

陀螺仪近似理论

曾凡林

哈尔滨工业大学理论力学教研组



本讲主要内容

- 1、赖柴（莱沙尔）定理
- 2、陀螺的性质
- 3、陀螺效应与陀螺力矩

1、赖柴（莱沙尔）定理

陀螺现象

刚体由于高速旋转而产生的转轴方向高度稳定及反重力现象。



工程上把具有一个固定点，并绕自身的对称轴高速旋转的刚体称为**陀螺**。

利用陀螺现象可以设计某些仪器或装置，用以调整物体的运动方向或使物体的运动稳定。

导航：陀螺罗盘、鱼雷定向装置、惯性导航系统.....

保持运动稳定：枪、炮的膛线、航空地平仪、船舶稳定器.....

危害性：高速旋转的汽轮机、电动机在转弯时对轴承产生动压力。

赖柴（莱沙尔）定理

陀螺以角速度 ω 绕对称轴 Oz' 转动, 称为**自转**。

Oz' 轴以角速度 ω_e 绕 Oz 转动, 称为**进动**。

陀螺以绝对角速度 ω_a 绕定点 O 运动, 且:

$$\omega_a = \omega_e + \omega$$

设陀螺对定点 O 的动量矩为 L_O , 作用于陀螺的外力对点 O 的主矩为 $M_O^{(e)}$, 根据**动量矩定理**, 有:

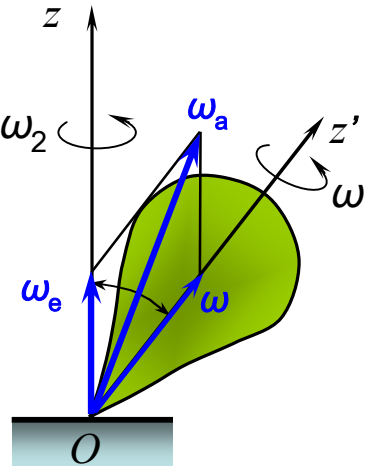
$$\frac{dL_O}{dt} = M_O^{(e)} \quad \text{一般情况下, } L_O, M_O^{(e)} \text{ 与自转轴 } Oz' \text{ 不重合。}$$

工程中的陀螺绝大多数都是绕自身对称轴高速旋转的刚体, 自转角速度远远高于进动角速度, 即 $\omega \gg \omega_e$ 。可近似认为 $\omega_a \approx \omega$, 即**陀螺的绝对角速度矢 ω_a 与对称轴重合, 大小与自转角速度值相等。**（陀螺近似理论）

于是, 陀螺对于定点 O 的动量矩 L_O 可表示为:

$$L_O \approx J_{z'}\omega$$

$J_{z'}$ 是陀螺对于对称轴 Oz' 的转动惯量。动量矩矢近似与对称轴重合, 大小等于 $J_{z'}\omega$ 。此简化下, 可应用动量矩定理阐明陀螺运动的**近似理论**。



与定轴转动不同，陀螺对于定点 O 的动量矩 L_O 是不断变化的。

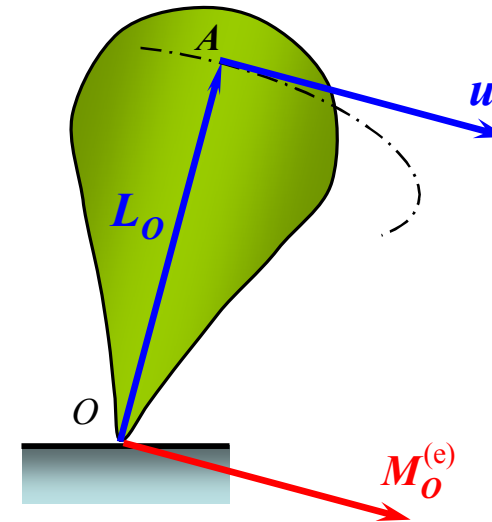
用矢径 OA 表示 L_O ，矢端 A 在空间的轨迹曲线，称为 L_O 的**矢端曲线**。

矢径对时间 t 的一阶导数，相当于矢端 A 的**速度** u ，即

$$u = \frac{dL_O}{dt}$$

而 L_O 对时间 t 的一阶导数又等于作用于陀螺的外力对点 O 的主矩为 $M_O^{(e)}$ 。于是有：

$$u = M_O^{(e)}$$



——质点系动量定理的运动学解释，赖柴定理（莱沙尔定理）

赖柴定理：质点系对某定点的动量矩矢端的速度，等于外力对同一点的主矩。

也就是动量矩矢端点 A 的**速度**，大小与外力主矩的大小相等，方向与外力主矩的**方向相同**。力矩 M 开始或终止作用时，点 A 就立即获得或丧失全部速度。

按照陀螺近似理论，其动量矩矢与对称轴重合，矢端 A 总是位于对称轴上，因此，**外力主矩也就决定了对称轴的运动**。