1 信号与系统基础

1.0 问题

信号分类模拟信号和数字信号有什么区别？
数字信号相较于模拟信号的优点？
LTI 系统概念冲激函数的特点？
如何实际测量冲激响应？

给出一单位脉冲响应 $y(t)=x(t-T)$，求单位冲激

1.1 信号与系统的基本概念

1.1.1 信号的基本概念

信号是什么？

在物理上：**信号可以理解为是信息的载体**，对于一段信息，可以用声音去传递，可以用电压电流去传递。对于我们来说，一般都是研究电信号，由电磁波来携带信息。

在数学上：**信号就是一个函数**，函数随着某一个或某几个变量（主要是以时间为自变量）变化而变化。

常见信号：周期/非周期性，指数信号、正弦信号、负指数信号 （欧拉公式：$e^{j\omega t}=cos\omega t+jsin\omega t$）

离散时间单位阶跃函数： $u[n]=\begin{cases}0, & n<0\\ 1, & n\geq 0\end{cases}$ 离散时间单位脉冲函数 $\delta[n]=\begin{cases}0, & n\neq 0\\ 1, & n=0\end{cases}$

离散时间单位脉冲是离散时间单位阶跃的一次差分： $\delta[n]=u[n]-u[n-1]$ $u[n]=\sum_{m=-\infty}^{n}\delta[m]$

连续时间单位阶跃： $u[t]=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$ 连续时间的单位脉冲函数叫做单位冲激函数

以时间轴上取值是否离散对信号进行分类

连续（时间）信号：在时间轴上取值

连续离散（时间）信号：在时间轴上取值离散

以取值是否有限对信号进行划分

模拟信号：**信号参量（幅度，频率）取值连续，有无限个取值**；可以用一个连续的函数表示，通常用无限多个点来描述信号的形状。

数字信号：**信号参量（幅度，频率）取值离散，只有有限个取值**

离散信号≠数字信号　连续信号≠模拟信号：他们之间无包含关系。

离散信号既可以是数字信号也可以是模拟信号：模拟信号是信号的参量是否连续变化而与时间无关，未经量化的采样信号就是离散信号，但因为幅度取无穷个值而被分类为模拟信号；

连续信号既可以是模拟信号也可以是数字信号：二电平信号在时间上是连续的，但因为取值有限，所以被分类为数字信号。

1.1.2 能量信号和功率信号

信号功率：电流在单位电阻上消耗的功率 $P=\frac{U^2}{R}=I^2R=U^2=I^2$

对于信号 $s(t)$,该信号的功率可以计算为 $s^2(t)$

信号能量：功率不变那么 $E=Pt$,但是信号功率是时变的，因此能量定义为瞬 时功率的积分 $E=\int_{-\infty}^{+\infty}s^2(t)dt$

能量信号和功率信号这两种信号概念是建立在无穷大的时间积分的基础上的。

能量信号有限，则定义为能量信号，此时平均功率为 0 $P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2}s^2(t)dt=0$

eg: 一个方波，有限数量的脉冲信号

平均功率非 0，则定义为功率信号，此时很显然能量为无穷大。

eg:一个无限延伸的正弦波

1.1.3 数字信号与模拟信号的优缺点

模拟信号和数字信号是两种基本的信号类型，它们之间的主要区别如下：

连续性和离散性

模拟信号是一种连续的信号，其数值可以在一定范围内任意取值，即使在很小的时间间隔内也存在无限多个可能的值。而数字信号则是一种离散的信号，其数值只能取有限的几个值，通过采样、量化和编码将连续信号转化为离散信号。

带宽和精度

模拟信号具有无限制的带宽和精度，可以表达非常细微的信号变化。而数字信号的带宽和精度受到采样率和量化精度的限制，无法表达模拟信号中非常细微的变化。

抗干扰能力

模拟信号容易受到外界干扰，如噪声、信号衰减等，抗干扰能力较差。而数字信号可以通过差错校验等方式检测和纠正传输中的错误，具有较强的抗干扰能力。

处理和传输

模拟信号需要经过一系列滤波、放大等处理才能得到可用的信号，传输距离受到信号衰减等因素的影响。而数字信号可以通过计算机等设备进行处理、存储和传输，传输距离相对较远且质量稳定。

因此优缺点如下：

模拟信号具有精度高、响应速度快、稳定性好的优点，但抗干扰能力差，处理复杂；数字信号具有抗干扰能力强、可靠性高、处理方便的优点，但精度有限、响应速度较慢、传输距离受限。在实际应用中，应根据具体情况选择适合的信号类型。

1.1.4 系统的概念

具体的系统：是一些元件、器件的互联

逻辑上的系统：对输入信号进行处理的过程，或者说系统以某种方式对信号作出响应。简单系统举例：不同场合的系统具有相似的数学描述形式!

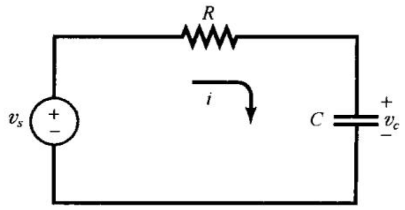


图 1.1　含有电压源 v_s 和电容器电压 v_c 的简单电路

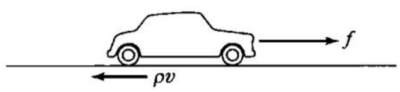


图 1.2　一辆汽车。f 为来自发动机的外加力，ρv 为正比于汽车速度 v 的摩擦力

eg1：输入 v_s 和输出 v_c 的关系 $i(t)=\dfrac{v_s(t)-v_c(t)}{R}$，$i(t)=C\dfrac{dv_c(t)}{dt}$，$\Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}v_c(t)}{\mathrm{d}t}+\dfrac{1}{RC}v_c(t)=\dfrac{1}{RC}v_s(t)$

eg2:输入 $f(t)$ 和输出 $v(t)$ 的关系 $\dfrac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{m}[f(t)-\rho v(t)]$，$\dfrac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\rho}{m}v(t)=\dfrac{1}{m}f(t)$

这两个系统都是一阶线性系统，输出和输入满足一阶线性微分关系。系统的互联：级联 cascade interconnection（又叫做串联 series interconnection）、并联 parallel interconnection、反馈互联 feedback interconnection!

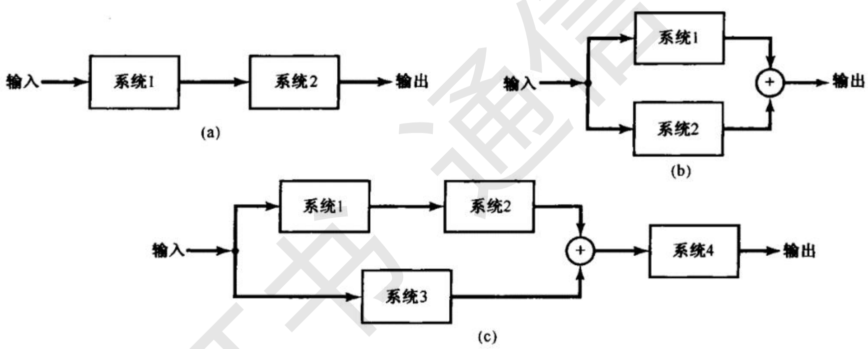


图 1.42　两个系统的互联。(a) 级联；(b) 并联；(c) 级联-并联联接

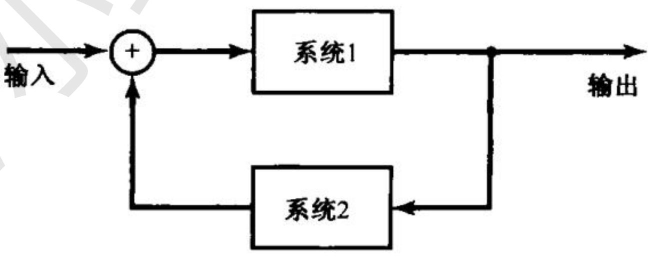


图 1.43　反馈互联

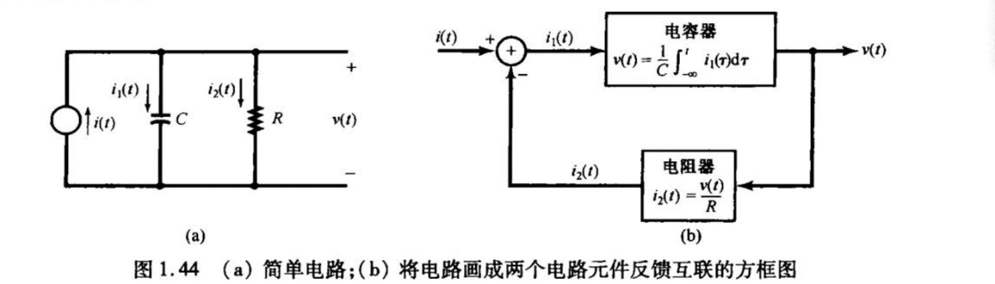


图 1.44　(a) 简单电路；(b) 将电路画成两个电路元件反馈互联的方框图

1.1.5 系统的基本性质

无记忆性：输出仅取决于该时刻的输入； **有记忆性**：输出还和之前的输入有关；
可逆性：不同的输入会导致不同的输出
因果性：输出只取决于现在和过去
稳定性：输入有界则输出有界
时不变性：系统的特性不随时间而变，或者说输入信号有个时移，输出信号有相同的时移
线性：某一个输入是由几个信号的加权和组成，那么输出也就是每一个响应的加权和

1.2 线性时不变系统

1.2.1 LTI 基础

线性时不变系统（Linear and time invariance system, LTI system）
LTI 的重要性：
1.许多物理过程都具有线性和时不变性这两个性质，∴都能用线性时不变系统表示。
2.如果信号能用基本信号的线性组合来表示，那么 LTE 系统对输入的响应就是基本信号的线性组合，这样就能很方便地深入研究系统。

单位冲激函数的重要性：一般信号都可以表示为延迟冲激的加权和，在线性时不变的系统里就能用单位冲激响应的加权和表征信号的响应。

1.2.2 LTI 对输入的响应

任何离散信号都可以看做单位脉冲的延迟加权求和 $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]\delta[n-k]$

LTI 系统对单位脉冲 $\delta[n-k]$ 的响应为：$h_k[n]$

LTI 系统对信号 $x[n]$ 的响应就是 $h_k[n]$ 的加权和 $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]=x[n]*h[n]$

对于连续信号来说 $x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$ $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau=x(t)*h(t)$ $x(t)$ 同样也是看成加权和移位冲激的叠加，只不过连续函数，线性组合写成积分

因此，LTI 对输入信号的响应 就被表示为 输入信号和单位脉冲响应的加权和/加权积分，即卷积和/卷积积分。

1.2.3 卷积

1. 卷积的直观理解

首先一句话概括卷积：**卷积本质上就是一种加权线性组合（直观上也能看出来）**，

$$x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau \qquad x[n]*h[n]=\sum_{-\infty}^{\infty}x[k]h[n-k]$$

积：好理解，对于连续函数就是积分，离散函数就是求和，直接积就是 $\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(\tau)d\tau$

卷：卷不仅有翻转的含义，也有平移的含义（我们卷被子大概率是翻转+平移的过程）因此 **卷积=翻转+平移+积分**

2. 卷积的物理意义

信号处理角度理解：**系统对输入信号在 t 时刻的响应**就是**信号与单位脉冲响应的卷积**，也就是 **信号在 t 之前和 t 时刻所有发送信号的加权累积，这个权重就是之前所有时刻的单位脉冲响应**。卷积的结果是不仅跟当前时刻输入信号的响应值有关，也跟过去所有时刻输入信号的响应都有关系，考虑了对过去的所有输入的效果的累积。

1.2.4 LTI 系统的性质

一个线性时不变系统的特性可以完全由它的单位冲激响应来决定
满足：交换律、分配律、结合律

稳定性： $\sum|h(n)|<\infty$ 系统的单位脉冲响应绝对可和

可逆性： 仅当存在一个逆系统，其与原系统级联后产生的输出等于第一个系统的输入。
因果性： h[n]=0,n<0 因果线性时不变系统的冲激响应只存在于冲激出现之后
无记忆性： 对于 n≠0，h[n]=0；无记忆线性时不变系统的冲激响应只存在于冲激出现的时刻

1.2.5 冲激函数（了解基本概念就行了）

Q1：冲激函数是一种理想化的函数，在频域上的形式为常数 1。**冲激函数有以下特点：**

集中能量：冲激函数在一个时间点上的取值为无穷大，其能量在该时间点上被集中，其它时间点上的取值均为 0，因此冲激函数能够集中信号的能量，方便信号的分析和处理。

意义明确：冲激函数在离散情况下为 1，连续情况下为 $\delta(t)$，其数学定义非常明确，因此可以方便地应用于各种信号处理问题。

卷积特性：冲激函数具有卷积的特性，即对于任意信号 $f(t)$，它与冲激函数的卷积 $f(t)*\delta(t)=f(t)$，因此可以方便地使用冲激函数进行信号的滤波和系统的分析。

频率特性：冲激函数在频域上的形式为常数 1，因此它可以用于分析系统的频率特性，比如在系统的频率响应中，系统对于不同频率的输入信号的响应可以通过对冲激函数进行傅里叶变换得到。

单位性质：冲激函数在一定意义下具有单位性质，即对于信号 $f(t)$，其单位冲激响应为 $h(t)$，那么当输入信号为单位阶跃函数时，系统的响应为 $y(t)=\int_0^t h(\tau)d\tau$，即系统的单位阶跃响应。

Q2：在实际测量中，冲激响应可以通过以下方法进行测量：

用冲击源产生一个宽度极窄、幅度极大的冲击信号，并输入待测系统，记录系统的响应。可以使用脉冲发生器、炮弹撞击等方式产生冲击信号。

用正弦信号作为输入信号，逐渐增加频率，并记录系统的响应。通过对输入信号和输出信号的傅里叶变换，可以得到系统的频率响应函数，再进行反变换得到冲激响应。

使用伪随机序列或白噪声作为输入信号，记录系统的响应。对输入信号和输出信号进行互相关运算，得到系统的冲激响应。

使用专用的测量仪器，如信号发生器、示波器、频谱分析仪等，对系统进行测量和分析，得到系统的冲激响应。

无论使用哪种方法，测量冲激响应都需要注意以下几点：

测量信号的幅度和频率要足够宽，以保证得到的冲激响应具有足够的信噪比。

要保证测量的输入信号与实际使用场景下的信号尽可能接近，以保证测量结果的可靠性。

在测量过程中，要尽可能避免测量误差，比如信号干扰、测量器件的误差等。

在测量结果不确定或者存在误差时，需要进行数据处理和分析，以提高测量结果的可靠性和准确性。

Q3: 利用脉冲宽度很小的方波代替冲击函数，怎么减小误差？

在实际测量中，由于冲击信号往往难以产生和处理，所以我们通常会采用脉冲宽度很小的方波来代替冲击函数。但是，由于方波的宽度不是无限小，会引入一定的误差。为了减小误差，可以采用以下两种方法：

减小方波的宽度：方波的宽度越小，误差就越小。但是，如果宽度太小，可能会引起高频噪声的干扰。因此，在选择方波宽度时需要综合考虑实际情况。

加大方波的频率：频率越高，方波的宽度就越小，误差也就越小。因此，可以通过增加方波的频率来减小误差。但是，由于频率过高可能会引起系统的不稳定性和高频噪声的干扰，因此需要在可接受的范围内选择合适的频率。

此外，为了减小误差，还可以采用多次重复方波测量的方法，然后取平均值来减小误差。在实际应用中，需要根据具体情况选择合适的方法，以达到减小误差的目的。

Q4: 给出一单位脉冲响应 $y(t)=x(t-T)$，求单位冲激？

根据定义，单位脉冲响应是系统对单位脉冲输入信号的响应。假设系统的单位脉冲响应为 $h(t)$，则有：$h(t)=x(t-T)$ 其中，$x(t)$ 表示单位脉冲信号。由于单位脉冲信号可以表示为冲击函数的积分形式，即：$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)d\tau$ 因此，可以得到系统的单位冲激响应为：$h(t)=x(t-T)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau-T)d\tau=\delta(t-T)$ 其中，$\delta(t)$ 表示单位冲激信号。因此，该系统的单位冲激响应为 $\delta(t-T)$。

2 傅里叶分析

2.0 问题

傅里叶变换部分

时域卷积定理

傅里叶变换傅里叶变换条件

傅里叶变换和傅里叶级数的区别

傅里叶变换存在的条件

为什么要使用傅里叶变换

什么是傅里叶变换

傅立叶变换有什么物理意义，你能把他和高数知识联系起来吗？

计算一个周期信号的傅里叶变换

DFT 部分

DFT 和 DTFT 联系和区别？

FFT 和 DFT 关系？

N 点 DFT 和 N 点 FFT 复杂度？

FFT 原理传输函数的定义？

总结一下所学过的信号变换？（很宽泛，FT,拉普拉斯，DTFT，DFT, z 变换，注重回答的逻辑思路，可从连续与离散这个大维度展开，总结因为离散采样所发生的变化）

用尽可能多的维度去解释一下如何判断信号是否稳定和因果。可以从 S 域，Z 域，时域介绍一下极点的作用？

根据极点如何判断系统稳定性？前提条件是什么？（因果系统）

2.1 傅里叶级数（Fourier series）

2.1.1 周期信号傅里叶级数

傅里叶级数是一个数学概念，不单单应用于信息与通信工程领域，级数的概念参考数学笔记。在数学上可以证明：任意一个周期为 T 的连续周期函数在一些限定条件下都可以表示为以下形式：

$$x(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left[a_k\cos\left(k\omega t\right)+b_k\sin\left(k\omega t\right)\right]\begin{cases}a_k=\dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T x(t)\cos\left(k\omega t\right)dt\\ b_k=\dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T x(t)\sin\left(k\omega t\right)dt\end{cases}$$

根据三角函数通过欧拉公式 $e^{j\theta}=cos\theta+isin\theta$ 变换为复数形式：$x(t)=\sum_{-\infty}^{\infty}a_k e^{jk\omega_0 t}$，$a_k=\frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-jk\omega_0 t}$

- 通过傅里叶级数可以将周期信号表示成复指数信号的线性组合
- $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$ 为基频率，很显然 T 为无穷大时，基频率趋近 0，所以对于连续周期信号，频域是离散的，而对于连续非周期信号($T\to\infty$)，频域上是连续的。
- $\pm\omega_0$ 称为基波分量（fundamental component），或一次谐波分量（first harmonic component）；$\pm N\omega_0$ 称为 N 次谐波分量
- a_k 称为傅里叶级数系数或频谱系数，$a_0=\frac{1}{T}\int_T x(t)dt$ 是直流分量等于信号在一个周期内的均值

连续周期傅里叶级数的收敛条件，即狄利赫里条件（无穷级数，∴存在收敛问题）

1. 任何周期内，信号必须绝对可积
2. 任意有限区间内，信号具有有限个起伏变化
3. 任意有限区间内，只有有限个不连续点，在这些不连续点上，函数是有限的。

离散时间周期信号的傅里叶级数是有限项级数，∴不存在收敛问题

$$\begin{cases}x[n]=\displaystyle\sum_{k=<N>}a_k e^{jk\omega_0 n}\\ \mathrm{a}_k=\dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{n=<N>}x[n]e^{-jkw_0 n}\end{cases}\to y[n]=\sum a_k H(e^{jkw_0})e^{jkw_0 n}\quad\sum_{n=<N>}e^{jk(\frac{2\pi}{N})n}=\begin{cases}N,k=0,\pm N,\pm 2N,\ldots\\ 0,\end{cases}$$

∴傅里叶级数可用来构造任何离散时间周期信号，以及在实践中具有重要意义的几乎所有连续时间周期信号。

2.1.2 傅里叶分析

为什么要进行傅里叶分析

1. 一个线性时不变系统对复指数信号的响应也是一个复指数信号，而且只是在幅度上有简单的变化

   $x(t)=e^{st},\mathrm{y}(t)=H(s)e^{st}$，其中 $H(s)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)e^{-s\tau}d\tau\begin{cases}s=jw\Rightarrow Fourier\\ s=\sigma+jw\Rightarrow Laplace\end{cases}$ $x[n]=z^n,\mathrm{y[n]}=H(z)z^n$，

   其中 $H(z)=\sum h[k]z^{-k}\begin{cases}k=jw\Rightarrow Fourier\\ k=\sigma+jw\Rightarrow Z\end{cases}$

   - 特征函数（eigenfunction）：系统对信号的输出响应仅是一个常数乘以输入，则称该信号为系统的特征函数
   - 特征值：该常数（幅度因子）为系统的特征值（eigenvalue）
   - 复指数信号是线性时不变系统的特征函数
   - 当 s 或 z 是一般复数时，$H(s),H(z)$ 称为该系统的系统函数；当 $s=j\omega$ 时，$H(j\omega)$ 称为系统的频率响应。

2. **傅里叶级数，傅里叶变换可以将信号 x(t)表示成一个复指数信号的线性组合，这样信号的响应就能很方便地被表示，并且线性时不变系统的作用是通过乘以相应频率点上的频率响应值来改变输入信号的每一个傅里叶系数**

   若 $x(t)=e^{j\omega t},\mathrm{y}(t)=H(j\omega)e^{j\omega t}$，因此如果 $x(t)$ 通过傅里叶级数转化为复指数信号的加权和，则：

$$x(t)=\sum_{-\infty}^{\infty}a_ke^{jk\omega_0t}\quad y(t)=\sum_{k=-x}^{+\infty}a_kH\left(jk\omega_0\right)\mathrm{e}^{jk\omega_0t}$$

2.2 傅里叶变换（CTFT/DTFT）

本节的傅里叶变换特指　连续时间傅里叶变换 CTFT/离散时间傅里叶变换 DTFT

2.2.1 傅里叶变换

1. 非周期信号的傅里叶变换

周期信号可以通过傅里叶级数来表示，很自然地想到如果这个周期趋近无穷大，那么非周期信号也可以用傅里叶级数来表示，由于此时 $\omega_0\rightarrow0$，因此不再是求和的形式，而是变成了积分的形式

$$\begin{cases}\mathrm{x}(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(jw)e^{jwt}dt\\ X(jw)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-jwt}dt\end{cases}\rightarrow y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(jw)H(jw)e^{jwt}dw$$

其中频谱 $X(j\omega)$ 展示了 x(t)是怎么由不同频率的复指数信号组成的；

对于连续信号来说，狄利赫里条件为：

1. 信号 x(t)必须绝对可积，$\int_T |x(t)|\,dt < \infty$
2. 在任意有限区间内，信号 x(t)具有有限个起伏变化
3. 在任意有限区间内，只有有限个不连续点，在这些不连续点上，函数是有限点。

同样，对于离散信号来说，若有限长则无狄利赫里条件，若无限长序列则需要考虑信号绝对可和

$$\begin{cases} x[n] = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{2\pi} X\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n}\,\mathrm{d}\omega \\ X\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\right) = \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n} \end{cases}$$

2.周期信号的傅里叶变换

周期信号也能进行傅里叶变换，变换结果如下：

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \mathrm{e}^{jk\omega_0 t},\quad X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta\left(\omega - k\omega_0\right)\ x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(2\pi/N)n},\ X\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\right) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$$

2.2.2 傅里叶变换的性质

面试问卷积性质比较多，因为可以推广到滤波的概念，其他性质问的少（目前没有发现其他性质的面试问题）；所以就不详细整理了。

卷积：$x_1(t) * x_2(t) \leftrightarrow X_1(jw)X_2(jw)$ 两个信号在时域的卷积，在频域就是相乘；**LTI 系统对输入信号 $x(t)$ 的响应就是信号与单位脉冲/单位冲激响应的卷积，这在频域来看就是信号的傅里叶系数与单位脉冲/单位冲激的傅里叶系数相乘；因此 LTI 系统通过控制原始信号每一个频率成分的振幅来影响原始信号，所以可以选择性处理某些频率达到滤波的效果。**

线性：$ax_1(t) + bx_2(t) \leftrightarrow aX_1(jw) + bX_2(jw)$

时移：$x(t - t_0) \leftrightarrow e^{-st_0}X(jw)$

S 域平移：$e^{s_0 t}x(t) \leftrightarrow X(s - s_0)$

时域微分：$\dfrac{dx(t)}{dt} \leftrightarrow jwX(jw)$

S 域微分：$-tx(t) \leftrightarrow \dfrac{dX(jw)}{dw}$

共轭：$x^*(t) \leftrightarrow X^*(-jw)$

时域尺度变换：$x(at) \leftrightarrow \dfrac{1}{|a|}X(\dfrac{jw}{a})$

时域压缩，频域扩展时域积分：：$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \leftrightarrow \dfrac{X(jw)}{jw} + \pi X(0)\delta(\mathrm{w})$：$\pi X(0)\delta(\mathrm{w})$ 反映了由积分所产生的直流或平均值

帕斯瓦尔定理：$\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|X(jw)|^2\,dw \therefore |X(jw)|^2$ 称为信号 x(t)的能谱密度

相乘性质:：$x_1(t)x_2(t)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}X_1(w)*X_2(w)$ 一个信号被另一个信号去乘，可以理解为用一个信号调制另一个信号的振幅。相乘性质可用于幅度调制，实现中心频率可调的频率选择性带通滤波器。

对偶性： $X(t)\leftrightarrow 2\pi x(-w)$

2.3 离散傅里叶变换 DFT

2.3.1 DFT 的概念

DFT 的由来

非周期离散信号 $X(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)\mathrm{e}^{-jk\omega n}$ 的频谱是连续的，因为 $T\to\infty,\omega_0\to0,\omega=k\omega_0\to0$，求和变成了积分。对于连续谱，我们需要对其进行采样进而进行数字处理。**DFT 是 DTFT 的有限点离散采样**

$$X(k)=X(e^{jw})|_{w=\frac{2\pi}{N}k}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn},k=0,1,\dots,N-1$$

由 $X(k)$ 可以恢复出 $x(n)=IDFT[X(k)]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}kn},n=0,1,\dots,N-1$

DFT 的物理意义（$x(n)$ 的长度为 M，N≥M，$X(k)$ 为 N 点离散傅里叶变换）

（1） $X(k)$ 是 $X(z)$ 在单位圆上 N 点等间隔采样 $X(k)=X(z)|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}$

（2） $X(k)$ 是 $X(j\omega)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的 N 点等间隔采样 $X(k)=X(e^{jw})|_{w=\frac{2\pi}{N}k}$

(3) 与周期信号的傅里叶级数（DFS）的区别，将两个公式对比一下

$$\begin{cases}x[n]=\sum_{k=0}^{N-1}a_ke^{jk\omega_0 n}\\ \mathrm{a}_k=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x[n]e^{-jkw_0 n}\end{cases}\quad\text{vs}\quad\begin{cases}x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}kn}\\ X(k)=\sum_{\mathrm{n}=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}\end{cases}$$

傅里叶级数系数的公式与 DFT 形式上一样，N 点 DFT 给出了基本周期为 N 的周期序列的准确的线谱。**因此 DFS 可以看作是 DFT 的一种特殊情况。当一个周期性离散信号的周期等于信号长度时，DFS 中的离散频率与 DFT 中的离散频率是一一对应的。**

为什么要使用 DFT

DTFT 幅频特性是连续的，DFT 将频域离散化，∴就可以对频域进行数字化处理。**DFT 有多种快速算法，就可以很方便地用 DFT 表示信号的频谱。**

2.3.2 DFT 的应用

1. **用 DFT 计算循环卷积：**

直接用 DFT 就可计算 $y(n)=x_1(n)\otimes x_2(n)\leftrightarrow Y(k)=H(k)X(k)$，因此 $y(n)=IDFT[Y(k)]$

2．**用 DFT 计算线性卷积(滤波)：分析时域离散线性时不变系统（进行滤波）**

用 DTFT 计算系统的输出 $y(n)=x_1(n)*x_2(n)\leftrightarrow Y(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)$， $y(n)=IDTFT[Y(j\omega)]$

$Y(j\omega)$ 是个连续函数，这不能在数字计算机上完成，因为计算机只能存储和计算离散频率点上的量化值，因此需要利用 DFT 进行计算。L 点循环卷积是线性卷积 周期延拓取主值序列（当 $L\geq N+M-1$ 时无混叠）。∴由 DFT→循环卷积→线性卷积

3. **用 DFT 对信号进行谱分析**

谱分析就是计算信号的傅里叶变换,连续信号不便于用计算机计算；**DFT 是时域，频域均离散的变换，适合计算机进行计算**

(1) 用 DFT 对连续信号进行谱分析 $x(t)$ $\rightarrow$ $\mathrm{x}(nT)\rightarrow DFT$

栅栏效应：DFT 相当于对 $x(n)$ 的频谱函数进行采样，∴只能看到 N 个离散采样 点的谱线（可以通过增大采样值减轻）

截断效应：实际遇到的 $x(n)$ 可能无限，∴需要使用窗函数将 $x(n)$ 截断，这会产生误差

频谱混叠：不满足时域采样定理

(2) 用 DFT 对离散信号进行谱分析：直接进行 DFT

2.4 快速傅里叶变换 FFT

离散傅里叶变换（DFT）在包括线性滤波、谱分析等数字信号处理中起着重要作用。**不过 DFT 实际应用到通信系统中还有个重要原因：就是 DFT 存在高效的计算方法（FFT）。**

2.4.1 直接计算 DFT

$X(k)=X(e^{jw})|_{w=\frac{2\pi}{N}k}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn},k=0,1,...,N-1$ 对于每一个 k，会有 N 次复数间的乘法，$N-1$ 次复数间的加法；总共 N 个 k，因此有 N^2 次复数间的乘法和 $N(N-1)$ 次复数间的加法。

2.4.2 FFT

因为 N 点 DFT 的计算量和 N^2 成正比，因此可以通过不断将长序列的 DFT 分解成较短序列的 DFT，进而提高 DFT 的运算效率，这就是 FFT 的原理。

基 2FFT 的时域抽取法：

对时域 x(n)进行奇偶分解将 x(n)分为奇偶两部分，N 点 DFT 就变成了 2 个 $\frac{N}{2}$ 点 DFT，计算量变为了 $\frac{N^2}{2}$

$\frac{N}{2}$ 点 DFT 可变为 2 个 $\frac{N}{4}$ 点 DFT，总的计算量变为了 $2\times2\times(\frac{N}{4})^2=\frac{N^2}{4}$

然后可以进一步分解，通过不断将长序列的 DFT 分解成较短序列的 DFT

DFT：复乘次数：N^2； 复加次数： $N(N-1)$ FFT：复乘次数：$\frac{N}{2}\log_2 N$； 复加次数：$N\log_2 N$

2.5 拉普拉斯变换

2.5.1 拉普拉斯变换的基本概念

拉普拉斯变换是连续时间傅里叶变换的推广，**傅里叶变换有个限制条件：信号需要绝对可积；Laplace 就是用来打破这个限制，而如果在这些信号上乘以指数衰减因子，它们就满足绝对可积，就可以进行傅里叶变换。Laplace 就相当于将原信号乘以指数衰减因子然后进行傅里叶变换；指数衰减因子为 1 时，Laplace 就是 Fourier**。

拉普拉斯变换 $X(s)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-st}dt$

拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系： $X(\sigma+jw)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-\sigma t}e^{-jwt}dt=F[x(t)e^{-\sigma t}]$

拉普拉斯逆变换（采用部分分式展开的方法）：

$$X(\mathrm{s})=\sum\frac{A_i}{s+a_i}$$

收敛于位于极点右边：逆变换为 $A_i e^{-a_i t}u(t)$

收敛于位于极点左边：逆变换为 $-A_i e^{-a_i t}u(t)$

拉普拉斯函数特有性质

初值定理：$\mathrm{x}(0^+)=\lim_{s\to\infty}sX(s)$：时域信号为 x(t)，频域是 X(s)，t=0 时 $\mathrm{x}(0)=sX(s)$ 其中 s 趋近∞

终值定理：：$\lim_{t\to\infty}x(t)=\lim_{s\to 0}sX(s)$ 当 t=∞时 $\mathrm{x}(\infty)=sX(s)$，其中 s 是趋近 0

2.5.2 用拉普拉斯分析与表征线性时不变系统

收敛域：使得 $X(s)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-st}dt$ 收敛的 s 值的范围

因果性和稳定性： 通过观察极点位置来判断信号的稳定性和因果性。**如果所有极点都位于左半 S 平面，则信号是稳定的。如果所有极点都位于左半 S 平面且没有极点位于虚轴上，则信号是因果的。**

传输函数：传输函数是指线性时不变系统中输出信号与输入信号之间的关系，它通常用拉普拉斯变换或者 Z 变换表示。传输函数的定义如下：

对于线性时不变系统，其输入信号为 $x(t)$ 或 x[n]，输出信号为 $y(t)$ 或 y[n] ，则传输函数为系统输出与输入的拉普拉斯变换或者 Z 变换的比值，即：$H(s)=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$ »ò $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}$,其中 s 表示连续时间变量，z 表示离散时间变量。传输函数 $H(s)$ 或 $H(z)$ 是一个复数函数，可以看做是一个复数函数的分数形式，分母表示输入信号的影响，分子表示输出信号的影响。

传输函数是描述系统特性的一种有效工具，通过对传输函数进行分析，可以得到系统的频率响应、相位响应、零点极点等信息，从而帮助理解和设计线性时不变系统。

2.5 Z 变换

和拉普拉斯变换类似，z 变换是离散时间傅里叶变换的推广。

序列的 Z 变换： $X(z)=\sum x[n]z^{-n}$

z 变换存在条件：$\sum_{-\infty}^{\infty}|x(n)z^{-n}|<\infty$

FT 和 ZT 之间的关系：$X(e^{jw})=X(z)|_{z=e^{jw}}$：**傅里叶变换就是 z 平面中，半径为 1 的圆上的 z 变换**

条件：收敛于中包含单位圆（$\because z=e^{jw}$ 就表示一个单位圆）

收敛域 X(z)的收敛域是一个圆环，以圆点为中心，不包含任何极点

利用 Z 变换分析信号和系统的频率响应

特性单位冲激响应：h(n);

频率响应函数（系统的传输函数）：$H(\mathrm{e}^{jw})$：表征系统的频率响应特性系统的

系统函数： H(z)表征系统的复频域特性

因果性和稳定性：**如果所有极点都位于单位圆内或者 Z 平面左半部分，则信号是稳定的。如果所有极点都位于单位圆内或者 Z 平面左半部分且没有极点位于单位圆上，则信号是因果的。**

因果且稳定：$r\le|z|\le\infty$， $0<r<1$：H(z)的极点集中在单位圆内部

系统的频率特性

$$|H(e^{jw})|=\frac{\text{零点矢量模的积}}{\text{极点矢量模的积}}\begin{cases}\text{零点靠近单位圆，分子小}\Rightarrow\text{谷值接近0}\\\text{极点靠近单位圆，分目小}\Rightarrow\text{峰值接近0}\end{cases}$$

∴滤除频率，就是在单位圆上该频率处设置 0 点； 突出某一频率：设置极点

全通滤波器：幅频特性对所有频率均为 1
最小相位系统：因果稳定系统 H(z)的所有零点也在单位圆内。若均在单位圆外：最大相位系统

2.6 补充

Q1 一个门函数，他傅立叶变换是什么？如果从时域把门函数周期延拓，你画一下频谱。这个频谱它的第一个零点那里带宽和什么有关系？两个谱线间隔和什么有关系？

一个周期为 T 的矩形门函数可以定义为：$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)=\left\{1,\quad |t|<\frac{T}{2}\,0,\quad |t|\geq\frac{T}{2}\right.$

它的傅立叶变换为：$\mathcal{F}[\mathrm{rect}(t)]=T\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$其中，$\mathrm{sinc}(x)=\frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ 是正弦函数的归一化版本。

如果将门函数从时域周期延拓，就得到了一个周期信号。其频谱中第一个零点处的频率为 $f_0=\frac{1}{T}$，对应的带宽为 $B=\frac{f_0}{2}$。因此，门函数的带宽为 $B=\frac{1}{2T}$。两个谱线间隔为 $\frac{1}{T}$，与门函数的周期 T 相关。当门函数的周期增大时，两个谱线间隔也会变小。

Q2 自动控制原理里的傅里叶变换有什么作用
在自动控制原理中，傅里叶变换的作用主要有以下几个方面：

信号的频域分析：自动控制系统中常常需要分析信号在不同频率上的特性，以便进行系统的设计和调节。傅里叶变换可以将信号从时域转换到频域，通过分析信号在频域上的特性，可以更好地理解信号的行为。

系统的频域分析：自动控制系统中常常需要分析系统的传递特性，以便确定系统的稳定性、性能和设计参数。傅里叶变换可以将系统的传递函数从时域转换到频域，从而分析系统在不同频率上的特性，如幅频响应、相频响应等。

系统的设计和调节：在自动控制系统中，需要根据系统的要求设计和调节控制器，以满足系统的性能要求。傅里叶变换可以将系统的传递函数和控制器的设计从时域转换到频域，从而更好地设计和调节控制器，以满足系统的性能要求。

总之，傅里叶变换在自动控制原理中具有重要的作用，它可以将信号和系统从时域转换到频域，从而更好地理解和分析系统的行为，设计和调节控制器，以满足系统的性能要求。

3 采样

3.0 问题

低通时域采样定理
叙述采样定理
证明时域采样定理带通时域采样定理

3.1 时域采样（用信号样本表示连续时间信号）

3.1.2 低通采样定理

冲击串采样：通过一个周期冲击串 $p(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$ 去乘待采样的连续信号 $x(t)$，$x_p(t)=x(t)p(t)$

$p(t)$ 的傅里叶变换为：$P(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega-k\omega_s\right)$　$\omega_s=2\pi/T$ 为采样频率

由 $X(\mathrm{j}\omega)*\delta\left(\omega-\omega_0\right)=X\left(\mathrm{j}\left(\omega-\omega_0\right)\right)$，得到采样后的信号的傅里叶变换为 $X_p(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}X\left(\mathrm{j}\left(\omega-k\omega_s\right)\right)$

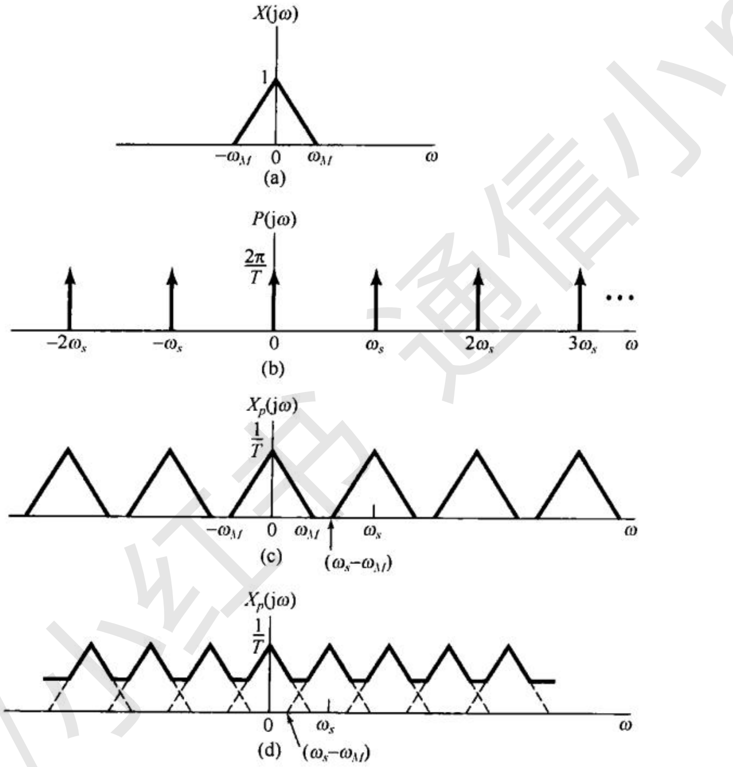


图 7.3　时域采样在频域中的效果。(a) 原始信号频谱；(b) 采样函数的频谱；(c) $\omega_s>2\omega_M$ 时已采样信号的频谱；(d) $\omega_s<2\omega_M$ 时已采样信号的频谱

从数学和图像上我们可以发现：**时域上对原始信号进行采样，频域上来看就是对原始信号的频谱进行周期性延拓**，延拓周期为 $\omega_s=2\pi/T$；并且也可以发现只要采样角频率大于信号原始频率的两倍即 $\omega_s>2\omega_M$，原始信号就不会有频谱混叠，通过一个低通滤波器就能恢复出原始信号。这就是奈奎斯特采样定理，$2\omega_M$ 一般称为奈奎斯特率。

ω 是角频率（rad），若考虑频率（Hz），即 $f_s=1/T$，则采样定理就是 $f_s>2f_M=2B$。注意哈：信号的带宽通常指信号在频域上的宽度，只考虑正频率部分，而不包括负频率部分，因此原始信号的带宽 $B=\omega_M/2\pi=f_M$

零阶保持：在一个给定的瞬间对 x(t)采样并保持这一样本值，直到下一个采样为止利用内插由样本重建信号。
内插：用样本重建某一函数的过程；常见的有零阶保持，线性内插

3.1.2 带通采样定理

带通模拟信号的抽样:带通信号的频率在 f_L 和 f_H 之间，所需最小抽样频率为 $f_s = 2B(1+\frac{k}{n})$，$B = f_H - f_L$，n,k 分别是 $\frac{f_H}{B}$ 的整数和小数部分

3.2 频域采样

时域采样是由时域离散采样信号表示原来的连续信号；频域采样是由频域离散采样信号表示原来的连续频率信号.**时域等间隔采样**：相应的频域信号会以采样点数为周期进行周期延拓**频域等间隔采样**：相应的时域信号以采样点为周期进行周期延拓

频域采样定理：序列 $x(n)$ 的长度为 M，频域采样点$N≥M 时，$x(n)$ 的 N 点 DFT X(k)可恢复原始的 $X(e^{jw})$

4 滤波

4.1 问题

有哪两种常见的滤波器（应该主要是回答数字滤波器中的 IIR 和 FIR，但是也可以多吹一点，先回答模拟滤波器和数字滤波器。）
数学信号处理中 FIR 滤波器是否一定具有线性相位；
对于 FIR 和 IIR 这两类滤波器的设计思想或者滤波器性做一个比较？
FIR 有线性相位后这个是一个很大的差别。那除此之外，还有什么差异吗？
满足线性相位的条件是什么；
FIR 滤波器为什么具有线性相位
一个系统有线性相位特征和没有线性相位特征，对我们做信号处理有什么影响？比如滤波器 A 是非线性相位的，滤波器 B 是线性相位的。如果信号进去处理，那么在 信号处理上有什么差别？对信号有什么不同的影响。
如何设计 IIR 和 FIR 滤波器？
按频率抽样率抽样可以设计什么类型的数字滤波器；
数字信号处理前置滤波器的作用

4.2 滤波的基本概念

滤波器也可以看做一个 LTI 系统，具体来说，假设输入是 x(t)，系统的单位脉冲响应是是 $h(t)$，则输出是 $y(t) = x(t) * h(t)$；这在时域上看不出什么，转换到频域 $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega)$，**很显然通过设计 $h(t)$ 可以在频域上改变原始信号的不同频率处的幅度，这就实现了滤波。**

滤波：改变一个信号中各频率分量的相对大小，或全部消除某些频率分量。

模拟滤波器：巴特沃斯，切比雪夫数字滤波器：输入，输出均为数字信号，用于改变输入信号的频率成分。∵

是通过数值运算，∴精度高，稳定，灵活

经典数字滤波器：低通，高通，带通，带阻：让有用频率成分和干扰分别占用不同频率，然后通过选频滤波器滤除干扰

现代滤波器：维纳滤波器，卡尔曼滤波器，自适应滤波器：根据随机信号的统计特性，在某种准则下，最大限度抑制干扰，同时最大限度恢复信号技术指标$|H(e^{jw})|$：幅频特性函数：各频率振幅衰减情况；$\theta(w)$：相频特性函数：时间的延时情况

4.3 FIR 滤波器

4.3.1 线性相位

频率响应：通过一个 LTI 系统，不同频率的输入信号对应的输出信号其改变的幅度与相位是不同的，而且改变量与频率 ω 有关，这叫做系统的频率响应。频率响应主要包括**幅频响应**和**相频响应**。幅频特性比如低通、高通、带通、带阻等，**表示某个频率的增强或衰减；相频响应影响该频率输入信号与输出信号的相位差**，一般来说相频响应（通带内）为线性最理想（因为线性相位的群延时为一个常数，表示通带内所有频率成分的输入输出延时相等）假设输入信号为： $x(t)=Ae^{j\omega t}$

群延迟：假设相频响应为 $\phi(w)=\arg\{H(jw)\}$,则群延迟定义为 $\tau_g=-\dfrac{d\phi(w)}{dw}$,表示相频响应相对于频率的微分，也就是**相频响应随频率的变化率**，群延迟是常数的话，不同频率的相频响应就随频率线性变化；

相位延迟：相位最直接的理解就是角度，单位是 rad：$\theta(t)=\omega t$,相频响应 $\phi(w)$ 就是相位的变化， 因此将相位延迟定义为 $\tau_\phi=-\dfrac{\phi(w)}{w}$，**指的是信号在通过一个系统或器件时，由于该系统或器件的频率响应对不同频率的信号产生不同的相位延迟而引起的时间延迟**。简单地说，就是**不同频率的信号在通过系统或器件时的传输速度不同，导致信号相位的变化**。

线性相位：相频特性 $\phi(w)$ 是 w 的线性函数

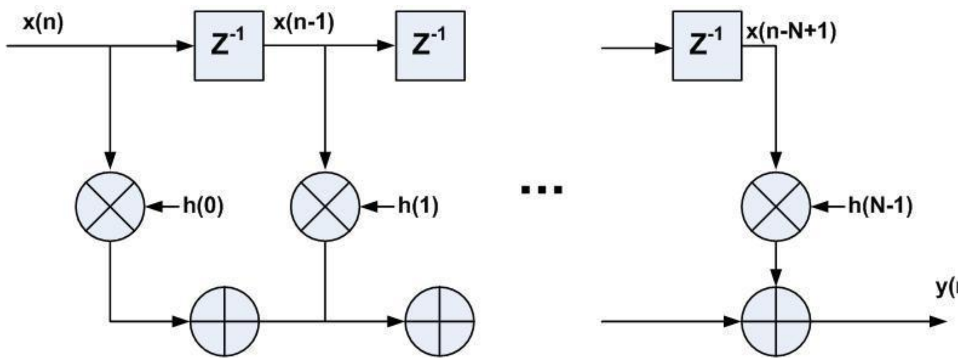
第一类线性相关（严格线性相位）：$\phi(w)=-\tau w$

第二类线性相位： $\phi(w)=\theta_0-\tau w$

4.3.2 FIR 滤波器

$x(n)$ 是滤波器系数，$y(n)$ 是经过滤波后的信号；N 是 FIR 滤波器的抽头数；$y(n)=h(n)*x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}h(k)\times x(n-k)$

系统函数为： $H(z)=\sum_{k=0}^{N-1}h(k)z^{-k}$



如果 FIR 滤波器的单位脉冲响应满足： $h(n)=h(N-1-n), n=0,1,...,N-1$，即冲激响应是对称的，那么 FIR 滤波器就具有线性相位(反对称 h(n) = -h(N-1-n)时也满足，先以正对称为例)。

$$\phi(\omega)=\begin{cases} -\omega\left(\dfrac{N-1}{2}\right), & H(e^{j\omega})>0 \\ -\omega\left(\dfrac{N-1}{2}\right)+\pi, & H(e^{j\omega})<0 \end{cases}$$

在数学信号处理中，FIR 滤波器不一定具有线性相位。FIR 滤波器的相位响应取决于其冲激响应是对称的（系统函数具有对称的零点分布），那么它就具有线性相位。**一般都是考虑具有线性相位的 FIR 滤波器**，由于滤波器的相位响应是线性的，因此滤波器不会改变信号中不同频率分量之间的相对时序关系，这在一些应用中非常重要，例如音频和视频处理中需要保持时间对齐的信号。信号中不同频率分量之间的相对时序关系如果改变，会导致信号的频谱发生改变，进而影响信号的时域波形。

FIR 滤波器的设计方法包括窗函数法、最小二乘法和频率采样法等。其中窗函数法是最常用的一种设计方法，它通过选择合适的窗函数来设计滤波器的频率响应，然后通过逆变换得到滤波器系数。

4.4 IIR 滤波器

IIR 相对于 FIR 的最大区别就在于"无限脉冲响应"：即在时域上滤波器的响应不会在有限时间内消失。

1. 间接法设计

   先设计模拟滤波器，得到系统函数 $H_a(s)$;将模拟滤波器的系统函数 $H_a(s)$ 转换成数字滤波器 H(z)

   脉冲响应时不变法：频率变换关系是线性的，缺点是会产生频谱混叠
   双线性变换法：最大优点是不会产生频谱混叠，缺点是数字频率与模拟频率间是非线性关系，∴数字滤波器的频谱特性不能很好逼近模拟滤波器

2.直接法：计算机辅助设计，直接根据实际情况联立方程

4,5 IIR,FIR 的区别

IIR 滤波器和 FIR 滤波器是数字信号处理中两种常见的数字滤波器类型，它们的主要区别包括以下几个方面：

滤波器结构：IIR 滤波器采用反馈结构，而 FIR 滤波器采用前馈结构。

原理：IIR 滤波器基于滤波器系统的差分方程，可以实现连续的滤波，其输出信号取决于过去的输入信号和输出信号。FIR 滤波器则基于加权和的原理，其输出信号仅与当前输入信号和一定长度的历史输入信号有关。

频率响应：IIR 滤波器的频率响应具有无限长的幅频和相频响应，可以实现连续的滤波。而 FIR 滤波器的频率

响应则具有有限长度，因此只能实现离散的滤波。

相位特性：FIR 滤波器的相位特性通常是线性的，而 IIR 滤波器的相位特性通常是非线性的。

稳定性：IIR 滤波器的稳定性受到极点位置的影响，如果所有极点都位于单位圆内，则系统是稳定的。FIR 滤波器则始终是稳定的，因为其系统函数没有极点。

实现复杂度：在一些情况下，FIR 滤波器的实现复杂度比 IIR 滤波器低，特别是对于需要高通滤波器和带阻滤波器的应用。而对于需要低通滤波器和带通滤波器的应用，IIR 滤波器的实现复杂度可能更低。综上所述，IIR 滤波器和 FIR 滤波器在滤波器结构、原理、频率响应、稳定性、相位特性和实现复杂度等方面存在不同，可以根据具体应用场景的要求选择合适的滤波器类型。

4.6 其他

按频率抽样率抽样可以设计什么类型的数字滤波器；

频率抽样滤波器的基本思想是先将理想滤波器的频率响应在一组等间隔的频率点上进行采样，然后对采样后的频率响应进行离散傅里叶变换得到滤波器的时域响应，最后用时域响应构造出数字滤波器。由于采样后的频率响应是离散的，因此频率抽样滤波器是一种数字滤波器。

频率抽样滤波器可以实现任意滤波器特性的设计，包括低通、高通、带通、带阻和多通道等类型的滤波器。频率抽样滤波器的主要优点是可以快速、准确地计算滤波器的时域响应，并且可以方便地对滤波器进行频率域分析和优化。但是，频率抽样滤波器的缺点是计算复杂度较高，在实现时需要注意计算量和存储器开销的问题。

数字信号处理前置滤波器的作用

数字信号处理前置滤波器的作用是将输入信号进行预处理，使其符合数字信号处理系统的要求，以便于后续的处理和分析。前置滤波器通常被放置在信号采集和数字信号处理之间，可以对信号进行滤波、放大、抑制噪声、滤除不感兴趣的频率分量等处理。

前置滤波器的作用有以下几个方面：

去除高频噪声：在信号采集过程中，由于各种原因可能会引入高频噪声，这些噪声会影响到信号的质量和可靠性。前置滤波器可以通过滤波的方式去除高频噪声，提高信号的信噪比。

滤除不感兴趣的频率分量：有些信号中包含着一些不感兴趣的频率分量，例如直流分量和低频分量等。前置滤波器可以通过滤波的方式滤除这些不感兴趣的频率分量，从而使后续的数字信号处理更加准确和高效。

放大信号：在某些情况下，输入信号的幅度可能过小，需要进行放大处理，以便于后续的数字信号处理。前置滤波器可以通过放大输入信号的幅度，提高信号的强度和质量。

防止数字信号处理系统的过载：在数字信号处理系统中，如果输入信号的幅度过大，可能会导致数字信号处理器的过载和失真。前置滤波器可以通过限制输入信号的幅度，防止数字信号处理器的过载和失真。

综上所述，数字信号处理前置滤波器在信号采集和数字信号处理中起着非常重要的作用，能够提高信号的质量和可靠性，同时保护数字信号处理系统的稳定性和可靠性。

抗混叠滤波器（Anti-aliasing Filter）？

抗混叠滤波器是一种用于预处理信号的滤波器，其主要作用是抑制信号中高于采样频率一半的频率分量，防止采样过程中出现混叠现象。混叠现象是指在采样过程中，信号中高于采样频率一半的频率分量被折叠到采样频率一半以下的频率范围内，从而产生误差和失真。

在进行信号采样之前，应该首先对信号进行抗混叠滤波处理，以便保证采样后的信号没有失真和误差。抗混叠滤波器通常被放置在模拟信号输入端，对信号进行滤波和衰减处理，去除信号中高于采样频率一半的频率分量。

抗混叠滤波器通常是一个低通滤波器，其截止频率应该设置为采样频率的一半或更低，以确保信号中高于采样频率一半的频率分量能够被滤除。抗混叠滤波器的设计应该根据具体的应用需求和信号特性进行，以达到最佳的抗混叠效果和信号质量。