

3、空间力偶及其性质

(1) 力偶矩矢量

是对力偶使物体转动效果的度量。

力偶中两力所在平面称为力偶作用面。

力偶两力之间的垂直距离称为力偶臂。

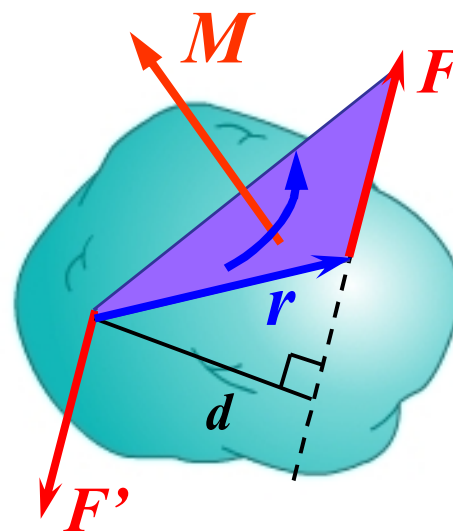
三个要素

a.大小：力与力偶臂乘积

b.转向：转动方向

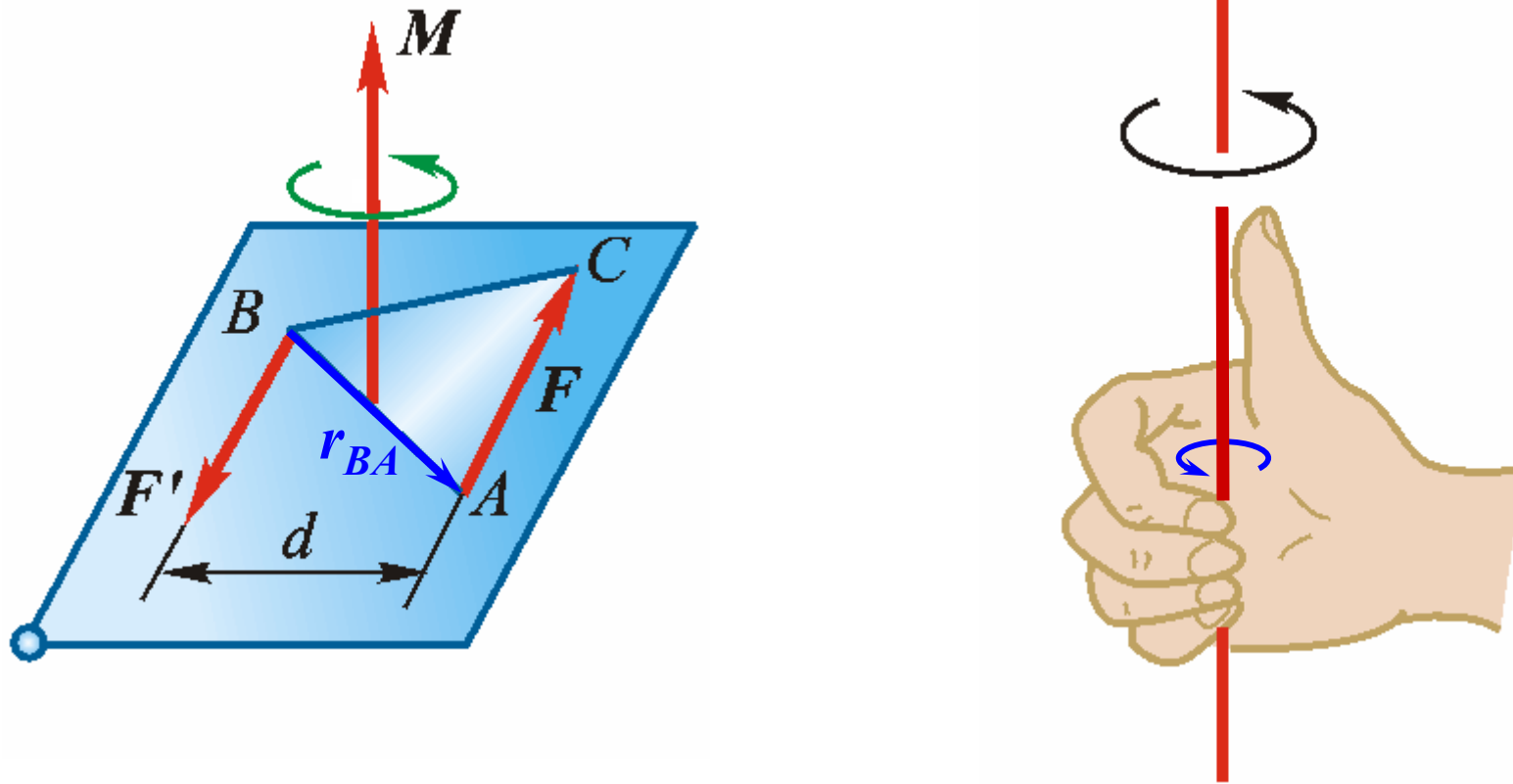
c.力偶的作用面

力偶矩：大小等于力偶的力与力偶臂的乘积，转向符合右手螺旋法则，力偶矩垂直于力偶的作用面。



力偶矩是一个矢量，等于任一力作用线上一点到另一力作用线上一点的矢径与后一力的矢量积。 $(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$ 。

三要素可表示为



$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}$$

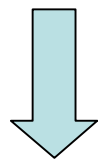
(2) 空间力偶的性质

- ① 力偶在任意坐标轴上的投影为零 (两力投影的代数和为零)
- ② 力偶没有合力，不能用一个力来代替，也不能用一个力来平衡，只能由力偶来平衡。
- ③ 力偶对任意点取矩都等于力偶矩，不因矩心的改变而改变。

$$M_O(F, F') = M_O(F) + M_O(F')$$

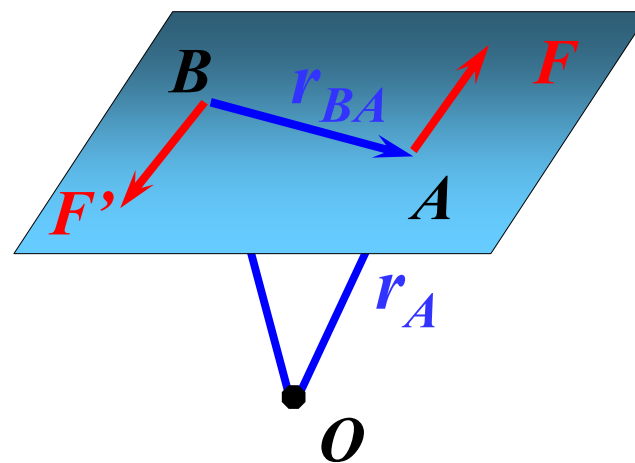
$$= \mathbf{r}_A \times \mathbf{F} + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}'$$

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}'$$

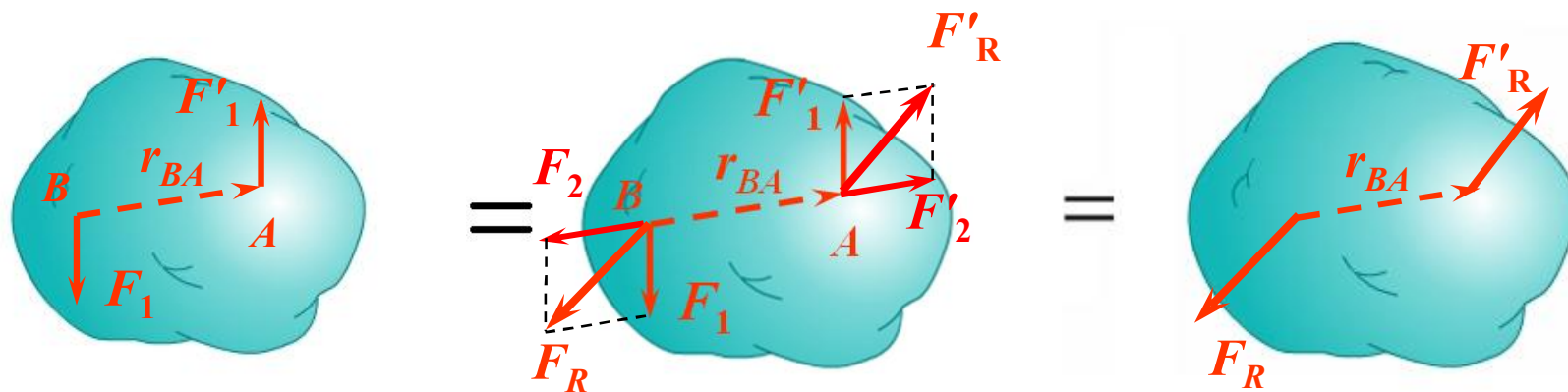


$$M_O(F, F') = (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) \times \mathbf{F}$$

$$= \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F} = \mathbf{M}$$

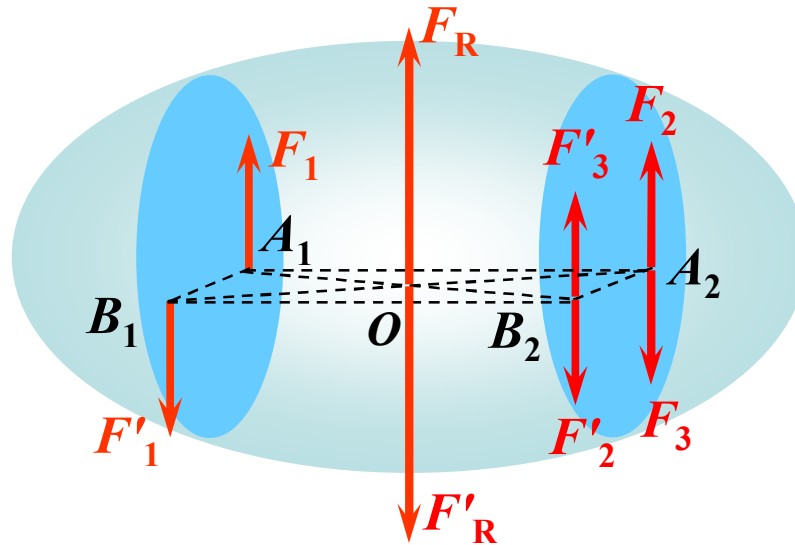


④ 只要保持力偶矩不变，力偶可在其作用面内任意移转，且可以同时改变力偶中力的大小与力偶臂的长短，对刚体的作用效果不变。

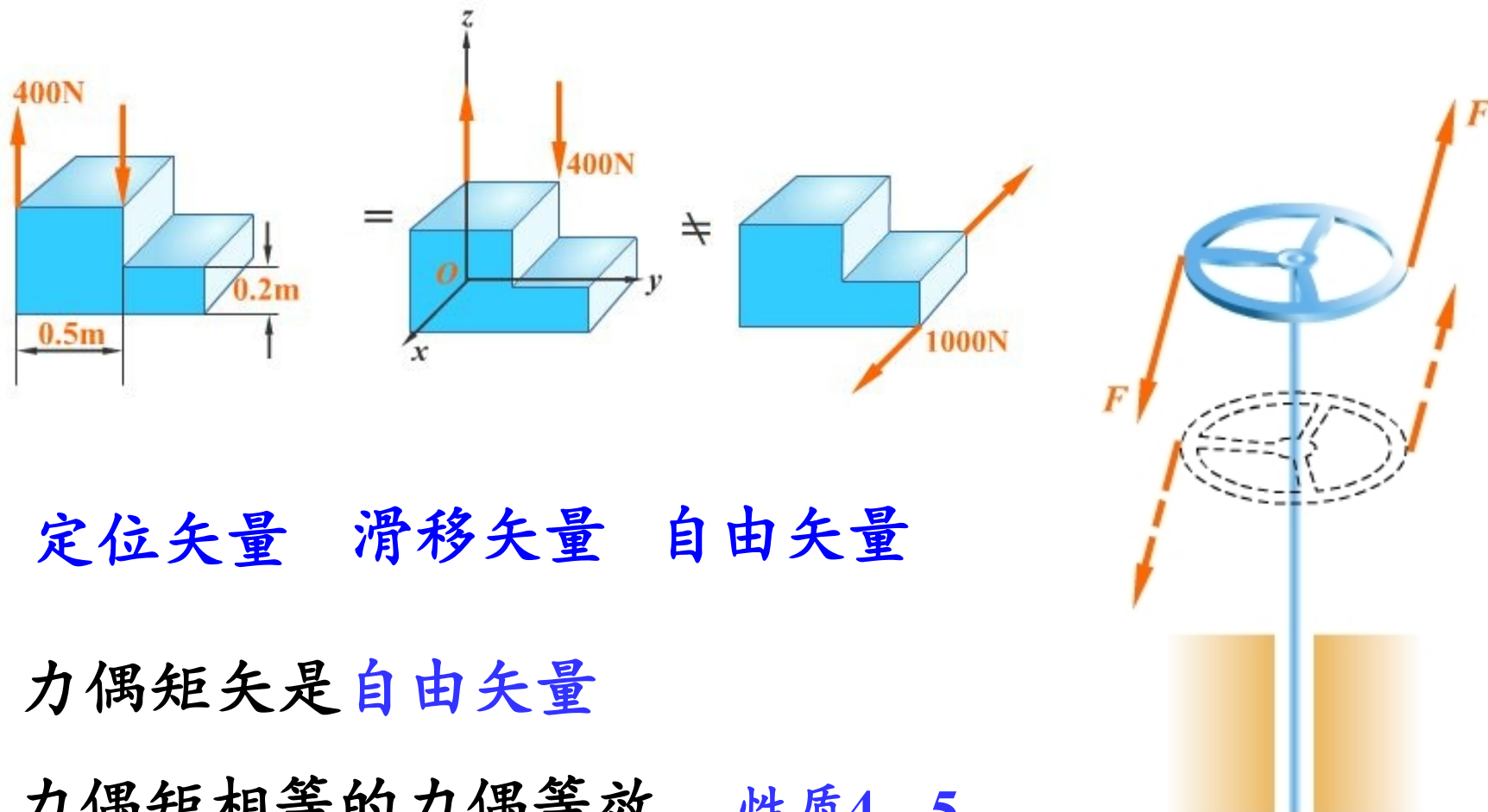


$$\begin{aligned}
 M(F_R, F'_R) &= \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}'_R = \mathbf{r}_{BA} \times (\mathbf{F}'_1 + \mathbf{F}'_2) \\
 &= \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}'_1 + \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}'_2 \\
 \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}'_2 &= 0 \quad \Rightarrow \quad = \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}'_1 = M(F_1, F'_1)
 \end{aligned}$$

⑤只要保持力偶矩不变，力偶可从其所在平面移至另一与此平面平行的任一平面，对刚体的作用效果不变。



$$F_1 = F'_1 = F_2 = F'_2 = F_3 = F'_3$$



定位矢量 滑移矢量 自由矢量

力偶矩矢是自由矢量

力偶矩相等的力偶等效 性质4、5

注意：因为力偶的这些性质，所以在受力图上力偶矩有时直接用 M 表示，并且不强调具体位置；而力矩则要通过力来体现。