

绝对值 七年级

注意，这篇论文都是基于七年级大纲我自己理解的内容的。

绝对值的特性和分析

首先，绝对值的代数定义是：

$$|a| = \begin{cases} -a & a < 0 \\ 0 & a = 0 \\ a & a > 0 \end{cases}$$

但在几何意义中，绝对值 $|a - b|$ 指的是 a 和 b 在数轴上的差。

对于绝对值，我们还有一个比较重要的常识： $|a|$ 不管什么情况下一定是**非负数**。

绝对值方程

绝对值方程，也是绝对值的一个比较重要的知识点。

对于基础的绝对值比如说 $|a| = 5$ ，我们有： $|a| = b \rightarrow a = \pm b$ 。

我们可以基于这个给定的式子进行分类讨论来得到结果。

但如果这个绝对值不是这么简单呢，我们咋处理。

在这里，我们引用一个方法，叫**零点分段法**。

零点分段法，其精华就是把一个绝对值方程，运用几何的方式，让这个代数方程变成几何问题，再转换回来对原方程进行分类讨论。

零点分段法的做法：

对于这个不等式式子，我们对每一项进行讨论，列出每一项中可以使得这个绝对值的值为 0 的 x 。

比如说一道题：

化简 $|a - 5| + |a - 8|$ 。

我们找到这个式子有零点 5 和 8，画出数轴：



所有，我们可以对于 $x < 5$, $5 \leq x < 8$ 和 $8 \leq x$ 进行分类讨论

具体的答案就不放在这里了。

如果有多个零点也是一样的。

如果上面的题改一下，改成求最小值咋做呢。

我们当然可以继续用零点分段法。但是如果我们从几何的角度去思考，这道题有可能会更容易。

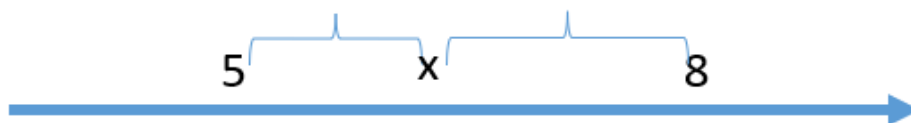
题目中的式子，可以表示为： a 到 5 的绝对值和 a 到 8 的绝对值之和。

我们可以试着画一下：

若 x 在 5 的左边



5 ≤ x ≤ 8 的情况



x > 8 的情况



我们可以通过几何的方式直接得出 $5 \leq x \leq 8$ 时这个式子的值最小。

当我们遇到多个零点的时候，我们可以采用配对法，从第一个零点和最后一个零点配对直到最中间的区间或零点。

当系数不为 1 的时候，我们可以把系数提取出来，再进行计算。

所以，我们可以总结出，对于一个这样的式子：

$$|a_1x + b_1| + |a_2x + b_2| + \cdots + |a_{2n}x + b_{2n}|$$

我们定义第 i 个零点为 l_i 。

定义 m 为零点的数量。

那么式子的最小值就是：

$$(l_m - l_1) + (l_{m-1} - l_2) + \cdots + (l_{\frac{m}{2}+1} - l_{\frac{m}{2}})$$