

3、虚位移（虚功）原理

质点系处于平衡, 有:

$$\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{Ni} = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{F}_i \cdot \delta \mathbf{r}_i + \mathbf{F}_{Ni} \cdot \delta \mathbf{r}_i = 0$$

$$\Rightarrow \sum \mathbf{F}_i \cdot \delta \mathbf{r}_i + \sum \mathbf{F}_{Ni} \cdot \delta \mathbf{r}_i = 0$$

理想约束, 有: $\sum \mathbf{F}_{Ni} \cdot \delta \mathbf{r}_i = 0$

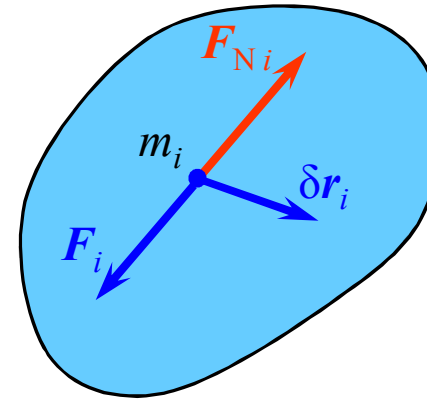
$$\Rightarrow \sum \mathbf{F}_i \cdot \delta \mathbf{r}_i = 0$$

或记为: $\sum \delta W_{Fi} = 0$

解析式为: $\sum (F_{xi} \delta x_i + F_{yi} \delta y_i + F_{zi} \delta z_i) = 0$

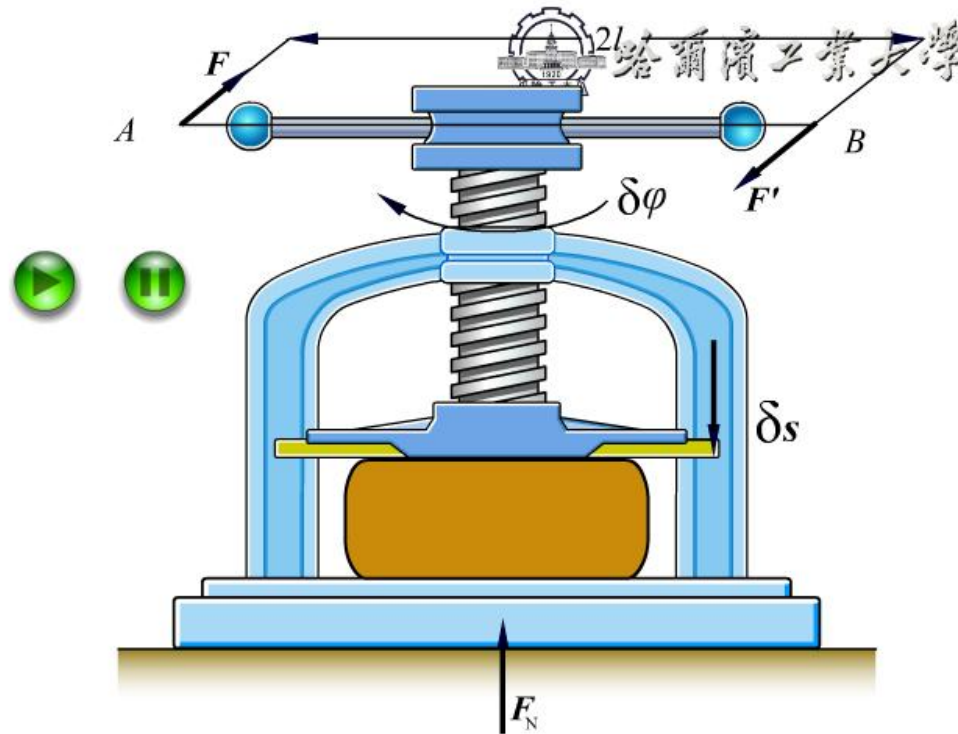
此方程称**虚功方程**, 其表达的原理称**虚位移原理**或**虚功原理**.

对于具有**理想约束**的质点系, 其平衡的充分必要条件是: 作用于质点系的**所有主动力**在**任何虚位移**上所作的虚功的和等于零.



例1 已知：如图所示，在螺旋压榨机的手柄 AB 上作用一在水平面内的力偶 (F, F') ，其力矩 $M=2FL$ ，螺杆的导程为 h 。

求：机构平衡时加在被压物体上的力。



解：1、以手柄、螺杆和压板组成的系统为研究对象，画出主动力。

2、理想约束系统，依主动力性质施加虚位移 $\delta\varphi$ 与 δs 。

3、列虚功方程。

$$\sum \delta W_F = F 2l \cdot \delta\varphi - F_N \cdot \delta s = 0$$

4、消去不独立的虚位移变量。

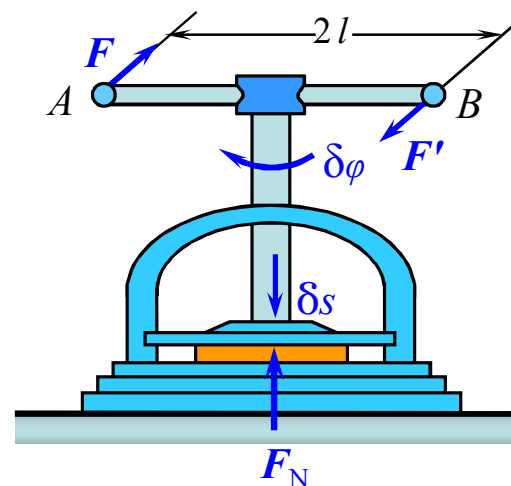
直接由 $\delta\varphi$ 与 δs 之间的几何关系：

$$\frac{\delta\varphi}{2\pi} = \frac{\delta s}{h}$$

代入虚功方程得到：
$$\sum \delta W_F = \left(2Fl - \frac{F_N h}{2\pi} \right) \delta\varphi = 0$$

因 $\delta\varphi$ 是任意的，故：

$$2Fl - \frac{F_N h}{2\pi} = 0 \Rightarrow F_N = \frac{4\pi l}{h} F$$



— 直接法（几何法）