4차시: 신용파생

기업은 신용파생상품을 통해 신용위험을 능동적으로 관리할 수 있다!

신용위험

차입자와 파생상품계약 상대방의 채무불이행 가능성

신용등급

Credit Rating Scales by Agency, Long-Term

Moody's	S&P	Fitch	
Aaa	AAA	AAA	Prime
Aa1	AA+	AA+	High grade
Aa2	AA	AA	
Aa3	AA-	AA-	
A1	A+	A+	Upper medium grade
A2	A	A	
A3	A-	A-	
Baa1	BBB+	BBB+	Lower medium grade
Baa2	BBB	BBB	
Baa3	BBB-	BBB-	
Ba1	BB+	BB+	Non-investment grade speculative
Ba2	BB	BB	
Ba3	BB-	BB-	
B1	B+	B+	Highly speculative
B2	B	B	
B3	B-	B-	
Caa1	CCC+	CCC	Substantial risk
Caa2	CCC		Extremely speculative
Caa3	CCC-		Default imminent with little prospect for recovery
Ca	CC	CC	
	C	C	
C	D	D	In default
/			
/			

"Junk"

WOLFSTREET.com

AAA가 최상위 등급

빨간 선을 기준으로 윗부분은 ***investment grade***

그 아래는 통상적으로 ***noninvestment, speculative, junk, high yield***로 표기

D는 파산등급

알파벳 뒤에 숫자나 부호로 표기된 것은 ***notching***

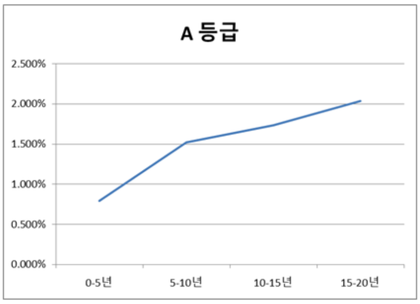
특징

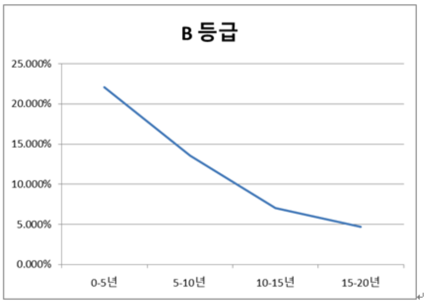
1. 평균 누적 채무불이행률

Table 24.1 Average cumulative default rates (%), 1970–2015 (*Source*: Moody's).

Term (years):	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*7*	*10*	*15*	*20*
Aaa	0.000	0.011	0.011	0.031	0.087	0.198	0.396	0.725	0.849
Aa	0.022	0.061	0.112	0.196	0.305	0.540	0.807	1.394	2.266
A	0.056	0.170	0.357	0.555	0.794	1.345	2.313	4.050	6.087
Baa	0.185	0.480	0.831	1.252	1.668	2.525	4.033	7.273	10.734
Ba	0.959	2.587	4.501	6.538	8.442	11.788	16.455	23.930	30.164
B	3.632	8.529	13.515	17.999	22.071	29.028	36.298	43.368	48.071
Caa–C	10.671	18.857	25.639	31.075	35.638	41.812	47.843	50.601	51.319

investing grade 채권의 채무불이행 확률은 시간의 증가함수
noninvestment grade 채권의 채무불이행 확률은 시간의 감소함수





2. 등급전이 행렬

original rating	probability of migrating to rating by year end (%)							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	93.66	5.83	0.40	0.08	0.03	0.00	0.00	0.00
AA	0.66	91.72	6.94	0.49	0.06	0.09	0.02	0.01
A	0.07	2.25	91.76	5.19	0.49	0.20	0.01	0.04
BBB	0.03	0.25	4.83	89.26	4.44	0.81	0.16	0.22
BB	0.03	0.07	0.44	6.67	83.31	7.47	1.05	0.98
B	0.00	0.10	0.33	0.46	5.77	84.19	3.87	5.30
CCC	0.16	0.00	0.31	0.93	2.00	10.74	63.96	21.94
Default	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

▼ 등급이 내려갈 가능성이 올라갈 가능성보다 높음

CCC 등급에서 올라갈 가능성 14.14% (=0.16+0+0.31+0.93+2+10.74)

CCC 등급에서 내려갈 가능성 21.94%

위해율

[예시] 무조건부/조건부 채무불이행 확률

Table 24.1 Average cumulative default rates (%), 1970–2015 (*Source*: Moody's).

Term (years):	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*7*	*10*	*15*	*20*
Aaa	0.000	0.011	0.011	0.031	0.087	0.198	0.396	0.725	0.849
Aa	0.022	0.061	0.112	0.196	0.305	0.540	0.807	1.394	2.266
A	0.056	0.170	0.357	0.555	0.794	1.345	2.313	4.050	6.087
Baa	0.185	0.480	0.831	1.252	1.668	2.525	4.033	7.273	10.734
Ba	0.959	2.587	4.501	6.538	8.442	11.788	16.455	23.930	30.164
B	3.632	8.529	13.515	17.999	22.071	29.028	36.298	43.368	48.071
Caa–C	10.671	18.857	25.639	31.075	35.638	41.812	47.843	50.601	51.319

1. Unconditional Default Prbability

   Caa 등급 이하의 채권이 3년도에 채무불이행 할 확률 6.7820% (=25.639-18.857)

   표에 나타난 것은 누적확률이기 때문에 위와 같은 과정 필요

2. Conditional Default Prbability

   이전에 채무불이행 하지 않았다는 조건 하에 3년도에 채무불이행 할 확률 8.3581% (=100 × 6.7820/81.143)

   - 3년도에 채무불이행 할 무조건부 확률 6.7820%
   - 2년도까지 채무불이행 하지 않을 확률 81.143% (=100-18.857)

   조건부 채무불이행 확률은 위해율***hazard rate*** 또는 채무불이행도***default intensity***

1년 미만의 기간 사이에 채무불이행할 확률

- t시점에서의 위해율이 $\lambda(t)$
  전에 파산하지 않았다는 조건 하에t~ t+Δt 시점 사이에서 채무불이행 할 확률은 $\lambda(t)\Delta t$

- $V(t)$는 t시점까지 파산하지 않을 누적확률
  t와 t+Δt시점 사이의 조건부 채무불이행 확률 $[V(t) - V(t + \Delta t)]/V(t)$
  $[1 - V(t + \Delta t)] - [1 - V(t)] = V(t) - V(t + \Delta t)$

- $[V(t) - V(t+\Delta t)]/V(t) = \lambda(t)\Delta t$
  $V(t+\Delta t) - V(t) = -V(t)\lambda(t)\Delta t$

- 극한에서 $dV(t)/dt = -V(t)\lambda(t)$
  $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{V(t+\Delta t) - V(t)}{\Delta t} = \frac{dV(t)}{dt}$

  $V(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}$

- $Q(t)$는 t시점까지의 채무불이행 확률 $Q(t) = 1 - V(t)$
  $Q(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}$
  또는
  $Q(t) = 1 - e^{-\overline{\lambda}(t)t}$

▼ 회수율

채무불이행 직후의 채권의 시장가격을 채권 액면가의 백분율로 정의한 것

default rate와 반비례

채무불이행 확률의 추정

1. 채권의 수익 스프레드 이용

   채권 스프레드는 약정된 수익률과 무위험이자율의 차이 (또는 초과수익률)
   스프레드가 클수록 채권이 지닌 risk가 크다고 해석 가능

   $\rightarrow$ 채권 스프레드 $s(T)$는 채권에 대한 평균 손실률

$$\therefore \quad \overline{\lambda}(T) = \frac{s(T)}{(1-R)}$$

▼ notation

$\lambda^{-}(T)$는 평균위해율 파산할 확률이 얼마나 되는지?

R은 회수율이므로 $(1-R)$은 손실률 파산한다면 얼마나 잃게 될 지?

▼ [예시] 기업에 의해 발행된 1, 2, 3년 만기 채권의 무위험이자율 대비 초과수익률이 각각 150, 180, 195 베이시스 포인트이고 회복률은 40%이다.

1. 기간
   a. 1년 동안의*(0-1년)* 평균 위해율 $\lambda^{-}(1)$
      $\overline{\lambda}(1) = \frac{0.015}{1-0.4} = 2.5\%$
   b. 2년 동안의*(0-2년)* 평균 위해율 $\lambda^{-}(2)$
      $\overline{\lambda}(2) = \frac{0.018}{1-0.4} = 3.0\%$
   c. 3년 동안의*(0-3년)* 평균 위해율 $\lambda^{-}(3)$
      $\overline{\lambda}(3) = \frac{0.0195}{1-0.4} = 3.25\%$
2. 시점
   a. 첫번째 해의 평균 위해율
      2.5%
   b. 두번째 해의 평균 위해율
      $3.5\% \ (= 2 \times 3.0 - 1 \times 2.5)$
   c. 세번째 해의 평균 위해율
      $3.75\% \ (= 3 \times 3.25 - 2 \times 3.0)$

▼ 과거 자료로부터 추정한 채무불이행 확률은 채권수익률로부터 추정한 채무불이행 확률보다 작다.

▼ 2007년 신용위기때 이러한 현상이 심화

신용위기 당시 투자자들이 안전자산을 선호하여 안전자산으로의 이동현상 ***flight to liquidity***이 일어났기 때문

1. 과거 자료로 부터 추정한 평균 위해율 0.193%
   - 앞선 예시에서 평균 위해율 추정

$$Q(t) = 1 - e^{-\overline{\lambda}(t)t}$$

$$\Rightarrow \overline{\lambda} = -ln[1 - Q(t)]/t$$

- 만기가 7년인 A등급의 누적 채무불이행 확률 $Q(7)$은 1.345%

Table 24.1 Average cumulative default rates (%), 1970–2015 (*Source*: Moody's).

Term (years):	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*7*	*10*	*15*	*20*
Aaa	0.000	0.011	0.011	0.031	0.087	0.198	0.396	0.725	0.849
Aa	0.022	0.061	0.112	0.196	0.305	0.540	0.807	1.394	2.266
A	0.056	0.170	0.357	0.555	0.794	1.345	2.313	4.050	6.087
Baa	0.185	0.480	0.831	1.252	1.668	2.525	4.033	7.273	10.734
Ba	0.959	2.587	4.501	6.538	8.442	11.788	16.455	23.930	30.164
B	3.632	8.529	13.515	17.999	22.071	29.028	36.298	43.368	48.071
Caa–C	10.671	18.857	25.639	31.075	35.638	41.812	47.843	50.601	51.319

- 평균 위해율 $\lambda^{-}(7)$은 0.193%

  $\overline{\lambda}(7) = -\frac{ln[1-0.01345]}{7} \approx 0.1934\%$

2. 채권 스프레드로 부터 추정한 평균 위해율 1.145%

   - 앞선 예시에서 평균 위해율 추정

     $\overline{\lambda}(T) = \frac{s(T)}{1-R}$

   - 수익률이 5.995%이고 회수율은 40%, 무위험이자율은 5.308%인 7년만기 A등급 채권의 평균 위해율 $\lambda^{-}(7)$은 0.193%

     $\overline{\lambda}(7) = \frac{0.05995-0.05308}{1-0.4} \approx 1.1450\%$

▼ 실제 세계와 위험중립세계

위의 예시에서 과거 자료로 추정한 채무불이행 확률이 실제 세계에서의 확률
 채권 스프레드로 추정한 확률이 위험중립 세계에서의 확률

채권은 보통 독립적으로 파산하지 않기 때문에 제거되지 않는 체계적 위험을 가지고 있다.

1. 시기적 특성 ex) 금융위기
2. 신용전염 ***credit contagion***

(신용)파생상품의 가치평가를 할 때에는 위험중립 가정이 필요
시나리오 분석을 통해 채무불이행의 손실을 계산할 때는 과거 데이터를 이용한 추정 필요

2. 주식가격 이용

▼ 채권 스프레드를 이용한 채무불이행 확률 추정은 채권의 신용등급 이용

신용등급이 매겨진 후 시간이 지나면 오래된 데이터로 전락하게 된다.

최신의 정보를 활용한 확률 추정 필요

머튼이 기업의 자기자본*equity*를 자산*asset*에 대한 옵션으로 보는 모형 제시

▼ 옵션모형***Black-Scholes-Merton Option Pricing Model*** 이용

$$(call)\ option = N(d_1)S_T - N(d_2)Ke^{-rT}$$

$d_1 = \frac{ln[\frac{S_0}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$

$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

S 기초자산의 가치

K 행사가

r 무위험이자율

T 만기 시점

$N(d_1)$ 기초자산의 가격변화 대비 콜옵션의 가격변화

$N(d_2)$ 옵션이 행사될 가능성

▼ 해당 모형에서는 콜옵션의 가격 대신 기업 자기자본의 가치E를 계산

기초자산 S를 기업 자산의 가치 V로 변환
행사가 K를 갚아야 할 부채 D로 변환

$$E_0 = N(d_1)V_0 - N(d_2)De^{-rT}$$

$d_1 = \frac{ln[\frac{V_0}{D}] + (r + \frac{\sigma V^2}{2}T)}{\sigma_V\sqrt{T}}$

$d_2 = d_1 - \sigma_V\sqrt{T}$

▼ $N(d_2)$는 옵션이 행사될 가능성을 나타내므로, 옵션이 행사되지 않을 가능성 $N(-d_2)$를 구하면 기업의 채무불이행 가능성을 알 수 있다.

▼ 다른 요소들은 관찰이 가능하지만, V_0과 σ_V는 추정해야 한다.

$$\sigma_E E_0 = \frac{\partial E}{\partial V}\sigma_V V_0 = N(d_1)\sigma_V V_0 \quad from\ \ It\hat{o}'s\ \ lemma$$

$N(d_1)$이 기초자산의 가격변화 대비 콜옵션의 가격변화임을 이용

▼ [예시] 기업의 자기자본의 가치가 $3백만이고, 자기자본의 변동성이 80%이다. 1년 후 상환해야 할 부채는 $1,000만이다. 무위험이자율은 연 5%이다.

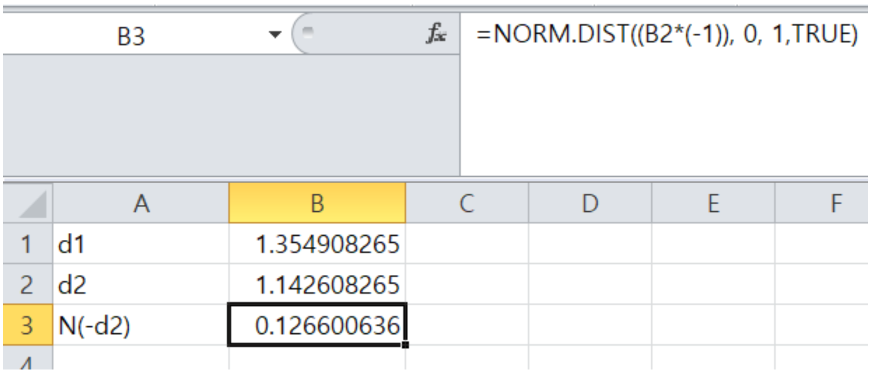
$$E_0 = 3,\ \sigma_E = 0.8,\ T = 1,\ D = 10,\ r = 0.05$$

$$E_0 = N(d_1)V_0 - N(d_2)De^{-rT} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(a)}$$

$$0.8 \times 3 = N(d_1)\sigma_V V_0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(b)}$$

- $d_1 = \dfrac{ln\left[\frac{V_0}{10}\right]+(0.05+\sigma_V{}^2/2)\cdot 1}{\sigma_V\sqrt{1}}$

(a)와 (b)에서 $\sigma_v = 0.2123,\ V_0 = 12.40$을 구할 수 있다.


B3 =NORM.DIST((B2*(-1)), 0, 1,TRUE)

	A	B	C	D	E	F
1	d1	1.354908265				
2	d2	1.142608265				
3	N(-d2)	0.126600636				

이를 이용하여 d_1과 d_2를 계산한 후, $N(-d_2) = 12.66\%$임을 구할 수 있다.

파생상품계약에서의 신용위험

▼ 파생상품계약은 국제스왑파생상품협회 마스터계약에 의해 통제

계약의 한 당사자가 증거금을 충족시키지 못했을 때, 또는 파산을 선언했을 때 채무불이행 발생

채무불이행이 발생했을 때, non-defaulting party는 손실을 입을 가능성이 있다.

1. Non-defaulting party의 입장에서 거래 총액이 +이며, 거래 총액이 dafaulting party에서 지급한 담보의 가치보다 크다.
   Non-defaulting party는 ***"거래총액-담보"***만큼의 가치에 대한 무담보 채권자이다.

2. Defaulting party의 입장에서 거래 총액이 +이며, non-dafaulting party에서 지급한 담보의 가치가 거래 총액보다 크다.
   Non-defaulting party는 ***"담보-거래총액"***만큼의 가치에 대한 무담보 채권자이다.

▼ CVA와 DVA

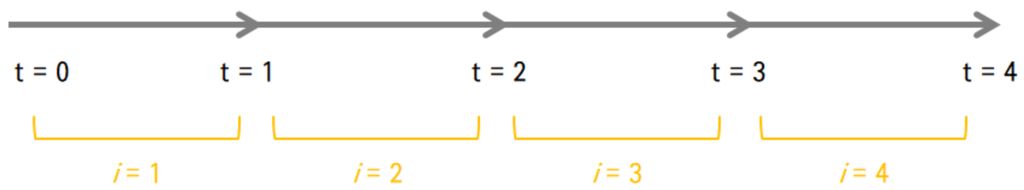
1. 신용가치평가조정(Credit Valuation Adjustment)

   은행의 CVA는 거래상대방의 채무불이행으로 인한 은행의 기대비용의 현가

$$CVA = \sum_{i=1}^{N} q_i v_i$$

q_i는 i 번째 구간에서 거래상대방이 채무를 불이행 할 위험중립확률
v_i는 i 구간에서 거래상대방이 채무를 불이행 할 경우 은행의 기대되는 손실의 현가

▼ 구간 $\neq$ 시점



2. 부채가치평가조정(Debt Valuation Adjustment)

   은행의 DVA는 은행의 채무불이행으로 인한 거래상대방의 기대비용의 현가

   은행의 파산확률은 은행 입장에서 이익 (파생상품에서 요구하는 납입을 불이행)

$$DVA = \sum_{i=1}^{N} {q_i}^* {v_i}^*$$

${q_i}^*$는 i 번째 구간에서 은행이 채무를 불이행 할 위험중립확률
${v_i}^*$는 i 구간에서 은행이 채무를 불이행 할 경우 거래상대방의 기대되는 손실의 현가

▼ 일반적으로 양방향 청산되는 파생상품거래는 채무불이행을 고려하지 않는다. (계약의 양 당사자가 모두 계약을 이행한다고 가정)

1. 채무불이행을 고려하지 않은 은행입장에서의 파생상품의 가치
   파생상품의 가치는 블랙숄즈 등의 밸류에이션 모형 사용

   f_{nd}

2. 채무불이행을 고려한 미결된 파생상품의 가치

   $f_{nd} - CVA + DVA$

▼ q_i: i 구간에서의 채무불이행 위험중립확률

$q_i = Q(t_i) - Q(t_{i-1})$, $Q(t_i)$: t_i 시점에서 채무불이행 할 확률

- $Q(t_i) = 1 - e^{-\overline{\lambda}(t_i)t_i}$
- $\overline{\lambda}(t_i) = \frac{s(t_i)}{1-R}$

$$q_i = [1 - exp(-\tfrac{s(t_i)t_i}{1-R})] - [1 - exp(-\tfrac{s(t_{i-1})t_{i-1}}{1-R})]$$
$$= exp(-\tfrac{s(t_{i-1})t_{i-1}}{1-R}) - exp(-\tfrac{s(t_i)t_i}{1-R})$$

▼ v_i: i 구간에서 채무불이행시 기대되는 손실

▼ 몬테카를로 시뮬레이션 이용

불확실한 상황에서 의사결정을 하기 위해 진행하는 모의실험

▼ $v_i = (1 - R)max(V_i, 0)$

V_i는 은행입장에서의 파생상품의 총 가치

$max(V_i, 0)$은 거래 상대방에 대한 노출도

▼ 신용위험의 경감

양방 청산되는 거래에서 은행의 신용위험을 경감시키기 위한 방법

1. 네팅 ***netting***

    ▼ 여러 개의 독립적인 거래들을 단일거래로 간주

    - +1천만 달러, +3천만 달러, -2천5백만 달러의 가치를 지닌 거래는 총 +4천만 달러 각 +1천만 달러, +3천만 달러, 0달러의 exposure를 지님
    - 네팅 후 거래는 총 +1천5백만의 exposure

2. 담보협약 ***collateralization***

    채무를 불이행하지 않은 거래자는 상대방이 제공한 담보를 계속 보유

3. 계약종료조항 ***downgrade triggers***

    특정 기준 이하로 신용등급이 내려가게 되면 계약 종료

채무불이행 상관계수

두 기업이 비슷한 시점에서 채무불이행 할 경향

- 채무불이행의 상관성

    1. 같은 산업 혹은 같은 지역에 소속된 기업들은 하나의 사건에도 비슷한 영향을 받게 됨
    2. 당시의 경제상황에 따라 전반적인 기업들의 상관성이 변할 수 있음

    채무불이행 상관성의 존재로 신용위험은 완벽하게 분산될 수 없게 된다.

- 채무불이행 상관성 모형

    1. 축약모형 ***reduced form model***

        거시경제 변수가 채무불이행 상관성을 야기

    2. 구조모형 ***structural model***

        두 기업의 자산이 따르는 확률과정이 서로 연관되어 채무불이행 상관성을 지님

가우시안 코풀라 모형 *Gaussian copula model*

모든 기업은 궁극적으로 파산한다고 가정하여 채무불이행까지의 시간을 모형화

- Percentile-to-Percentile Transformation

  시간 t들이 정규분포를 따르지 않는다면, 이들의 상관계수를 구하는 것이 어렵다.

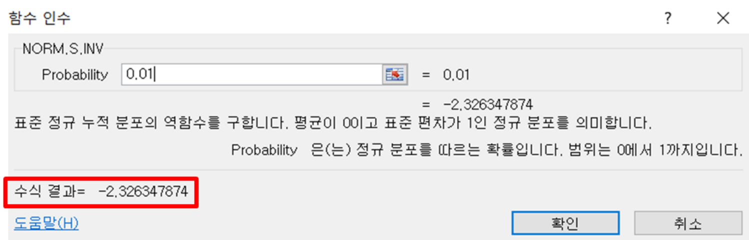
  퍼센타일 전환을 통해 정규분포를 따르지 않는 변수 간의 상관성 구조를 규정할 수 있다.

N^{-1}은 역 누적정규분포

기업들의 x_i를 계산하여 x_i, x_j $(i \neq j)$ 간의 상관계수를 계산할 수 있다.

▼ [예시] 기업의 향후 1, 2, 3, 4, 5년 동안의 누적 채무불이행 확률이 각각 1%, 3%, 6%, 10%, 15%이다.

$$Q_1(t_1) = 0.01,\ Q_2(t_2) = 0.03,\ Q_3(t_3) = 0.06,\ Q_4(t_4) = 0.1,\ Q_5(t_5) = 0.15$$



$N^{-1}(Q_1)$	-2.32635
$N^{-1}(Q_2)$	-1.88079
$N^{-1}(Q_3)$	-1.55477
$N^{-1}(Q_4)$	-1.28155
$N^{-1}(Q_5)$	-1.03643

이렇게 구한 값은 개별 기업의 x_i값이 아닌, x_i의 critical value이다.

기업들의 x_i값이

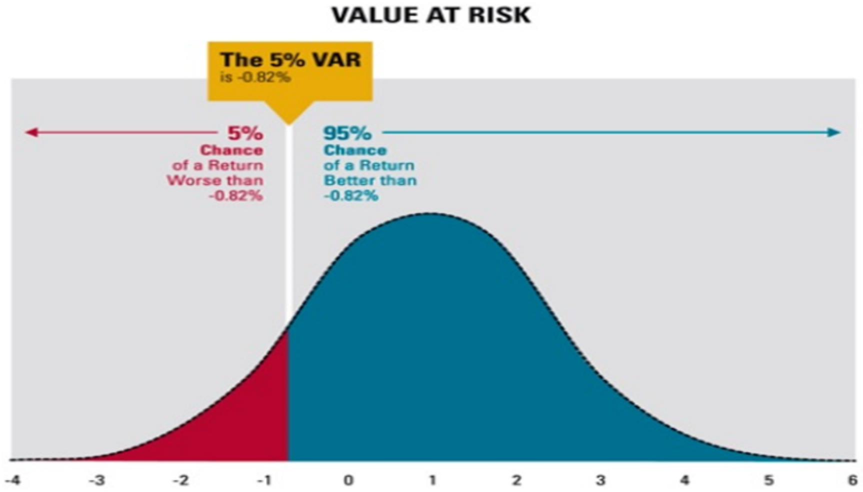
- -2.33 미만 1년도에 파산
- -2.33 이상 -1.88 미만 2년도에 파산

- -1.88 이상 -1.55 미만 3년도에 파산
- -1.55 이상 -1.28 미만 4년도에 파산
- -1.28 이상 -1.04 미만 5년도에 파산
- -1.04 이상 5년간 파산하지 않음

신용 VaR

▼ Value at Risk

1년 기준 5%의 신뢰수준에서 측정된 VaR이 -0.82%라는 것은, 1년동안 95%의 확률로 0.82% 이하의 손실이 일어날 것이라는것.



▼ X%의 신뢰수준에서의 최악의 채무불이행률 ***The Worst Case of Default***

$$V(X,T) = N(\frac{N^{-1}[Q(T)] + \sqrt{\rho} \cdot N^{-1}[X]}{\sqrt{1-\rho}})$$

- $Q(T)$ T시점까지 채무불이행 확률
- ρ 코풀라 상관계수 (모든 기업 쌍들에 적용)
- X X%의 신뢰수준

▼ 신용 VaR

$L_i(1-R)V(X,T)$

L_i는 대출포트폴리오의 규모

▼ [예시] 은행의 소매 노출규모가 총 $1억라고 하자. 1년 채무불이행 확률은 평균 2%이고, 회수율은 평균 60%이다. 코풀라 상관계수는 0.1이라 했을 때의 VaR을 구하여라.

L_i $1억, $Q(T)$ 0.02, R 0.6, X 0.999, ρ 0.1, T 1

- 최악의 채무불이행률 ***12.8%***

$$V(0.999,1) = N\left(\frac{N^{-1}[0.02]+\sqrt{0.1}\cdot N^{-1}[0.999]}{\sqrt{1-0.1}}\right) = 12.8\%$$

- 개별 대출의신용 VaR ***$5.13백만***

$$CreditVaR = 100 \times (1-0.6) \times 0.128 \approx 5.13$$

▼ 크레디트메트릭스

신용 VaR을 구하기 위해 Credit Metrics를 이용하기도 한다.

행렬을 구하는 과정은 복잡하지만, 신용손실이 등급 하락으로부터 발생한다는 점을 시사한다.

Table 24.5 One-year ratings transition matrix, 1970–2015, with probabilities expressed as percentages and transitions to the WR (without rating) category being allocated proportionally to other categories, calculated from Moody's data.

Initial rating	*Rating at year-end*								
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa	Ca–C	Default
Aaa	90.85	8.45	0.61	0.06	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
Aa	0.88	89.62	8.89	0.46	0.07	0.04	0.02	0.00	0.02
A	0.06	2.70	90.85	5.63	0.54	0.12	0.05	0.01	0.06
Baa	0.04	0.17	4.53	90.19	3.95	0.73	0.17	0.02	0.19
Ba	0.01	0.05	0.51	6.73	83.02	7.82	0.74	0.14	1.00
B	0.01	0.04	0.17	0.50	5.35	82.24	7.26	0.63	3.82
Caa	0.00	0.01	0.03	0.13	0.49	8.19	77.93	3.28	9.95
Ca–C	0.00	0.00	0.07	0.00	0.82	3.23	12.41	51.90	31.58
Default	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

신용 디폴트 스왑

Credit Default Swap

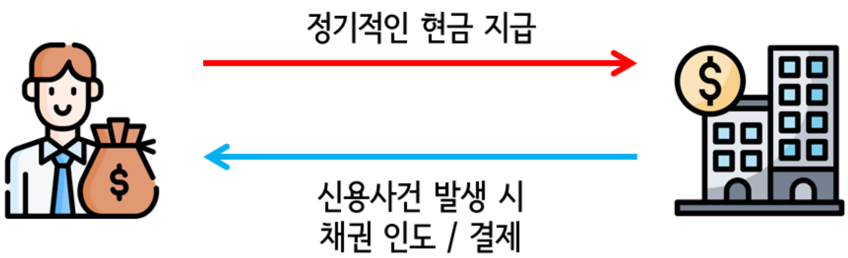
▼ 기업의 채무불이행 위험에 대비하는 보험 효과

준거기관 *Reference Entity* 채무불이행 위험을 가지고 있는 대상 기업 혹은 국가

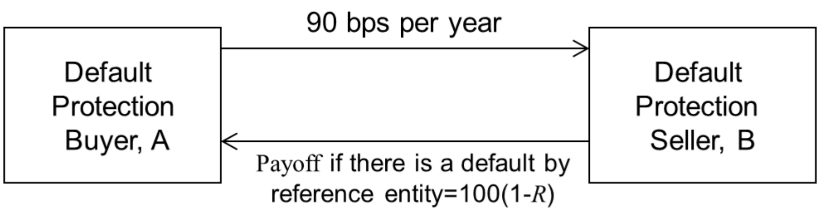
신용 사건 준거기관의 채무불이행

▼ CDS 매입자는 계약의 만기일까지 매도자에게 정기적으로 현금을 지불한다.

- 신용 사건이 발생하면 계약 매입자는 기관이 발행한 채권을 액면가에 매도할 수 있는 권리를 부여 받는다. 이때 매도 가능한 채권 액면가의 총합을 CDS의 ***명목원금*** 이라고 한다.
- 신용 사건이 발생하지 않으면 매입자에게 가는 현금흐름은 없다.



▼ [예시] 두 계약 당사자 A, B가 2015년 3월 20일에 5년짜리 CDS 계약을 진행했다. 명목원금은 $\$100mil$이고, 매입자는 매년 90베이시스 포인트를 분기별로 지급한다.



▼ CDS 프리미엄

CDS 매입자는 매년 90베이시스포인트를 지불하고 (분기 당 22.5bps), 신용 사건이 발생하면 1억달러의 채권을 매도할 권리를 가지게 된다.

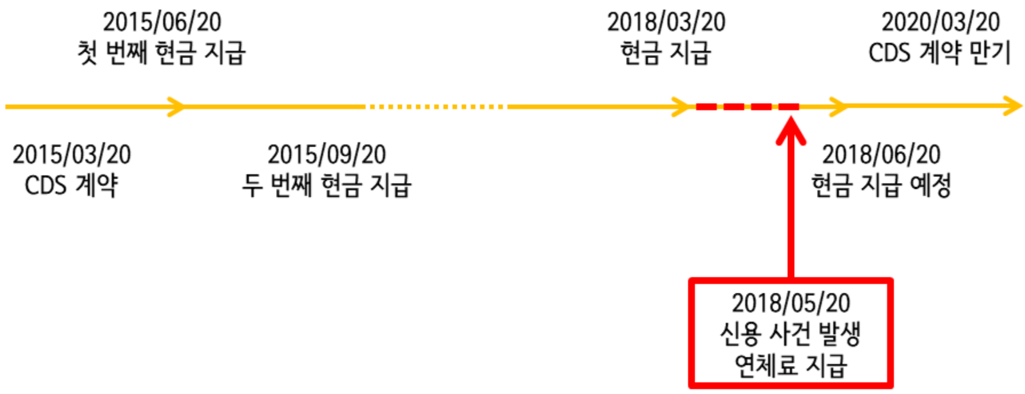
분기 별 지급액은 $\$225,000$이다. ($= 0.00225 \times 100,000,000$)

▼ 신용사건 발생

- 매입자는 현금 지급을 중단하고, 액면가 $\$100mil$의 채권 매도 권리 확보
  ISDA가 지정한 방식의 경매로 채권 매도

- 경매 결과 \$100 당 \$35로 채권의 가치가 결정되었다고 가정하자.
  회수율 R은 채무불이행 직후의 채권의 가치이므로, $R = 0.35$임을 알 수 있다.
  매도자는 $\$65mil\ [100 \times (1-0.35)]$을 지급하면 된다.

▼ 신용사건 발생 이전 지급되지 못한 현금에 대해서는 매입자가 연체료를 지급해야 한다.



연체료는 대략 \$150,000

가치평가

[예시] 연 2%의 위해율을 지닌 준거기관이 5년만기 CDS 계약 체결

▼ 1. 연말까지의 생존확률 & 해당 연도의 채무불이행 확률 계산

- 생존확률 $V(t)$

$$
\begin{aligned}
V(t) &= e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \\
&= e^{-\bar{\lambda}(t)t}
\end{aligned}
$$

$\bar{\lambda}(t)$는 평균 위해율

1-5년 말의 생존확률

$$
\begin{aligned}
V(1) &= e^{-0.02\times1} \approx 0.9802 \\
V(2) &= e^{-0.02\times2} \approx 0.9608 \\
V(3) &= e^{-0.02\times3} \approx 0.9418 \\
V(4) &= e^{-0.02\times4} \approx 0.9231 \\
V(5) &= e^{-0.02\times5} \approx 0.9048
\end{aligned}
$$

- t년도에 채무불이행 할 확률 $V(t-1)-V(t)$

  $[1-V(t)]-[1-V(t-1)]=V(t-1)-V(t)$

$$
\begin{aligned}
1-V(1) &= 0.0198 \\
V(1)-V(2) &= 0.0194 \\
V(2)-V(3) &= 0.0190 \\
V(3)-V(4) &= 0.0187 \\
V(4)-V(5) &= 0.0183
\end{aligned}
$$

무조건부 채무불이행 확률과 생존확률

Aa 시간 t	# 생존확률	# 채무불이행 확률
1	0.9802	0.0198
2	0.9608	0.0194
3	0.9418	0.019
4	0.9231	0.0186
5	0.9048	0.0183

▼ 2. 기대프리미엄의 현재가치 계산

매년 원금 $1 당 s의 프리미엄이 지불된다고 가정

- 기대 프리미엄 지불액 $V(t) \times s$
- 무위험 이자율이 5%일 때의 기대 프리미엄 지불액의 할인요소

$$
\begin{aligned}
e^{-0.05 \cdot 1} &= 0.9512 \\
e^{-0.05 \cdot 2} &= 0.9048 \\
e^{-0.05 \cdot 3} &= 0.8607 \\
e^{-0.05 \cdot 4} &= 0.8187 \\
e^{-0.05 \cdot 5} &= 0.7788
\end{aligned}
$$

- 기대 프리미엄 지불액의 현재 가치

$$V(1) \times s \times e^{-0.05\cdot 1} = 0.9324s$$
$$V(2) \times s \times e^{-0.05\cdot 2} = 0.8693s$$
$$V(3) \times s \times e^{-0.05\cdot 3} = 0.8106s$$
$$V(4) \times s \times e^{-0.05\cdot 4} = 0.7557s$$
$$V(5) \times s \times e^{-0.05\cdot 5} = 0.7047s$$

- 기대 프리미엄 지불액의 현재 가치의 합

  $0.9324s + 0.8693s + 0.8106s + 0.7557s + 0.7047s = 4.0727s$

▼ 3. 기대연체료의 현재가치 계산

각 연도의 중간시점에 신용 사건이 발생한다고 가정
신용 사건 발생 직전까지의 프리미엄을 지불해야 한다.

- 위에서 계산한 각 연도의 채무불이행 확률 이용
- 기대 연체료 지불액은 매년 지불하는 프리미엄의 $1/2$만큼 지급

$$[1 - V(1)] \times \frac{s}{2} = 0.0099s$$
$$[V(1) - V(2)] \times \frac{s}{2} = 0.0097s$$
$$[V(2) - V(3)] \times \frac{s}{2} = 0.0095s$$
$$[V(3) - V(4)] \times \frac{s}{2} = 0.0094s$$
$$[V(4) - V(5)] \times \frac{s}{2} = 0.0092s$$

- 기대 연체료 지불액의 현재가치

$$[1 - V(1)] \times \frac{s}{2} \times e^{-0.05\times 0.5} = 0.0097s$$
$$[V(1) - V(2)] \times \frac{s}{2} \times e^{-0.05\times 1.5} = 0.0090s$$
$$[V(2) - V(3)] \times \frac{s}{2} \times e^{-0.05\times 2.5} = 0.0084s$$
$$[V(3) - V(4)] \times \frac{s}{2} \times e^{-0.05\times 3.5} = 0.0079s$$
$$[V(4) - V(5)] \times \frac{s}{2} \times e^{-0.05\times 4.5} = 0.0073s$$

- 기대 연체료 지불액의 현재가치의 합

  $0.0097s + 0.0090s + 0.0084s + 0.0079s + 0.0073s = 0.0423s$

▼ 4. 기대투자수익의 현재가치 계산

준거기관이 채무불이행 했을 때 계약 매입자가 얻을 수 있는 수익

$원금 \times (1 - R)$, 회수율R은 40%

- 위와 마찬가지로 각 연도의 중간시점에 신용 사건 발생했을 때의 투자 수익

$$
\begin{aligned}
[1 - V(1)] \times (1 - 0.4) &= 0.0119 \\
[V(1) - V(2)] \times (1 - 0.4) &= 0.0116 \\
[V(2) - V(3)] \times (1 - 0.4) &= 0.0114 \\
[V(3) - V(4)] \times (1 - 0.4) &= 0.0112 \\
[V(4) - V(5)] \times (1 - 0.4) &= 0.0110
\end{aligned}
$$

- 기대 투자수익의 현재가치

$$
\begin{aligned}
[1 - V(1)] \times (1 - 0.4) \times e^{-0.05 \times 0.5} &= 0.0116 \\
[V(1) - V(2)] \times (1 - 0.4) \times e^{-0.05 \times 1.5} &= 0.0108 \\
[V(2) - V(3)] \times (1 - 0.4) \times e^{-0.05 \times 2.5} &= 0.0101 \\
[V(3) - V(4)] \times (1 - 0.4) \times e^{-0.05 \times 3.5} &= 0.0094 \\
[V(4) - V(5)] \times (1 - 0.4) \times e^{-0.05 \times 4.5} &= 0.0088
\end{aligned}
$$

- 기대 투자수익의 현재가치의 합

  $0.0116 + 0.0108 + 0.0101 + 0.0094 + 0.0088 = 0.0507$

CDS Valuation (매 해의 중간시점에 채무불이행)

Aa 시점 (t)	연말까지의 생존확률	채무불이행 확률	PV(기대 프리미엄)	PV(기대 연체료)	PV(기대 투자수익)
0-1	0.9802	0.0198	0.9324s	0.0097s	0.0116
1-2	0.9608	0.0194	0.8693s	0.0090s	0.0108
2-3	0.9418	0.0190	0.8106s	0.0084s	0.0101
3-4	0.9231	0.0186	0.7557s	0.0079s	0.0094
4-5	0.9048	0.0183	0.7047s	0.0073s	0.0088

시점 (t)	연말까지의 생존확률	채무불이행 확률	PV(기대 프리미엄)	PV(기대 연체료)	PV(기대 투자수익)
제목 없음					
합			4.0727s	0.0423s	0.0507

▼ 5. 기대프리미엄의 현재가치 + 기대연체료의 현재가치 = 기대투자수익의 현재가치

- 매입자가 지불하게 될 현금흐름 $PV(\text{기대프리미엄}) + PV(\text{기대연체료}) = 4.0727s + 0.0423s = 4.1150s$
- 매입자가 지급받게 될 현금흐름 $PV(\text{기대투자수익}) = 0.0507$
- $4.1150s = 0.0507$
  $s = 0.0123$, 즉, 원금이 $1일 때 매입자는 매년 $0.123의 프리미엄 지급

이때의 ***CDS spread***는 원금의 0.0123, 또는 123bps라고 한다.

▼ 신용 디폴트 스왑은 일일정산이 이루어진다.

[예시] 앞선 예시에서 스프레드가 150bps라고 가정

- 계약 매입자의 미래 지불액의 현재가치 $4.1150 \times 0.0150 = 0.0617$
- 투자기대수익의 현재수익 0.0507

CDS 매입자 기준 계약의 가치 $0.0507 - 0.0617 = -0.0110$

CDS 매도자 기준 계약의 가치 $0.0617 - 0.0507 = 0.0110$

▼ CDS-채권 베이시스

CDS-채권 베이시스 = CDS 스프레드 - 채권수익률 스프레드

CDS 계약

1. CDS 선도계약

   미래의 특정 시점에 CDS 계약을 매입(매도)하기로 약정한 계약

   선도계약의 만기 이전에 준거기관이 채무불이행한다면 계약은 파기된다. (무효)

2. CDS 옵션계약

   CDS 스프레드와 행사가를 비교하여 payoff 계산

   역시 만기 이전에 준거기관이 파산한다면 계약은 무산된다.

바스켓 CDS

둘 이상의 준거기관 존재하는 경우

1. 포괄적 Add Up Basket CDS

   준거기관 중 하나라도 채무불이행 한다면 투자수익 지급

2. 1차-채무불이행 First-to-Default Basket CDS

   첫번째 준거기관에 채무불이행이 발생하는 경우에만 투자수익 지급

3. k차-채무불이행 Kth-to-Default Basket CDS

   k번째 준거기관에 채무불이행이 발생하는 경우에만 투자수익 지급

투자수익이 발생한 이후에는 당사자 간에 현금 지급은 발생하지 않는다.