3、质心运动定理

质心运动定理

质心运动定理

常量

由 $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boxed{m}\vec{v}_C) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{(\mathrm{e})}$$

得 $$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}_C}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{(\mathrm{e})}$$ 或 $$m\vec{a}_C = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{(\mathrm{e})}$$

－－质心运动定理

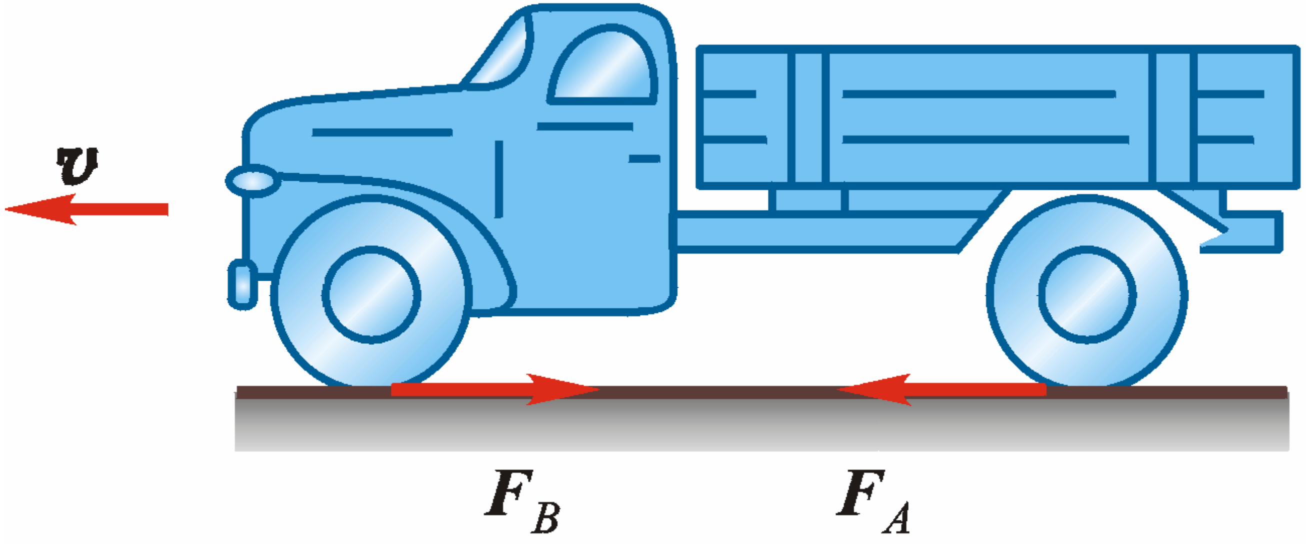
质点系的质量与质心加速度的乘积等于作用于质点系外力的矢量和.

问题：内力是否影响质心的运动?

质心运动定理与动力学基本方程有何相似与不同之处?

内力不能改变质心的运动

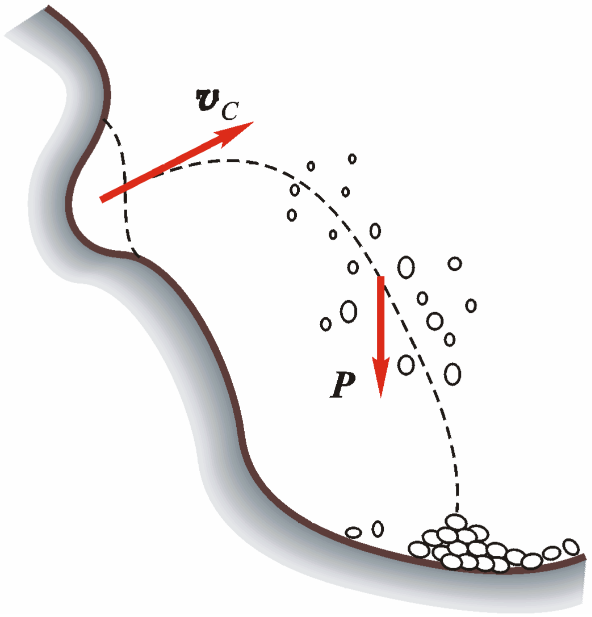
汽车发动机的气体压力是原动力 ➡ 通过传动机构使主动轮转动 ➡ 地面摩擦力



$$m\vec{a}_C=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)}$$

$$m\vec{a}=\vec{F}$$

质点系质心的运动可看成质点的运动，此质点集中了质点系的质量及其所受的力



爆破山石 ➡ 通过质心运动轨迹，确定石块堆落地点

$$m\vec{a}=\vec{F}$$

是公理，描述质点运动状态变化规律

$$m\vec{a}_C=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)}$$

是导出定理，描述质心运动状态变化规律

在直角坐标轴上的投影式为:

$$ma_{Cx}=\sum F_x^{(e)} \qquad ma_{Cy}=\sum F_y^{(e)} \qquad ma_{Cz}=\sum F_z^{(e)}$$

在自然轴上的投影式为:

$$m\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t}=\sum F_t^{(e)} \qquad m\frac{v_C^2}{\rho}=\sum F_n^{(e)} \qquad 0=\sum F_b^{(e)}$$

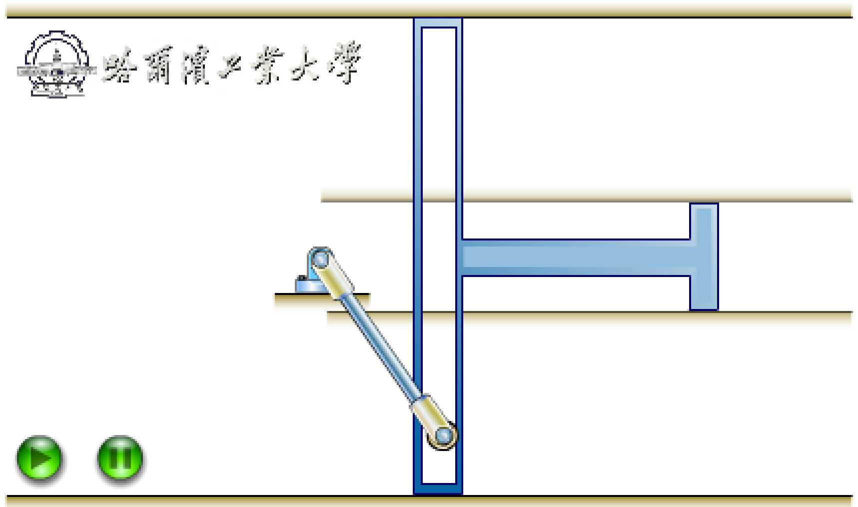
质心运动守恒定律

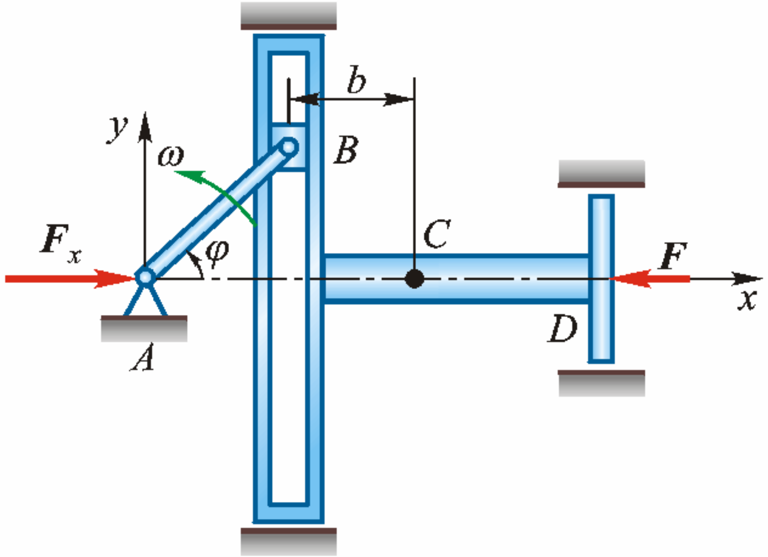
若 $\sum \vec{F}^{(e)}\equiv 0$ 则 $\vec{v}_C$ =常矢量　若初始静止，质心位置不变

若 $\sum F_x^{(e)}\equiv 0$ 则 $v_{Cx}=$ 常量　若初始速度投影等于0，质心在该轴坐标不变

例1

均质曲柄AB长为r,质量为m_1,假设受力偶作用以不变的角速度ω转动,并带动滑槽连杆以及与它固连的活塞D,如图所示.滑槽、连杆、活塞总质量为m_2,质心在点C.在活塞上作用一恒力F.不计摩擦及滑块B的质量,求:作用在曲柄轴A处的最大水平约束力F_x.





解: 分析整体，受力如图所示。

应用质心运动定理 $(m_1+m_2)a_{Cx}=F_x-F$

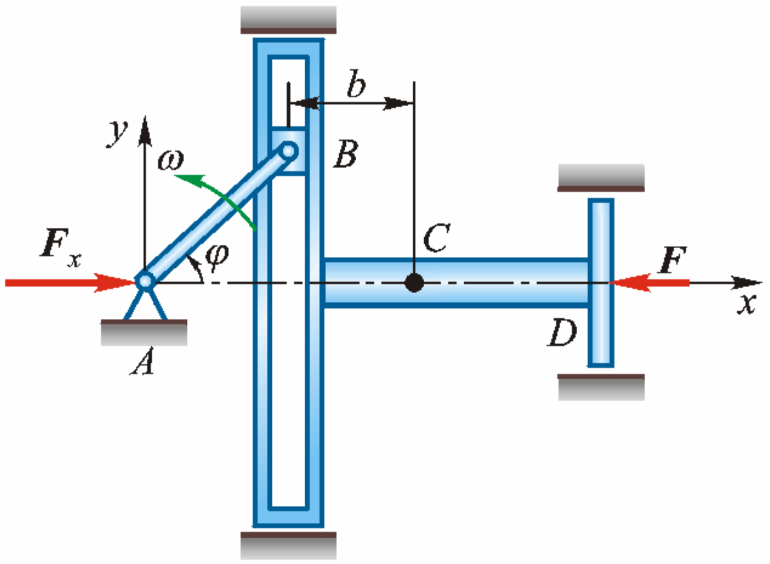
$$x_C=\left[m_1\frac{r}{2}\cos\varphi+m_2(r\cos\varphi+b)\right]\cdot\frac{1}{m_1+m_2}$$

$$a_{Cx}=\frac{\mathrm{d}^2x_C}{\mathrm{d}t^2}=\frac{-r\omega^2}{m_1+m_2}\left(\frac{m_1}{2}+m_2\right)\cos\omega t$$

$$F_x=F-r\omega^2\left(\frac{m_1}{2}+m_2\right)\cos\omega t$$

最大水平约束力为

$$F_{\max}=F+r\omega^2\left(\frac{m_1}{2}+m_2\right)$$

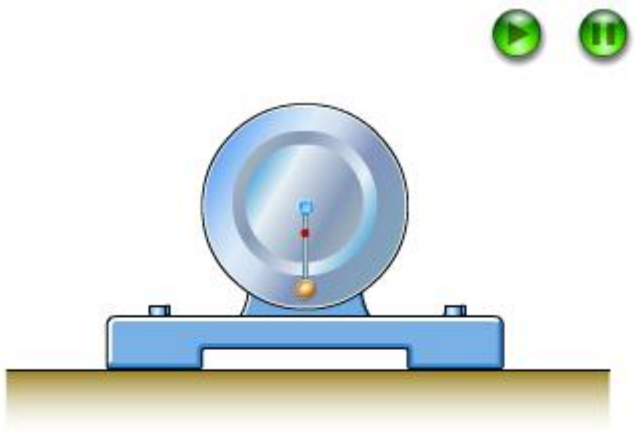


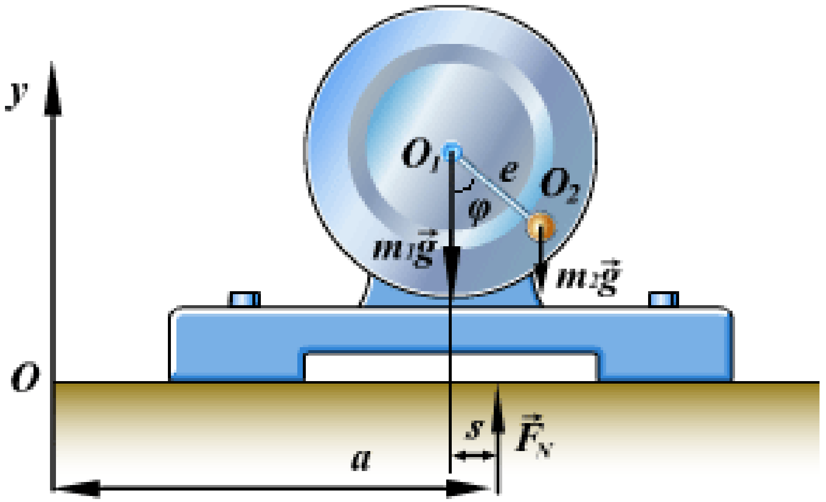
例2

已知：地面水平，光滑，m_1，m_2，e，初始静止，

$\omega=$ 常量.

求：电机外壳的运动.

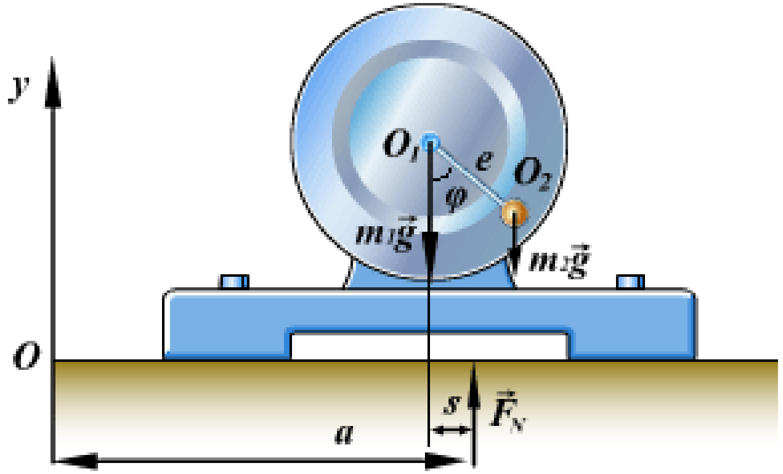




解: $\sum F_x^{(e)} \equiv 0$ ➡ 质心运动守恒
初始静止

➡ $x_{C_1} = x_{C_2}$

设 $x_{C_1} = a$



$$x_{C_2} = \frac{m_1(a-s)+m_2(a+e\sin\varphi-s)}{m_1+m_2}$$

得 $s = \dfrac{m_2}{m_1+m_2}e\sin\varphi$