艾略特波浪层次性的正反馈投资模型研究

陈锐，　孟卫东，　谢之福
(重庆大学 工商管理学院，重庆 400044)

摘　要：艾略特波浪学说被认为是证券投资技术分析中最为神奇的一种方法，运用该理论得出的结论和预测，看似荒唐，但过后都不可思议地被事实所证实。在理论界也一直没有给出一个对该学说的合理的解释。本文将在前一篇论文的基础上继续研究艾略特波浪学说的第二个基本观点——艾略特波浪的层次性。本文将采用正反馈投资原理建立艾略特波浪的层次性模型，并在数学上利用迭代函数系统和分形理论来对该模型能体现出艾略特波浪的层次性特点这一论点进行严格地证明和支持。

关键词：层次性；时间尺度；迭代函数系统；分形；H 算子；Hausdorff 距离
中图分类号：F830.91　　文献标识码：A　　文章编号：1003-5192(2000)07-0082-06

1　引言

艾略特波浪学说的第二个基本观点是：认为股价的波形具有层次性。主要内容指股票价格形态的跨度是可以随意而不受限制的。大到可以覆盖从有股票以来的全部时间跨度，小到可以只涉及数小时的股票价格走势。处于层次较低的几个波浪可以合并成一个层次较高的大波浪，而处于层次较高的一个波浪又可以细分成几个层次较低的小波浪，如此层层相套并且不同层次之间存在整体和局部在结构上的相似性[1]。长期以来对这一现象没有一个合理的理论上的解释。下面将继续基于我们在第一篇文章中给出的正反馈投资者模型，来解释为什么股价波动会出现层次性[2]。

2　前提和假设

在第一篇文章的分析中我们对投资者进行了分类，并重点给出了正反馈投资者的数学刻画从而建立了模型。在本篇文章的研究中，我们在继续使用以前的模型的同时将再给出关于投资时间尺度的假设和长期正反馈投资者的数学刻画。

2.1　关于投资时间尺度的假设

股票市场上投资者进行投资所涉及的时间长度是不同的，有的投资者从事以天为单位的投资，而有的投资者则从事以月、年为单位的投资。因此股票市场上存在着不同时间尺度上的投资者，为简化模型我们在这里假设存在着三种时间尺度：L_1、L_2、L_3，其中 L_1 最短，在该尺度上存在大量的短期投资者即前面所指的正反馈投资者。在每一种尺度上都存在并只有价格预测者 N（我们认为价格预测者 N 是经验丰富、理智的投资者，因而 N 根据自己对消息的掌握来判断价格的走势）、早期正反馈投资者 EF、后期正反馈投资者 LF 这三种投资者。

2.2　关于中长期正反馈投资者的数学刻画

在中长期的一波行情中，只在开始出现一个消息是不切实际的，往往随后会有若干消息的干扰，而消息的产生对股票市场本身来说是外生变量，无法预测，因而导致一波行情波形的复杂化。明智的投资者不会简单地去采用正反馈投资策略，把前一波的投资策略都去复制到这一波行情上。一种符合现实的情况是，只有前一波行情的一些抗干扰性较强的重大变动会对这一波投资者的投资策略产生递推性预测作用。如前一波的由涨变跌，由跌变涨的转折时刻所使用的投资策略会在这一波的相应位置被中长期正反馈投资者采用。表示如下：

$$D_T=\beta(P_{T-1}-P_{T-l-1})=\beta\Delta P_{T-l}$$

其中，l 即前一波的一个波长，$T-l$ 是前一波行情转折的开始期。实际的情况是：中长期和长期正反馈投资者的投资作用，仅仅是诱使短期投资者改变投资策略，在量上的指导意义已不大。下面我们将基于假设、建立模型分析为什么会出现艾略特波浪学说的第二个基本观点：股价的波形具有层次性。

3　价格波动的层次性模型

3.1　预测曲线

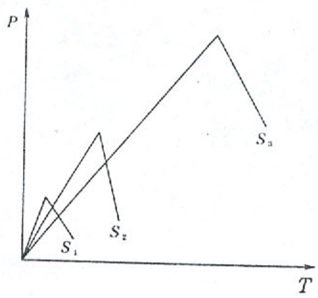

图 1　三个尺度上的预测曲线

一个利好的消息出现，L_1、L_2、L_3 三个时间尺度上

的价格预测者 N_1、N_2、N_3 对这一消息在股票市场上的作用各自做出判断，由于投资者的投资时间尺度的不同以及有限理性的问题，投资者将得到不同的各自的预测曲线。如图 1 所示（本文各图中的 P 表示价格，T 表示时间）

3.2　模型的刻画

(1) L_1 尺度上的价格波动

①首先此消息在 N_1 的作用下经过 L_1 时间后形成一个完整的向上的波形（后面将简称为上波和下波），此时波形发展至图 2 中的 C 点。接着在 L_1 尺度上的早期正反馈投资者 EF_1、后期正反馈投资者 LF_1 的作用下将会导致价格的波浪式上升至图 2 中 B 点处。

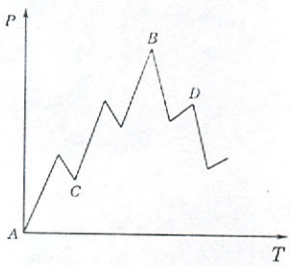

图 2　L_1 尺度上的价格波

②当价格上升到图 2 中的 B 点时，若 N_2 有经验且理智，那么他将视点 B 为预测曲线 S_2 的顶点（原因将在后面解释），于是他将采取抛售的策略，形成一个向下的力量，而这个力量将使价格走势出现一个 L_1 尺度上的完整的下波，此时波形发展至图 2 中的 D 点。

③当 L_1 尺度上的完整的下波形成以后，EF_1 将基于这个新形成的下波进行正反馈投资策略而产生如图 2 所示波形，至此一个完整的 L_2 尺度上的上波已形成。

(2) L_2 尺度上的价格波动

①如图 3 所示：当 L_2 尺度上的一个上波完全形成后，早期正反馈投资者 EF_2 将基于这个新形成的上波进行正反馈投资策略，但 EF_2 是中长期投资者，由前面对中长期投资者的刻画可知 EF_2 将只考虑前一波的关键点来进行正反馈投资策略（图 2 中的 A、B 两点即为关键点）。那么在 A_1 点，EF_2 将认为价格将象 A 点那样上扬从而采取买入的正反馈投资策略，于是在 A_1 点进行买入操作，形成一股向上的力量从而导致一个新的 L_1 尺度上的完整的上波的形成，此时波形发展至图 3 中的 C_1 点。

②当一个新的上波形成后，同前所述 L_1 尺度上的早期正反馈投资者 EF_1、后期正反馈投资者又将先后进入市场引起价格的连续上涨，如图 3 所示。

③当价格涨至图 3 中的 B_1 点时，价格的波动又到

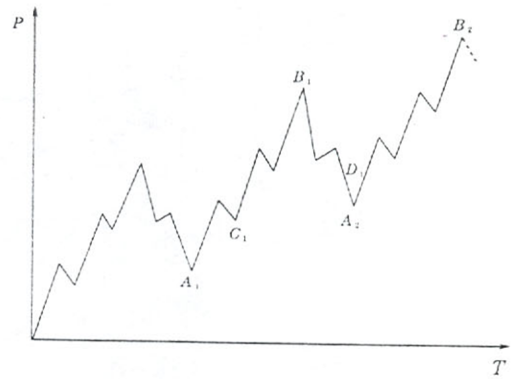

图 3　L_2 尺度上的价格波动(1)

了 L_2 尺度上的一个关键点处，EF_2 又将效仿 B 点进行正反馈投资操作即卖出的操作，形成一股向下的力量从而导致一个新的 L_1 尺度上的完整的下波的形成。此时波形发展至图 3 中的 D_1 点。

④同前所述 EF_1 又将基于这个新的 L_1 尺度上的完整的下波进行正反馈投资，直到又一个 L_2 尺度上的上波完全形成，如图 3 所示。

⑤当价格跌至图 3 中的 A_2 点时，又一个 L_2 尺度上的上波完全形成，LF_2 又将进入市场效仿前一个 L_2 尺度上的上波进行正反馈投资（但只在关键点处）采取类似 A_1 点的买入的投资策略，形成一股向上的力量从而导致又一个新的 L_1 尺度上的完整的上波的形成，然后 EF_1、LF_1 又先后进入市场形成一轮 L_1 尺度的上波，此时波形发展至图 3 中的 B_2 点。

(3) L_3 尺度上的价格波动

假设在 L_3 尺度上仍然存在 N_3、EF_3、LF_3 这三种投资者，并仍采取类似较低尺度上的投资者采取的策略。

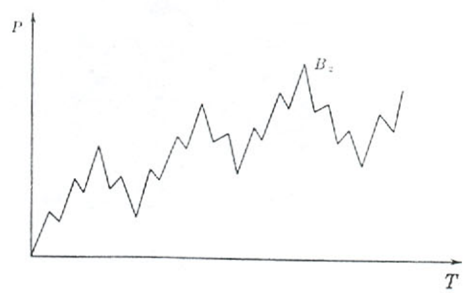

图 4　L_2 尺度上的价格波动(2)

①当价格上涨到图 3 中的 B_2 点时，若 N_3 有经验且理智那么他将视点 B_2 为预测曲线 S_3 的顶点，于是他将在 B_2 点采取抛售股票的策略，一个向下的力量使价格走势出现一个 L_2 尺度上的完整的下波。（为什么 N_3 在 B_2 点抛售会形成一个 L_2 尺度上的完整的下波，原因将在后面解释），如图 4 所示。

②当一个 L_2 尺度上新的下波形成以后，EF_2 又将

基于这个新的 L_2 尺度上的完整的下波进行正反馈投资并在 EF_1、LF_1 的共同作用下使价格波浪式下降直到图 5 中的 A_3 点，此时一个新的 L_3 尺度上的上波完全形成，如图 5 所示。

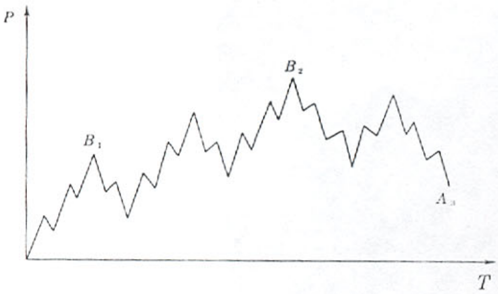

图 5　L_2 尺度上的价格波动(3)

③当一个新的 L_3 尺度上的上波完全形成以后，因为在 L_3 尺度上仍然存在 EF_3、LF_3 这两种正反馈投资者，他们又将先后基于前一个 L_3 尺度上波型在关键点处进行正反馈投资操作，同时在更低层次上的正反馈投资者的共同作用下使价格的走势又在 L_3 尺度上呈现波浪式上升的态势，最后形成如图 6 所示的波形图(在 N_4 的帮助下)。

(4)由此类推下去，当在 L_4、L_5、L_6、L_n…等更高的层次上同样存在 N_n、EF_n、LF_n 这三种投资者时，价格的波动将同样按照在前面三个尺度中作用着的价格波动趋势进行下去，形成波浪式的上升和下降并且层层相套的价格曲线。

(5)通过前面的分析可以看到：基于我们建立的模型和对投资者投资行为的刻画，股票价格的波动在有限的层次上已经出现了明显的层次性特征。如图 6 所示，L_2 层次上的一个完整的波动是由 8 个 L_1 层次上的浪所组成，而 8 个 L_2 层次上的浪又组成了一个 L_3 层次上的完整的波动，站在 L_3 层次上可以看到整体(一个 L_3 层次上的波)和局部(L_2 层次上的一个波)具有结构上的相似性。

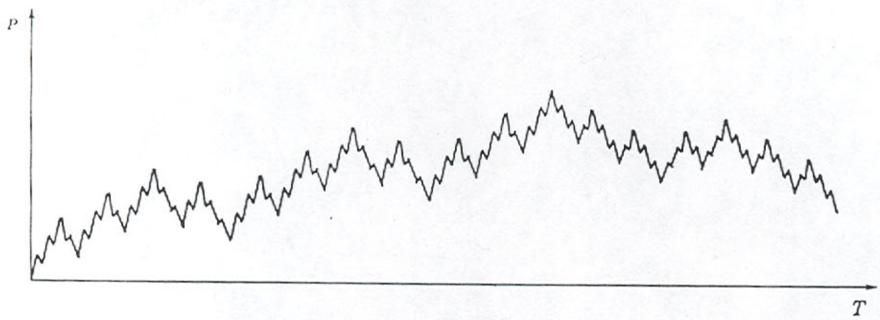

图 6　L_3 尺度上的价格波动

3.3　模型合理性的进一步论证

通过前面的分析我们知道：当满足下面条件时价格的波动将会出现艾略特波浪理论中提及的波浪层次现象。①股票市场上存在着不同时间尺度上的投资者。②同一时间尺度上又存在采取不同投资策略的投资者，分为价格预测者 N、早期正反馈投资者 EF、后期正反馈投资者 LF 三种。③前文所述的利好消息出现后，再没有因别的消息在价格的波动过程中出现而造成对价格走势的干扰，即利好消息出现后的价格波动完全是由投资者的投资行为造成的而没有外生变量的影响。但是为了进一步完善前述模型，使之更加合理还有三个问题需要加以研究：①为什么在每一个时间尺度上都只会有上波和下波两种波形，且每一个波的出现都是完整的，即除了最小的 L_1 层次上的波动外，每一个波都一定是八浪结构且最小的 L_1 层次上的波形也是很稳定的。也即为什么 L_n 尺度上的投资者的一次投资会形成一个 L_{n-1} 时间尺度上的完整的波形。②为什么价格预测者 N 会视图 5 中的 B_1、B_2、……为自己的价格预测曲线的顶点。③为什么更大时间尺度上的投资者的投资行为一定会引起低一层次时间尺度上的波形的改变。会不会因被低层次上的投资者的力量所抵消而无法起到改变波动的走势的作用呢？下面将给出这三个问题的论证：

(1)关于价格波形的完整性的论证

我们认为若出现一个利好的消息或更大时间尺度上的投资者在恰当的位置买入都将造成上波的形成，而出现一个不好的消息或更大时间尺度上的投资者在恰当的位置卖出将造成下波的形成，因为消息只有好坏、投资只有买入卖出，所以价格的波动只有上波和下波。那么为什么每一尺度上的波动肯定是完整的呢？现论证如下：

首先证明两个引理：

引理 1　若 L_n 时间尺度上的投资者只有如前所述的价格预测者 N、早期正反馈投资者 EF、后期正反馈投资者 LF 这三种投资者且波形是完整的，那么 L_{n+1} 尺度上的波形也一定是完整的即一定是八浪结构。

证明如下：因为 L_n 时间尺度上的投资者只有如前

所述的价格预测者 N、早期正反馈投资者 EF、后期正反馈投资者 LF 这三种投资者且波形是完整的，所以 L_n 时间尺度上价格的上涨只可能出现三种态势：①价格上涨一次。②价格上涨两次。③价格上涨三次。下降只可能出现两种情况：①价格下跌一次。②价格下跌两次，如图 7 所示。

图 7　价格波动的基本态势

因为在 L_n 尺度上的波形是完整的，所以 L_{n+1} 尺度上的波形就不能跳过 L_n 尺度上的波形而直接由更低尺度上的波构成，而只能由 L_n 尺度上的波形所构成的。又因为市场上存在 L_n 尺度上的正反馈投资者，使得无论是 L_{n+1} 尺度上的价格上涨还是下跌过程中都有 L_n 尺度上的正反馈投资者的进入，所以 L_{n+1} 尺度上的上波只能是由图 7 中的第 3、第 5 两段折线组合形成图 8 所示完整的八浪结构，L_{n+1} 尺度上的下波的构成也是同理。

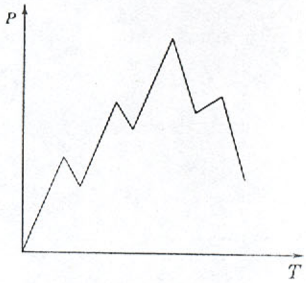

图 8　唯一合理的上波结构

引理 2　L_1 尺度上的波形只有两种且波形是完整的。

论述如下：在我们的模型中外界影响一个时间尺度上波形的有两个因素：①消息的干扰作用。②更大尺度上的投资者的投资。由于在前面的模型中已假设利好消息出现后，再没有因别的消息在价格的波动过程中出现而造成对价格走势的干扰，因而不存在第一个因素的作用。而更大尺度上的投资者的投资位置总是在 L_1 尺度上的波形转折点处，它们只是将上波改变为下波（或反之）而没有对 L_1 尺度上的波的波形产生具体的影响，同时根据前面的刻画我们知道更大尺度上的投资者的投资行为只是发生在 L_1 尺度波上的离散的点处，而 L_1 尺度上的波的波形却是由于 L_1 尺度上的投资者的连续的投资造成的，因此 L_1 尺度上的波的波形应该是取决于 L_1 尺度上的投资者自身而非外界的影响，那么 L_1 尺度上的波的波形应该是稳定的。

由前面的论述知道引理 1、2 是成立的，那么显然可以得出任意时间尺度 L 上的波形都是完整的，即一定是八浪结构的结论。

(2)关于价格预测线的最高点问题的论证

在前面的分析中提到 $L_n(n>1)$ 尺度上的价格预测者 N_n 一定会选择比自己低一层次的波动第三次上涨的顶点为自己价格预测线 S_n 的顶点，如下图所示：

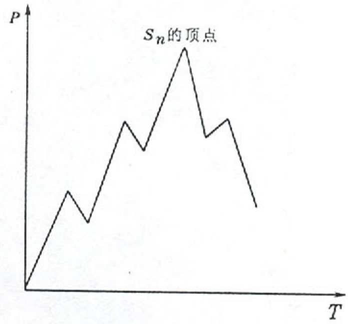

图 9　价格预测线的最高点问题

（图中每一小波为一个 L_{n-1} 层次上的波动）

为什么会这样呢？这是由于价格预测者 N_n 是经验丰富的投资者，判断较为准确。又因为一个 L_n 层次上的上波是由 L_{n-1} 层次上的波动构成的，并且 L_{n-1} 层次上的波动一定是完整的、他们的投资行为无法改变波动的具体形状因而价格的波动只能是如上图所示，若一个投资者较有经验他是能够把握这么一个稳定的波动的最高点和最低点的。同时为了能够得到最大的收益，价格预测者 N_n 一定会选择自己所认定的价格上涨的最高点为卖出股票的位置，在这样的情况下价格预测者 N_n 将会选择比自己低一层次的波动第三次上涨的顶点为价格预测线 S_n 的顶点，如上图所示。

(3)关于 L_n 层次上的投资者的投资行为对 L_{n-1} 层次上的波动的作用问题

之所以 L_n 时间尺度上的投资者的投资行为一定会引起 L_{n-1} 层次时间尺度上的波形的改变而不会因被低层次上的投资者的力量所抵消而无法起到改变波动的走势的作用，这是因为 $L_n(n>1)$ 时间尺度上的投资者只在关键点处进行投资，而在这些点处低层次（$n-1$、$n-2$、$n-3$……）上的投资者所采取的必然是与 $L_n(n>1)$ 时间尺度上的投资者同方向的投资策略，从前面的模型图中可以看到这一点，如图 10 所示：在 B 点处 N_3 将采取抛售的投资策略，而在 B 点处进行投

资的还有 LF_2、LF_1 等人，他们都采取抛售的投资策略。所以 L_n 时间尺度上的投资者的投资不存在低层次上的投资者进行反向投资产生干扰的问题，L_n 时间尺度上的投资者的投资将起到改变 L_{n-1} 层次时间尺度上的波形，从而改变价格基本走势的作用。如在下图中 N_3 将在 B 点采取抛售的投资策略使 L_2 时间尺度上的波形由上波改变为下波，使价格的基本走势由上升改变为下降。

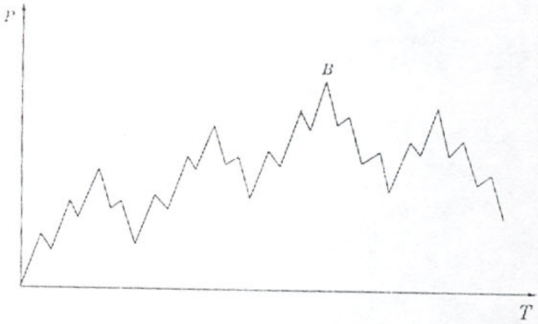

图 10　不同层次投资者间的作用关系

通过上面的研究知道，在特定的层次上股价形态的走势会表现出层次性的特点，但是艾略特还认为考虑股价形态的跨度是可以随意而不受限制的。大到可以覆盖从有股票以来的全部时间跨度，小到可以只涉及数小时、数分钟的股价走势，即在任意的层次上都应该具有层次性这一特点而不是仅仅在某些层次上。这一观点在以前被认为是不可思议的，但却又往往被事实所验证。下面我们将基于迭代函数系统和分形理论证明：若在任意的时间尺度上都存在正反馈投资者那么艾略特的观点是合理的。

利用迭代函数系统和分形理论研究艾略特波浪的层次性

上面建立的模型中投资者的投资行为在数学上体现为一个迭代函数系统即 IFS，模型中的系列投资行为对应于几个迭代函数，而这几个迭代函数的并则组成了该 IFS 的 H 算子[3]。基于前面对正反馈投资者投资行为的分析，我们建立如下的数学模型：

$$A_{n+1}=H(A_n)$$

$$A_0=\left\{\binom{x}{y}\left|\begin{array}{l}y=k_1x,0\le x\le x_0,k_1,k_2>0\\ y=-k_2x+k_1x_0+k_2x_0,x\in(x_0,x_e)\end{array}\right.\right\}$$

其中，A_n 为第 L_n 尺度的波的图形；H 为 IFS 迭代系统算子；A_{n+1} 为 A_n 经过迭代系统形成的在 L_{n+1} 尺度的波。根据上节模型的刻画，我们可以细分 H，得到算子，形成一个正反馈迭代系统。

$$A_{n+1}=H(A_n)$$
$$=H_4(H_0(A_n)\cup H_1(A_n)\cup H_2(A_n)\cup H_3(A_n))$$

其中：$H_0(A_n)=A_n$

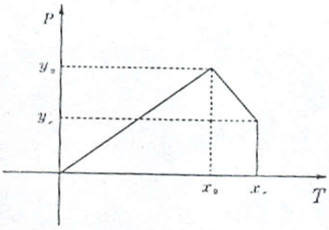

图 11　迭代初值（只有一个正反馈投资者）

$H_1(A_n)=A_n+\binom{x_e}{y_e}$　（平移变换）

$H_2(A_n)=A_{n\max}+2\binom{x_e}{y_e}$　（平移变换）

$H_3(A_n)=F(H_1(A_n)\cup H_2(A_n))$　（对折压缩），F 为对折压缩算子

$H_4(A_n)=C_4(A_n)$　（压缩）

$A_{n\max}$ 表示 A_n 中从起点到波的顶点为止的波形图，C_4 为压缩系数，使得迭代后的波形图在同一区域内。

下面是 H_0 至 H_4 算子所分别对应的模型中的投资行为：

(1) H_0 算子表示：当一个消息出现以后，价格预测者 N 在低层次的投资者的共同作用下形成自身层次上的第一个完整的波形。

(2) H_1 算子表示：当某一层次上的第一个完整的波形形成以后，该层次上的早期正反馈投资者介入形成又一个波。

(3) H_2 算子表示：后期正反馈投资者介入形成一个波。

(4) H_3 算子表示：更高的一个层次上的价格预测者 N 产生一个向下的力量并在低层次的投资者的共同作用下使价格出现一个完整的下波。

(5) H_4 算子是压缩变换，使得迭代系统开始下一次更高层次上的迭代。

下面证明 H 算子形成的正反馈迭代函数系统具有收敛性。即存在不变集 A（或称吸引子）使得：

$$\lim_{n\to\infty}H(A_n)=A$$

即 $H(A)=A$　已知：

$$\begin{cases}A_{n+1}=H(A_n)\\ A_0=\left\{\binom{x}{y}\left|\begin{array}{l}y=k_1x,0\le x\le x_0,k_1,k_2>0\\ y=-k_2x+k_1x_0+k_2x_0,x\in(x_0,x_e)\end{array}\right.\right\}\end{cases}$$

又 $\because H_0\binom{x}{y}=\binom{x}{y}\quad\forall\binom{x}{y}\in A_n$

$$H_1\binom{x}{y}=\binom{x}{y}+\binom{x_e}{y_e}\quad\forall\binom{x}{y}\in A_n$$

$$H_2\binom{x}{y}=\binom{x}{y}+2\binom{x_e}{y_e}\quad\forall\binom{x}{y}\in A_{n\max}$$

即 $\binom{x}{y}\in A_n$ 且 $x\le x_{\max n}$，$\binom{x_{\max n}}{y_{\max n}}$ 为 A_n 中波的最高点，

此点为唯一的一点，因为 A_0 只有唯一一个最高点 $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$。

$$H_3\binom{x}{y}=\binom{4x_e+2x_{\max n}-x}{y}$$

$$\forall \binom{x}{y}\in H_1(A_n)\cup H_2(A_n)$$

$$H_4\binom{x}{y}=C_4\binom{x}{y}$$

$$\forall \binom{x}{y}\in H_0(A_n)\cup H_1(A_n)\cup H_2(A_n)\cup H_3(A_n)$$

$$C_4=\begin{pmatrix} c & o \\ o & d \end{pmatrix} \quad 0<c\leq\frac{x_e}{3x_e+2x_{\max n}}<1$$

$$0<d\leq\frac{y_0}{y_0+2y_e}<1$$

对于完全尺度空间 (R^2,d_∞) 的紧子集

$$X=\left\{ \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0\leq x\leq x_e \\ 0\leq y\leq y_{\max n} \end{matrix} \right|$$

亦是一个完全尺度空间。d_∞ 表示 R^2 上的最大尺度

$$d_\infty(x,y)=\max\{|x_1-y_1|,|x_2-y_2|\}$$

$$\forall\ x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\in R^2$$

则在 X 上由 H 算子迭代产生了不同层次的波形。

$$H:X\rightarrow X$$

由 H 的表示知：$\forall\ A_n\in X \qquad H(A_n)\in X$

$\forall\ B_1,B_2\in A_n$，现算 $H(B_1),H(B_2)$ 的 Hausdorff 距离 $h(H(B_1),H(B_2))$[4]。

首先算 $H(B_1)$ 对 $H(B_2)$ 的距离：

$$\begin{aligned} d(H(B_1),H(B_2)) &= \max\{\min[d_\infty(H(x),H(y)), y\in B_2],x\in B_1\} \\ &\leq \max\{\min[kd_\infty(x,y),y\in B_2],x\in B_1\} \\ &\leq kd(B_1,B_2) \end{aligned}$$

其中，k 为压缩比且 $0<k=\max\{c,d\}<1$。

同理：
$$\begin{aligned} d(H(B_2),H(B_1)) &= \max\{\min[d_\infty(H(x),H(y)),y\in B_1],x\in B_2\} \\ &\leq \max\{\min[kd_\infty(x,y),y\in B_1],x\in B_2\} \\ &\leq kd(B_2,B_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore h(H(B_1),H(B_2)) &= \max\{d(H(B_1),H(B_2)), d(H(B_2),H(B_1))\} \\ &\leq \max\{kd(B_1,B_2),kd(B_2,B_1)\} \\ &\leq kh(B_1,B_2) \end{aligned}$$

又 $\because 0<k<1$ 以及 X 为完全尺度空间

$\therefore A_n$ 收敛

$\therefore$ 存在不变集 A（或称吸引子）

使得 $\lim\limits_{n\to\infty}A_n=A \qquad$ 即 $A=H(A)$

$\therefore A$ 有严格的自相似结构，即 A 是一个分形。

同时可得出收敛速度为 $h(A_n,A_{n+1})\leq k^n h(A_0,A_1)$

综上所述，若在任意的时间尺度上都存在正反馈投资者，那么一个消息所引起的价格波动将呈现出分形的结构，而分形的一个根本性质是整体与局部的自相似性，而自相似性在这时就表现为艾略特所提出的任意的层次上价格波动的层次性即：任一个层次上的价格波浪都是由更小的波浪组成，而任一个层次上的价格波浪又是更高层次上的波浪的组成部分，且不同层次上的波浪具有结构上的相似性。因此我们得出结论：当正反馈投资是市场上的一种普遍投资方式时，市场上的价格走势将会出现艾略特波浪理论所提及的波浪的层次性这一现象。当然，在实际的市场上的价格走势不可能是严格分形的，因而不可能具有模型中的严格自相似的特性，但是通过我们的模型可以知道只要市场上存在大量的正反馈投资者，那么价格的走势出现近似的统计自相似性即艾略特波浪理论所提及的波浪的层次性是合理的。最后，为了验证所得结构的合理性，我们通过将模型对应的 IFS 的 H 算子转化为计算机语言而得到一个图形生成的迭代系统（所用设计语言为 MATLAB），并使用该图形迭代系统得到时间尺度 Ln 的层次为 8 以内的价格波动示意图，从得到的示意图中（图 12、图 13、图 14、图 15）可以看到：各个层次上的波动具有明显的结构上的一致性即都是八浪结构，体现出了整体与局部的自相似性，印证了我们前面得出的结论。附图如下：以下依次是 n 等于 5、6、7、8 时的价格波动示意图。上面的研究是假设出现一个利好消息，当出现一个利空消息时的研究类似。

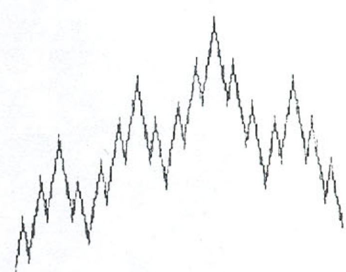

图 12　计算机迭代的波形示意图(1)共有 144 个波

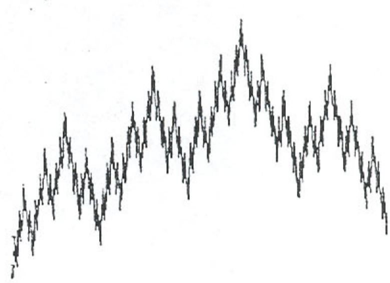

图 13　计算机迭代的波形示意图(2)共有 610 个波

（下转 105 页）