

4、绝对、相对和牵连运动的关系

绝对、相对和牵连运动之间的关系

动点: M 动系: $O'x'y'$

绝对运动运动方程

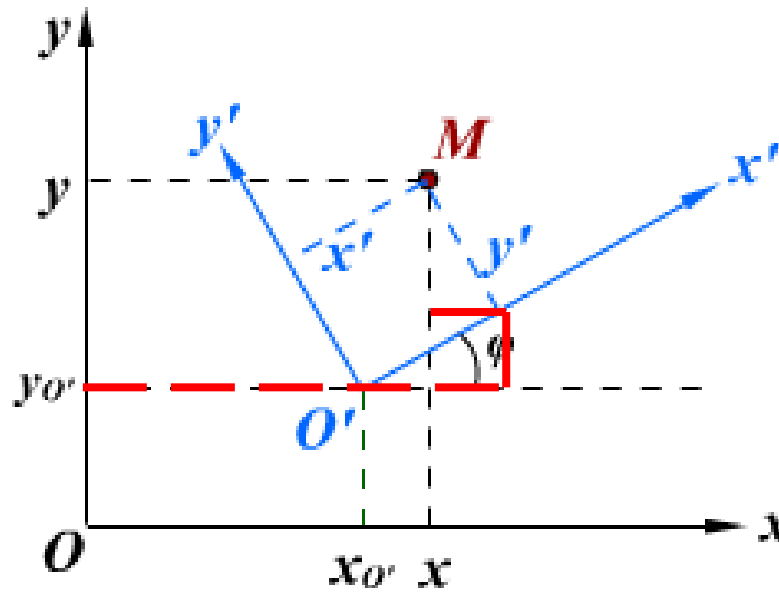
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

相对运动运动方程

$$\begin{cases} x' = x'(t) \\ y' = y'(t) \end{cases}$$

牵连运动运动方程

$$\begin{cases} x_{O'} = x_{O'}(t) \\ y_{O'} = y_{O'}(t) \\ \varphi = \varphi(t) \end{cases}$$



由坐标变换关系有

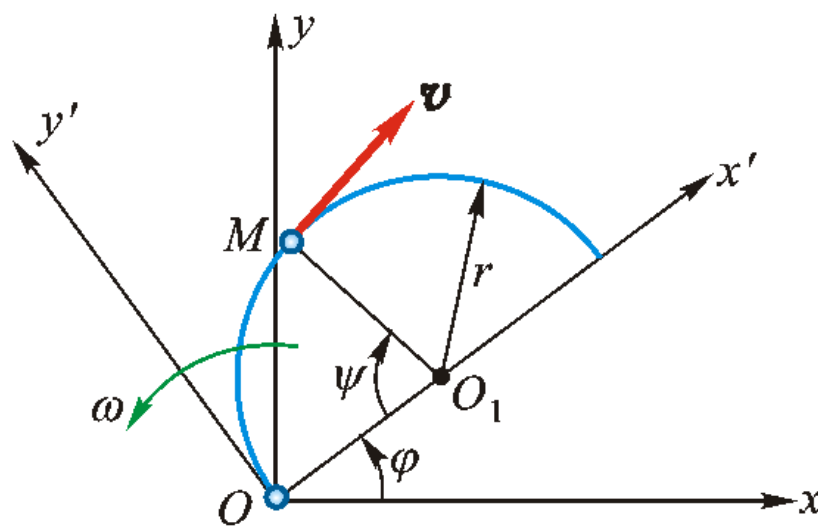
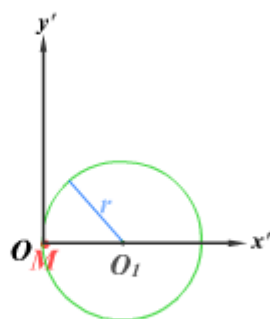
$$\begin{cases} x = x_{O'} + x' \cos \varphi - y' \sin \varphi \\ y = y_{O'} + x' \sin \varphi + y' \cos \varphi \end{cases}$$

例1

已知相对运动求绝对运动

已知：点 M 相对于动系 $Ox'y'$ 沿半径为 r 的圆周以速度 v 作匀速圆周运动(圆心为 O_1)，动系 $Ox'y'$ 相对于定系 Oxy 以匀角速度 ω 绕点 O 作定轴转动，如图所示。初始时 Oxy 与 $Ox'y'$ 重合，点 M 与 O 重合。

求：点 M 的绝对运动方程。



解：动点：M点

动系：Ox'y'

相对运动方程

$$x' = OO_1 - O_1M \cos \psi$$

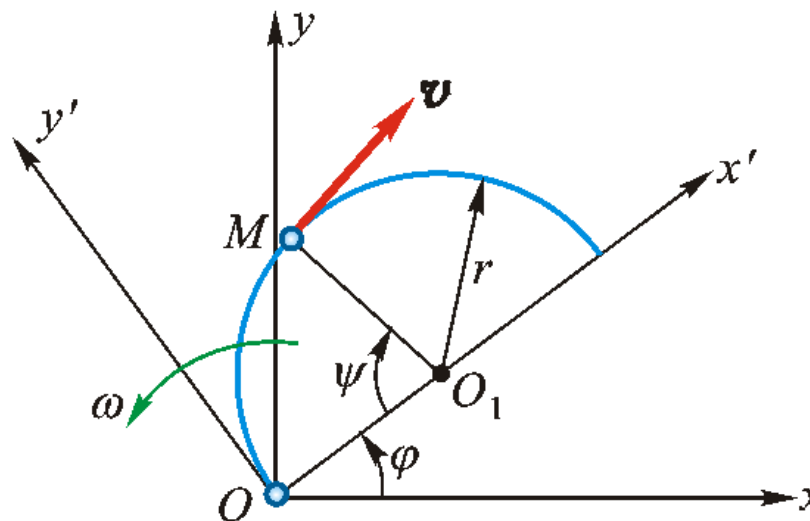
$$y' = O_1M \sin \psi$$

代入 $\psi = \frac{vt}{r}$

绝对运动方程

$$\rightarrow \begin{cases} x' = r \left(1 - \cos \frac{vt}{r} \right) \\ y' = r \sin \frac{vt}{r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x' \cos \varphi - y' \sin \varphi = r \left(1 - \cos \frac{vt}{r} \right) \cos \omega t - r \sin \frac{vt}{r} \sin \omega t \\ y = x' \sin \varphi + y' \cos \varphi = r \left(1 - \cos \frac{vt}{r} \right) \sin \omega t + r \sin \frac{vt}{r} \cos \omega t \end{cases}$$

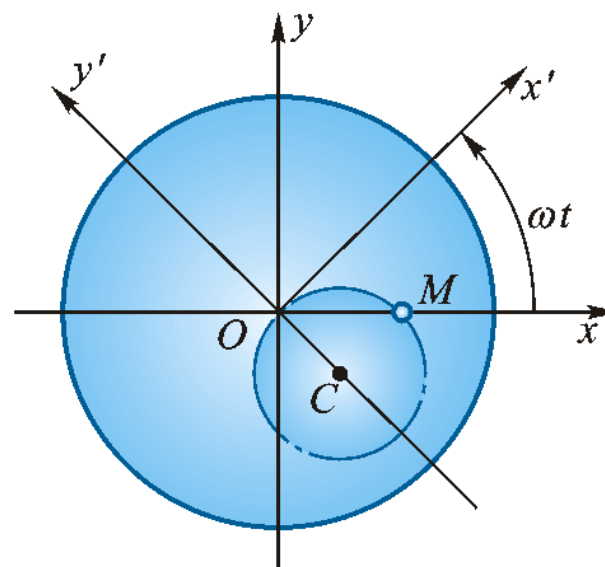
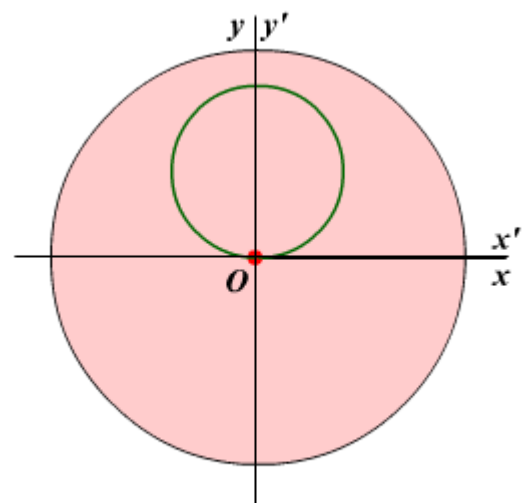


例2

已知绝对运动求相对运动

已知：用车刀切削工件的直径端面，车刀刀尖 M 沿水平轴 x 作往复运动，如图所示。设 Oxy 为定坐标系，刀尖的运动方程为 $x = b \sin(\omega t)$ 。工件以等角速度 ω 逆时针转向转动。

求：车刀在工件圆端面上切出的痕迹。



解： 动点： M 动系： 工件 $(Ox'y')$

相对运动方程

$$x' = OM \cos \omega t = b \sin \omega t \cos \omega t = \frac{b}{2} \sin 2\omega t$$

$$y' = -OM \sin \omega t = -b \sin^2 \omega t = -\frac{b}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

相对运动轨迹

$$x'^2 + \left(y' + \frac{b}{2} \right)^2 = \frac{b^2}{4}$$

