

# 二进制

## 什么是二进制

二进制是一种计算机常用的进制，因为晶体管只有两种形态：0 和 1。这种进制下的数都小于 2。二进制也可以用十进制的运算方法来进行运算。

## 二进制的运算

### 加减

二进制的加减和十进制一样，我们可以用竖式解决，只不过是凑 2 进 1。比如  $(10010)_2 + (10110)_2$ ：

```

  10010
+ 10110
-----
 101000

```

竖式的原理就是位值原理，从右往左的第  $i$  位等于十进制下数值乘  $2^{i-1}$ 。就拿上面的数为例：

$$\begin{aligned}
 (10010)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1 \\
 (10110)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 \\
 (10010)_2 + (10110)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 \\
 &= 2 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 2 \times 2^1 \\
 &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^2 \\
 &= 1 \times 2^5 + 2 \times 2^2 \\
 &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 \\
 &= (10100)_2
 \end{aligned}$$

### 乘除

和加减同样，只不过是第一个数的每一位和第二个数相乘得到结果，同样是每 2 进 1。

## 二进制和十进制

二进制和十进制的转换，也是运用了位值原理。

## 二进制转十进制

我们可以用位值原理：从右往左的第  $i$  位就等于十进制下数值乘  $2^{i-1}$ ，从而转换进制。

我们拿  $(10110)_2$  来转为十进制：

$$\begin{aligned}(10110)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 \\ &= 16 + 4 + 2 \\ &= 22\end{aligned}$$

$$(10110)_2 = 22$$

## 十进制转二进制

这里，我们运用一个特殊的方法——短除法：

$$22 = (10110)_2$$

22	2	0	↑
11	2	1	
5	2	1	
2	2	0	
1			

步骤：

1. 首先，用 22 去除 2，余 0。
2. 用商继续进行步骤 1，一直除直到剩下 1。
3. 把余数倒着读，记得读上最后的 1，读出来的数就是它对应的二进制数。

原理：

这个就是二进制转十进制的逆运算，最前面的余数就是最低为的二进制数，其次是第二位的二进制数，以此类推。但是算完后务必要倒着读，不然这个二进制数就是反的了。

## 多进制转十进制

$n$  进制的位值就从  $2^{i-1}$  变成  $n_{i-1}$ ，那么通过这个公式，我们也可以得出：从右往左的第  $i$  位就等于十进制下数值乘  $n^{i-1}$ ，那么假设一个多进制数有  $x$  位，每一位从右到左是：

$a_1, a_2, \dots, a_x$ ，那么这个多进制数对应的十进制的多项式就是：

$$a_1 \times n^0 + a_2 \times n^1 + \dots + a_{x-1} \times n^{x-2} + a_x \times n^{x-1}$$

## 总结

虽然二进制只是一种，但是从二进制的运算也可以运用位值原理推导出其他进制转十进制。