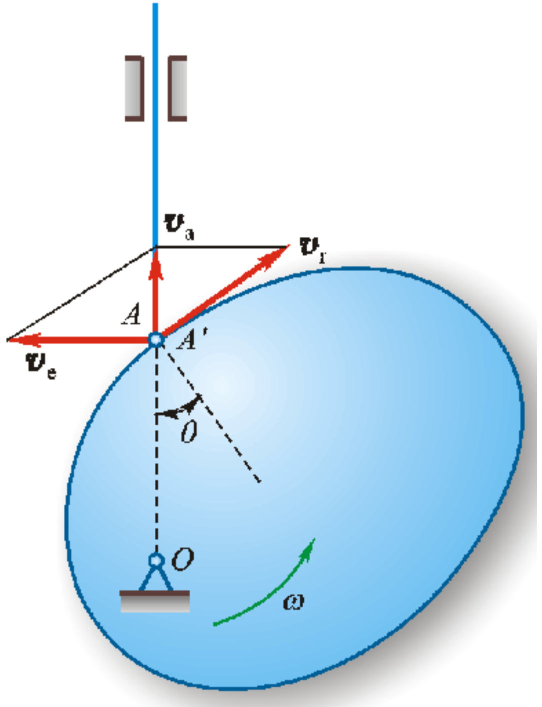


例4

已知：如图所示凸轮机构中，凸轮以匀角速度ω绕水平O轴转动，带动直杆AB沿铅直线上、下运动，且O，A，B共线。凸轮上与点A接触的为A'，图示瞬时凸轮上点A'曲率半径为ρ_A，点A'的法线与OA夹角为θ，$OA=l$。

求：该瞬时AB的速度及加速度。



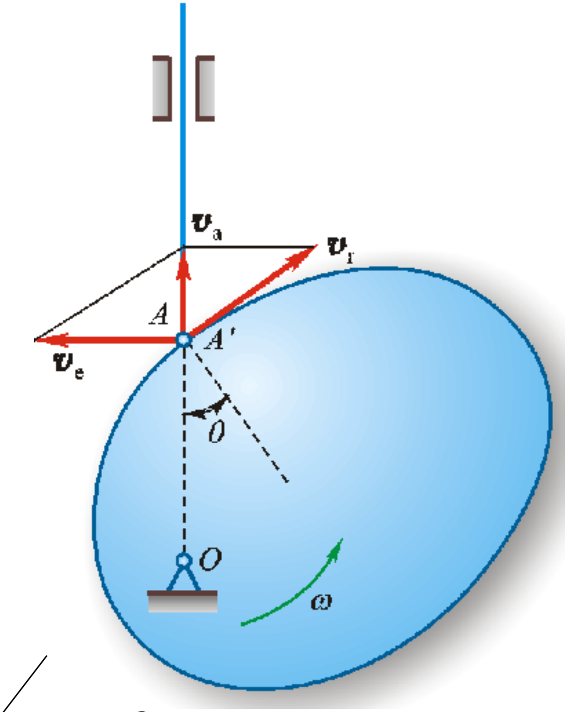


解： 1. 动点（AB杆上A点）　动系：凸轮O

绝对运动：直线运动（AB）

相对运动：曲线运动（凸轮外边缘）

牵连运动：定轴转动（O轴）



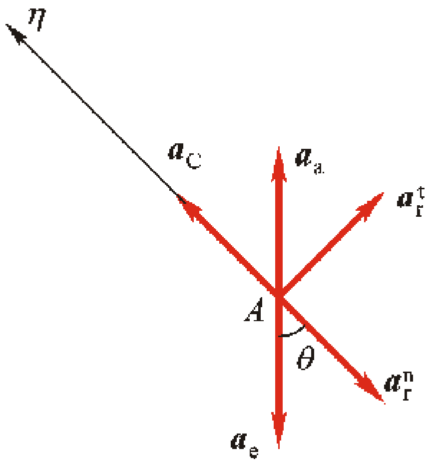
2. 速度　$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$

	$\vec{v}_a$	$\vec{v}_e$	$\vec{v}_r$
大小	?	ωl	?
方向	√	√	√

$$v_a = v_e \tan\theta = \omega l \tan\theta \qquad v_r = v_e / \cos\theta = \omega l / \cos\theta$$

3. 加速度　$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r^t + \vec{a}_r^n + \vec{a}_C$

	$\vec{a}_a$	$\vec{a}_e$	$\vec{a}_r^t$	$\vec{a}_r^n$	$\vec{a}_C$
大小	?	$\omega^2 l$	?	v_r^2/ρ_A	$2\omega v_r$
方向	✓	✓	✓	✓	✓

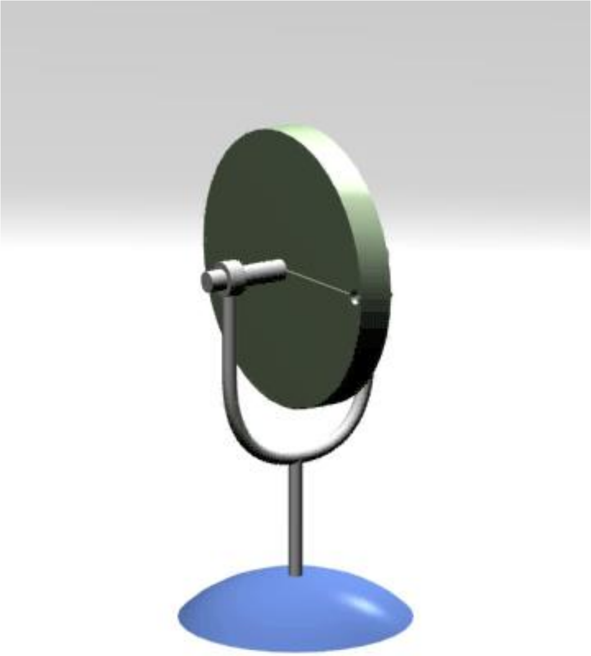


沿η轴投影　$a_a \cos\theta = -a_e \cos\theta - a_r^n + a_C$

$$a_a = -\omega^2 l \left(1 + \frac{l}{\rho_A \cos^3\theta} - \frac{2}{\cos^2\theta}\right)$$

例5

已知： 圆盘半径R=50mm，以匀角速度ω_1绕水平轴CD转动。同时框架和CD轴一起以匀角速度ω_2绕通过圆盘中心O的铅直轴AB转动，如图所示。如ω_1=5rad/s, ω_2=3rad/s。



求： 圆盘上1和2两点的绝对加速度。

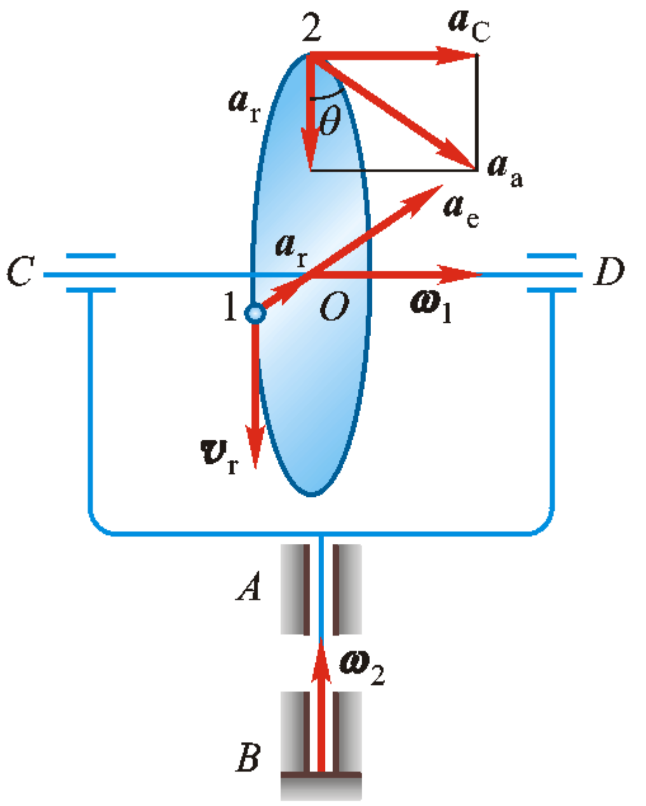
解: 1. 动点： 圆盘上点1（或2） 动系：框架*CAD*

绝对运动：未知

相对运动：圆周运动（*O*点）

牵连运动：定轴转动（*AB*轴）

2.加速度



1点:	$\vec{a}_a$ =	$\vec{a}_e$ +	$\vec{a}_r$ +	$\vec{a}_C$
大小	?	$R\omega_2^2$	$R\omega_1^2$	**0**
方向	?	√	√	

$$a_a = a_e + a_r = 1700\ \mathrm{mm/s^2}$$

2点:	$\vec{a}_a$ =	$\vec{a}_e$ +	$\vec{a}_r$ +	$\vec{a}_C$
大小	?	0	$R\omega_1^2$	$2\omega_e v_r$
方向	?	√	√	√

$$a_a = \sqrt{a_r^2 + a_C^2} = R\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$$

$$= 1953\mathrm{mm/s^2}$$

$$\theta = \arctan\frac{a_C}{a_r} = 50^\circ 12'$$