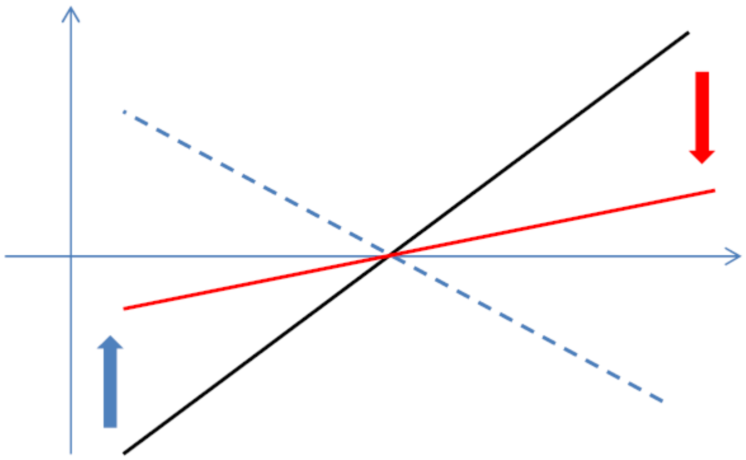
질문1. CAPM모형에서 베타가 갖는 의미

(선택질문- 주식포트폴리오의 헷지비율을 정할 때, 베타를 사용하는 이유)

펀드매니저가 주식 포트폴리오를 헷지하고자 할 때, 포트폴리오의 베타를 사용할 수 있다. 잘 분산된 주식 포트폴리오는 주가지수의 움직임을 모방할 것이므로 주가지수선물을 헷징도구로 이용하면 가격변동위험을 줄일 수 있다. (헷징은 본래 포지션을 나타내는 검정색 실선에 헷징도구를 이용한 점선을 합성하여 빨간색 실선의 형태로 포지션을 변형하는 것으로 볼 수 있습니다)



(x축: 주가, y축: 포지션의 가치)

선물을 헷징도구로 이용하여 현물포지션을 헷지하고자 할 때 계산된 최적 헷지비율은

(식 3.1)$h^* = \rho\frac{\sigma_{\Delta S}}{\sigma_{\Delta F}} = \frac{Cov(\Delta S,\Delta F)}{\sigma_{\Delta S}\sigma_{\Delta F}}\frac{\sigma_{\Delta S}}{\sigma_{\Delta F}} = \frac{Cov(\Delta S,\Delta F)}{Var(\Delta F)}$이다.

현물이 주식포트폴리오이고 헷징도구가 지수선물인 경우 ΔS와 ΔF는 각각 r_i와 r_M에 대응되므로 최적 헷지비율은 CAPM의 베타와 일치하게 된다. 베타는 주식포트폴리오가 주가지수의 변동에 대해 과거에 얼마나 민감하게 변동해왔는지 가늠할 수 있는 지표이다. 따라서 과거의 민감도가 유지될 것이란 가정하에 베타만큼의 헷지비율이 적용된 최적 선물계약수를 구하여 반대포지션을 취하면 가격변동위험을 줄일 수 있다.

<베타의 의미>

$$\text{CAPM:}\ \ E(r_i) - r_f = \frac{Cov(r_i,r_M)}{Var(r_M)} \times \left[E(r_M) - r_f\right]$$

$$=\beta_i \times \left[E(r_M) - r_f\right]$$

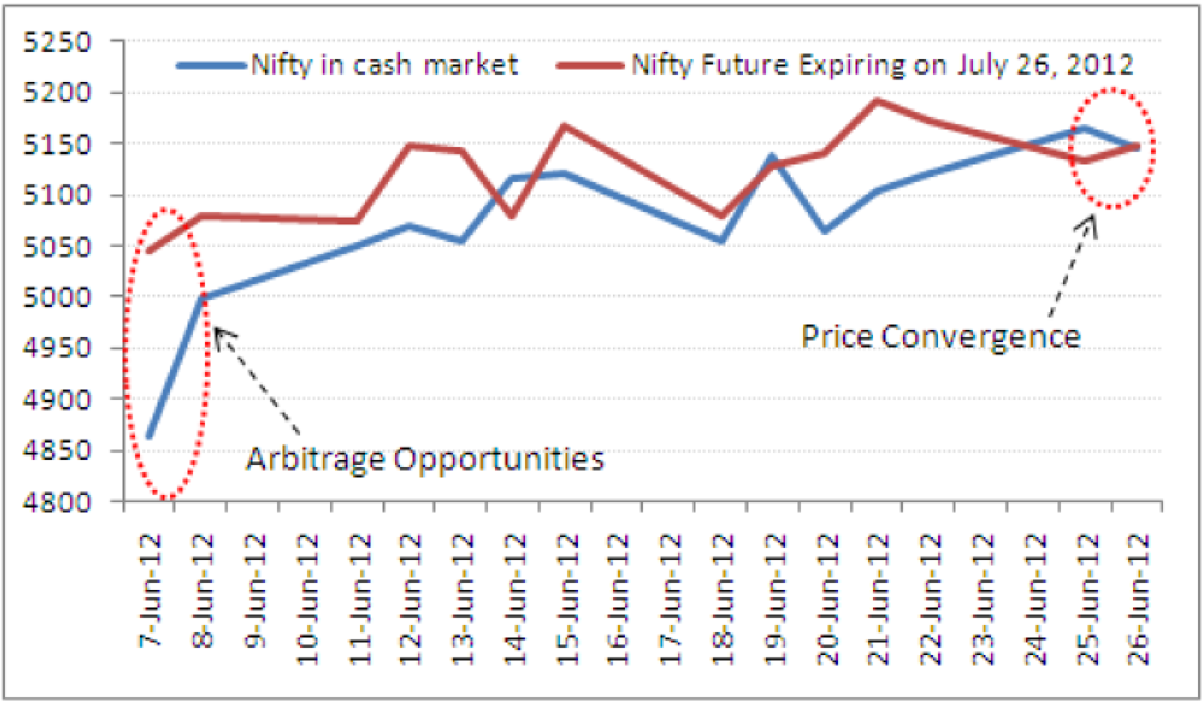
베타란 CAPM에서 분산투자를 통해 제거할 수 없는 체계적 위험정도를 나타내는 지표이다. 공식을 살펴보면(도출과정은 깃허브에 업로드되어 있습니다) 개별주식의 초과수익률(좌변)을 시장초과수익률에 대해 회귀분석한 직선의 기울기로도 볼 수 있어서 민감도를 측정하고 포트폴리오를 운용하는 데 사용이 되지만 금융실무에서는 개별주식의 기대수익률 $E(r_i)$를 산정하여 현금흐름할인

법으로 가치평가를 하는 데 주로 사용된다.

질문2. basis risk란?

헷저는 선물 등의 도구를 통해 헷지를 하고자(=가격위험을 제거하고자) 하는 거래자이다. 가격위험을 완벽히 제거할 수 없는 경우 basis risk가 발생한다. 가격위험을 완벽히 제거할 수 없는 경우는 크게 두 가지가 있다.

먼저, 선물의 기초자산과 현물이 동일한 경우를 예로 들어보자. 선물가격은 만기에 기초자산이 인도될 수 있는 가능성 때문에 현물가격에 수렴하므로, 선물포지션을 만기까지 유지한다면 basis risk는 발생하지 않는다. 그러나 어떠한 이유로(ex. 현금이 필요해서) 선물만기 이전에 선물포지션을 마감해야 한다면 헷저는 basis risk를 감수해야 한다. 아래 그림에서 어떤 시기에 선물포지션을 마감하는지에 따라 basis risk는 헷저에게 이익을 가져다줄 수도 있고, 손실을 가져다줄 수도 있다.



둘째로, 시장에 현물과 기초자산과 동일한 선물이 없는 등의 이유로 교차헷징을 해야 하는 경우가 있다. 이 경우 선물포지션을 만기까지 유지하더라도 basis risk에 직면할 수 있으며, 만기 이전에 포지션을 마감하는 경우 기초자산이 동일했다면 직면했을 basis 외에 해당 시점에서 선물의 기초자산과 현물의 가격이 일치하지 않을 위험도 감수해야 한다.

질문3. 헷지의 수단으로 선물을 사용할 때, 일일정산의 영향을 왜 조정해야 할까?

디테일한 내용이지만 현금흐름분석에 대한 감을 잡을 수 있는 주제라 생각하여 공통질문에 넣었습니다. 어려우셨더라도 낙심하지 마시고 이해하고 넘어가실 수 있으면 좋을 듯합니다!

0	T=0.25	T=0.50	T=0.75	T=1
F=100	110	100	90	S=100
	+10	-10	-10	+10
	10* $(1+r)^{0.75}$	-10* $(1+r)^{0.5}$	-10* $(1+r)^{0.25}$	10

$$0 \ =?= \ 10*[(1+r)^{0.75} - (1+r)^{0.5} - (1+r)^{0.25} + 1]*z$$

위와 같이 선물가격이 100-110-100-90-100 순으로 변동한다고 하자. 이처럼 포지션 진입시의 가격과 만기의 가격이 같아지는 경우, 선도계약이었다면 손익은 0이다. 하지만 선물계약의 경우 일일정산과 이자율의 영향으로 손익은 0이 아닐 수 있다. 일일정산의 결과 발생한 이익에 대해 대부분의 브로커들은 투자자의 증거금 잔액에 대해 이자를 지급하고(일종의 lending income), 손실이 날 경우 투자자에게는 증거금을 채워 넣기 위한 자본조달비용(borrowing cost)이 발생한다. 이와 같은 수익/비용은 만기 기준 헷저의 총 손익에 영향을 주므로 최적헷징을 위해서는 이자율의 영향을 고려하여 선물계약수를 조정해주어야 한다. 이를 위한 방법은 (식 3.2)를 (식 3.3)으로 수정하여 사용하는 것이다.

(식 3.2) $N^* = \frac{h^* Q_A}{Q_F}$

(식 3.3) $N^* = \frac{h^* V_A}{V_F}$

헷지되는 포지션 가치V_A = 현물가격P_S X 포지션 크기Q_A

선물포지션 가치V_F = 선물가격P_F X 선물 1계약의 크기Q_F 이므로

(식 3.3) $N^* = \frac{h^* V_A}{V_F} = \frac{h^* P_S Q_A}{P_F Q_F}$

선물가격과 현물가격 사이에는 $P_F \approx P_S(1+r)^t$의 관계가 성립하므로(5장 무차익거래 논리)

(식 3.3) $N^* = \frac{h^* P_S Q_A}{P_F Q_F} \approx \frac{h^* Q_A}{Q_F} \times \frac{1}{(1+r)^t}$을 사용하면 이자율의 영향을 고려하게 된다.