

# 刚体绕定点运动的运动学描述

曾凡林

哈尔滨工业大学理论力学教研组



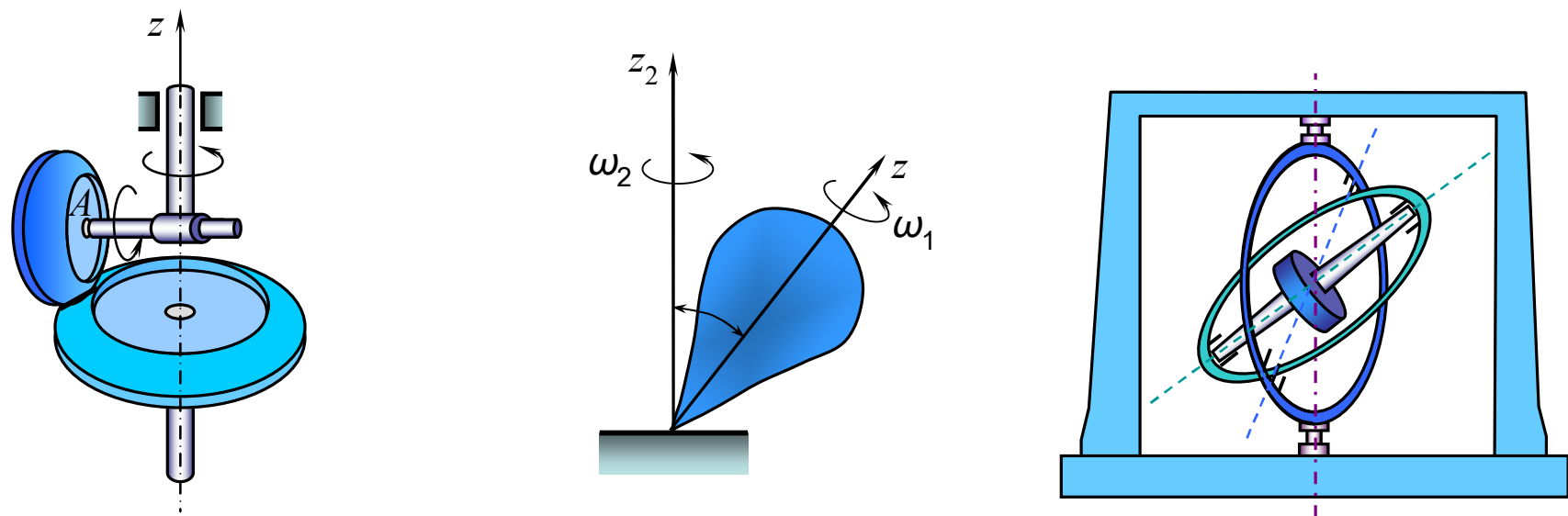
## 本讲主要内容

- 1、刚体绕定点运动的运动方程
- 2、欧拉定理
- 3、瞬时转动轴·角速度·角加速度，各点的速度、加速度

# 1、刚体绕定点运动的 运动方程

(1) 刚体绕定点运动

刚体运动时，若体内或其外延（扩展）部分上有一点在空间的位置保持不变，则这种运动称为刚体绕定点运动。

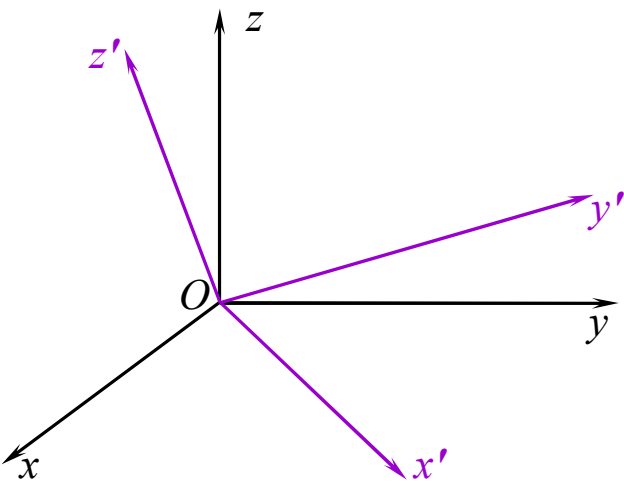


(2) 运动方程

定直角坐标系  $Oxyz$

与刚体固结的动直角坐标系  $Ox'y'z'$  —— 体轴

因为动坐标系与刚体固结，所以确定了动坐标系  $Ox'y'z'$  在定坐标系  $Oxyz$  中的位置，刚体的位置也就被确定了。

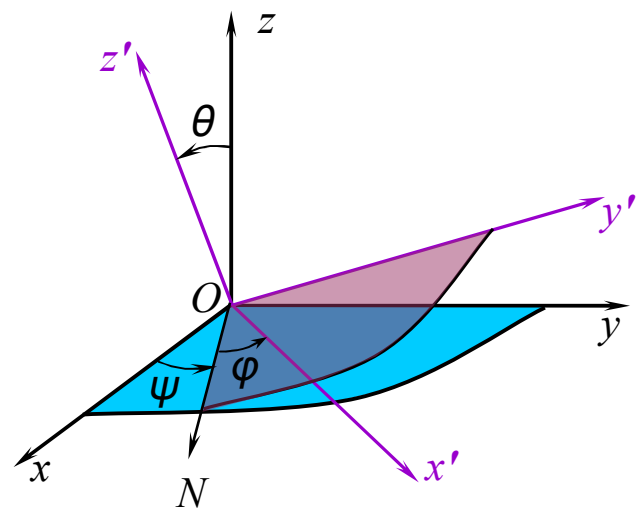


定坐标平面  $Oxy$       动坐标平面  $Ox'y'$

两个平面的交线  $ON$ , 称为 **节线**

节线垂直于  $z$  轴和  $z'$  轴

节线与定轴 $Ox$ 间的夹角 $\psi$ — <b>进动角</b>	} <b>欧拉角</b>
节线与动轴 $Ox'$ 间的夹角 $\varphi$ — <b>自转角</b>	
动轴 $Oz'$ 与定轴 $Oz$ 间的夹角 $\theta$ — <b>章动角</b>	



绕定点运动的刚体在空间的位置可以由三个欧拉角完全确定。

- i 运动开始时，动坐标系与定坐标系完全重合；
- ii 令动坐标系按进动角的箭头方向绕  $Oz$  轴转过  $\psi$  角；
- iii 令动坐标系按章动角的箭头方向绕节线  $ON$  转过  $\theta$  角；
- iv 令动坐标系按自转角的箭头方向绕  $Oz'$  轴转过  $\varphi$  角。

刚体绕定点运动时，欧拉角是时间的单值连续函数，可表示为：

$$\psi = f_1(t), \quad \theta = f_2(t), \quad \varphi = f_3(t)$$

—刚体绕定点运动的运动方程

地球自转轴的“点头”——章动

地球自转轴绕公转轴的旋转——进动

地球自转轴的进动使每年的冬至都有微小提前，称为岁差。

(3) 转角的定义与旋转次序

刚体绕定点的有限运动与转动次序相关。

体轴3-1-3 ——经典的欧拉角次序

体轴1-2-3 ——卡尔丹角

体轴3-1-2 ——姿态角

