

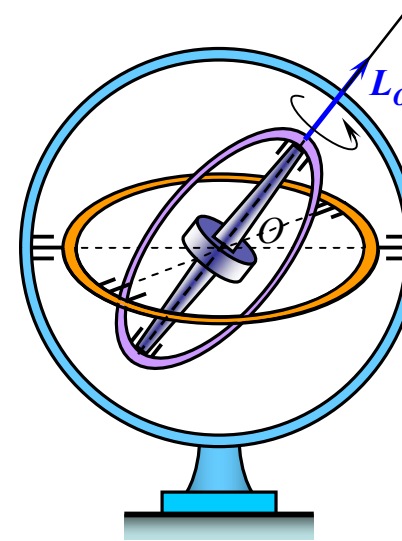
2、陀螺的性质

(1) 自由陀螺保持自身对称轴在惯性参考系中的方位不变（定轴性）

不计摩擦，外力对其质心 O 的力矩为零，这样的陀螺称为自由陀螺。

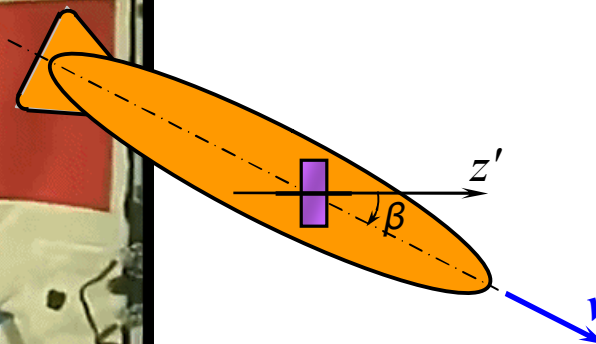
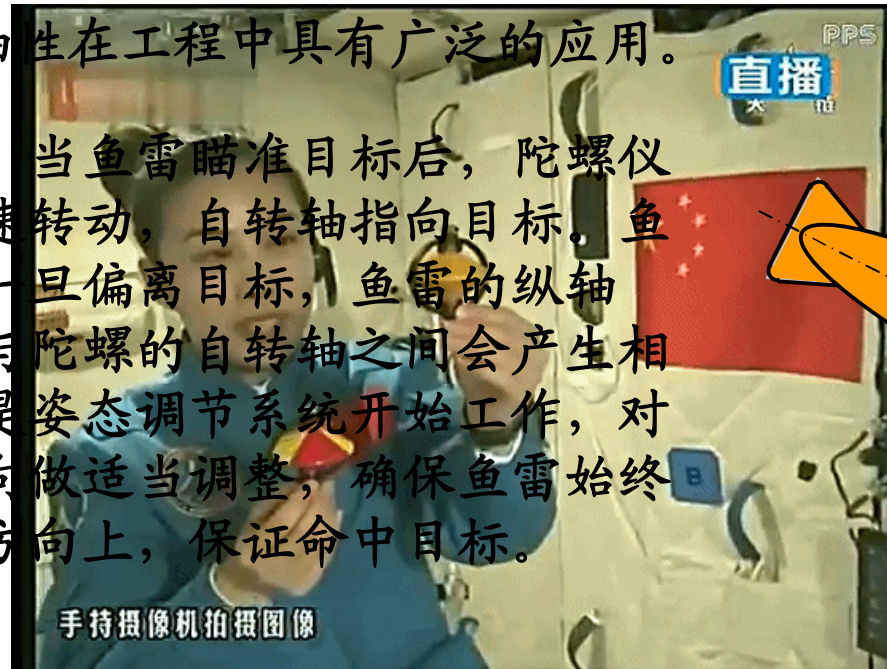
由于 $M_O^{(e)}=0$ ，所以 $\frac{dL_O}{dt}=0 \implies L_O = \text{恒矢量}$

对于高速自转的陀螺，动量矩矢 L_O 的方向与自转轴重合。自由陀螺的动量矩矢方向保持不变，因此自转轴的方位保持不变。称为自由陀螺的定轴性。



自由陀螺的定轴性在工程中具有广泛的应用。

鱼雷定向装置：当鱼雷瞄准目标后，陀螺仪的转子开始高速转动，自转轴指向目标。鱼雷前进过程中一旦偏离目标，鱼雷的纵轴（前进方向）与陀螺的自转轴之间会产生相对偏角 β ，于是姿态调节系统开始工作，对鱼雷的前进方向做适当调整，确保鱼雷始终在正确的前进方向上，保证命中目标。



(2) 陀螺受与自转轴不重合的力矩作用时自转轴将进动（进动性）

陀螺重心 C 与定点 O 不重合，对定点 O 的动量矩为 L_O 。

自转轴 Oz' 偏离铅垂线，重力 P 对定点 O 产生力矩：

$$M_O(P) = r_C \times P$$

$M_O(P)$ 垂直于轴 Oz' 和重力 P ，亦即垂直于平面 zOz'

根据**赖柴定理**，动量矩矢端点 A 的速度 u 等于重力 P 对 O 点的矩：

$$u = M_O(P)$$

u 的方向与 $M_O(P)$ 相同，因而也垂直于轴 Oz' 和重力 P ，不改变自转轴的偏角 θ 。

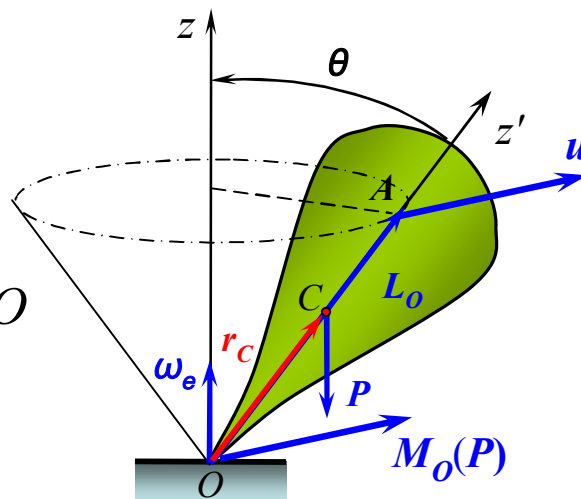
在重力 P 的持续作用下，对称轴 Oz' 将绕定轴 Oz 转动，这种运动称为**进动**。

陀螺在任意力矩的作用下，只要力矩与对称轴不重合，都会发生**进动现象**。
进动方向与力矩的方向一致，与作用力的方向垂直。

设进动角速度为 ω_e ，则动量矩矢端 A 的速度为： $u = \omega_e \times L_O = \omega_e \times J_{z'}\omega$

设外力的主矩为 $M_O^{(e)}$ ，则 $u = M_O^{(e)}$ ，也就是 $\omega_e \times J_{z'}\omega = M_O^{(e)}$

得到进动角速度为 ω_e 的大小为： $\omega_e = \frac{M_O^{(e)}}{J_{z'}\omega \sin \theta}$



进动角速度为 ω_e 的大小为: $\omega_e = \frac{M_O^{(e)}}{J_{z'}\omega \sin \theta}$

$$\omega_e = \frac{M_O^{(e)}}{J_{z'}\omega \sin \theta} = \frac{P \cdot r_C \cdot \sin \theta}{J_{z'}\omega \sin \theta} = \frac{P \cdot r_C}{J_{z'}\omega}$$

i 自转角速度 ω 越大，进动角速度 ω_e 越小。陀螺的自转角速度越大，则进动角速度越小。当自转角速度由于摩擦等因素的影响逐渐减小时，进动角速度会逐渐增大。

ii 仅受重力作用时，进动角速度 ω_e 与夹角 θ 的大小无关。只要保持自转角速度不变，不同夹角情况下，陀螺具有相同的进动角速度。

