

4、平移与转动的合成

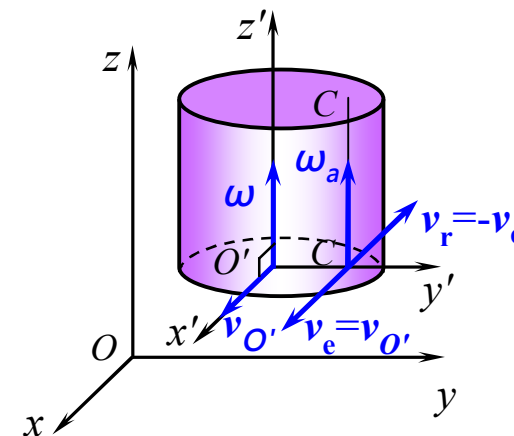
(1) 平移速度矢与转动角速度矢垂直

刚体以角速度 ω 绕轴 $O'z'$ 转动，转轴和动坐标系一起以速度 $v_{O'}$ 在垂直于 ω 的方向平移。

刚体在平行于 $O'x'y'$ 的平面上做平面运动。

C 点是平面图形的瞬心，则与 $O'z'$ 平行的轴 CC 为瞬轴。

$O'C$ 与速度 $v_{O'}$ 垂直，且： $O'C = \frac{v_{O'}}{\omega}$



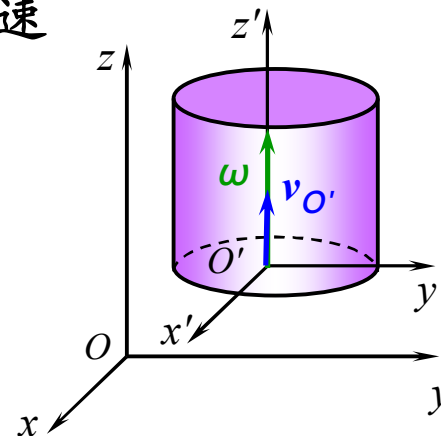
当平移速度矢与转动角速度矢垂直时，刚体的平移与转动可以合成为绕平行于原转轴的瞬轴的转动，瞬轴到原转轴之间的距离为 $v_{O'}/\omega$ 。

(2) 平移速度矢与转动角速度矢平行

刚体以角速度 ω 绕轴 $O'z'$ 转动，转轴和动坐标系一起以速度 $v_{O'}$ 沿着 $O'z'$ 方向运动。称为螺旋运动。

平移速度与转动角速度方向相同时称为右螺旋，方向相反时称为左螺旋。

平移速度与转动角速度的比值 $\frac{v_{O'}}{\omega} = p$
— 螺旋率



若以 s 表示刚体沿 $O'z'$ 轴的轴向位移，
 φ 为刚体绕 $O'z'$ 轴的转角，则：

$$v_{O'} = \frac{ds}{dt}, \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

螺旋率可写成： $p = \frac{ds}{d\varphi}$ 表示绕轴转过单位角度时沿轴前进的距离。

一般情况下，螺旋率为恒定值，则有： $s = p\varphi$
 令： $\varphi = 2\pi \Rightarrow s = 2\pi p$ — 螺距

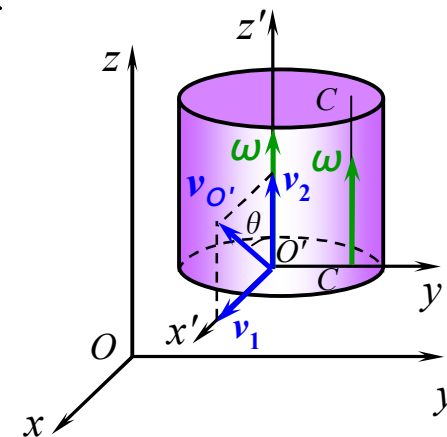
当平移速度矢与转动角速度矢平行时，刚体的平移与转动可以合成为绕原转轴的螺旋运动，平移速度与转动角速度的比值为螺旋率，螺旋率乘以 2π 为螺距。

(3) 平移速度矢与转动角速度矢成任意角

刚体以角速度 ω 绕轴 $O'z'$ 转动，同时又以速度 $v_{O'}$ 平移， ω 与 $v_{O'}$ 之间的夹角为 θ 。

速度 $v_{O'}$ 分解成与 ω 垂直的 v_1 (大小为 $v_{O'} \sin\theta$) 和与 ω 平行的 v_2 (大小为 $v_{O'} \cos\theta$)。

以速度 v_1 的平移和以角速度 ω 的转动可以合成为绕瞬轴 CC 的转动。



当平移速度矢与转动角速度矢成任意角时，刚体的运动为以 v_2 的平移和以 ω 绕瞬轴的转动的合成运动，称为瞬时螺旋运动。