

# 空间汇交力系和空间力偶系

曾凡林

哈尔滨工业大学理论力学教研组

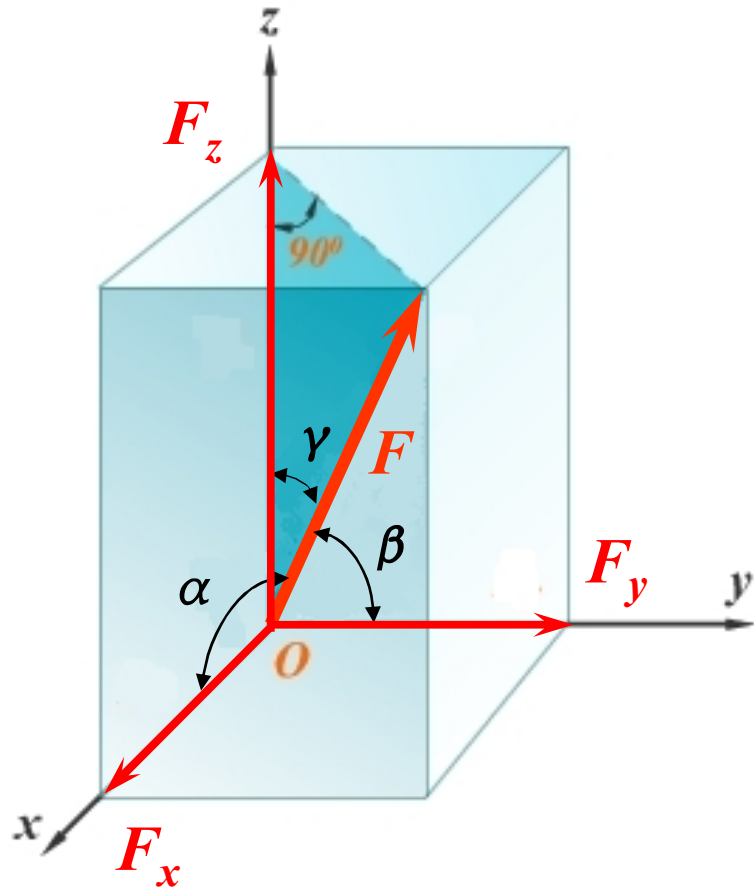


# 本讲主要内容

- 1、空间汇交力系的合成与平衡
- 2、力对点的矩和力对轴的矩
- 3、空间力偶及其性质
- 4、空间力偶系的合成与平衡

# 1、空间汇交力系的合成与平衡

# (1) 力在坐标轴上的投影 $\alpha$ . 直接投影法

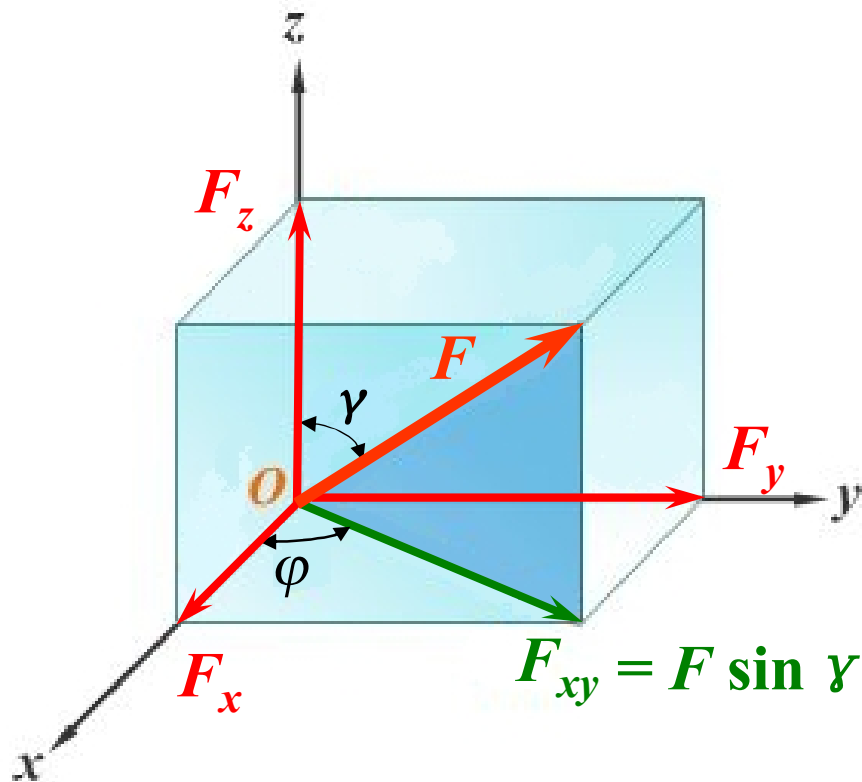


$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \cos \beta$$

$$F_z = F \cos \gamma$$

(1) 力在坐标轴上的投影  
二次投影法  
间接投影法



$$\begin{aligned} F_x &= F \sin \gamma \cos \varphi \\ F_y &= F \sin \gamma \sin \varphi \\ F_z &= F \cos \gamma \end{aligned}$$

## (2) 空间汇交力系的合成

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F}_i$$

由合矢量投影定理，得合力投影定理：

$$F_{Rx} = \sum F_{ix} \quad F_{Ry} = \sum F_{iy} \quad F_{Rz} = \sum F_{iz}$$

合力的大小为：  $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2}$

方向为：  $\cos(\mathbf{F}_R, \mathbf{i}) = \frac{\sum F_{ix}}{F_R} \quad \cos(\mathbf{F}_R, \mathbf{j}) = \frac{\sum F_{iy}}{F_R} \quad \cos(\mathbf{F}_R, \mathbf{k}) = \frac{\sum F_{iz}}{F_R}$

作用点为力的汇交点。

### (3) 空间汇交力系平衡的解析条件 (平衡方程)

平衡条件:  $\boldsymbol{F}_R = \sum \boldsymbol{F}_i = 0$

平衡方程:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0\end{aligned}$$

**例1** 图示为一起重机的示意图。已知： $CD$ 平行于 $x$ 轴， $CE=BE=DE$ ； $\theta=30^\circ$ ，物重 $P=10\text{kN}$ ，不计起重杆重力。  
求：起重杆所受压力和绳子的拉力。

解：用解析法，取坐标轴如图所示， $AB$ 杆在 $yAz$ 平面内。

取起重杆为研究对象，分析系统受力。

由已知条件知 $\angle CBE = \angle DBE = 45^\circ$  列平衡方程：

$$\sum F_x = 0, \quad F_1 \sin 45^\circ - F_2 \sin 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_A \sin 30^\circ - F_1 \cos 45^\circ \cos 30^\circ - F_2 \cos 45^\circ \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_z = 0, \quad F_1 \cos 45^\circ \sin 30^\circ + F_2 \cos 45^\circ \sin 30^\circ + F_A \cos 30^\circ - P = 0$$

求解得： $F_1 = F_2 = 3.54\text{kN}$

$$F_A = 8.66\text{kN}$$

