# 2、质点系的动静法

# 质点系的动静法

设有一质点系由$n$个质点组成，对每一个质点，有：

$$\boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{F}_{iN} + \boldsymbol{F}_{iI} = 0 \quad ( \ i = 1,2,\ldots\ldots,n \ )$$

主动力的合力

约束力的合力

质点的惯性力

质点系中每个质点上真实作用的主动力、约束力和它的惯性力形式上组成平衡力系。这就是质点系的动静法。

主动力$\boldsymbol{F}_i$和约束力$\boldsymbol{F}_{iN}$对于质点系来说可以分为外力$\boldsymbol{F}_i^{(e)}$和内力$\boldsymbol{F}_i^{(i)}$，也就是说质点系中每个质点上作用的外力、内力和它的惯性力形式上组成平衡力系。

用方程表示：

$$\begin{cases} \sum \boldsymbol{F}_i^{(e)} + \sum \boldsymbol{F}_i^{(i)} + \sum \boldsymbol{F}_{iI} = 0 \\ \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i^{(e)}) + \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i^{(i)}) + \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_{iI}) = 0 \end{cases}$$

质点系的内力总是成对出现，并且总是等值反向，因此：

$$\sum \boldsymbol{F}_i^{(i)} = 0 , \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i^{(i)}) = 0$$

于是：

$$\begin{cases} \sum \boldsymbol{F}_i^{(e)} + \sum \boldsymbol{F}_{iI} = 0 \\ \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i^{(e)}) + \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_{iI}) = 0 \end{cases}$$

公式表明：作用在质点系上的所有外力与虚加在每个质点上的惯性力在形式上组成平衡力系。——这是质点系的动静法的又一表述。

可见：对整个质点系来说，动静法给出的平衡方程，只是质点系的惯性力系与其外力的平衡，而与内力无关。

用**动静法**求解动力学问题时，

对平面任意力系：

$$\begin{cases} \sum F_{ix}^{(e)} + \sum F_{iIx} = 0 \\ \sum F_{iy}^{(e)} + \sum F_{iIy} = 0 \\ \sum M_O(F_i^{(e)}) + \sum M_O(F_{iI}) = 0 \end{cases}$$

对于空间任意力系：

$$\begin{cases} \sum F_{ix}^{(e)} + \sum F_{iIx} = 0 \ , & \sum M_x(F_i^{(e)}) + \sum M_x(F_{iI}) = 0 \\ \sum F_{iy}^{(e)} + \sum F_{iIy} = 0 \ , & \sum M_y(F_i^{(e)}) + \sum M_y(F_{iI}) = 0 \\ \sum F_{iz}^{(e)} + \sum F_{iIz} = 0 \ , & \sum M_z(F_i^{(e)}) + \sum M_z(F_{iI}) = 0 \end{cases}$$

实际应用时，同静力学一样可任意选取研究对象，列平衡方程求解。

**例2** 如图所示，滑轮的半径为$r$，质量为$m$均匀分布在轮缘上，可绕水平轴转动。轮缘上跨过的软绳的两端各挂质量为$m_1$和$m_2$的重物，且$m_1>m_2$。绳的重量不计，绳与滑轮之间无相对滑动，轴承摩擦忽略不计。求重物的加速度。

解：以滑轮与两重物一起组成的质点系为研究对象，分析受力。

分析运动，已知$m_1>m_2$，则重物的加速度$\boldsymbol{a}$方向如图所示。

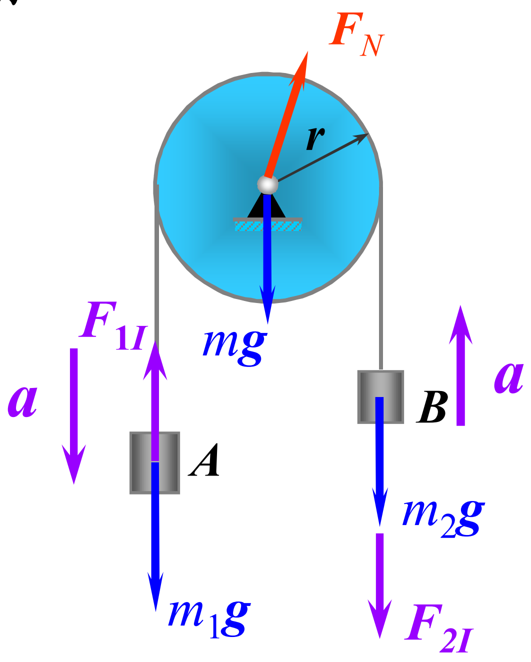
在系统中每个质点上假想地加上惯性力，可以应用**动静法**。

重物的惯性力方向均与加速度$\boldsymbol{a}$的方向相反，

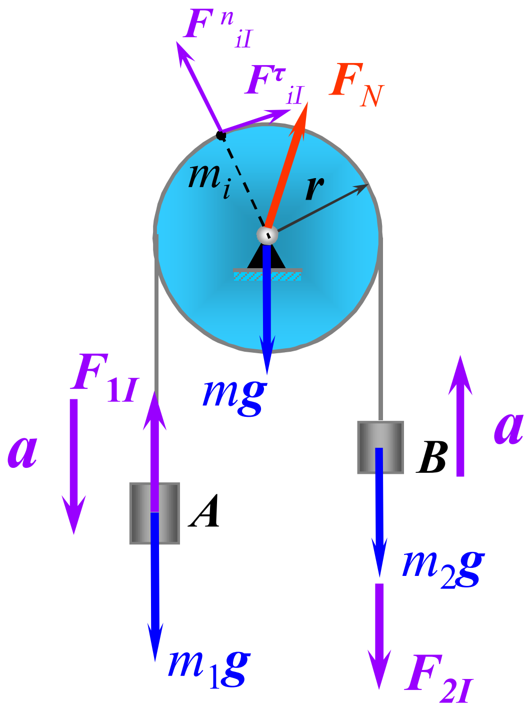
大小分别为：

$$F_{1I}=m_1a$$

$$F_{2I}=m_2a$$



滑轮边缘上任一点的质量为$m_i$，切向惯性力的大小为$F^{\tau}_{iI}=m_i a^{\tau}$, 方向沿轮缘切线，指向如图所示。当绳与轮之间无相对滑动时，$a^{\tau}=a$；法向惯性力大小为$F^{n}_{iI}=m_i v^2/r$, 方向沿半径背离中心。




未知量为加速度$a$，由**动静法**，对转轴$O$列力矩平衡方程$\sum M_O(\boldsymbol{F})=0$ 得：

$$m_1 g\cdot r - F_{1I}\cdot r - m_2 g\cdot r - F_{2I}\cdot r - \sum F^{\tau}_{iI}\cdot r = 0$$

代入： $F_{1I}=m_1 a \quad F_{2I}=m_2 a \quad F^{\tau}_{iI}=m_i a^{\tau}=m_i a$

并考虑到： $\sum m_i = m$

解得： $$\boxed{a=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2+m}g}$$