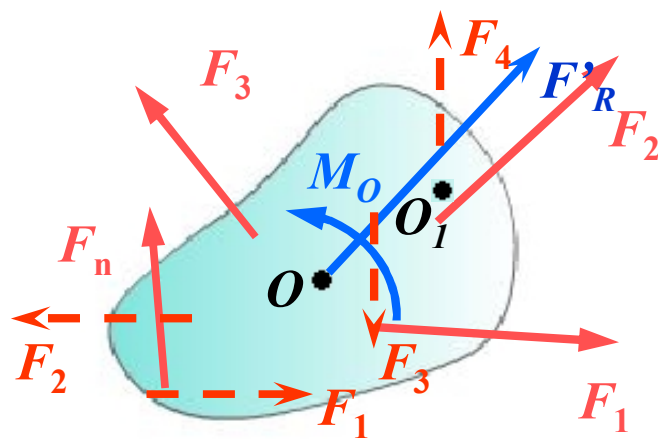


2、平面任意力系的简化结果 分析

(1) 力偶

$$F'_R = 0 \quad M_O \neq 0 \quad \longrightarrow \quad \text{合力偶}$$

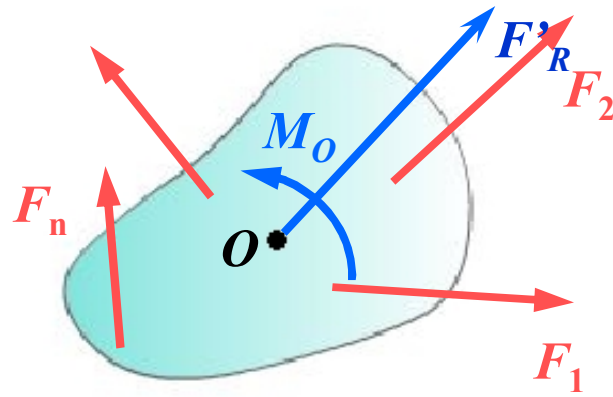
力偶系，与简化中心的位置无关



若为 O_1 点，如何？

(2) 作用线过简化中心的合力

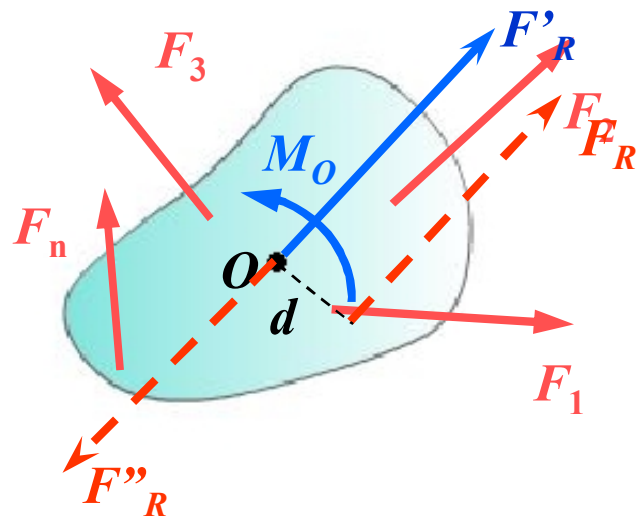
$F'_R \neq 0 \quad M_O = 0 \quad \longrightarrow \quad \text{合力，作用线过简化中心}$



(3) 作用线不过简化中心的合力

$$F'_R \neq 0 \quad M_O \neq 0 \quad \longrightarrow \quad \text{合力,}$$

作用线距简化中心 $\frac{M_O}{|F'_R|}$



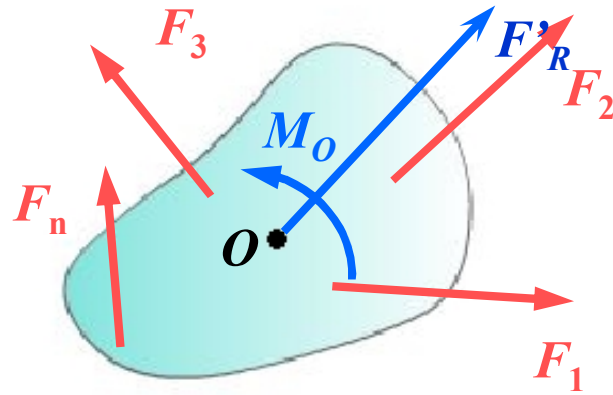
$$d = \frac{M_O}{F'_R} \quad M_O = F_R d \quad F_R = F'_R = \sum F_i$$

合力矩定理 $M_O(F_R) = M_O = \sum M_O(F_i)$

(4) 平衡

$$F'_R = 0 \quad M_O = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{平衡}$$

与简化中心的位置无关

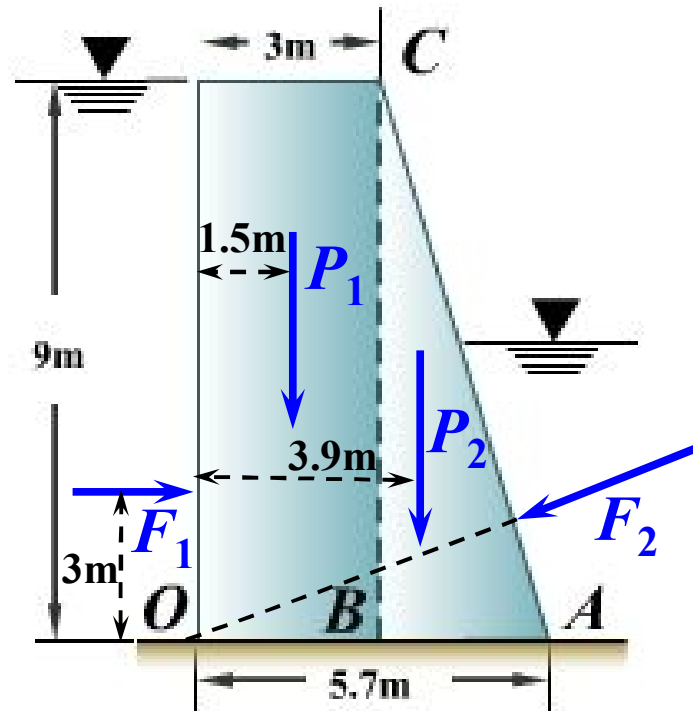


平面任意力系简化的最后结果

只能是合力、合力偶、平衡三种情况。

例1 已知：水坝受力 $P_1=450\text{kN}$, $P_2=200\text{kN}$, $F_1=300\text{kN}$, $F_2=70\text{kN}$

求：力系的合力 F_R ，合力与 OA 的交点到点 O 的距离 x ，
合力作用线方程。



解：（1）建如图坐标系，向O点简化，求主矢和主矩。

$$\theta = \angle ACB = \arctan \frac{AB}{AC} = 16.7^\circ$$

$$F'_{Rx} = \sum F_{ix} = F_1 - F_2 \cos \theta = 232.9 \text{ kN}$$

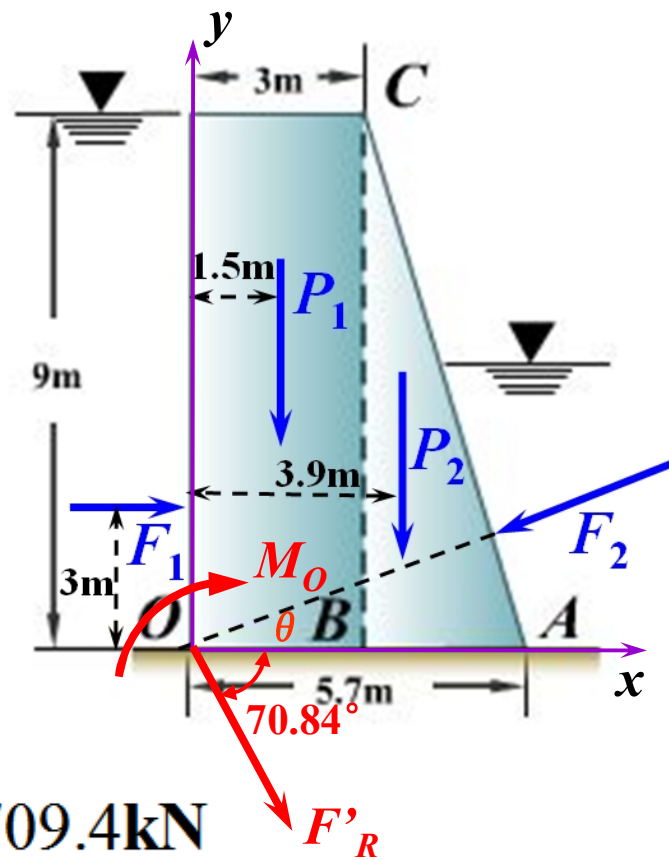
$$F'_{Ry} = \sum F_{iy} = -P_1 - P_2 - F_2 \sin \theta = -670.1 \text{ kN}$$

$$F'_R \text{ 大小 } F'_R = \sqrt{\left(\sum F_{ix}\right)^2 + \left(\sum F_{iy}\right)^2} = 709.4 \text{ kN}$$

$$F'_R \text{ 的方向余弦 } \cos(\overline{F'_R}, \vec{i}) = \frac{\sum F_{ix}}{F'_R} = 0.3283 \quad \alpha = 70.84^\circ$$

$$\cos(\overline{F'_R}, \vec{j}) = \frac{\sum F_{iy}}{F'_R} = -0.9446 \quad \beta = 19.16^\circ$$

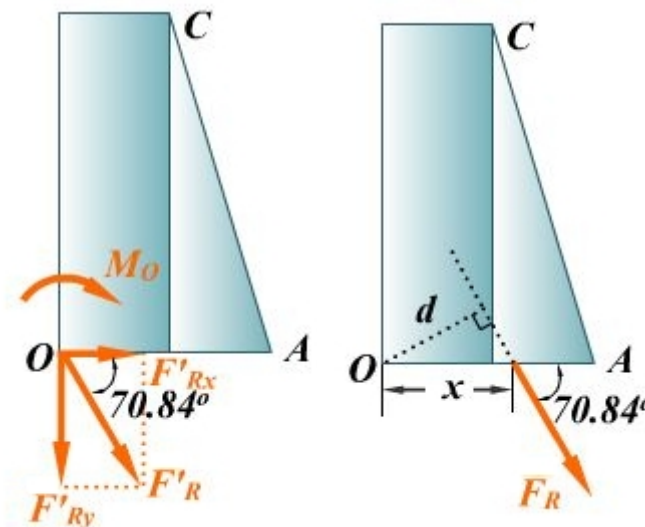
$$\text{主矩大小 } M_o = \sum M_o(\overline{F}) = -3F_1 - 1.5P_1 - 3.9P_2 = -2355 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



(2) 求合力及其作用线位置

$$d = \frac{|M_o|}{F_R'} = \frac{2355}{709.4} = 3.3197 \text{ m}$$

$$x = \frac{d}{\cos(90^\circ - 70.84^\circ)} = 3.514 \text{ m}$$



(3) 求合力作用线方程

$$M_o = \sum M_o(\overline{F_R}) = x \cdot F_{Ry} - y \cdot F_{Rx} = x \cdot F'_{Ry} - y \cdot F'_{Rx}$$

即 $-2355 = x(-670.1) - y(232.9)$

有: $670.1x + 232.9y - 2355 = 0$

