2、求平面图形各点速度的基点法

求平面图形各点速度的基点法

基点： O'

动系： $O'x'y'$（平移坐标系）

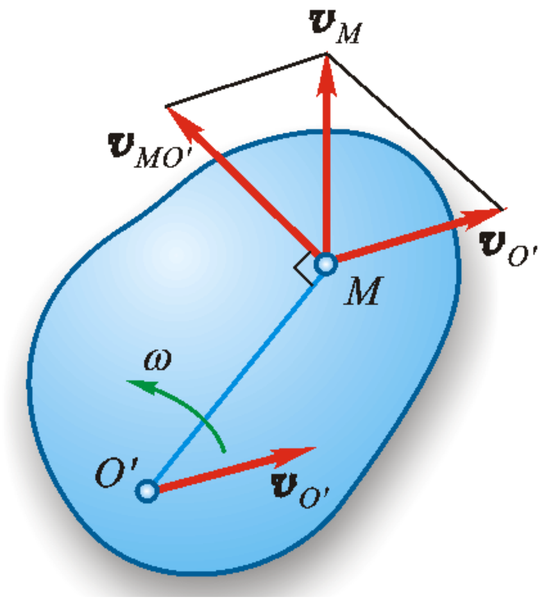
动点：M

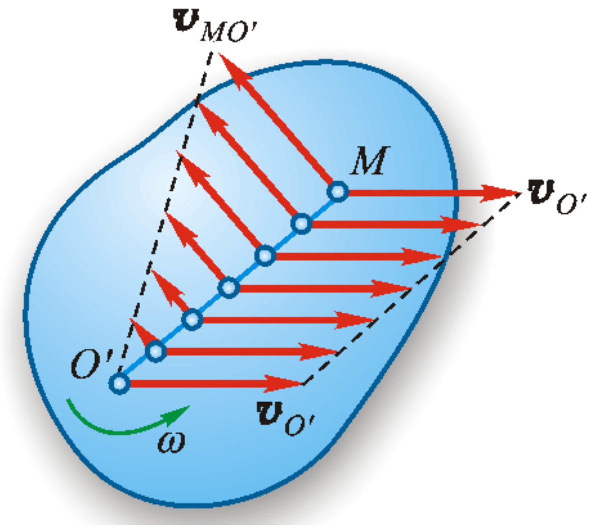
牵连运动 ： 平移

绝对运动 ： 待求

相对运动 ： 绕 O' 点的圆周运动

$$\vec{v}_M = \vec{v}_e + \vec{v}_r = \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \overline{O'M}$$





任意A，B两点

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

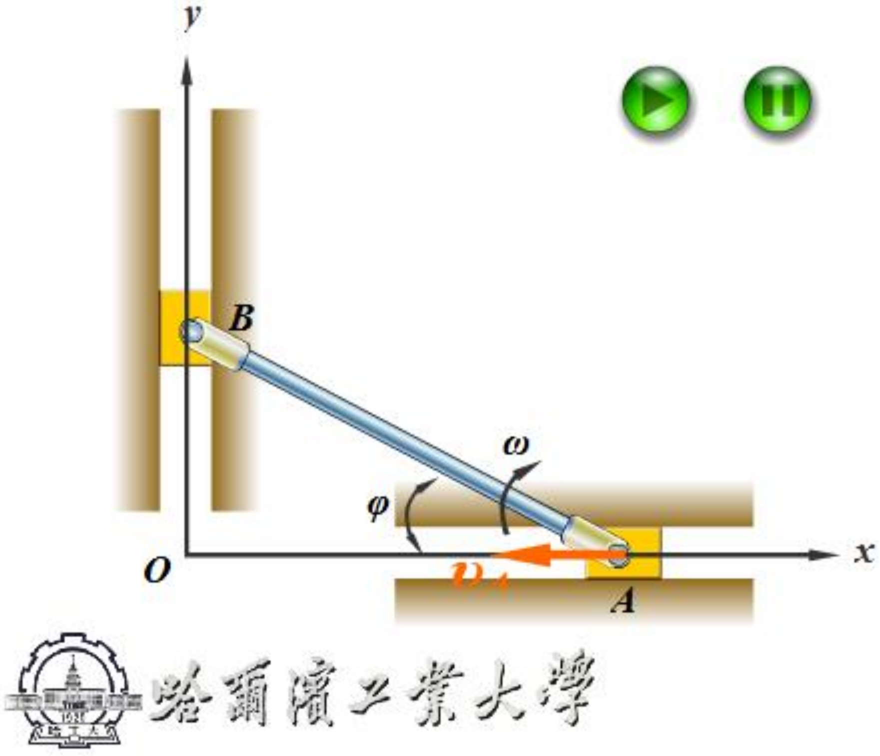
其中 $$\vec{v}_{BA} = \begin{cases} \text{大小} \quad v_{BA} = AB \cdot \omega \\ \text{方向垂直于 } AB\text{，指向同 } \omega \end{cases}$$

平面图形内任一点的速度等于基点的速度与该点随图形绕基点转动速度的矢量和。

例1

已知：椭圆规尺的A端以速度v_A沿x轴的负向运动，如图所示，$AB=l$。

求：B端的速度以及尺AB的角速度。



解:

1. AB作平面运动　　　基点：　A

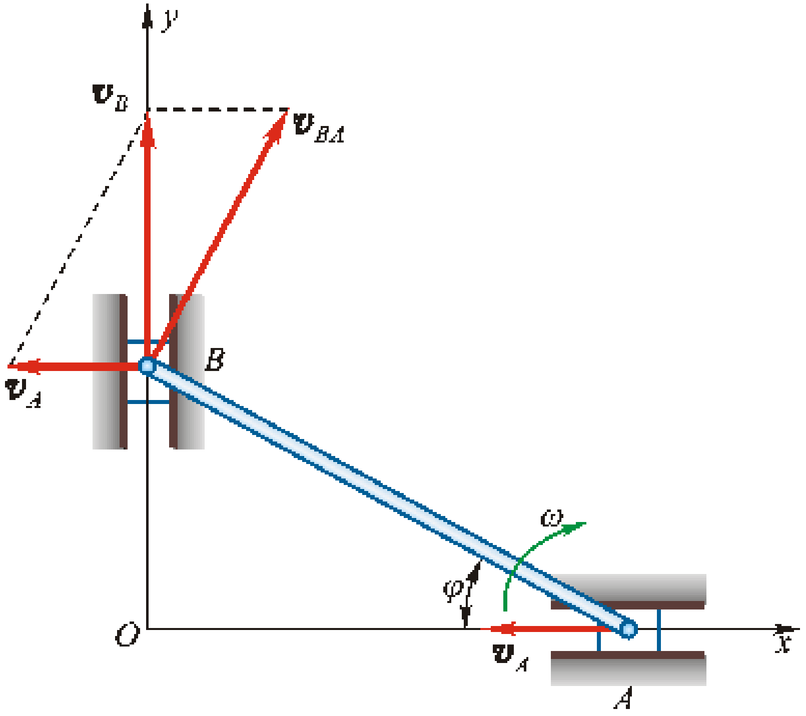
2. $$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

	$\vec{v}_B$	$\vec{v}_A$	$\vec{v}_{BA}$
大小	？	v_A	？
方向	√	√	√

$$v_B = v_A \cot\varphi$$

$$v_{BA} = \frac{v_A}{\sin\varphi}$$

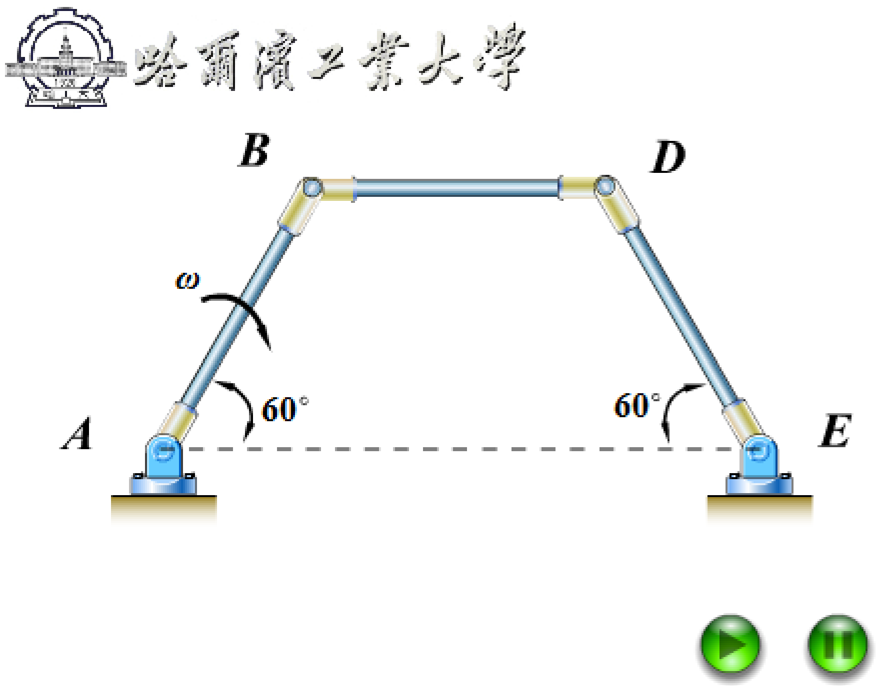
$$\omega_{AB} = \frac{v_{BA}}{l} = \frac{v_A}{l\sin\varphi}$$



例2

已知：如图所示平面机构中，$AB=BD=DE=l=300\text{mm}$。在图示位置时，$BD \parallel AE$，杆AB的角速度为$\omega=5\text{rad/s}$。

求：此瞬时杆DE的角速度和杆BD中点C的速度。



解： 1. BD作平面运动　　基点：B

2. $\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{DB}$

大小　？　ωl　？

方向　√　√　√

$$v_D = v_{DB} = v_B = \omega l$$

$$\omega_{DE} = \frac{v_D}{DE} = \frac{v_B}{l} = \omega = 5\,\text{rad/s}$$

$$\omega_{BD} = \frac{v_{DB}}{BD} = \frac{v_B}{l} = \omega = 5\,\text{rad/s}$$

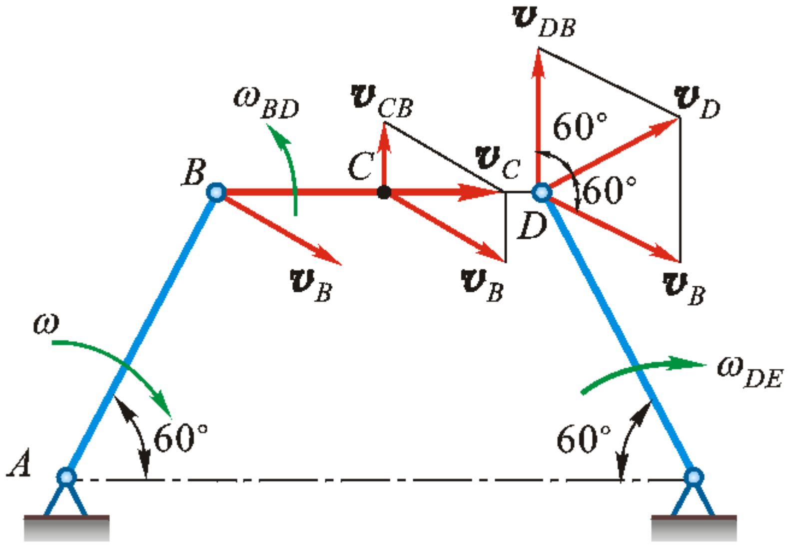
3. $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$

大小　？　ωl　$\omega_{BD} l/2$

方向　？　√　√

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - v_{CB}^2} \approx 1.299\,\text{m/s}$$

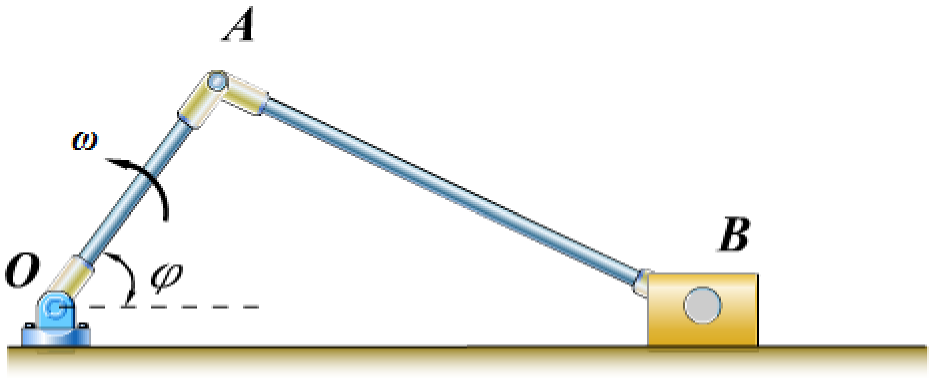
方向沿BD杆向右



例3

已知：曲柄连杆机构如图所示，$OA=r, AB=\sqrt{3}r$。如曲柄OA以匀角速度ω转动。

求：当$\varphi=0°,60°,90°$时点B的速度。

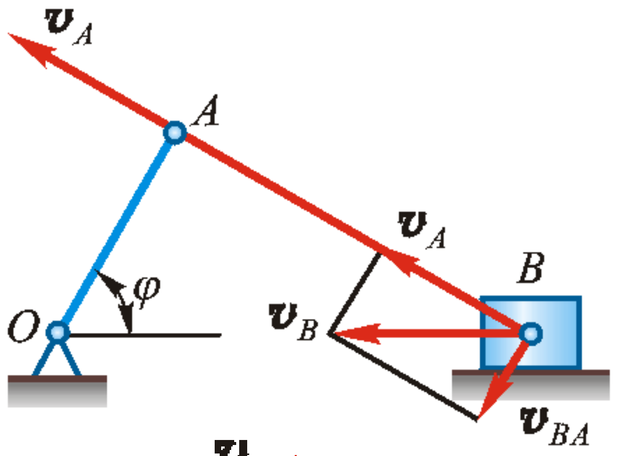


解: 1. AB作平面运动　基点：A

2. $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$

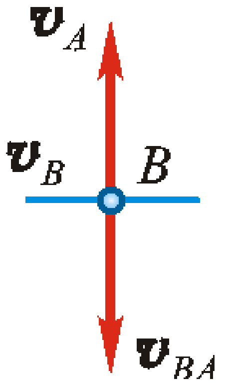
大小 ？　ωr　？

方向 √　√　√

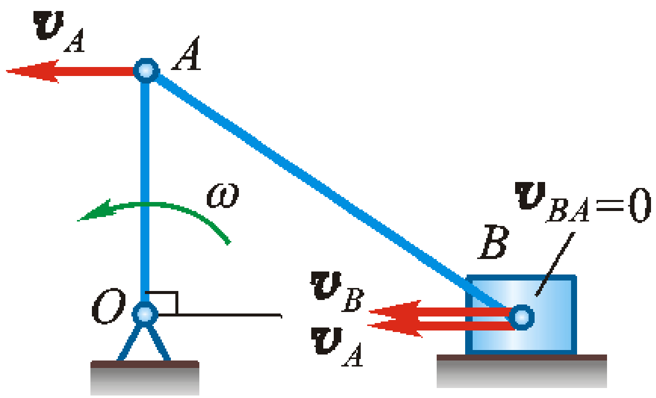


$\varphi = 60^\circ$

$v_B = v_A / \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}\omega r/3$



$\varphi = 0^\circ \quad v_B = 0$



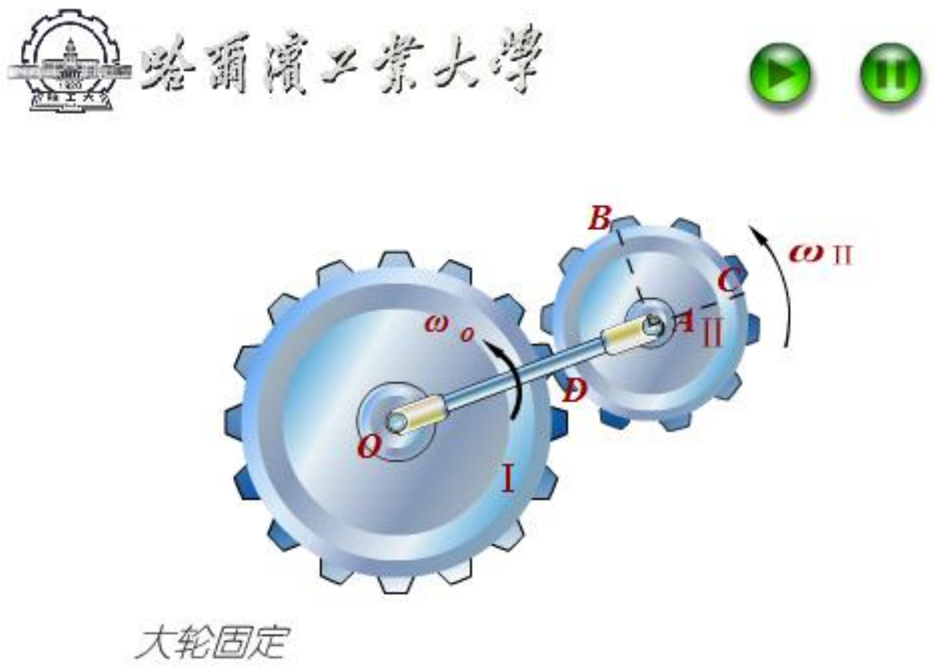
$\varphi = 90^\circ$

$v_B = v_A = \omega r, \quad v_{BA} = 0$

例4

已知：如图所示的行星轮系中，大齿轮Ⅰ固定，半径为r_1，行星齿轮Ⅱ沿轮Ⅰ只滚而不滑动，半径为r_2。系杆*OA*角速度为 ω_O 。

求：轮Ⅱ的角速度ω_{II}及其上*B*，*C* 两点的速度。



解: 1. 轮II作平面运动　　基点：A

2. $\vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{v}_{DA} = 0$

$$v_{DA} = v_A = \omega_O (r_1 + r_2)$$

$$\omega_{II} = \frac{v_{DA}}{DA} = \frac{v_A}{r_2} = \omega_O \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right)$$

3．

	$\vec{v}_B =$	$\vec{v}_A$	+	$\vec{v}_{BA}$
大小	?	$\omega_O(r_1+r_2)$		$\omega_{II} r_2$
方向	?	√		√

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + v_{BA}^2} = \sqrt{2}\omega_O (r_1 + r_2)$$

4. $\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{v}_{CA}$

$$v_C = v_A + v_{CA} = 2\omega_O (r_1 + r_2)$$