

达朗贝尔原理（动静法）

曾凡林

哈尔滨工业大学理论力学教研组

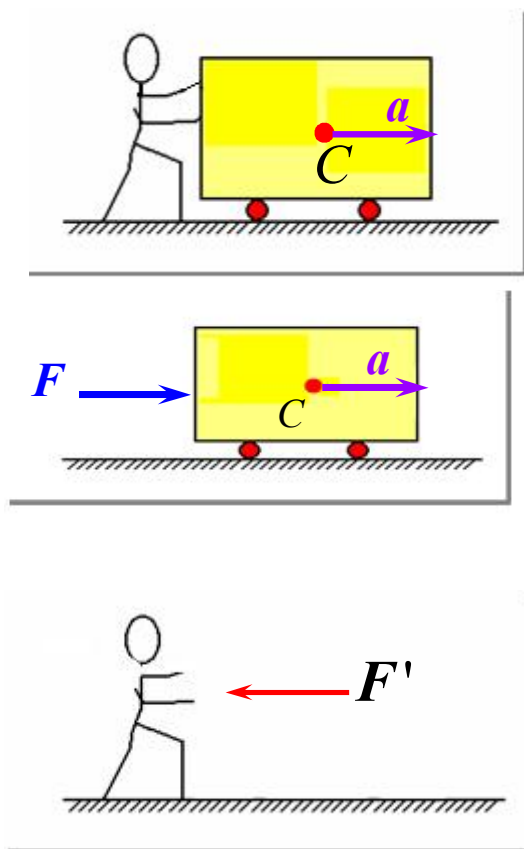


本讲主要内容

- 1、质点的动静法
- 2、质点系的动静法
- 3、刚体惯性力系向一点的简化

1、质点的动静法

1. 惯性力(inertia force)的概念



人用手推车力为 F ，车的加速度为 a 。

由牛顿第二定律： $F = ma$

根据作用与反作用定律：

施力物体(人手)也受到一个力 F'

$$F' = -F = -ma$$

F' 是因为人要改变车的运动状态，由于车的惯性（小车要保持原来的运动状态）而引起的对于施力物体(人手)产生的反抗力。称为小车的惯性力。

质点惯性力: $F_I = -ma$

加速运动的质点，对迫使其产生加速运动的物体的惯性反抗的总和。

$$\text{直角坐标下投影} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_{Ix} = -ma_x = -m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ F_{Iy} = -ma_y = -m \frac{d^2 y}{dt^2} \\ F_{Iz} = -ma_z = -m \frac{d^2 z}{dt^2} \end{array} \right.$$

注意:

- (1) 质点惯性力不是作用在质点上的真实力，它是质点对施力体反作用力的合力。
- (2) 惯性力的作用点在施力物体上。

2. 质点的动静法

非自由质点 M ，质量 m ，受主动力 F ，约束力 F_N 作用，质点的加速度为 a ，由牛顿第二定律有：

$$F + F_N = ma$$

将 ma 移项，得：

$$F + F_N - ma = 0$$

令 $F_I = -ma$ 代入上式，得：

质点的动静法

$$F + F_N + F_I = 0$$

如果在质点上除了作用真实的主动力和约束力外，再假想地加上惯性力，则这些力在形式上组成一平衡力系。这就是质点的动静法。

注：动静法方程对动力学问题来说只是形式上的平衡，并没有改变动力学问题的实质。采用动静法解决动力学问题的最大优点：可以利用静力学提供的解题方法，给动力学问题一种统一的解题格式。

例1 如图所示一圆锥摆。质量 $m = 0.1\text{kg}$ 的小球系于长 $l = 0.3\text{ m}$ 的绳上，绳的一端系在固定点 O ，并与铅直线成 $\theta = 60^\circ$ 角。如小球在水平面内作匀速圆周运动，求小球的速度 v 与绳的张力 F 的大小。

解：以小球为研究的质点。质点作匀速圆周运动，只有法向加速度 a_n ，在质点上除作用有重力 mg 和绳拉力 F 外，再加上法向惯性力 F_I ，如图所示。

$$F_I = ma_n = m \frac{v^2}{l \sin \theta}$$

根据动静法，这三力在形式上组成平衡力系，即：

$$F + mg + F_I = 0$$

取在自然轴上的投影式，有：

$$\sum F_b = 0, \quad F \cos \theta - mg = 0$$

$$\sum F_n = 0, \quad F \sin \theta - F_I = 0$$

解得：

$$F = \frac{mg}{\cos \theta} = 19.6 \text{ N} \quad v = \sqrt{\frac{Fl \sin^2 \theta}{m}} = 2.1 \text{ m/s}$$

