遼寧大學

# 毕业论文（设计）


题　　目：上海市二手房价格的评估与预测

学　　院：经济学院

专　　业：经济统计学

姓　　名：刘智珺

指导教师：郭万山教授

完成日期：2018 年 5 月 29 日

# 摘　要

随着房地产市场日趋完善，人们对房地产信息的需求越来越迫切。由于城市可供开发的土地有限，人们对二手房的交易愈发重视，因此对二手房价格的评估可以为消费者、开发商以及政府提供决策依据，同时可以进一步丰富和完善房地产价格评估的相关理论。

以上海市为例，文章采用了数据挖掘的方法，从链家网抓取了上海市2413套二手房源的信息。同时借鉴外国房地产评估的经验，并引入了特征价格理论，从区位特征、建筑特征以及邻里环境这三个方面选取了一些消费者比较关注的特征变量，包括房屋面积、板楼建造年份、是否免营业税、所在区域与是否靠近地铁这五个特征变量。接着，文章在bootstrap抽样的基础上，利用这些数据建立了随机森林回归模型，并基于permutation随机置换的残差均方减小量计算出了每个特征变量的重要性得分，从而对二手房价格进行评估。在模型的评估方面，文章采用了简单交叉验证的方法，将原样本按4:1的比例划分为训练集和测试集。文章将随机森林回归模型与传统的线性回归模型进行了比较，主要是通过计算这两种模型在训练集与测试集上的拟合优度和均方误差以及利用两种模型在测试集的进行单个样本偏差检验。

随机森林回归模型结果表明在所有特征变量中，对房屋价格影响最大的是房屋面积其次是所在地区，其次是板楼建造年份，最后是是否靠近地铁以及是否免营业税。其中后三者对二手房价格的影响不明显。从模型评估结果来看，无论是拟合优度还是均方误差，随机森林回归模型在训练集和测试集上的评估结果都优于传统的线性回归模型。测试集上的单个样本偏差检验结果也表明，用随机森林回归模型预测的房价与实际观测值匹配度更高，绝对误差更小。

最后，文章得出了以下结论：一方面，买房者和卖房者可以利用随机森林回归模型对房价进行评估并参照模型的特征变量重要性排序买卖二手房，使得自身的利益最大化；另一方面，文章进一步证明了随机森林回归模型的拟合效果和预测效果明显优于传统的线性回归模型。



**关键词：**二手房；价格评估；数据挖掘；特征价格理论；随机森林回归；交叉验证

# Abstract

With the development of the real estate market, people demand more and more information about housing price. Because land for people to develop in cities is limited, consumers lay more emphasis on the second-hand house transaction. Consequently, the evaluation of the price of second-hand houses is essential to both consumers and developers, and the evaluation is also beneficial to governments' decision-making. Besides such research can enrich the theory related to evaluation of housing price.

This paper obtained information of 2413 second-hand houses from *Lianjia* Website, with the technique of data mining. Learning from the experience of foreign researchers and hedonic price theory, this paper selected some characteristic variables from three dimensions——Location, Structure and Neighborhoods, such as area, built year, whether subway nearby and so on. Next, based on bootstrap sampling, the paper built random forest regression model with this data, and calculated the score of residual mean square of each characteristic variable by random permutation in order to evaluate the price of second-hand houses. In order to evaluate the regression model, this paper used cross validation to split the sample into a training set accounting for 80 percent and a test set accounting for 20 percent. The paper also compared random forest regression model and lineal regression model by calculating the R-square, mean square error and bias test.

The regression results indicated that area had the maximum influence on the price of second-hand houses, and then location, the built year, whether subway nearby, whether sales tax required. And the last three characteristic variables had little influence on the housing price. The evaluation of two models indicated that random forest regression model was better than traditional linear regression model in all the aspects mentioned above. Besides, the result of bias test showed that random forest regression model could predict more accurately than linear regression model.

Finally, the paper drew two conclusions. For one thing, sellers and buyers can use random forest regression model to evaluate the housing price so that they can maximize their benefits. For another, this paper further demonstrated that random forest regression model had better fitting effect and better ability to predict housing price.



**Key words:** second-hand house; price evaluation; data mining; hedonic price theory; random forest regression; cross validation

# 目　录

# 上海市二手房价格的评估与预测

## 一、绪论

### 1. 选题背景

房地产行业是我国国民经济的支柱产业，房地产行业提供的房地产商品在人民生活中有着举足轻重的地位，同时也是其他行业极为重要的生产资料。除此之外，房价的波动也是政府部门十分关注的问题。一方面，房地产行业的平稳发展有利于稳定就业岗位，减轻就业压力。另一方面，房地产的开发与投资能有效带动相关产业的发展，从而对新常态下的国民经济起到支撑作用。

虽然与房地产相关的经济活动越发频繁，但是城市所能提供开发的土地越来越少且成本越来越高，因此二手房交易变得逐渐活跃起来，人们对二手房价格评估的需求也不断增加。二手房的价格的评估有利于政府制定更为合理的政策，如学区房的划分与变动等。无论是从买房者、卖房者或是政府的角度来看，二手房房价的衡量都是个重要的话题，因此二手房价格的评估以及预测成为一项重要的研究课题。

目前，国内学者使用较多的房价评估方法包括市场法、成本法和收益法这三种传统方法。在用传统方法进行评估的过程中有一些弊端：第一，评估需要搜集大量的信息；第二，传统方法难以体现房地产价格与其影响因素之间的非线性关系；第三，传统评估方法的准确性依赖于评估师的个人经验和水平。

因此为了改善房地产评估现状，文章采用数据挖掘的方法抓取了链家网上二手房源的相关信息，并建立随机森林回归模型对二手房价格进行评估和预测，该方法可有效地降低主管随意性。

### 2. 文献综述

过去，我国主要凭借以往的经验对住宅价格进行评估，近年来相关学者开始逐步将数学模型引入房产评估研究之中。刘晓群（2008）调查了武汉的 19 个楼盘，并用数据建立了特征价格模型，接着用 SAS 软件对其进行主因素分析，得出特征价格模型的线性函数，同时还推断具体楼盘的住宅均价并检验与真实情况的差异。王卓琳（2009）从特征价格理论为框架，利用线性回归模型对北京市住宅特征价格进行分析，并对模型结果作出经济意义上的解释，为政府以及开发商等提供决策依据。曾昭法，唐海滨（2010）在对二手房价格进行评估的研究中，在实例计算的基础上推导出二手

房价格模糊综合评价模型，该模型得到了消费者和开发商的广泛认可。郭志强（2013）利用支持向量机批量评估房地产价格，发现其评估效果明显优于 BP 神经网络的方法。

在房地产价格评估方面，国外已经发展并应用了多种技术与方法，如神经网络、支持向量机、随机森林等方法。Elaine Worzala，Margarita Lenk，Ana Silva（1995）运基于获得的 288 家交易的房屋数据，用神经网络方法来评估房地产价格，并将该方法与传统的多元回归模型进行了对比。Nguyen Nghiep，Cripps Al（2001）用不同规模的数据多方位地对比了神经网络模型和多元线性回归模型，得出了对于中等规模以上的数据来说，运用神经网络模型进行预测的效果要明显好于多元线性回归模型的预测结果。K.C. Lama，C.Y. Yua（2010）使用了支持向量机的方法对房地产进行评估和预测，并与多元回归和人工神经网络模型的预测结果进行对比，发现应用支持向量机建立的房价预测模型效果更好。Evgeny A.Antipov，Elena B. Pokryshevskaya（2012）首次应用随机森林模型对住宅价格进行评估，并通过实证研究发现，该模型的评估表现优于回归树、多元回归以及神经网络模型。

## 3. 研究目的与研究意义

（1）研究目的

文章在借鉴了外国学者研究成果的基础上并结合了上海市二手房的现状探讨了以下两个问题：一是建立随机森林模型对上海市二手房价格进行评估并确定主要影响因素，二是进一步验证随机森林模型预测能力的准确性。

（2）研究意义

在理论价值方面，文章与以往研究相比最大的创新之处在于引入了随机森林回归模型，对影响二手房价的各种因素进行了分析，丰富了特征价格理论框架。文章以上海市二手房数据为例，进一步验证了随机森林模型的优越性。

在实践价值方面，传统的二手房价格评估方法需消耗大量人力物力，程序复杂，且评估的准确度难以衡量。实证表明，随机森林回归模型在大量数据的基础上建立的二手房房价和特征变量之间的回归模型在模型的拟合效果、回归误差以及预测准确性方面都比传统的线性回归模型有着更好地效果。因此文章中采用的评估方法以及计算出的特征向量重要性对人们的决策具有参考价值。对消费者而言，文章的方法和结论有助于他们挑选到性价比高，且具有投资价值的房源；对于卖房者来说，有利于他们售房时指定合理的价格；对政府而言，文章的研究结果可为其制定政策调控房价出谋

划策。

### 4. 研究方法

文章主要采取了以下几种研究方法：

（1）实证研究

文章的实证研究实在规范的研究基础上进行的。实证所需要的数据均来自 2018 年 4 月 2 日链家网上的上海市二手房数据。实证研究的过程中，文章通过建立随机森林回归模型计算了各特征变量的重要性得分并对二手房价格进行了预测。文章在实证研究的过程中采用了对比分析的方法，将随机森林回归模型与线性回归模型进行比较，证明了随机森林算法在房价的评估和预测方面具有良好的性能，得到的结论具有应用价值。

（2）机器学习方法

随机森林回归模型需要借助计算机编程软件来实现，文章选取 Python 进行编程。首先用 Python 中的 Requests 和 PyQuery 模块编写爬虫获取相关数据。接着，文章将原样本案 4:1 的比例随机分为训练集和测试集。在 bootstrap 抽样的基础上，利用训练集数据建立了随机森林回归模型，并基于 permutation 随机置换的残差均方减小量计算出了每个特征变量的重要性得分，从而对二手房价格进行评估。文章在建立随机森林模型时主要用到的是 sklearn 模块中的 RandomForestRegressor()函数。

## 二、相关理论与方法

### 1. 特征价格理论

Court 于 1939 年首次提出了特征价格理论（Hedonic Pricing Theory），该理论认为商品的价格由一系列影响商品价格的因素决定，即商品价格 p=F(x)，其中 x 为一系列影响商品价格的因素。该理论最先被用于农场土地价格的分析，后来用于分析具体的商品，如汽车、果蔬产品等。1974 年，Rosen 首次将特征价格理论用于房地产领域，并提出了住宅价格特征模型，此后越来越多的学者开始关注该模型在房地产领域的应用。

1982 年，学者 Butler 在已有的住宅价格评估模型基础上加入了影响房价的三类特征变量，分别为区位特征（Location）、建筑特征（Structure）以及邻里环境（Neighborhoods）。区位特征是指住宅所处的城市区域，通常情况下用该区域到市中

心的距离量化这一特征。建筑特征是指住宅本身的特征，如：面积、房龄、装修、户型等。邻里环境是指住宅小区的自然环境、交通情况、人文环境、治安水平等。改进后的住宅价格评估模型的公式可以写成 $P = f(L,S,N)$，其中 L 为区位特征，S 为建筑特征，N 为邻里环境。

住宅特征价格理论在以下假设的基础上建立：

第一，市场上的房源具有异质性。所有的房源都可以用相同的特征变量进行衡量，但各自不同的特征导致每个房源都是独一无二的，因而使得每个房源对应的价格有高有低。

第二，房源的每个特征对应一个隐含市场，房地产市场可以理解为若干个隐含市场的组合而成。

第三，市场是充分竞争的。市场上有大量的卖房者与买房者，每次交易对市场上总体的供求情况不产生显著影响，且不存在强制性的政策影响买房者与卖房者的交易行为。

第四，市场上的交易信息是充分透明的，且买房者在购房前会收集大量的信息。若市场上的信息不对称，则容易出现价格不合理的情况。

## 2. 随机森林回归模型

随机森林（Random Forest）是一种基于决策树分类器集成算的法组合预测模型，其中模型中的每一棵决策树都是由随机向量生成的，且所有向量都独立同分布。随后，1984 年 Breiman 等人以分类树的算法为基础，提出了 CART 算法（Classification And Regression Tree），使得决策树的方法可以同时应用于分类和回归问题。

随机森林回归模型通过 bootstrap 抽样技术，并由特征变量组成的随机向量生成若干棵回归树，构成组合模型。该模型将数值型变量作为解释变量，生成多元线性回归随机森林模型。随机森林回归模型原理如图 2.1 所示：

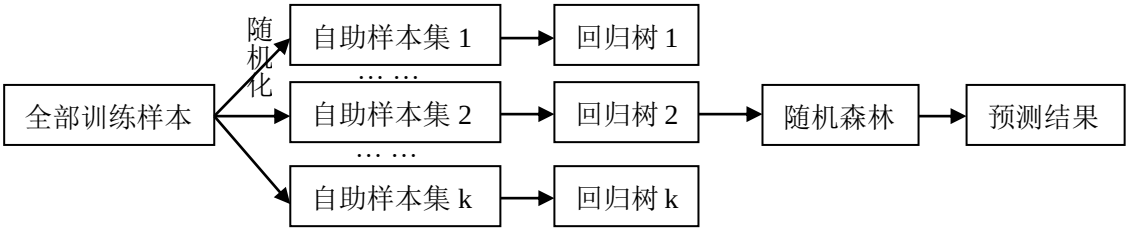


**图 2.1　随机森林回归模型原理**

相比与其它回归模型，随机森林模型有许多优点。首先，随机森林回归模型通过

随机选取不同样本并组合结果的方式，使得该模型即使在资料缺失的情况下也能有着较高的准确度。其次，将多个模型组合在一起可以有效地克服单个模型过度拟合的问题。第三，随机森林模型无需人工赋予各个特征变量权重，同时该算法可以快速处理大量数据。

## 三、描述性统计分析

### 1. 指标选择

文章选择房屋价格（Y）作为因变量，除此之外文章根据特征价格理论从区位特征、建筑特征以及邻里环境这三个方面选取了五个自变量。自变量房屋面积（$X_1$）、板楼建造年份（$X_2$）与是否免营业税（$X_5$）为建筑特征，自变量所在区域（$X_3$）为区位特征，自变量是否靠近地铁（$X_4$）为邻里环境特征。

需要注意的是，在所在区域（$X_3$）这一特征的量化过程中，文章以上海市中心所在区域黄浦区为中心，然后根据距离的远近给每个区划分等级。划分结果为：黄浦区地理位置最佳，其次是静安区、徐汇区和虹口区，然后是长宁区、普陀区和杨浦区，接下来是宝山区、闵行区和浦东区，最后是嘉定区、青浦区和松江区。

对于标注附近有地铁的房源，$X_4$ 的取值为 1，表明附近有地铁，交通便利；对于未标注地铁信息的房源，$X_4$ 取值为 0，表明附近无地铁。

对于标注年满两年或年满五年的房源，$X_5$ 取值为 1，表明免交营业税；其他未标注的房源，$X_5$ 取值为 0，表明需交营业税。

**表 3.1　变量设定**

| 变量类型 | 变量 | 变量名称 | 变量水平 |
|---|---|---|---|
| 因变量 | Y | 房屋价格 | 数值型 |
| 自变量 | $X_1$ | 房屋面积 | 数值型 |
| | $X_2$ | 板楼建造年份 | 数值型 |
| | $X_3$ | 所在区域 | 1=嘉定区、青浦区、松江区；2=宝山区、闵行区、浦东区；3=长宁区、普陀区、杨浦区；4=静安区、徐汇区、虹口区；5=黄浦区 |
| | $X_4$ | 是否靠近地铁 | 0=不靠近地铁；1=靠近地铁赋 |
| | $X_5$ | 是否免营业税 | 0=需交营业税；1=免交营业税 |

1）划分所在区域时以黄浦区为中心，根据距离远近划分等级。

## 2. 数据来源

文章选取的数据均来自 4 月 2 日链家网（https://sh.lianjia.com）上检索到的上海市二手房信息，经过分区检索后发现奉贤区、金山区和崇明区的房源数量过少，因此仅选取上海市其它 13 个区的二手房房源数据作为研究对象。笔者用 Python 中的 Requests 和 PyQuery 模块以及正则表达式和 CSS selector 爬取了 2413 套房源信息，并储存至 csv 文件中。

网站上的房屋数据主要有：房源名称、位置、板楼建造年份、房屋价格、房屋均价、房屋面积、附近地铁情况、是否满两年等。笔者从中提取了其中主要的房源信息。

## 3. 描述统计

文章选取的样本数量较多，因此在统计建模前对各指标数据进行描述统计可以更加直观的看出数据的分布情况，加深对建模结果的理解。

从表 3.2 的结果可以看出上海市二手房价格总体来说较高，均值高达 487.93 万元，价格分布也较为分散，极差达到 4380 万元。上海市二手房总体来说面积不大，平均 84.15 平方米，中位数为 74.72 万元。上海市二手房的板楼建造年份这一指标的标准差较小，说明房屋建造年份较为集中，其中 2000 年左右建造的房屋相对较多。

**表 3.2　数值型变量的描述统计**

| 变量 | 均值 | 中位数 | 极差 | 标准差 |
|---|---|---|---|---|
| 房屋价格（Y） | 487.93 | 380.00 | 4380.00 | 365.76 |
| 房屋面积（$X_1$） | 84.15 | 74.72 | 453.74 | 46.66 |
| 板楼建造年份（$X_2$） | 1999.21 | 1999.00 | 104.00 | 9.81 |

文章根据不同区的房屋面积（$X_1$）与房屋价格（Y）以及板楼建造年份（$X_2$）与房屋价格（Y）作了图 3.1 所示散点图。从房屋面积（$X_1$）与房屋价格（Y）的散点图中可以看出在面积相同的情况下地理位置越靠近市中心的二手房价格越高，对于同一地区的二手房来说面积越大啊的房源价格越高。从板楼建造年份（$X_2$）与房屋价格（Y）的散点图中可以看出大多数二手房的板楼建造年份都集中在 1990 年之后，且在地理位置好的二手房板楼建造年份都较早，新建的二手房大多数都分布在离市中心较远的地区。

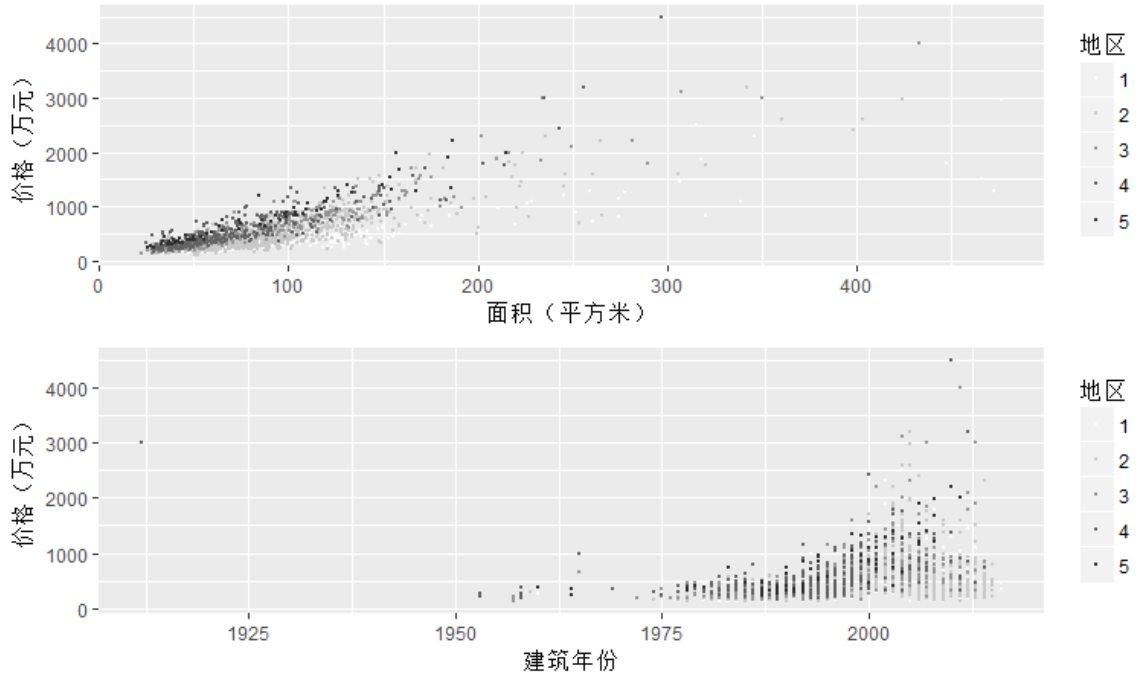


**图 3.1　面积与建筑年份散点图**

如图 3.2 以及表 3.3 所示，在所有的 2413 套房源中有 1186 套房源标注了附近的地铁信息，1227 套房源未标注地铁信息，交通便利的房源占所有房源的 49%。在所有房源中仅有 275 套房源标注了年满五年或年满两年，即仅有 11%的房源可以免交营业税，其余 2138 套房源都需要交营业税。

**表 3.3　分类变量的描述统计**

| 变量 | 均值 | 标准差 |
|---|---|---|
| 是否靠近地铁（$X_4$） | 0.49 | 0.50 |
| 是否免营业税（$X_5$） | 0.11 | 0.32 |

从图 3.2 以及表 3.4 的结果可以看出，宝山区、闵行区和浦东区的二手房源数量最多，占所有房源数量的 47.8%，其它地理位置优于或低于这三个区的地区所在链家网挂牌的二手房数量都较少，并且呈现出地理位置越偏以及地理位置越佳的二手房数量都越小的特点。

**表 3.4　所在区域的描述统计**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 频数 | 399 | 1154 | 479 | 305 | 76 |
| 频率 | 0.165 | 0.478 | 0.199 | 0.126 | 0.031 |

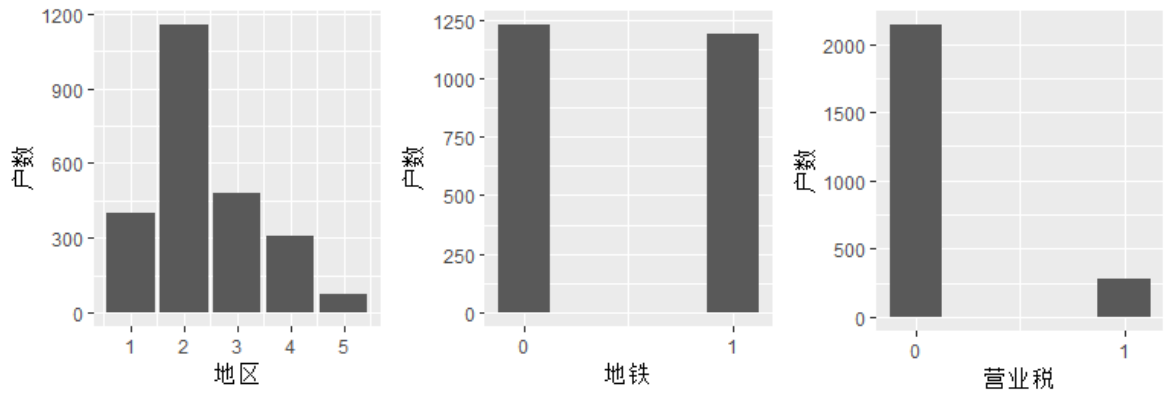


**图 3.2　分类变量描述统计**

从图 3.3 可以看出，首先地理位置越好的二手房价格整体水平要明显高于地理位置较偏的二手房价格，且嘉定区、青浦区以及松江区的二手房房价分布相对于其他地区的房价较为集中。其次，靠近地铁的二手房价格水平总体高于不靠近地铁的房源，且价格分布更为离散。最后需交营业税的二手房源价格分布比无需交营业税的二手房源价格分布更为离散。

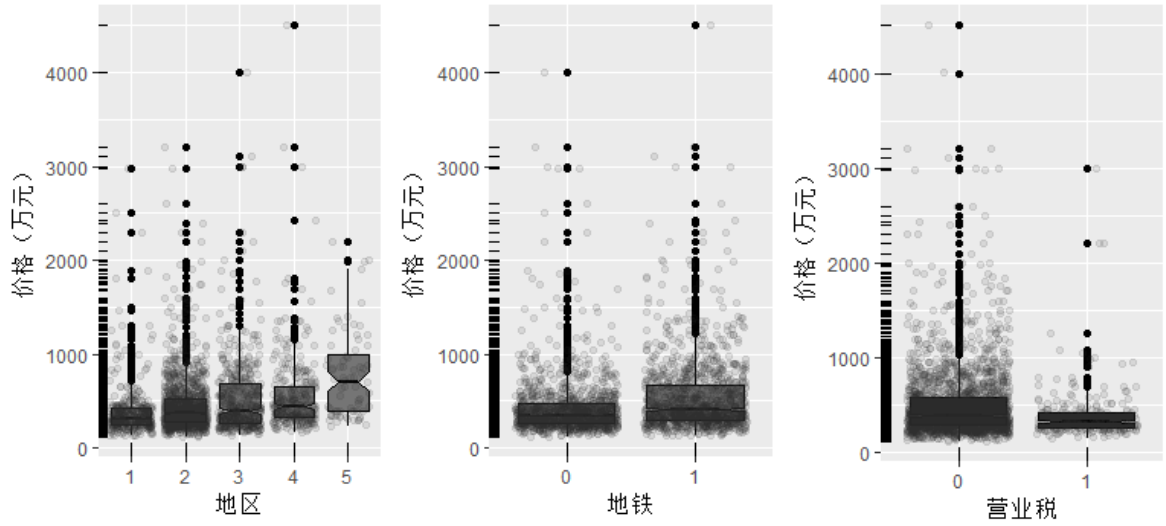


**图 3.3　分类变量与房价的箱线图**

# 四、实证分析

## 1. 理论模型的设定

文章选用的基于 CART 算法的随机森林模型原理如下：

随机森林回归模型是一种非线性回归模型，设模型中共有 K 棵树 $\{T_1(X),T_2(X),\cdots,T_K(X)\}$，其中 $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_p\}$，是形成森林的 p 维特征向量，每棵树产生一个预测值 $\hat{Y}_i(i=1,2,...,K)$。

（1）运用 bootstrap 方法随机抽取 K 个样本集用于生成 k 棵树，即采用重复抽样的方法从原样本中随机抽取 K 个子样本。

（2）在每棵回归树生长过程中，随机选取所有特征变量的一个子集，依据基尼系数（Gini index）来选择最优划分属性。基尼系数是用于测算特征变量数据纯度的指标，基尼系数越大说明样本集合的不确定性越大。公式（4.1）中假设特征变量共有 M 个类别，$P_m$ 是样本点属于第 m 个类别的概率。因此优先选择基尼系数小的特征变量作为划分属性。

$$Gini(p)=\sum_{m=1}^{M}p_m(1-p_m)=1-\sum_{m=1}^{M}p_m^2 \tag{4.1}$$

（3）每棵回归树以损失函数最小为原则构建每棵回归树。

首先，根据公式（4.2），选择最优切分点 s 对固定特征变量 j 的阈值进行划分。

$$\min_{j,s}\left[\min_{c_1}\sum_{x_i\in R_1(j,s)}(y_i-c_1)^2+\min_{c_2}\sum_{x_i\in R_2(j,s)}(y_i-c_2)^2\right] \tag{4.2}$$

其次，根据划分结果计算相应的输出值。

$$R_1(j,s)=\{x\mid x^{(j)}\le s\},R_2(j,s)=\{x\mid x^{(j)}\ge s\} \tag{4.3}$$

$$\hat{c}_m=\frac{1}{N_m}\sum_{x_i\in R_m(j,s)}y_i,x\in R_m,m=1,2 \tag{4.4}$$

最后，重复以上两个步骤进行递归，直至满足设定的最大深度后停止生长。假设已将所有输入空间划分为 M 个单元 $R_1$，$R_2$，…，$R_M$，且每个单元的固定输出值为 $c_m$，则模型的输出结果如公式（4.5）所示。

$$f(x)=\sum_{m=1}^{M}c_mI(x\in R_m) \tag{4.5}$$

（4）将所有回归树预测结果进行简单算术平均得到模型的输出结果，结果如公式（4.6）所示。

$$Y=\frac{1}{K}\hat{Y}_i,i=1,2,...,K \tag{4.6}$$

## 2. 数据来源及处理

文章选取的数据均来自 4 月 2 日链家网（https://sh.lianjia.com）上检索到的上海市二手房信息，包括除奉贤区、金山区以及崇明区以外的 13 个区的 2413 套二手房房源数信息。选取的指标为：自变量房屋面积（$X_1$）、板楼建造年份（$X_2$）、所在区域

（$X_3$）、是否靠近地铁（$X_4$）、是否免营业税（$X_5$）以及因变量房屋价格（Y）。

文章在实证分析过程中采用了简单交叉验证的方法，即将原样本随机分为两部分，一部分作为训练集，另一部分作为测试集。其中训练集包含 1930 个样本，占总体样本的 80%，测试集共有 483 个样本，占总体样本的 20%。此方法可以利用测试集进一步比较和评价模型的效果。

## 3. 实证结果

（1）特征变量重要性得分

在建立随机森林回归模型时，文章设定模型的抽样方法为 bootstrap 方法，建立树的棵数为 400 棵，最大特征变量数量为 5，树的最大深度为 50，模型的其他参数都设置为默认值。

如公式（4.7）所示，该模型通过计算基于 permutation 随机置换的残差均方减小量来衡量每个特征变量的重要性得分。其中 $score_i$ 是第 i 个特征变量的重要性得分，$MSE_j$ 是用已知的随机森林模型估计第 j 个袋外样本的残差均方，$MSE_{ij}$ 是用已知随机森林模型估计 $X_i$ 变量随即置换后的第 j 个袋外样本的残差均方，$S_E$ 是特征变量的标准误。因为每次 bootstrap 抽样都存在样本未被抽中（即袋外数据），所有对于 K 棵回归树的随机森林模型来说共有 K 个袋外样本。

$$score_i = (\sum_{j=1}^{K}(MSE_j - MSE_{ij})/k)/S_E, (1 \le i \le p) \quad (4.7)$$

所有特征变量的重要性得分如表 4.1 所示。

**表 4.1　特征变量重要性得分**

| 特征变量 | 重要性得分 |
|---|---|
| 房屋面积（$X_1$） | 0.78450577 |
| 所在地区（$X_3$） | 0.12335229 |
| 板楼建造年份（$X_2$） | 0.06114649 |
| 是否靠近地铁（$X_4$） | 0.0263354 |
| 是否免营业税（$X_5$） | 0.00466005 |

可以看出得分最高的特征变量是房屋面积（$X_1$），重要性高达 0.785。其次是所在地区（$X_3$），重要性为 0.123。其余特征变量板楼建造年份（$X_2$）、是否靠近地铁（$X_4$）

以及是否免营业税（$X_5$）对房价的影响相对较小。

（2）模型评估结果

文章在对模型进行评估的过程中，将随机森林回归模型与线性回归模型进行比较，比较了两者在训练集和测试集的拟合优度和均方误差，并对测试集的被解释变量进行了单个样本的偏差检验。

①拟合优度检验

拟合优度检验是用于检验回归结果对样本观测值的拟合程度，即解释变量对被解释变量的解释程度，其中 $0 \leq R_2 \leq 1$，当拟合优度的值越接近 0 时表明回归模型的拟合效果越不好，当拟合优度的值越接近 1 时表明该模型的拟合效果越好。

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} \tag{4.8}$$

**表 4.2　模型拟合优度比较**

| 模型选择 | 训练集拟合优度 | 测试集拟合优度 |
|---|---|---|
| 随机森林回归模型 | 0.9776813027083896 | 0.9751792608807823 |
| 线性回归模型 | 0.7900883876567274 | 0.7263693290141914 |

从拟合优度结果来看，随机森林回归模型的拟合优度更接近于 1，且效果明显好于线性回归模型。此外，两个模型测试集的拟合优度都略低于训练集的拟合优度，但随机森林回归模型的拟合优度减幅要远小于线性回归模型的减幅。

随机森林模型在测试集上的拟合优度仍保持着较高的水平，排除了过度拟合的可能性。

②均方误差

均方误差（MSE）是用于衡量平均误差的一种指标，是观测值与估计值差的平方的均值，计算方法如公式（4.9）所示。通常情况下均方误差越小，模型的效果就越好。

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(y - \hat{y})^2 \tag{4.9}$$

从表 4.3 的结果可以看出无论是训练集还是测试集，线性回归模型的均方误差都是随机森林回归模型均方误差的 10 倍以上，可见随机森林回归模型的效果要优于线性回归模型。

**表 4.3　模型均方误差比较**

| 模型选择 | 训练集均方误差 | 测试集均方误差 |
|---|---|---|
| 随机森林回归模型 | 2836.671362837982 | 3975.9020484275416 |
| 线性回归模型 | 26679.436155314466 | 43831.44031527819 |

③单个样本的偏差检验

对测试集的房价估计值进行单个样本的偏差检验，通常可以用到匹配度与绝对误差这两个指标。匹配度的计算方法如公式（4.10）所示，匹配度的值越接近 1，表明模型的预测结果越小。绝对误差的计算方法如公式（4.11）所示，绝对误差越小，表明模型的预测结果越好。

$$MD = \frac{\hat{y}}{y} \tag{4.10}$$

$$AE = |y - \hat{y}| \tag{4.11}$$

表 4.4 和表 4.5 是两个模型在部分测试集上的单个样本偏差检验结果，全部测试集上房价的检验结果由附录 D 可见。随机森林回归模型比传统的线性回归模型准确性高。

**表 4.4　随机森林模型测试集单个样本偏差检验结果（部分）**

| 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 | 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 840 | 755.439 | 0.899 | 84.561 | 325 | 329.633 | 1.014 | 4.632 |
| 265 | 262.060 | 0.989 | 2.940 | 240 | 244.124 | 1.017 | 4.124 |
| 445 | 421.033 | 0.946 | 23.968 | 428 | 398.850 | 0.932 | 29.150 |
| 365 | 435.848 | 1.194 | 70.848 | 440 | 435.363 | 0.989 | 4.637 |
| 380 | 377.411 | 0.993 | 2.589 | 285 | 279.463 | 0.981 | 5.538 |
| 305 | 354.893 | 1.164 | 49.893 | 1500 | 1193.115 | 0.795 | 306.885 |
| 535 | 556.075 | 1.039 | 21.075 | 290 | 298.000 | 1.028 | 8.000 |
| 900 | 909.163 | 1.010 | 9.163 | 360 | 368.735 | 1.024 | 8.735 |
| 430 | 453.353 | 1.054 | 23.353 | 350 | 359.113 | 1.026 | 9.113 |
| 370 | 342.548 | 0.926 | 27.452 | 410 | 421.558 | 1.028 | 11.558 |

**表 4.5　线性回归模型测试集单个样本偏差检验结果（部分）**

| 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 | 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 840 | 446.891 | 0.532 | 393.109 | 325 | 527.539 | 1.623 | 202.539 |
| 265 | 222.315 | 0.839 | 42.685 | 240 | 326.076 | 1.359 | 86.076 |
| 445 | 513.860 | 1.155 | 68.860 | 428 | 318.418 | 0.744 | 109.582 |
| 365 | 563.868 | 1.545 | 198.868 | 440 | 441.229 | 1.003 | 1.229 |
| 380 | 346.606 | 0.912 | 33.394 | 285 | 272.988 | 0.958 | 12.012 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 305 | 465.967 | 1.528 | 160.967 | 1500 | 757.695 | 0.505 | 742.305 |
| 535 | 603.624 | 1.128 | 68.624 | 290 | 241.249 | 0.832 | 48.751 |
| 900 | 1046.449 | 1.163 | 146.449 | 360 | 304.752 | 0.847 | 55.248 |
| 430 | 431.616 | 1.004 | 1.616 | 350 | 383.611 | 1.096 | 33.611 |
| 370 | 295.252 | 0.798 | 74.748 | 410 | 593.326 | 1.447 | 183.326 |

# 五、研究结论与展望

## 1. 研究结论

本文在实证研究中发现，对上海市二手房价格贡献较大的变量按重要性排序依次为房屋面积、所在地区、板楼建造年份、是否靠近地铁以及是否免营业税，投资者在购买上海市二手房时可以具体参照这些指标进行选择，如在同等价位的情况下挑选离市中心距离适中且面积在 80 平米（两室一厅）以上的二手房，以达到投资回报最大化。买房者也可以参照这些变量合理定价，使得在自己房源尽快出售的同时最大化自身的利益。

随机森林模型不同于其他回归模型，该模型是一种非参数回归模型，可以适用于复杂的数据，如线性数据、非线性数据以及具有交互性作用的数据等。该模型的拟合效果在质量和稳定性上都明显高于传统的线性回归模型，且预测的准确性也较好，值得推广。

## 2. 未来展望

虽然文章通过建立随机森林模型探究了二手房价格的影响因素，并证明了该模型的优越性，但还存在诸多不足之处。

首先，文章获取的资料有一定的局限性。文章研究的是上海市二手房的房价，但研究对象仅限于链家网上挂牌出售的房源，其他平台出售的二手房未被纳入文章的研究范围之内。

第二，文章在指标的选取上存在一些不足，人们在购买二手房时往往还会参考其他方面的因素，如楼层、是否有电梯、房源朝向等。这些指标并未在所有房源中都标注出来，因此将其列入指标体系之中必定会导致样本量的大幅减少。另一方面每套房源的特征信息我们无法考证其真实性，只能默认链家网的工作人员对平台上的每套房源都进行了严格的审核。

第二，部分地区的样本量太少，笔者发现奉贤区、金山区和崇明区二手房数量严

重不足，因此未将这些地区纳入研究范围之中，对模型结论的准确性造成影响。

第三，某些特征变量的部分类别样本量太少。例如在是否免交营业税（$X_5$）这一特征变量中，仅有 11%的房源可以免交营业税。过少的样本量可能会对该指标的衡量成偏差。

第四，在与其他回归模型进行比较时，文章只选取了传统的线性回归模型与随机森林回归模型进行比较，得出了随机森林模型的效果要远优于线性回归模型的结论。文章还需将该模型与其它非线性回归模型比较，才能更好地证明该模型的优越性。

最后，随机森林本身也存在一定的缺点，如在建模过程中无法得出明确的函数表达式，因而导致我们不能直观地看出各个特征因素对二手房价格影响的具体效果，而这一点是许多线性和非线性回归都可以做到的。

以上的一些问题都需要在后续的研究中不断改进。

# 参考文献


[1] 刘晓群.特征价格模型在武汉市商品房定价中的应用研究[D].武汉理工大学,2008.

[2] 王卓琳.北京市住宅特征价格研究[D].北京工业大学,2009

[3] 曾昭法,唐海滨,王毅等.长沙二手房价格模糊综合评估模型商业研究[J].商业研究,2010,(3):139-142.

[4] 郭志强.基于支持向量机回归的房地产批量估价模型研究[D].暨南大学,2013.

[5] E Worzala, M Lenk, A Silva. An exploration of neural networks and its application to real estate valuation[J]. Journal of Real Estate Research, 1995.

[6] N Nghiep, C Al. Predicting housing value: A comparison of multiple regression analysis and artificial neural networks[J]. Journal of Real Estate Research, 2001.

[7] EA Antipov, EB Pokryshevskaya. Mass appraisal of residential apartments: An application of Random Forest for valuation and a CART-based approach for model diagnostics[J]. Expert Systems With Applications, 2012.

[8] Rosen, herwin. Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition[J]. The Journal of Political Economy, Vol. 82, No. 1. (Jan. - Feb., 1974), pp. 34-55.

[9] 温海珍,贾生华.住宅的特征与特征的价格——基于特征价格模型的分析[J].浙江大学学报(工学版),2004(10):101-105+112.

[10] 周志华.机器学习[M].北京:清华大学出版社,2016.

[11] Breiman L, Friedman J, Stone C. Classification and Regression Trees[M]. Wadsworth, 1984.

[12] LEO BREIMAN.Random Forests[J]. Machine Learning, 2001, 45(1): 5-32.

[13] 李航.统计学习方法[M].北京:清华大学出版社,2012:55-75.

# 附录 A

用 ruquests 库和正则表达式抓取房源的房屋面积、板楼建造年分、所在区域、和房源 ID，并储存至数据框中，代码如下：

```
import requests
from requests.exceptions import RequestException
import re
import pandas as pd
from pandas import DataFrame

def get_one_page(url):
    try:
        response=requests.get(url)
        if response.status_code == 200:
            return response.text
        return None
    except RequestException:
        return None

def parse_one_page():
    result2=DataFrame()
    pattern = re.compile('<li.*?img.*?housecode="(\d+).*?</a>'
        +'<div.*?houseInfo.*?houseIcon.*?region">(.*?)\s</a>\s\D.*?\D\s(\d\d.*?\D)\s\D.*?</div>'
        +'<div.*?positionInfo.*?\D(\d\d\d\d)\D.*?<a.*?target.*?blank\D>(.*?)</a></div>',re.S)
    for i in range(101):
        url = 'https://sh.lianjia.com/ershoufang/ pg' + str(i) + 'tt2/'
        html = get_one_page(url)
        items = re.findall(pattern, html)
        for item in items:
            house = {'area': item[2][:-2],
                     'year': item[3],
                     'location': item[4],
                     'name':item[1],
                     'id':item[0] }
            result1 = DataFrame(house, index=pd.Series(item[1]))
            result2 = pd.concat([result2, result1])
    print(result2)
    result2.to_csv('data.csv',index=True,header=True,sep=' ')

def  main():
    parse_one_page()
if __name__ =='__main__':
    main()
```

用 PyQuery 库和 CSS selector 抓取房源的房屋价格、是否靠近地铁、是否免营业税和房源 ID，并储存至数据框中，代码如下：

```
from pyquery import PyQuery as pq
import pandas as pd
from pandas import DataFrame

def parse_one_page():
    result0=DataFrame()
    for i in range(1,101):
        url = 'https://sh.lianjia.com/ershoufang /pg' + str(i) + 'tt2/'
        doc = pq(url=url)
        for data in doc('.sellListContent li'):
            house={'name':pq(data).find('.address .houseInfo a').text(),
                   'price':pq(data).find('.priceInfo .totalPrice span').text(),
                   'subway': pq(data).find('.tag .subway').text(),
                   'taxfree': pq(data).find('.tag .taxfree').text(),
                   '2year':pq(data).find('.tag .five').text(),
                   'id':pq(data).find('.info .title a').attr('data-housecode')}
            result1 = DataFrame(house, index=pd.Series(pq(data).find('.address .houseInfo a').text()))
            result0 = pd.concat([result0, result1])
    print(result0)
    result0.to_csv('data1.csv', index=True, header=True, sep=' ')

def main():
    parse_one_page()

if __name__ =='__main__':
    main()
```

# 附录 B

对各变量进行描述性统计，代码如下：

```
import pandas as pd
from numpy import array
from numpy import mean, median
from numpy import ptp, std

df = pd.read_csv('data.csv',sep=' ', header=0,index_col=0)

price = array(df['price'])
print('price')
print(mean(price),median(price),ptp(price),std(price))

area = array(df['area'])
print('area')
print(mean(area),median(area),ptp(area),std(area))

subway = array(df['subway'])
print('subway')
print(mean(subway),std(subway))

free_tax = array(df['free_tax'])
print('free_tax')
print(mean(free_tax),std(free_tax))

year = array(df['year'])
print('year')
print(mean(year),median(year),ptp(year),std(year))
```

# 附录 C

用 R 中的 ggplot2 进行作图，代码如下：

```
>>>setwd("C:\\Users\\admin\\Desktop")
>>>dataframe<-read.csv("data1.csv",header=TRUE)
>>>library(gridExtra)
>>>library(ggplot2)

#箱线图
>>>p1 <- ggplot(dataframe, aes(as.character(location), price))
          + geom_boxplot(fill="grey46", color = "black", notch = TRUE)
          + geom_point(position = "jitter", color="grey17", alpha=0.1)
          + geom_rug (color = "black") + xlab("地区") + ylab("价格（万元）")
>>>p2 <- ggplot(dataframe, aes(as.character(subway), price))
          + geom_boxplot(fill = "grey46", color = "black", notch = TRUE)
          + geom_point(position = "jitter", color = "grey17", alpha = 0.1)
          + geom_rug (color = "black") + xlab("地铁") + ylab("价格（万元）")
>>>p3 <- ggplot(dataframe, aes(as.character(free_tax), price))
          + geom_boxplot (fill = "grey17", color = "black", notch = TRUE)
          + geom_point (position = "jitter", color = "grey17", alpha = 0.1)
          + geom_rug (color = "black") + xlab("营业税") + ylab("价格（万元）")
>>>p4 <- grid.arrange(p1,p2,p3,ncol=3,nrow=1)

#散点图
>>>p5 <- ggplot(dataframe, aes(x=area, y=price, color=as.character(location)))
                + geom_point(size=0.05)
                + labs(x="面积（平方米）", y="价格（万元）",colour = "地区")
                + scale_color_manual(values=c("grey99", "grey79", "grey59","grey39","grey19"))
>>>p6 <- ggplot(dataframe, aes(x=year, y=price, color=as.character(location)))
                + geom_point(size=0.2) + labs(x="建筑年份", y="价格（万元）",colour = "地区")
                + scale_color_manual(values=c("grey99", "grey79", "grey59","grey39","grey19"))
>>>p7 < -grid.arrange(p5,p6,ncol=1,nrow=2)

#频数统计图
>>>p8 <- ggplot(dataframe, aes(x=location)) + geom_bar() + labs(x="地区", y="户数")
>>>p9 <- ggplot(dataframe, aes(x=subway)) + geom_bar(width = 0.25)
                + scale_x_continuous(breaks = seq(0,1))+labs(x="地铁", y="户数")
>>>p10 <- ggplot(dataframe, aes(x=free_tax)) + geom_bar(width = 0.25)
                + scale_x_continuous(breaks = seq(0,1))+labs(x="营业税", y="户数")
>>>p11<-grid.arrange(p8,p9,p10,ncol=3,nrow=1)
```

# 附录 D

随机森林模型测试集单个样本偏差检验结果：

| 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 | 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 | 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 840 | 755.439 | 0.899 | 84.561 | 325 | 329.633 | 1.014 | 4.632 | 370 | 321.213 | 0.868 | 48.787 |
| 265 | 262.060 | 0.989 | 2.940 | 240 | 244.124 | 1.017 | 4.124 | 335 | 348.730 | 1.041 | 13.730 |
| 445 | 421.033 | 0.946 | 23.968 | 428 | 398.850 | 0.932 | 29.150 | 410 | 401.473 | 0.979 | 8.527 |
| 365 | 435.848 | 1.194 | 70.848 | 440 | 435.363 | 0.989 | 4.637 | 215 | 217.690 | 1.013 | 2.690 |
| 380 | 377.411 | 0.993 | 2.589 | 285 | 279.463 | 0.981 | 5.538 | 340 | 427.050 | 1.256 | 87.050 |
| 305 | 354.893 | 1.164 | 49.893 | 1500 | 1193.115 | 0.795 | 306.885 | 800 | 758.142 | 0.948 | 41.858 |
| 535 | 556.075 | 1.039 | 21.075 | 290 | 298.000 | 1.028 | 8.000 | 860 | 905.138 | 1.052 | 45.138 |
| 900 | 909.163 | 1.010 | 9.163 | 360 | 368.735 | 1.024 | 8.735 | 280 | 293.970 | 1.050 | 13.970 |
| 430 | 453.353 | 1.054 | 23.353 | 350 | 359.113 | 1.026 | 9.113 | 718 | 599.535 | 0.835 | 118.465 |
| 370 | 342.548 | 0.926 | 27.452 | 410 | 421.558 | 1.028 | 11.558 | 380 | 367.050 | 0.966 | 12.950 |
| 850 | 876.923 | 1.032 | 26.923 | 570 | 533.903 | 0.937 | 36.098 | 450 | 514.295 | 1.143 | 64.295 |
| 238 | 244.470 | 1.027 | 6.470 | 230 | 244.530 | 1.063 | 14.530 | 1250 | 1270.175 | 1.016 | 20.175 |
| 380 | 327.785 | 0.863 | 52.215 | 490 | 475.288 | 0.970 | 14.713 | 430 | 421.820 | 0.981 | 8.180 |
| 225 | 220.380 | 0.979 | 4.620 | 550 | 501.950 | 0.913 | 48.050 | 3200 | 2873.875 | 0.898 | 326.125 |
| 1320 | 1251.900 | 0.948 | 68.100 | 430 | 438.518 | 1.020 | 8.517 | 465 | 563.010 | 1.211 | 98.010 |
| 780 | 779.038 | 0.999 | 0.962 | 1500 | 1271.525 | 0.848 | 228.475 | 798 | 719.265 | 0.901 | 78.735 |
| 320 | 293.218 | 0.916 | 26.783 | 310 | 294.339 | 0.949 | 15.661 | 285 | 319.438 | 1.121 | 34.438 |
| 190 | 199.938 | 1.052 | 9.938 | 250 | 260.128 | 1.041 | 10.128 | 295 | 305.783 | 1.037 | 10.783 |
| 315 | 325.703 | 1.034 | 10.703 | 288 | 286.668 | 0.995 | 1.332 | 250 | 272.545 | 1.090 | 22.545 |
| 290 | 303.473 | 1.046 | 13.473 | 738 | 762.435 | 1.033 | 24.435 | 730 | 800.750 | 1.097 | 70.750 |
| 890 | 872.875 | 0.981 | 17.125 | 1100 | 1025.348 | 0.932 | 74.652 | 310 | 332.600 | 1.073 | 22.600 |
| 315 | 322.793 | 1.025 | 7.793 | 230 | 219.048 | 0.952 | 10.953 | 390 | 385.373 | 0.988 | 4.628 |
| 310 | 308.900 | 0.996 | 1.100 | 1100 | 1037.145 | 0.943 | 62.855 | 1160 | 1066.760 | 0.920 | 93.240 |
| 180 | 193.415 | 1.075 | 13.415 | 485 | 536.858 | 1.107 | 51.858 | 238 | 265.275 | 1.115 | 27.275 |
| 510 | 557.643 | 1.093 | 47.643 | 1200 | 1149.788 | 0.958 | 50.213 | 320 | 423.295 | 1.323 | 103.295 |
| 620 | 612.828 | 0.988 | 7.173 | 930 | 824.813 | 0.887 | 105.188 | 380 | 360.855 | 0.950 | 19.145 |
| 240 | 270.713 | 1.128 | 30.713 | 460 | 419.183 | 0.911 | 40.818 | 739 | 836.595 | 1.132 | 97.595 |
| 260 | 261.555 | 1.006 | 1.555 | 320 | 337.305 | 1.054 | 17.305 | 410 | 397.578 | 0.970 | 12.423 |
| 245 | 255.223 | 1.042 | 10.223 | 435 | 416.856 | 0.958 | 18.144 | 880 | 895.775 | 1.018 | 15.775 |
| 315 | 284.073 | 0.902 | 30.928 | 1200 | 1203.750 | 1.003 | 3.750 | 920 | 859.653 | 0.934 | 60.348 |
| 485 | 558.988 | 1.153 | 73.988 | 450 | 460.600 | 1.024 | 10.600 | 340 | 355.610 | 1.046 | 15.610 |
| 635 | 634.060 | 0.999 | 0.940 | 250 | 260.675 | 1.043 | 10.675 | 313 | 318.010 | 1.016 | 5.010 |
| 570 | 513.310 | 0.901 | 56.690 | 330 | 306.507 | 0.929 | 23.493 | 350 | 326.965 | 0.934 | 23.035 |
| 220 | 223.760 | 1.017 | 3.760 | 400 | 489.315 | 1.223 | 89.315 | 410 | 414.758 | 1.012 | 4.757 |
| 426 | 419.844 | 0.986 | 6.156 | 410 | 406.948 | 0.993 | 3.053 | 470 | 506.704 | 1.078 | 36.704 |
| 420 | 401.274 | 0.955 | 18.726 | 195 | 201.250 | 1.032 | 6.250 | 1700 | 1546.535 | 0.910 | 153.465 |
| 650 | 641.550 | 0.987 | 8.450 | 198 | 200.748 | 1.014 | 2.748 | 450 | 445.440 | 0.990 | 4.560 |
| 180 | 195.263 | 1.085 | 15.263 | 210 | 206.933 | 0.985 | 3.068 | 390 | 354.531 | 0.909 | 35.469 |
| 285 | 307.533 | 1.079 | 22.533 | 330 | 358.075 | 1.085 | 28.075 | 480 | 489.818 | 1.020 | 9.818 |
| 880 | 756.438 | 0.860 | 123.563 | 300 | 290.978 | 0.970 | 9.022 | 400 | 388.338 | 0.971 | 11.663 |
| 330 | 348.217 | 1.055 | 18.217 | 190 | 197.105 | 1.037 | 7.105 | 285 | 287.181 | 1.008 | 2.181 |
| 435 | 447.015 | 1.028 | 12.015 | 340 | 310.708 | 0.914 | 29.293 | 388 | 389.720 | 1.004 | 1.720 |
| 550 | 525.708 | 0.956 | 24.293 | 375 | 350.600 | 0.935 | 24.400 | 238 | 244.142 | 1.026 | 6.142 |
| 800 | 931.790 | 1.165 | 131.790 | 275 | 295.068 | 1.073 | 20.068 | 2600 | 2669.225 | 1.027 | 69.225 |
| 930 | 971.025 | 1.044 | 41.025 | 235 | 253.436 | 1.078 | 18.436 | 140 | 211.173 | 1.508 | 71.173 |
| 285 | 288.528 | 1.012 | 3.527 | 290 | 285.315 | 0.984 | 4.685 | 440 | 490.525 | 1.115 | 50.525 |
| 340 | 341.422 | 1.004 | 1.422 | 310 | 338.935 | 1.093 | 28.935 | 500 | 492.430 | 0.985 | 7.570 |
| 550 | 499.363 | 0.908 | 50.638 | 200 | 215.098 | 1.075 | 15.098 | 640 | 603.700 | 0.943 | 36.300 |
| 290 | 290.035 | 1.000 | 0.035 | 705 | 907.878 | 1.288 | 202.878 | 238 | 275.115 | 1.156 | 37.115 |
| 217 | 227.425 | 1.048 | 10.425 | 375 | 348.338 | 0.929 | 26.663 | 168 | 207.343 | 1.234 | 39.343 |
| 260 | 251.625 | 0.968 | 8.375 | 260 | 257.502 | 0.990 | 2.498 | 235 | 239.953 | 1.021 | 4.952 |
| 495 | 466.805 | 0.943 | 28.195 | 275 | 277.262 | 1.008 | 2.262 | 380 | 327.125 | 0.861 | 52.875 |
| 480 | 541.278 | 1.128 | 61.278 | 365 | 383.453 | 1.051 | 18.453 | 435 | 400.138 | 0.920 | 34.863 |
| 386 | 435.105 | 1.127 | 49.105 | 210 | 251.702 | 1.199 | 41.702 | 560 | 598.688 | 1.069 | 38.688 |
| 700 | 776.325 | 1.109 | 76.325 | 340 | 346.648 | 1.020 | 6.647 | 380 | 357.513 | 0.941 | 22.488 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 540 | 502.288 | 0.930 | 37.713 | 350 | 407.155 | 1.163 | 57.155 | 415 | 424.750 | 1.023 | 9.750 |
| 300 | 294.008 | 0.980 | 5.992 | 290 | 312.063 | 1.076 | 22.063 | 200 | 194.005 | 0.970 | 5.995 |
| 530 | 681.648 | 1.286 | 151.648 | 700 | 736.980 | 1.053 | 36.980 | 330 | 306.278 | 0.928 | 23.723 |
| 585 | 567.370 | 0.970 | 17.630 | 400 | 399.338 | 0.998 | 0.663 | 650 | 668.118 | 1.028 | 18.117 |
| 225 | 268.048 | 1.191 | 43.048 | 250 | 243.790 | 0.975 | 6.210 | 208 | 218.755 | 1.052 | 10.755 |
| 810 | 807.408 | 0.997 | 2.592 | 480 | 479.077 | 0.998 | 0.923 | 235 | 232.178 | 0.988 | 2.822 |
| 930 | 891.563 | 0.959 | 38.438 | 690 | 686.838 | 0.995 | 3.163 | 1900 | 1813.865 | 0.955 | 86.135 |
| 480 | 513.405 | 1.070 | 33.405 | 360 | 344.087 | 0.956 | 15.913 | 380 | 364.657 | 0.960 | 15.343 |
| 595 | 675.038 | 1.135 | 80.038 | 845 | 839.020 | 0.993 | 5.980 | 311 | 318.058 | 1.023 | 7.058 |
| 750 | 753.435 | 1.005 | 3.435 | 380 | 438.268 | 1.153 | 58.268 | 340 | 343.425 | 1.010 | 3.425 |
| 500 | 500.860 | 1.002 | 0.860 | 370 | 388.913 | 1.051 | 18.913 | 285 | 282.193 | 0.990 | 2.808 |
| 288 | 298.252 | 1.036 | 10.252 | 518 | 501.423 | 0.968 | 16.578 | 360 | 351.358 | 0.976 | 8.642 |
| 500 | 483.423 | 0.967 | 16.578 | 720 | 740.305 | 1.028 | 20.305 | 605 | 596.945 | 0.987 | 8.055 |
| 338 | 333.638 | 0.987 | 4.363 | 253 | 276.638 | 1.093 | 23.638 | 245 | 226.290 | 0.924 | 18.710 |
| 195 | 202.308 | 1.037 | 7.308 | 1050 | 901.715 | 0.859 | 148.285 | 310 | 312.136 | 1.007 | 2.136 |
| 1085 | 1147.508 | 1.058 | 62.507 | 360 | 353.218 | 0.981 | 6.783 | 360 | 348.863 | 0.969 | 11.138 |
| 540 | 459.762 | 0.851 | 80.238 | 270 | 275.855 | 1.022 | 5.855 | 478 | 483.310 | 1.011 | 5.310 |
| 585 | 580.870 | 0.993 | 4.130 | 330 | 350.998 | 1.064 | 20.998 | 580 | 600.915 | 1.036 | 20.915 |
| 560 | 563.213 | 1.006 | 3.212 | 825 | 795.378 | 0.964 | 29.622 | 365 | 357.683 | 0.980 | 7.318 |
| 500 | 485.533 | 0.971 | 14.468 | 478 | 441.745 | 0.924 | 36.255 | 228 | 206.100 | 0.904 | 21.900 |
| 320 | 304.019 | 0.950 | 15.981 | 880 | 930.658 | 1.058 | 50.658 | 520 | 422.234 | 0.812 | 97.766 |
| 370 | 368.563 | 0.996 | 1.438 | 280 | 299.755 | 1.071 | 19.755 | 410 | 348.038 | 0.849 | 61.963 |
| 530 | 456.038 | 0.860 | 73.963 | 200 | 214.553 | 1.073 | 14.553 | 830 | 968.313 | 1.167 | 138.313 |
| 960 | 957.070 | 0.997 | 2.930 | 620 | 559.938 | 0.903 | 60.063 | 340 | 357.878 | 1.053 | 17.878 |
| 1100 | 1322.465 | 1.202 | 222.465 | 405 | 452.028 | 1.116 | 47.028 | 190 | 178.250 | 0.938 | 11.750 |
| 580 | 588.665 | 1.015 | 8.665 | 270 | 257.605 | 0.954 | 12.395 | 505 | 523.180 | 1.036 | 18.180 |
| 300 | 285.470 | 0.952 | 14.530 | 300 | 300.556 | 1.002 | 0.556 | 720 | 600.975 | 0.835 | 119.025 |
| 550 | 547.890 | 0.996 | 2.110 | 435 | 454.588 | 1.045 | 19.588 | 310 | 345.698 | 1.115 | 35.698 |
| 315 | 340.278 | 1.080 | 25.278 | 365 | 355.838 | 0.975 | 9.163 | 800 | 770.001 | 0.963 | 29.999 |
| 425 | 384.533 | 0.905 | 40.468 | 400 | 391.813 | 0.980 | 8.188 | 610 | 650.590 | 1.067 | 40.590 |
| 275 | 320.565 | 1.166 | 45.565 | 255 | 286.085 | 1.122 | 31.085 | 327 | 298.680 | 0.913 | 28.320 |
| 235 | 241.603 | 1.028 | 6.603 | 180 | 212.778 | 1.182 | 32.778 | 325 | 332.663 | 1.024 | 7.663 |
| 305 | 286.688 | 0.940 | 18.313 | 295 | 300.067 | 1.017 | 5.067 | 280 | 334.570 | 1.195 | 54.570 |
| 345 | 345.503 | 1.001 | 0.502 | 230 | 208.830 | 0.908 | 21.170 | 230 | 252.190 | 1.096 | 22.190 |
| 800 | 667.003 | 0.834 | 132.998 | 998 | 962.615 | 0.965 | 35.385 | 700 | 573.546 | 0.819 | 126.454 |
| 245 | 253.878 | 1.036 | 8.878 | 440 | 427.528 | 0.972 | 12.473 | 335 | 344.875 | 1.029 | 9.875 |
| 800 | 780.630 | 0.976 | 19.370 | 350 | 362.781 | 1.037 | 12.781 | 298 | 332.950 | 1.117 | 34.950 |
| 500 | 493.433 | 0.987 | 6.568 | 228 | 228.178 | 1.001 | 0.178 | 400 | 404.410 | 1.011 | 4.410 |
| 132 | 174.445 | 1.322 | 42.445 | 198 | 227.533 | 1.149 | 29.533 | 135 | 227.193 | 1.683 | 92.193 |
| 230 | 276.448 | 1.202 | 46.448 | 350 | 355.028 | 1.014 | 5.027 | 470 | 469.538 | 0.999 | 0.462 |
| 390 | 380.198 | 0.975 | 9.803 | 470 | 512.535 | 1.091 | 42.535 | 225 | 257.320 | 1.144 | 32.320 |
| 175 | 175.595 | 1.003 | 0.595 | 410 | 401.800 | 0.980 | 8.200 | 480 | 474.208 | 0.988 | 5.793 |
| 400 | 386.191 | 0.965 | 13.809 | 480 | 438.080 | 0.913 | 41.920 | 776 | 675.740 | 0.871 | 100.260 |
| 355 | 367.455 | 1.035 | 12.455 | 430 | 439.925 | 1.023 | 9.925 | 340 | 364.635 | 1.072 | 24.635 |
| 233 | 229.265 | 0.984 | 3.735 | 2500 | 2236.550 | 0.895 | 263.450 | 295 | 297.893 | 1.010 | 2.892 |
| 238 | 268.248 | 1.127 | 30.248 | 335 | 357.648 | 1.068 | 22.648 | 220 | 223.798 | 1.017 | 3.798 |
| 255 | 245.633 | 0.963 | 9.368 | 434 | 427.438 | 0.985 | 6.563 | 410 | 369.730 | 0.902 | 40.270 |
| 295 | 346.408 | 1.174 | 51.408 | 705 | 644.563 | 0.914 | 60.438 | 441 | 426.255 | 0.967 | 14.745 |
| 720 | 882.625 | 1.226 | 162.625 | 380 | 379.962 | 1.000 | 0.038 | 465 | 484.050 | 1.041 | 19.050 |
| 435 | 451.188 | 1.037 | 16.188 | 460 | 439.636 | 0.956 | 20.364 | 660 | 639.500 | 0.969 | 20.500 |
| 400 | 413.713 | 1.034 | 13.713 | 222 | 261.825 | 1.179 | 39.825 | 409 | 348.777 | 0.853 | 60.223 |
| 135 | 141.748 | 1.050 | 6.748 | 189 | 189.995 | 1.005 | 0.995 | 410 | 375.533 | 0.916 | 34.468 |
| 240 | 227.843 | 0.949 | 12.158 | 260 | 256.160 | 0.985 | 3.840 | 800 | 824.875 | 1.031 | 24.875 |
| 385 | 479.388 | 1.245 | 94.388 | 330 | 367.273 | 1.113 | 37.273 | 315 | 336.745 | 1.069 | 21.745 |
| 375 | 397.525 | 1.060 | 22.525 | 730 | 652.865 | 0.894 | 77.135 | 560 | 520.413 | 0.929 | 39.588 |
| 305 | 275.595 | 0.904 | 29.405 | 235 | 245.605 | 1.045 | 10.605 | 1100 | 964.503 | 0.877 | 135.498 |
| 415 | 372.440 | 0.897 | 42.560 | 1580 | 1408.748 | 0.892 | 171.253 | 230 | 231.350 | 1.006 | 1.350 |
| 325 | 310.676 | 0.956 | 14.324 | 390 | 388.300 | 0.996 | 1.700 | 335 | 329.485 | 0.984 | 5.515 |
| 140 | 156.660 | 1.119 | 16.660 | 320 | 349.205 | 1.091 | 29.205 | 330 | 353.540 | 1.071 | 23.540 |
| 215 | 301.708 | 1.403 | 86.708 | 285 | 320.873 | 1.126 | 35.873 | 368 | 373.743 | 1.016 | 5.743 |
| 750 | 804.693 | 1.073 | 54.693 | 300 | 296.935 | 0.990 | 3.065 | 3100 | 3005.490 | 0.970 | 94.510 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 295 | 282.590 | 0.958 | 12.410 | 500 | 498.555 | 0.997 | 1.445 | 660 | 582.743 | 0.883 | 77.258 |
| 600 | 603.265 | 1.005 | 3.265 | 480 | 457.893 | 0.954 | 22.108 | 420 | 448.575 | 1.068 | 28.575 |
| 1600 | 1566.325 | 0.979 | 33.675 | 620 | 671.920 | 1.084 | 51.920 | 460 | 438.348 | 0.953 | 21.653 |
| 550 | 516.393 | 0.939 | 33.608 | 250 | 228.743 | 0.915 | 21.258 | 260 | 261.045 | 1.004 | 1.045 |
| 400 | 368.538 | 0.921 | 31.463 | 390 | 427.238 | 1.095 | 37.238 | 990 | 978.575 | 0.988 | 11.425 |
| 200 | 270.518 | 1.353 | 70.518 | 745 | 693.858 | 0.931 | 51.143 | 208 | 197.005 | 0.947 | 10.995 |
| 305 | 355.050 | 1.164 | 50.050 | 425 | 404.038 | 0.951 | 20.963 | 660 | 677.875 | 1.027 | 17.875 |
| 203 | 222.393 | 1.096 | 19.393 | 315 | 375.705 | 1.193 | 60.705 | 500 | 477.888 | 0.956 | 22.113 |
| 335 | 330.630 | 0.987 | 4.370 | 450 | 402.288 | 0.894 | 47.713 | 700 | 726.838 | 1.038 | 26.838 |
| 245 | 235.758 | 0.962 | 9.243 | 220 | 230.850 | 1.049 | 10.850 | 1180 | 1224.978 | 1.038 | 44.978 |
| 650 | 636.850 | 0.980 | 13.150 | 200 | 199.815 | 0.999 | 0.185 | 230 | 231.708 | 1.007 | 1.708 |
| 780 | 709.363 | 0.909 | 70.638 | 340 | 312.778 | 0.920 | 27.222 | 230 | 235.080 | 1.022 | 5.080 |
| 485 | 478.845 | 0.987 | 6.155 | 580 | 592.438 | 1.021 | 12.438 | 215 | 302.508 | 1.407 | 87.508 |
| 1350 | 1226.063 | 0.908 | 123.938 | 1030 | 1025.053 | 0.995 | 4.947 | 1120 | 1057.750 | 0.944 | 62.250 |
| 230 | 251.818 | 1.095 | 21.818 | 700 | 624.888 | 0.893 | 75.113 | 740 | 768.223 | 1.038 | 28.223 |
| 720 | 758.965 | 1.054 | 38.965 | 390 | 389.290 | 0.998 | 0.710 | 430 | 420.400 | 0.978 | 9.600 |
| 1400 | 1326.225 | 0.947 | 73.775 | 630 | 550.268 | 0.873 | 79.733 | 265 | 282.273 | 1.065 | 17.273 |
| 240 | 238.533 | 0.994 | 1.468 | 465 | 457.945 | 0.985 | 7.055 | 400 | 378.894 | 0.947 | 21.106 |
| 800 | 960.230 | 1.200 | 160.230 | 265 | 306.984 | 1.158 | 41.984 | 550 | 619.450 | 1.126 | 69.450 |
| 950 | 824.168 | 0.868 | 125.833 | 530 | 506.195 | 0.955 | 23.805 | 320 | 321.048 | 1.003 | 1.048 |
| 380 | 366.838 | 0.965 | 13.163 | 600 | 668.548 | 1.114 | 68.548 | 345 | 323.453 | 0.938 | 21.548 |
| 213 | 208.418 | 0.978 | 4.583 | 210 | 249.640 | 1.189 | 39.640 | 310 | 276.768 | 0.893 | 33.233 |
| 365 | 397.313 | 1.089 | 32.313 | 380 | 379.989 | 1.000 | 0.011 | 285 | 273.200 | 0.959 | 11.800 |
| 880 | 709.808 | 0.807 | 170.193 | 1100 | 877.338 | 0.798 | 222.663 | 950 | 1000.800 | 1.053 | 50.800 |
| 4500 | 3858.715 | 0.857 | 641.285 | 780 | 904.050 | 1.159 | 124.050 | 420 | 355.463 | 0.846 | 64.538 |
| 330 | 339.840 | 1.030 | 9.840 | 860 | 754.158 | 0.877 | 105.843 | 870 | 928.380 | 1.067 | 58.380 |
| 370 | 374.940 | 1.013 | 4.940 | 230 | 231.628 | 1.007 | 1.628 | 235 | 232.323 | 0.989 | 2.678 |
| 290 | 329.203 | 1.135 | 39.203 | 253 | 234.343 | 0.926 | 18.658 | 300 | 304.450 | 1.015 | 4.450 |
| 460 | 521.835 | 1.134 | 61.835 | 240 | 284.235 | 1.184 | 44.235 | 800 | 729.380 | 0.912 | 70.620 |
| 1800 | 1847.060 | 1.026 | 47.060 | 498 | 444.118 | 0.892 | 53.883 | 330 | 412.545 | 1.250 | 82.545 |
| 336 | 351.413 | 1.046 | 15.413 | 290 | 271.213 | 0.935 | 18.788 | 1100 | 986.775 | 0.897 | 113.225 |
| 498 | 549.120 | 1.103 | 51.120 | 540 | 466.535 | 0.864 | 73.465 | 345 | 351.808 | 1.020 | 6.808 |
| 1400 | 1199.100 | 0.857 | 200.900 | 310 | 286.168 | 0.923 | 23.833 | 670 | 610.413 | 0.911 | 59.588 |
| 300 | 289.498 | 0.965 | 10.503 | 750 | 796.918 | 1.063 | 46.918 | 650 | 651.155 | 1.002 | 1.155 |
| 320 | 284.025 | 0.888 | 35.975 | 1030 | 937.153 | 0.910 | 92.848 | 640 | 566.315 | 0.885 | 73.685 |
| 240 | 247.358 | 1.031 | 7.357 | 850 | 886.553 | 1.043 | 36.553 | 270 | 407.538 | 1.509 | 137.538 |
| 230 | 239.405 | 1.041 | 9.405 | 345 | 358.650 | 1.040 | 13.650 | 345 | 335.470 | 0.972 | 9.530 |
| 269 | 275.410 | 1.024 | 6.410 | 345 | 364.188 | 1.056 | 19.188 | 360 | 375.438 | 1.043 | 15.438 |
| 980 | 979.443 | 0.999 | 0.558 | 230 | 236.048 | 1.026 | 6.048 | 1050 | 979.660 | 0.933 | 70.340 |
| 394 | 510.228 | 1.295 | 116.228 | 325 | 335.745 | 1.033 | 10.745 | 285 | 304.068 | 1.067 | 19.068 |
| 460 | 428.675 | 0.932 | 31.325 | 330 | 329.945 | 1.000 | 0.055 | 364 | 357.508 | 0.982 | 6.493 |
| 222 | 240.725 | 1.084 | 18.725 | 340 | 325.875 | 0.958 | 14.125 | 230 | 242.719 | 1.055 | 12.719 |
| 370 | 357.866 | 0.967 | 12.134 | 390 | 401.555 | 1.030 | 11.555 | 518 | 480.363 | 0.927 | 37.638 |
| 390 | 404.738 | 1.038 | 14.738 | 550 | 579.563 | 1.054 | 29.563 | 1230 | 1186.545 | 0.965 | 43.455 |
| 800 | 937.685 | 1.172 | 137.685 | 460 | 425.898 | 0.926 | 34.103 | 525 | 539.893 | 1.028 | 14.893 |

线性回归模型测试集单个样本偏差检验结果：

| 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 | 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 | 实际值 | 预测结果 | 匹配度 | 绝对误差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 840 | 446.891 | 0.532 | 393.109 | 325 | 527.539 | 1.623 | 202.539 | 370 | 233.533 | 0.631 | 136.467 |
| 265 | 222.315 | 0.839 | 42.685 | 240 | 326.076 | 1.359 | 86.076 | 335 | 375.466 | 1.121 | 40.466 |
| 445 | 513.860 | 1.155 | 68.860 | 428 | 318.418 | 0.744 | 109.582 | 410 | 352.204 | 0.859 | 57.796 |
| 365 | 563.868 | 1.545 | 198.868 | 440 | 441.229 | 1.003 | 1.229 | 215 | 180.924 | 0.842 | 34.076 |
| 380 | 346.606 | 0.912 | 33.394 | 285 | 272.988 | 0.958 | 12.012 | 340 | 817.095 | 2.403 | 477.095 |
| 305 | 465.967 | 1.528 | 160.967 | 1500 | 757.695 | 0.505 | 742.305 | 800 | 557.983 | 0.697 | 242.017 |
| 535 | 603.624 | 1.128 | 68.624 | 290 | 241.249 | 0.832 | 48.751 | 860 | 1082.214 | 1.258 | 222.214 |
| 900 | 1046.449 | 1.163 | 146.449 | 360 | 304.752 | 0.847 | 55.248 | 280 | 301.882 | 1.078 | 21.882 |
| 430 | 431.616 | 1.004 | 1.616 | 350 | 383.611 | 1.096 | 33.611 | 718 | 816.911 | 1.138 | 98.911 |
| 370 | 295.252 | 0.798 | 74.748 | 410 | 593.326 | 1.447 | 183.326 | 380 | 327.299 | 0.861 | 52.701 |
| 850 | 973.265 | 1.145 | 123.265 | 570 | 474.967 | 0.833 | 95.033 | 450 | 591.081 | 1.314 | 141.081 |
| 238 | 235.360 | 0.989 | 2.640 | 230 | 236.777 | 1.029 | 6.777 | 1250 | 1132.670 | 0.906 | 117.330 |
| 380 | 308.995 | 0.813 | 71.005 | 490 | 426.671 | 0.871 | 63.329 | 430 | 404.882 | 0.942 | 25.118 |
| 225 | 151.074 | 0.671 | 73.926 | 550 | 609.688 | 1.109 | 59.688 | 3200 | 1841.858 | 0.576 | 1358.142 |
| 1320 | 1260.599 | 0.955 | 59.401 | 430 | 446.358 | 1.038 | 16.358 | 465 | 578.957 | 1.245 | 113.957 |
| 780 | 691.789 | 0.887 | 88.211 | 1500 | 805.581 | 0.537 | 694.419 | 798 | 623.503 | 0.781 | 174.497 |
| 320 | 186.198 | 0.582 | 133.802 | 310 | 190.536 | 0.615 | 119.464 | 285 | 322.127 | 1.130 | 37.127 |
| 190 | 112.657 | 0.593 | 77.343 | 250 | 227.529 | 0.910 | 22.471 | 295 | 264.742 | 0.897 | 30.258 |
| 315 | 287.842 | 0.914 | 27.158 | 288 | 332.078 | 1.153 | 44.078 | 250 | 236.131 | 0.945 | 13.869 |
| 290 | 577.106 | 1.990 | 287.106 | 738 | 758.977 | 1.028 | 20.977 | 730 | 853.624 | 1.169 | 123.624 |
| 890 | 752.780 | 0.846 | 137.220 | 1100 | 858.368 | 0.780 | 241.632 | 310 | 369.303 | 1.191 | 59.303 |
| 315 | 361.702 | 1.148 | 46.702 | 230 | 113.398 | 0.493 | 116.602 | 390 | 420.806 | 1.079 | 30.806 |
| 310 | 282.777 | 0.912 | 27.223 | 1100 | 1253.167 | 1.139 | 153.167 | 1160 | 872.628 | 0.752 | 287.372 |
| 180 | 226.136 | 1.256 | 46.136 | 485 | 662.265 | 1.365 | 177.265 | 238 | 247.755 | 1.041 | 9.755 |
| 510 | 414.214 | 0.812 | 95.786 | 1200 | 947.351 | 0.789 | 252.649 | 320 | 585.495 | 1.830 | 265.495 |
| 620 | 537.964 | 0.868 | 82.036 | 930 | 831.510 | 0.894 | 98.490 | 380 | 404.390 | 1.064 | 24.390 |
| 240 | 292.289 | 1.218 | 52.289 | 460 | 434.508 | 0.945 | 25.492 | 739 | 947.409 | 1.282 | 208.409 |
| 260 | 355.452 | 1.367 | 95.452 | 320 | 320.084 | 1.000 | 0.084 | 410 | 446.131 | 1.088 | 36.131 |
| 245 | 213.600 | 0.872 | 31.400 | 435 | 449.610 | 1.034 | 14.610 | 880 | 866.163 | 0.984 | 13.837 |
| 315 | 183.583 | 0.583 | 131.417 | 1200 | 1011.463 | 0.843 | 188.537 | 920 | 796.778 | 0.866 | 123.222 |
| 485 | 646.959 | 1.334 | 161.959 | 450 | 489.444 | 1.088 | 39.444 | 340 | 351.504 | 1.034 | 11.504 |
| 635 | 540.059 | 0.850 | 94.941 | 250 | 217.585 | 0.870 | 32.415 | 313 | 317.557 | 1.015 | 4.557 |
| 570 | 311.555 | 0.547 | 258.445 | 330 | 380.165 | 1.152 | 50.165 | 350 | 177.861 | 0.508 | 172.139 |
| 220 | 125.787 | 0.572 | 94.213 | 400 | 610.994 | 1.527 | 210.994 | 410 | 502.171 | 1.225 | 92.171 |
| 426 | 569.174 | 1.336 | 143.174 | 410 | 360.112 | 0.878 | 49.888 | 470 | 703.372 | 1.497 | 233.372 |
| 420 | 379.194 | 0.903 | 40.806 | 195 | 166.380 | 0.853 | 28.620 | 1700 | 951.061 | 0.559 | 748.939 |
| 650 | 863.118 | 1.328 | 213.118 | 198 | 237.517 | 1.200 | 39.517 | 450 | 498.912 | 1.109 | 48.912 |
| 180 | 231.870 | 1.288 | 51.870 | 210 | 65.470 | 0.312 | 144.530 | 390 | 297.115 | 0.762 | 92.885 |
| 285 | 273.184 | 0.959 | 11.816 | 330 | 507.223 | 1.537 | 177.223 | 480 | 691.800 | 1.441 | 211.800 |
| 880 | 594.021 | 0.675 | 285.979 | 300 | 388.694 | 1.296 | 88.694 | 400 | 474.682 | 1.187 | 74.682 |
| 330 | 340.531 | 1.032 | 10.531 | 190 | 126.780 | 0.667 | 63.220 | 285 | 245.268 | 0.861 | 39.732 |
| 435 | 519.987 | 1.195 | 84.987 | 340 | 265.383 | 0.781 | 74.617 | 388 | 372.116 | 0.959 | 15.884 |
| 550 | 473.982 | 0.862 | 76.018 | 375 | 237.503 | 0.633 | 137.497 | 238 | 229.196 | 0.963 | 8.804 |
| 800 | 759.001 | 0.949 | 40.999 | 275 | 292.687 | 1.064 | 17.687 | 2600 | 2490.705 | 0.958 | 109.295 |
| 930 | 935.885 | 1.006 | 5.885 | 235 | 269.128 | 1.145 | 34.128 | 140 | 164.457 | 1.175 | 24.457 |
| 285 | 354.959 | 1.245 | 69.959 | 290 | 245.054 | 0.845 | 44.946 | 440 | 646.805 | 1.470 | 206.805 |
| 340 | 354.715 | 1.043 | 14.715 | 310 | 470.301 | 1.517 | 160.301 | 500 | 553.792 | 1.108 | 53.792 |
| 550 | 464.864 | 0.845 | 85.136 | 200 | 140.221 | 0.701 | 59.779 | 640 | 636.718 | 0.995 | 3.282 |
| 290 | 262.308 | 0.905 | 27.692 | 705 | 1076.449 | 1.527 | 371.449 | 238 | 385.884 | 1.621 | 147.884 |
| 217 | 310.243 | 1.430 | 93.243 | 375 | 323.225 | 0.862 | 51.775 | 168 | 215.723 | 1.284 | 47.723 |
| 260 | 199.928 | 0.769 | 60.072 | 260 | 331.799 | 1.276 | 71.799 | 235 | 193.029 | 0.821 | 41.971 |
| 495 | 538.659 | 1.088 | 43.659 | 275 | 191.776 | 0.697 | 83.224 | 380 | 213.389 | 0.562 | 166.611 |
| 480 | 566.496 | 1.180 | 86.496 | 365 | 425.728 | 1.166 | 60.728 | 435 | 405.239 | 0.932 | 29.761 |
| 386 | 358.012 | 0.927 | 27.988 | 210 | 447.158 | 2.129 | 237.158 | 560 | 670.174 | 1.197 | 110.174 |
| 700 | 732.392 | 1.046 | 32.392 | 340 | 367.338 | 1.080 | 27.338 | 380 | 317.556 | 0.836 | 62.444 |
| 540 | 335.843 | 0.622 | 204.157 | 350 | 537.407 | 1.535 | 187.407 | 415 | 512.441 | 1.235 | 97.441 |
| 300 | 344.618 | 1.149 | 44.618 | 290 | 430.709 | 1.485 | 140.709 | 200 | 73.550 | 0.368 | 126.450 |
| 530 | 453.030 | 0.855 | 76.970 | 700 | 704.042 | 1.006 | 4.042 | 330 | 301.557 | 0.914 | 28.443 |
| 585 | 600.408 | 1.026 | 15.408 | 400 | 390.694 | 0.977 | 9.306 | 650 | 655.752 | 1.009 | 5.752 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 225 | 265.104 | 1.178 | 40.104 | 250 | 199.809 | 0.799 | 50.191 | 208 | 195.102 | 0.938 | 12.898 |
| 810 | 683.959 | 0.844 | 126.041 | 480 | 448.250 | 0.934 | 31.750 | 235 | 297.134 | 1.264 | 62.134 |
| 930 | 699.145 | 0.752 | 230.855 | 690 | 652.831 | 0.946 | 37.169 | 1900 | 1328.976 | 0.699 | 571.024 |
| 480 | 465.438 | 0.970 | 14.562 | 360 | 340.943 | 0.947 | 19.057 | 380 | 361.027 | 0.950 | 18.973 |
| 595 | 587.358 | 0.987 | 7.642 | 845 | 731.678 | 0.866 | 113.322 | 311 | 187.651 | 0.603 | 123.349 |
| 750 | 736.269 | 0.982 | 13.731 | 380 | 564.270 | 1.485 | 184.270 | 340 | 316.873 | 0.932 | 23.127 |
| 500 | 611.456 | 1.223 | 111.456 | 370 | 484.835 | 1.310 | 114.835 | 285 | 376.166 | 1.320 | 91.166 |
| 288 | 311.982 | 1.083 | 23.982 | 518 | 490.108 | 0.946 | 27.892 | 360 | 425.441 | 1.182 | 65.441 |
| 500 | 462.316 | 0.925 | 37.684 | 720 | 718.132 | 0.997 | 1.868 | 605 | 647.370 | 1.070 | 42.370 |
| 338 | 487.467 | 1.442 | 149.467 | 253 | 280.107 | 1.107 | 27.107 | 245 | 221.703 | 0.905 | 23.297 |
| 195 | 152.742 | 0.783 | 42.258 | 1050 | 715.437 | 0.681 | 334.563 | 310 | 344.564 | 1.111 | 34.564 |
| 1085 | 1158.823 | 1.068 | 73.823 | 360 | 366.617 | 1.018 | 6.617 | 360 | 366.131 | 1.017 | 6.131 |
| 540 | 536.545 | 0.994 | 3.455 | 270 | 252.761 | 0.936 | 17.239 | 478 | 474.183 | 0.992 | 3.817 |
| 585 | 612.763 | 1.047 | 27.763 | 330 | 501.647 | 1.520 | 171.647 | 580 | 640.376 | 1.104 | 60.376 |
| 560 | 644.400 | 1.151 | 84.400 | 825 | 676.744 | 0.820 | 148.256 | 365 | 310.805 | 0.852 | 54.195 |
| 500 | 522.125 | 1.044 | 22.125 | 478 | 357.695 | 0.748 | 120.305 | 228 | 6.566 | 0.029 | 221.434 |
| 320 | 295.157 | 0.922 | 24.843 | 880 | 855.738 | 0.972 | 24.262 | 520 | 385.716 | 0.742 | 134.284 |
| 370 | 383.350 | 1.036 | 13.350 | 280 | 374.894 | 1.339 | 94.894 | 410 | 165.526 | 0.404 | 244.474 |
| 530 | 396.446 | 0.748 | 133.554 | 200 | 196.205 | 0.981 | 3.795 | 830 | 1050.036 | 1.265 | 220.036 |
| 960 | 970.444 | 1.011 | 10.444 | 620 | 446.981 | 0.721 | 173.019 | 340 | 314.914 | 0.926 | 25.086 |
| 1100 | 2079.740 | 1.891 | 979.740 | 405 | 481.006 | 1.188 | 76.006 | 190 | 32.366 | 0.170 | 157.634 |
| 580 | 717.378 | 1.237 | 137.378 | 270 | 254.471 | 0.942 | 15.529 | 505 | 771.084 | 1.527 | 266.084 |
| 300 | 213.866 | 0.713 | 86.134 | 300 | 225.372 | 0.751 | 74.628 | 720 | 487.250 | 0.677 | 232.750 |
| 550 | 505.465 | 0.919 | 44.535 | 435 | 458.279 | 1.054 | 23.279 | 310 | 357.886 | 1.154 | 47.886 |
| 315 | 421.429 | 1.338 | 106.429 | 365 | 305.291 | 0.836 | 59.709 | 800 | 446.695 | 0.558 | 353.305 |
| 425 | 500.408 | 1.177 | 75.408 | 400 | 456.824 | 1.142 | 56.824 | 610 | 729.888 | 1.197 | 119.888 |
| 275 | 311.507 | 1.133 | 36.507 | 255 | 164.426 | 0.645 | 90.574 | 327 | 362.926 | 1.110 | 35.926 |
| 235 | 186.670 | 0.794 | 48.330 | 180 | 316.105 | 1.756 | 136.105 | 325 | 440.552 | 1.356 | 115.552 |
| 305 | 247.982 | 0.813 | 57.018 | 295 | 292.817 | 0.993 | 2.183 | 280 | 511.189 | 1.826 | 231.189 |
| 345 | 404.199 | 1.172 | 59.199 | 230 | 199.397 | 0.867 | 30.603 | 230 | 203.573 | 0.885 | 26.427 |
| 800 | 569.197 | 0.711 | 230.803 | 998 | 978.133 | 0.980 | 19.867 | 700 | 458.859 | 0.656 | 241.141 |
| 245 | 360.522 | 1.472 | 115.522 | 440 | 508.298 | 1.155 | 68.298 | 335 | 408.028 | 1.218 | 73.028 |
| 800 | 787.808 | 0.985 | 12.192 | 350 | 347.075 | 0.992 | 2.925 | 298 | 406.005 | 1.362 | 108.005 |
| 500 | 544.329 | 1.089 | 44.329 | 228 | 268.987 | 1.180 | 40.987 | 400 | 340.555 | 0.851 | 59.445 |
| 132 | 127.577 | 0.966 | 4.423 | 198 | 288.073 | 1.455 | 90.073 | 135 | 187.729 | 1.391 | 52.729 |
| 230 | 330.765 | 1.438 | 100.765 | 350 | 414.708 | 1.185 | 64.708 | 470 | 415.640 | 0.884 | 54.360 |
| 390 | 351.164 | 0.900 | 38.836 | 470 | 504.325 | 1.073 | 34.325 | 225 | 412.167 | 1.832 | 187.167 |
| 175 | 77.403 | 0.442 | 97.597 | 410 | 436.976 | 1.066 | 26.976 | 480 | 344.844 | 0.718 | 135.156 |
| 400 | 473.086 | 1.183 | 73.086 | 480 | 468.871 | 0.977 | 11.129 | 776 | 607.645 | 0.783 | 168.355 |
| 355 | 413.955 | 1.166 | 58.955 | 430 | 426.088 | 0.991 | 3.912 | 340 | 459.360 | 1.351 | 119.360 |
| 233 | 170.503 | 0.732 | 62.497 | 2500 | 1813.488 | 0.725 | 686.512 | 295 | 377.014 | 1.278 | 82.014 |
| 238 | 380.114 | 1.597 | 142.114 | 335 | 409.572 | 1.223 | 74.572 | 220 | 240.318 | 1.092 | 20.318 |
| 255 | 210.365 | 0.825 | 44.635 | 434 | 505.139 | 1.164 | 71.139 | 410 | 285.337 | 0.696 | 124.663 |
| 295 | 284.328 | 0.964 | 10.672 | 705 | 556.404 | 0.789 | 148.596 | 441 | 490.070 | 1.111 | 49.070 |
| 720 | 1469.751 | 2.041 | 749.751 | 380 | 329.768 | 0.868 | 50.232 | 465 | 452.407 | 0.973 | 12.593 |
| 435 | 659.570 | 1.516 | 224.570 | 460 | 417.416 | 0.907 | 42.584 | 660 | 645.018 | 0.977 | 14.982 |
| 400 | 477.871 | 1.195 | 77.871 | 222 | 305.064 | 1.374 | 83.064 | 409 | 396.968 | 0.971 | 12.032 |
| 135 | -52.775 | -0.391 | 187.775 | 189 | 159.113 | 0.842 | 29.887 | 410 | 430.287 | 1.049 | 20.287 |
| 240 | 260.361 | 1.085 | 20.361 | 260 | 146.542 | 0.564 | 113.458 | 800 | 904.134 | 1.130 | 104.134 |
| 385 | 754.744 | 1.960 | 369.744 | 330 | 467.819 | 1.418 | 137.819 | 315 | 356.686 | 1.132 | 41.686 |
| 375 | 556.392 | 1.484 | 181.392 | 730 | 529.729 | 0.726 | 200.271 | 560 | 464.150 | 0.829 | 95.850 |
| 305 | 197.613 | 0.648 | 107.387 | 235 | 320.164 | 1.362 | 85.164 | 1100 | 725.209 | 0.659 | 374.791 |
| 415 | 294.724 | 0.710 | 120.276 | 1580 | 1161.074 | 0.735 | 418.926 | 230 | 319.866 | 1.391 | 89.866 |
| 325 | 186.279 | 0.573 | 138.721 | 390 | 378.369 | 0.970 | 11.631 | 335 | 428.251 | 1.278 | 93.251 |
| 140 | 82.463 | 0.589 | 57.537 | 320 | 479.183 | 1.497 | 159.183 | 330 | 645.341 | 1.956 | 315.341 |
| 215 | 321.734 | 1.496 | 106.734 | 285 | 370.833 | 1.301 | 85.833 | 368 | 388.729 | 1.056 | 20.729 |
| 750 | 920.402 | 1.227 | 170.402 | 300 | 236.653 | 0.789 | 63.347 | 3100 | 2064.251 | 0.666 | 1035.749 |
| 295 | 291.452 | 0.988 | 3.548 | 500 | 498.021 | 0.996 | 1.979 | 660 | 643.267 | 0.975 | 16.733 |
| 600 | 503.435 | 0.839 | 96.565 | 480 | 500.911 | 1.044 | 20.911 | 420 | 507.877 | 1.209 | 87.877 |
| 1600 | 1572.104 | 0.983 | 27.896 | 620 | 616.925 | 0.995 | 3.075 | 460 | 386.300 | 0.840 | 73.700 |
| 550 | 674.993 | 1.227 | 124.993 | 250 | 125.812 | 0.503 | 124.188 | 260 | 372.340 | 1.432 | 112.340 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 400 | 347.479 | 0.869 | 52.521 | 390 | 369.783 | 0.948 | 20.217 | 990 | 1007.266 | 1.017 | 17.266 |
| 200 | 452.839 | 2.264 | 252.839 | 745 | 669.942 | 0.899 | 75.058 | 208 | 79.498 | 0.382 | 128.502 |
| 305 | 682.321 | 2.237 | 377.321 | 425 | 341.132 | 0.803 | 83.868 | 660 | 703.604 | 1.066 | 43.604 |
| 203 | 344.035 | 1.695 | 141.035 | 315 | 448.092 | 1.423 | 133.092 | 500 | 447.853 | 0.896 | 52.147 |
| 335 | 419.131 | 1.251 | 84.131 | 450 | 346.859 | 0.771 | 103.141 | 700 | 696.249 | 0.995 | 3.751 |
| 245 | 169.001 | 0.690 | 75.999 | 220 | 217.627 | 0.989 | 2.373 | 1180 | 1190.930 | 1.009 | 10.930 |
| 650 | 653.187 | 1.005 | 3.187 | 200 | 202.891 | 1.014 | 2.891 | 230 | 301.444 | 1.311 | 71.444 |
| 780 | 611.422 | 0.784 | 168.578 | 340 | 300.957 | 0.885 | 39.043 | 230 | 192.796 | 0.838 | 37.204 |
| 485 | 450.774 | 0.929 | 34.226 | 580 | 621.093 | 1.071 | 41.093 | 215 | 492.564 | 2.291 | 277.564 |
| 1350 | 977.906 | 0.724 | 372.094 | 1030 | 1128.646 | 1.096 | 98.646 | 1120 | 994.127 | 0.888 | 125.873 |
| 230 | 392.783 | 1.708 | 162.783 | 700 | 673.200 | 0.962 | 26.800 | 740 | 707.000 | 0.955 | 33.000 |
| 720 | 723.748 | 1.005 | 3.748 | 390 | 531.185 | 1.362 | 141.185 | 430 | 342.800 | 0.797 | 87.200 |
| 1400 | 1114.461 | 0.796 | 285.539 | 630 | 467.676 | 0.742 | 162.324 | 265 | 287.787 | 1.086 | 22.787 |
| 240 | 112.906 | 0.470 | 127.094 | 465 | 482.936 | 1.039 | 17.936 | 400 | 335.832 | 0.840 | 64.168 |
| 800 | 1553.456 | 1.942 | 753.456 | 265 | 344.986 | 1.302 | 79.986 | 550 | 553.007 | 1.005 | 3.007 |
| 950 | 711.927 | 0.749 | 238.073 | 530 | 324.955 | 0.613 | 205.045 | 320 | 286.013 | 0.894 | 33.987 |
| 380 | 401.178 | 1.056 | 21.178 | 600 | 819.462 | 1.366 | 219.462 | 345 | 270.821 | 0.785 | 74.179 |
| 213 | 150.326 | 0.706 | 62.674 | 210 | 299.271 | 1.425 | 89.271 | 310 | 221.959 | 0.716 | 88.041 |
| 365 | 454.794 | 1.246 | 89.794 | 380 | 407.175 | 1.072 | 27.175 | 285 | 207.837 | 0.729 | 77.163 |
| 880 | 550.045 | 0.625 | 329.955 | 1100 | 552.782 | 0.503 | 547.218 | 950 | 846.618 | 0.891 | 103.382 |
| 4500 | 2108.266 | 0.469 | 2391.734 | 780 | 913.563 | 1.171 | 133.563 | 420 | 174.971 | 0.417 | 245.029 |
| 330 | 261.381 | 0.792 | 68.619 | 860 | 413.573 | 0.481 | 446.427 | 870 | 819.207 | 0.942 | 50.793 |
| 370 | 423.745 | 1.145 | 53.745 | 230 | 343.267 | 1.492 | 113.267 | 235 | 272.666 | 1.160 | 37.666 |
| 290 | 364.589 | 1.257 | 74.589 | 253 | 203.183 | 0.803 | 49.817 | 300 | 282.581 | 0.942 | 17.419 |
| 460 | 619.677 | 1.347 | 159.677 | 240 | 450.120 | 1.876 | 210.120 | 800 | 732.451 | 0.916 | 67.549 |
| 1800 | 1482.717 | 0.824 | 317.283 | 498 | 585.964 | 1.177 | 87.964 | 330 | 510.547 | 1.547 | 180.547 |
| 336 | 397.194 | 1.182 | 61.194 | 290 | 264.107 | 0.911 | 25.893 | 1100 | 783.307 | 0.712 | 316.693 |
| 498 | 790.325 | 1.587 | 292.325 | 540 | 263.983 | 0.489 | 276.017 | 345 | 374.279 | 1.085 | 29.279 |
| 1400 | 990.678 | 0.708 | 409.322 | 310 | 233.876 | 0.754 | 76.124 | 670 | 632.029 | 0.943 | 37.971 |
| 300 | 277.702 | 0.926 | 22.298 | 750 | 781.199 | 1.042 | 31.199 | 650 | 667.365 | 1.027 | 17.365 |
| 320 | 168.053 | 0.525 | 151.947 | 1030 | 705.367 | 0.685 | 324.633 | 640 | 435.553 | 0.681 | 204.447 |
| 240 | 300.316 | 1.251 | 60.316 | 850 | 735.330 | 0.865 | 114.670 | 270 | 435.189 | 1.612 | 165.189 |
| 230 | 191.522 | 0.833 | 38.478 | 345 | 643.802 | 1.866 | 298.802 | 345 | 278.135 | 0.806 | 66.865 |
| 269 | 347.525 | 1.292 | 78.525 | 345 | 481.202 | 1.395 | 136.202 | 360 | 378.618 | 1.052 | 18.618 |
| 980 | 931.581 | 0.951 | 48.419 | 230 | 224.359 | 0.975 | 5.641 | 1050 | 824.961 | 0.786 | 225.039 |
| 394 | 587.693 | 1.492 | 193.693 | 325 | 303.112 | 0.933 | 21.888 | 285 | 174.440 | 0.612 | 110.560 |
| 460 | 459.050 | 0.998 | 0.950 | 330 | 368.544 | 1.117 | 38.544 | 364 | 364.463 | 1.001 | 0.463 |
| 222 | 237.026 | 1.068 | 15.026 | 340 | 311.482 | 0.916 | 28.518 | 230 | 315.639 | 1.372 | 85.639 |
| 370 | 370.792 | 1.002 | 0.792 | 390 | 375.614 | 0.963 | 14.386 | 518 | 504.391 | 0.974 | 13.609 |
| 390 | 571.109 | 1.464 | 181.109 | 550 | 607.289 | 1.104 | 57.289 | 1230 | 1016.135 | 0.826 | 213.865 |
| 800 | 898.870 | 1.124 | 98.870 | 460 | 486.391 | 1.057 | 26.391 | 525 | 634.677 | 1.209 | 109.677 |