

2차시: 선물

선물시장의 구조와 운영

선물계약

▼ 선물계약의 규정

선물계약(futures contract) = 특정자산을 특정시점에 특정한 가격(선물가격)에 사고 팔기로 현재시점에서 맺은 표준화된 계약. 선도계약(forward contract)과 유사. (차이점은 아래에서 논의)

▼ 포지션

Long Futures

약속된 미래 시점에 약속된 가격(exercise price / transaction price)으로 자산을 구매(매수)할 의무

Short Futures

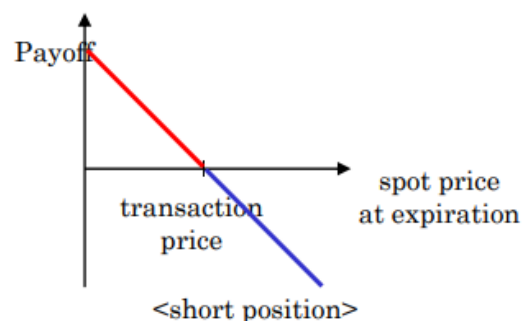
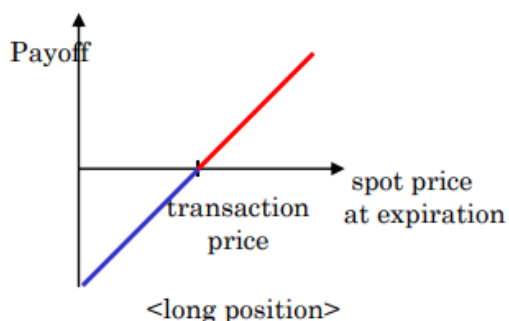
약속된 미래 시점에 약속된 가격(exercise price / transaction price)으로 자산을 판매(매도)할 의무

Closing Out

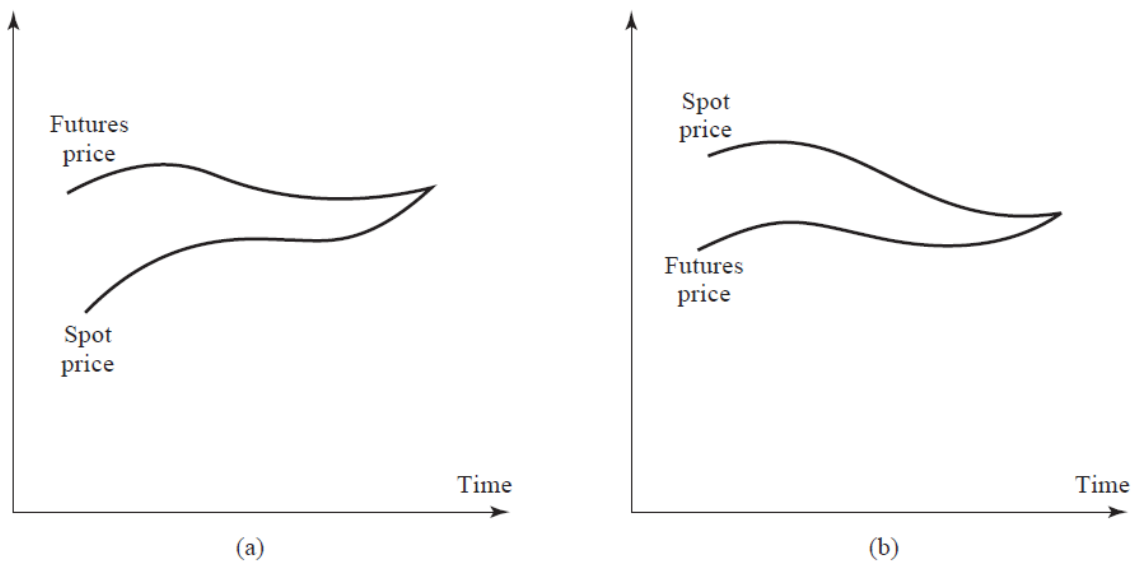
반대매매. (=Long Position인 사람은 같은 상품의 Short Position을 취하고, Short Position인 사람은 같은 상품의 Long Position을 취함으로써 기존 포지션을 상쇄시킨다. 실물인수도를 하지 않고 거래의 차액만 수취하는 형식) to. basis risk

⇒ 실물인수도로 이어지는 경우가 드물다!

포지션별 만기수익구조



선물가격(Futures Price)과 현물가격(Spot Price)의 수렴



(a) Futures Price > Spot Price 인 경우: 현물자산 매입 & 선물 매도 \Rightarrow 차익만큼 이득

(b) Futures Price < Spot Price 인 경우: 선물 매수 & 현물자산 매도 \Rightarrow 차익만큼 이득

선물가격 \neq 현물가격 시 Arbitrage 기회가 생기고, 이를 착취하는 트레이더들로 인해 Futures Price = Spot Price 수렴하게 됨.

▼ 증거금(Margin)

개시증거금(Initial Margin, IM): 선물 계약 체결 당시 거래를 시작하기 위해 예치해야 하는 최소 금액.

유지증거금(Maintenance Margin, MM): 거래기간 동안 유지되어야 하는 증거금 잔액. 주로 IM 의 75% 수준.

마진콜(Margin Call): 증거금 잔액이 유지증거금 미만이 되면 청산소에서 거래자에게 추가증거금을 요구하는 연락.

추가증거금(Variation Margin): 증거금 잔액이 유지증거금(MM)미만일 때 거래자가 지불해야 하는 증거금이며, 유지증거금(MM)이 아닌 **개시증거금(IM)** 수준까지 맞추어야 함.

일일정산(daily settlement, marking to market): 선물가격의 등락에 따른 손익을 청산소에서 매일 정산.

증거금 계정에서 이익만큼 증가시키고, 손실만큼 차감하는 원리.

<예시> 온스당 \$1,250 짜리 금 선물거래. 200온스

개시증거금(IM) = \$12,000, 유지증거금(MM) = \$9,000

▼ → \$250,000짜리 계약이지만, \$12,000만 있어도 선물거래 가능. (ft.지난주 교안)

현물매입과 선물계약 비교 (이자 미포함) + 보기 추가 🔍 검색 ↗ ... 새로 만들		
Aa .	≡ 현물 매입 (파운드 당 \$1.447)	≡ 선물 매입 (파운드 당 \$1.441)
투자금액	\$361,750	\$25,000
2개월 뒤 현물가격 \$1.5일 때 이익	\$13,250	\$14,750
2개월 뒤 현물가격 \$1.4일 때 이익	\$(-11,750)	\$(-10,250)
+ 새로 만들기		
개수 3		

현물매입과 선물계약 비교 (이자 미포함) + 보기 추가 🔍 검색 ↗ ... 새로 만들		
Aa .	≡ 현물 매입 (파운드 당 \$1.447)	≡ 선물 매입 (파운드 당 \$1.441)
투자금액	\$361,750	\$25,000
2개월 뒤 현물가격 \$1.5일 때 이익	\$13,250	\$14,750
2개월 뒤 현물가격 \$1.4일 때 이익	\$(-11,750)	\$(-10,250)
+ 새로 만들기		
개수 3		

<Case 1> 선물가격의 하락:

온스당 \$1,250 → \$1,241 ⇒ Long position은 $9 \times 200 = \$1,800$ 손실

Long Position 증거금계정 차감: $12,000 - 1,800 = \$10,200$

반대로 Short position은 $9 \times 200 = \$1,800$ 이익

Short Position 증거금계정 증가: $12,000 + 1,800 = \$13,800$

<Case 2> 선물가격의 상승:

온스당 \$1,250 → \$1,259 ⇒ Long position은 $9 \times 200 = \$1,800$ 이익

Long Position 증거금계정 증가: $12,000 + 1,800 = \$13,800$

반대로 Short position은 $9 \times 200 = \$1,800$ 손실

Short Position 증거금계정 차감: $12,000 - 1,800 = \$10,200$

만약 선물가격이 계속 하락해서 Long Position의 증거금잔액(Margin account balance)이 유지증거금(MM) 밑으로 떨어지면 마진콜 발생

Day	Trade price (\$)	Settlement price (\$)	Daily gain (\$)	Cumulative gain (\$)	Margin account balance (\$)	Margin call (\$)
1	1,250.00				12,000	
1		1,241.00	-1,800	-1,800	10,200	
2		1,238.30	-540	-2,340	9,660	
3		1,244.60	1,260	-1,080	10,920	
4		1,241.30	-660	-1,740	10,260	
5		1,240.10	-240	-1,980	10,020	
6		1,236.20	-780	-2,760	9,240	
7		1,229.90	-1,260	-4,020	7,980	4,020

마진콜 추가증거금 액수 $\$4,020 = \$12,000(\text{IM}) - \$7,980$

▼ 장내시장의 결제소(청산소, Clearing House)

선물거래의 중개소.

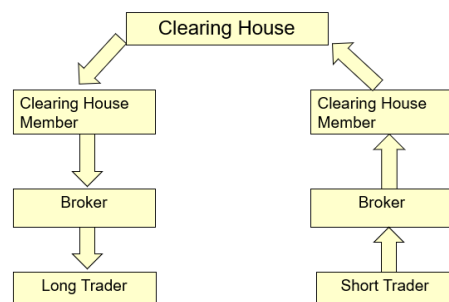
하루동안 발생한 모든 거래를 추적해 순포지션을 계산, 한쪽 (손실 포지션)으로부터 돈을 받아서 반대쪽(이익 포지션)으로 전달해주는 역할.

※순포지션(net position): netting(상계)의 결과. 최종적으로 손실or이익 보는 쪽에 가야할 금액. 차액 개념이라고 생각하면 간편함!

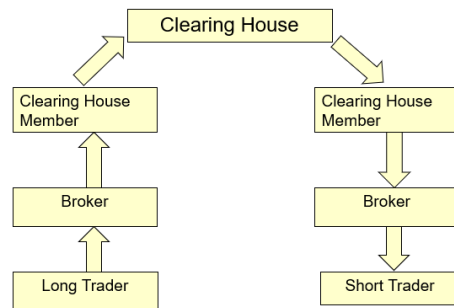
회원들이 **개시증거금**을 모아서 Guaranty Fund(보증기금)를 운용, 거래당사자들이 마진콜에 응하지 않는 경우 Guaranty Fund로 메꿈.

⇒ 1:1로 거래하는 장외시장(OTC)에 비해 신용위험(거래당사자가 약속을 지키지 않을 위험)이 매우 낮다.

Margin Cash Flows When Futures Price Increases



Margin Cash Flows When Futures Price Decreases



장외시장 (신용위험, 중앙청산소, 선물거래vs장외거래)

▼ 신용위험

거래소에서 결제소(청산소)를 통해 거래되는 장내파생상품과는 달리, 거래당사자 한 측이 약속을 안지키는 신용위험이 존재.

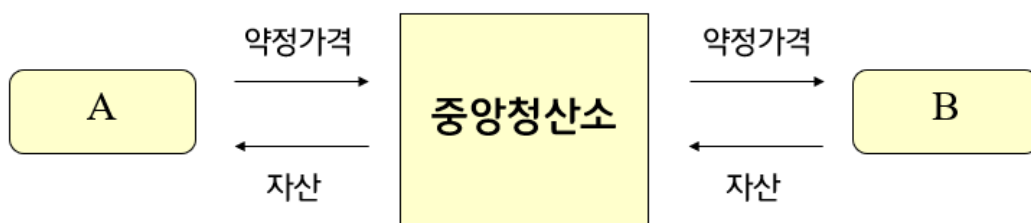
▼ 중앙청산소(Central Counterparties, **CCP**)

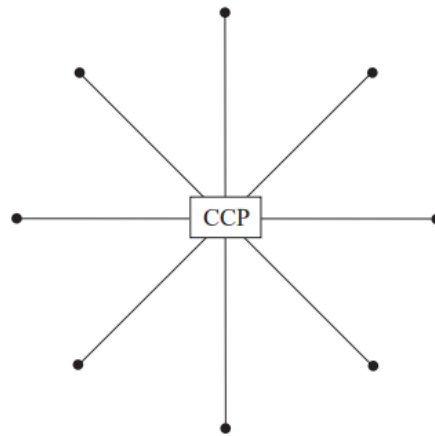
장내파생상품의 결제소(청산소)를 차용.

OTC 내에서의 표준화된 청산소로서, 거래당사자들의 신용위험을 흡수.

회원들은 개시증거금을 지불하고, 필요하면 추가증거금도 지불해야 함.

<예시> A가 B로부터 자산을 구입하기로 한 선도거래(실물인수도 O)

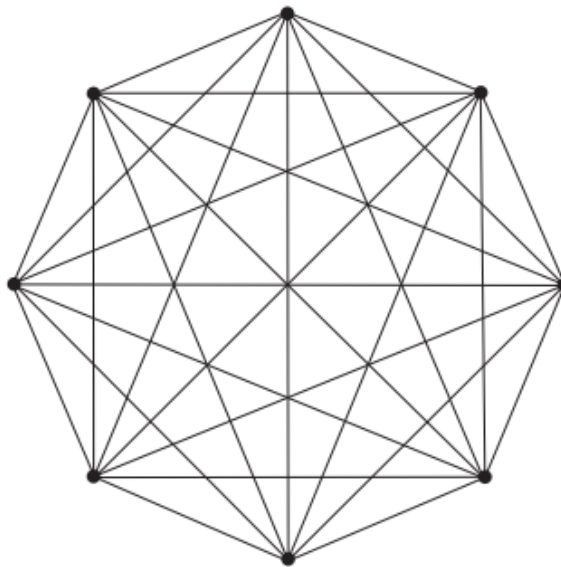




▼ 쌍방청산(Bilateral Clearing)

거래당사자 간에 신용보강부속서(Credit Support Annex, **CSA**)를 체결, 각 거래당사자로 부터 담보물을 요구.

새로운 규정: 중앙청산소(CCP)에서 청산되지 않는 금융기관 간의 거래는 CSA 체결이 필수(개시증거금, 추가증거금 포함)



▼ 선물(장내)거래 vs. 장외거래: 증거금 이자 비교

개시증거금: 둘 다 이자수익 O

추가증거금:

- (선물거래): 이자수익 X, 하루 단위로 추가되기 때문에 하루단위여서 이자수익 미발생
- (장외거래): 이자수익 O, 매일매일 아니기 때문에 이자수익이 발생

선물시세표 예시: 시카고무역거래소, CME (not중요)

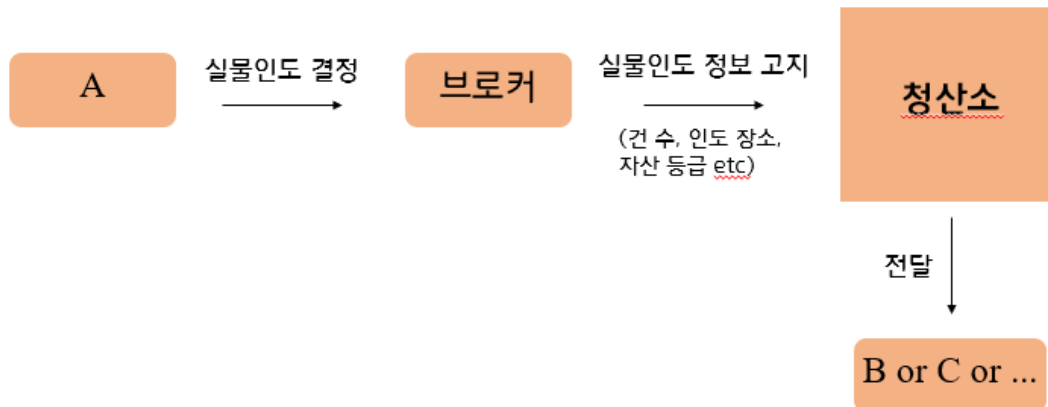
<https://www.cmegroup.com/markets/products.html#sortAsc&sortField>

Table 2.2 Futures quotes for a selection of CME Group contracts on commodities on May 3, 2016.

	<i>Open</i>	<i>High</i>	<i>Low</i>	<i>Prior settlement</i>	<i>Last trade</i>	<i>Change</i>	<i>Volume</i>
Gold 100 oz, \$ per oz							
June 2016	1293.4	1303.9	1284.0	1295.8	1288.1	-7.7	202,355
Aug. 2016	1295.6	1306.0	1286.4	1298.1	1290.8	-7.3	26,736
Oct. 2016	1296.0	1307.7	1289.1	1300.0	1292.7	-7.3	1,005
Dec. 2016	1299.6	1309.1	1290.0	1301.9	1294.5	-7.4	3,465
Apr. 2017	1305.2	1305.8	1296.1	1305.7	1296.1	-9.6	250
Crude Oil 1000 barrels, \$ per barrel							
June 2016	44.92	45.35	43.36	44.78	43.51	-1.27	503,259
Aug. 2016	46.02	46.45	44.63	45.91	44.82	-1.09	50,439
Dec. 2016	47.09	47.55	45.99	47.09	46.24	-0.85	41,447
Dec. 2017	48.75	49.17	47.83	48.72	48.16	-0.56	13,032
Dec. 2018	50.27	50.40	49.30	49.99	49.59	-0.40	1,618
Corn 5000 bushels, cents per bushel							
July 2016	391.75	395.00	377.00	391.75	378.25	-13.50	215,808
Sept. 2016	392.00	394.75	378.75	392.25	379.50	-12.75	34,514
Dec. 2016	396.00	398.50	384.00	396.50	385.00	-11.50	70,460
Mar. 2017	403.50	406.00	392.50	404.50	393.25	-11.25	11,131
May 2017	408.75	410.75	397.75	409.25	398.25	-11.00	1,276
July 2017	413.00	415.00	402.00	413.50	403.25	-10.25	2,555
Soybeans 5000 bushel, cents per bushel							
July 2016	1043.75	1057.00	1023.00	1043.75	1033.25	-10.50	200,456
Aug. 2016	1043.75	1057.25	1025.00	1044.00	1034.75	-9.25	22,110
Sept. 2016	1027.75	1041.75	1012.25	1029.00	1021.00	-8.00	8,753
Nov. 2016	1017.00	1030.75	1003.00	1017.75	1011.75	-6.00	87,122
Jan. 2017	1018.00	1031.25	1004.00	1019.25	1012.00	-7.25	10,937
Mar. 2017	1010.00	1021.75	995.25	1010.75	1001.25	-9.50	12,906
Wheat 5000 bushel, cents per bushel							
July 2016	487.00	492.75	468.25	487.75	473.00	-14.75	106,051
Sept. 2016	497.00	503.25	478.75	498.50	483.25	-15.25	20,043
Dec. 2016	515.20	521.25	496.25	516.75	500.50	-16.25	23,374
Mar. 2017	535.00	538.00	513.00	534.00	517.50	-16.50	2,730
Live Cattle 40,000 lbs, cents per lb							
June 2016	116.550	116.850	115.750	115.800	116.500	+0.750	16,127
Aug. 2016	114.325	114.800	113.775	113.725	114.475	+0.750	10,595
Dec. 2016	114.150	114.425	113.575	113.700	114.350	+0.650	2,350
Apr. 2017	112.900	112.925	112.250	112.450	112.750	+0.300	430

인도(실물인수도, physical delivery)

언제 실물인도를 할지는 Short Position이 결정: Short 트레이더가 브로커에게 전달 의사 밝히고, 브로커가 청산소로 관련 정보를 보내면 Long이 전달받는 구조. Long은 최초 거래자가 아닐 수 있음!



거래자 유형 (not중요)

▼ FCMs vs. Locals

선물커미셔너는 고객의 지시를 따르고 그에 대한 수수료를 지급 받음

로컬은 자신의 계좌를 가지고 거래

▼ 투기자 유형

▼ Scalper

초단기 거래자는 단기간의 가격추세를 관찰하여 작은 가격변동에서 시세차익을 추구

몇 분 동안만 포지션 유지

▼ Day trader

당일마감 거래자들은 하루도 채 안되는 기간 동안만 포지션을 유지

하룻밤 사이에 일어나는 악재로 인한 위험 회피

▼ Position trader

포지션 거래자들은 **중요한 시장변동**으로부터 많은 이익

주문의 유형 (not중요)

▼ 시장가 주문

개인이 브로커에게 내는 주문, 주문이 접수된 시점에서 가장 유리한 가격으로 매매 체결

가장 단순한 형태

▼ 지정가 주문

특정 가격을 명시하여 명시된 가격이나 투자자에게 유리한 가격으로만 거래가 이루어지도록 하는 주문

▼ 역지정가 주문

현재의 시장가격이 하락/상승하여 지정된 가격에 도달하면 성립가 주문으로 매도/매입할 것을 지시하는 주문

시장 가격이 불리하게 움직이면 포지션을 종결하여 제한된 손실을 취하는데에 목적이 있음

▼ 지정폭 주문

지정가 + 역지정가 주문으로, 두 가지 가격이 모두 명시 되어야 함

역지정가 or 그보다 불리한 가격으로 시장가격이 형성되면 곧바로 지정가 주문으로

역지정가 = 지정가일 때, 역지정가-지정가 주문으로 불림

▼ MIT 주문

거래가 특정가격 or 그보다 유리한 가격으로 이루어지면 시장에서 이용 가능한 최선의 가격으로 거래가 이루어지도록 하는 주문

전광판 주문으로도 알려짐

▼ 재량 주문

유리한 가격을 얻기 위해 브로커의 재량으로 주문이 지연될 수 있음

▼ 시간지정 주문

주문이 체결될 수 있는 **시간대를 명시**

▼ 공개 주문

주문이 체결될 때 or 특정 계약의 거래 종료까지 유효한 주문

▼ 성립-취소 주문

주문이 즉시 체결되지 않으면 소멸

선물과 선도계약의 비교

Aa 차이점	≡ 선물거래	≡ 선도거래
<u>where</u>	선물거래소	장외시장(Over The Counter)
<u>how</u>	결제소를 통해, 불특정다수와 간접적인 거래	당사자 간의 직접적인 거래
<u>what</u>	계약이 표준화 (품질, 규격, 인도장소, 만기)	개별맞춤형 . 아무렇게든 합의만 되면 가능.
<u>when</u>	Range(기간: xx일부터 yy일까지)	정확한 일자
<u>volatility</u>	가격변동의 제한(by거래소)	가격변동 제한 없음
<u>maturity</u>	결제소(청산소)에 의한 일일정산 , 대부분 만기이전에 반대매매(closing out)으로 청산	만기 에 결제, 실물인수도(physical delivery)
<u>credit risk</u>	거의 없음	존재

선물을 이용한 헷징전략

가격의 증감에 따라 손익이 결정되는 상황에, 손익을 줄이는 방법

▼ 숏 헷지

자산을 현재 보유(또는 보유할 예정)하고 있으면서 미래에 판매할 계획일 때, **가격하락위험**을 상쇄하기에 적합한 헷지방법.

원리: Short Futures(, 선물매도) 포지션을 취함으로써 손익을 상쇄시킨다.

현재 시장가격: S_1 , 선물가격: F , 미래 시장가격: S_2

미래에 자산을 판매할 예정인 사람이 미래 시장가격(S_2)이 현재 가격(S_1 and F)보다 하락할 것으로 예상한다면 선물매도 포지션을 취하여 가격하락위험을 헷징한다.

장점: 가격하락위험에 유리, but

단점: 가격상승위험에 취약

<예시> 오늘로부터 3개월 후에 원유 1백만 배럴을 시장가격(Spot Price)에 판매하기로 약속.
배럴당 \$0.01 증가하면 \$10,000 수익, \$0.01 감소하면 \$10,000 손실인 상황.

((가격하락 사례)) 원유 선물가격(F) = \$49 / 9월 원유 시장가격(S_1) = \$50 / 12월 원유 시장가격(S_2) = \$45

전략: Short Futures Position에 들어가 3개월 후 \$49에 원유를 판매하기로 약속.

이익 = $(F - S_2) \times 1,000,000\text{배럴} = (\$49 - \$45) \times 1\text{백만} = \4백만

숏헷지를 안하고 9월에 사서 12월에 팔았다면 발생했을 손해 = $(\$50 - \$45) \times 1\text{백만 배럴} = \5백만

⇒ **하방리스크 대비에 효과적.**

((가격상승 사례)) 원유 선물가격(F) = \$49 / 9월 원유 시장가격(S_1) = \$50 / 12월 원유 시장가격(S_2) = \$55

전략: Short Futures Position에 들어가 3개월 후 배럴당 \$49에 원유를 판매하기로 약속.

손해 = $(S_2 - F) \times 1,000,000\text{배럴} = (\$55 - \$49) \times 1\text{백만} = \6백만

숏헷지를 안하고 9월에 사서 12월에 팔았다면 발생했을 이익 = $(\$55 - \$50) \times 1\text{백만} = \5백만

⇒ **상방리스크 대비에 취약.**

▼ 롱 헷지

자산을 미래 시점에 구매할 예정일 때, **가격상승위험**을 상쇄하기에 적합한 헷지방법

원리: Long Futures(, 선물매수) 포지션을 취함으로써 손익을 상쇄시킨다.

현재 시장가격: S_1 , 선물가격: F , 미래 시장가격: S_2

미래에 자산을 구매할 예정인 사람이, 미래 시장가격(S_2)이 현재 가격(S_1 and F)보다 상승할 것으로 예상한다면 선물매수 포지션을 취하여 가격상승위험을 헷징한다.

장점: 가격상승위험에 유리, but

단점: 가격하락위험에 취약

<예시> 4개월 후 100,000 파운드의 구리를 구매할 예정. 선물가격이 파운드 당 \$0.01 증가하면 \$1,000달러 손해인 상황.

((가격상승 사례)) 구리의 선물가격(F) = \$3.20 / 4개월 후 구리의 시장가격(S_2) = \$3.25 / 현재 구리의 시장가격(S_1) = \$3.40

전략: Long Futures Position에 들어가 4개월 후 파운드당 \$3.20에 구리를 구입하기로 약속.

이익 = $(S_2 - F) \times 100,000$ 파운드 = $(\$3.25 - \$3.20) \times 100,000 = \$5,000$

⇒ **상방리스크 대비에 효과적.**

((가격하락 사례)) 구리의 선물가격(F) = \$3.20 / 4개월 후 구리의 시장가격(S_2) = \$3.05 / 현재 구리의 시장가격(S_1) = \$3.40

전략: Long Futures Position에 들어가 4개월 후 파운드당 \$3.20에 구리를 구입하기로 약속.

손해 = $(F - S_2) \times 100,000$ 파운드 = $(\$3.20 - \$3.05) \times 100,000 = \$15,000$

⇒ **하방리스크 대비에 취약.**

헷징에 대한 논쟁

Aa 긍정	≡ 부정
주주들은 회사의 위험을 잘 모르고, 개인이 헷징하는 것보다는 회사 차원에서 헷징하는 것이 비용이 덜 든다.(거래비용, 수수료)	주주들은 분산투자를 잘하고 있고, 알아서 헷징할 수 있다.
시장변수(원재료가격, 이자율, 환율 등)를 고정시킴으로써 본업에 충실할 수 있다.	헷징 시에 손실이 나는 상황과 이익이 나는 상황을 각각 설명하기 어렵다.
제목 없음	경쟁사들이 모두 헷징을 안할 때, 혼자서만 헷징을 하는 것은 위험을 증가시킨다. (Long Futures Hedging의 경우: 원재료 가격이 떨어졌을 때, 경쟁사들의 이익률은 그대로, 우리회사의 이익률은 하락)

베이스스 위험

베이스스(basis, b) = 현물가격 - 선물가격 (비금융자산).

※금융자산의 베이스스는 선물가격-현물가격

베이스스 위험 = 현물가격과 선물가격의 차이 (basis)에 대한 불확실성으로부터 발생하는 위험.

발생 원인:

- (1) 헷지하고자 하는 대상자산과 선물의 기초자산이 달라서 (~교차헷지)
- (2) 헷지하고자 하는 기간과 선물의 만기가 일치하지 않아서

S_1 : t_1 시점의 시장가격

S_2 : t_2 시점의 시장가격

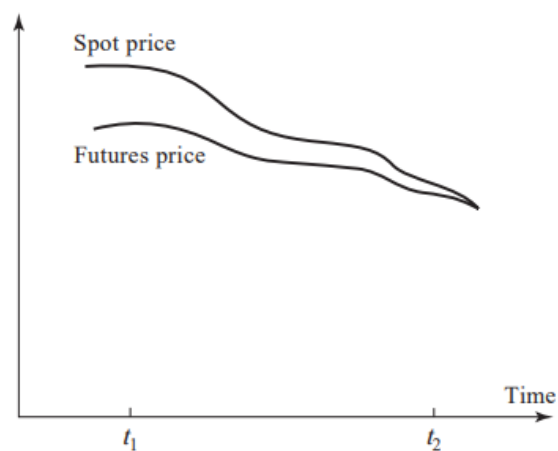
F_1 : t_1 시점의 선물가격

F_2 : t_2 시점의 선물가격

b_1 : t_1 시점의 베이스스 = $S_1 - F_1$

b_2 : t_2 시점의 베이스스 = $S_2 - F_2$

Figure 3.1 Variation of basis over time.



² This is the usual definition. However, the alternative definition Basis = Futures price – Spot price is sometimes used, particularly when the futures contract is on a financial asset.

<Short Futures Hedge 매도선물헷지 예시> F_1 로 매도 헷지. 헷지기간은 t_1 시점에서 t_2 시점까지

$$S_1 = \$25 / F_1 = \$22 / S_2 = \$20 / F_2 = \$19 \rightarrow b_1 = S_1 - F_1 = \$3 / b_2 = S_2 - F_2 = \$1$$

$$\text{유효가격(실제수령액): 현물가격 + 선물로인한수익} = S_2 + (F_1 - F_2) = \$20 + \$3$$

t2시점 현금흐름(cash in): $S_2 + (F_1 - F_2) = F_1 + (S_2 - F_2) = F_1 + b_2 = \$20 + \$22 - \$19 = \$23$

b_2 가 커지면 매도포지션은 이익이 증가!

b (베이스스)가 커질 것으로 예상할 땐 Short Futures Hedge(매도선물헷지)가 적합.

<Long Futures Hedge 매수선물헷지 예시> F_1 로 매수 헷지. 헷지기간은 t1시점에서 t2시점까지
 $F_1 = \$48.00 / S_2 = \$50.00 / F_2 = \$49.10. \rightarrow b_2 = S_2 - F_2 = \0.90

유효가격(실제지불액): 현금가격 - 선물로인한수익 $= S_2 - (F_2 - F_1) = \$50.00 - (\$49.10 - 48.00) = \$48.90$

t2시점 현금흐름(cash out): $S_2 - (F_2 - F_1) = F_1 + (S_2 - F_2) = F_1 + b_2 = \$48.00 + \$50.00 - \$49.10 = \$48.90$

b (베이스스)가 작아질 것으로 예상할 땐 Long Futures Hedge(매수선물헷지)가 적합.

t2시점 현금흐름(=유효가격)공식:

Aa 이름	≡ 매도 헷지	≡ 매수 헷지	≡ 비교
현물 가격	S_2	S_2	
선물로 인한 수익	$F_1 - F_2$	$F_2 - F_1$	F-S가 아니라 F-F인 이유: closing out(반대매매)를 하기 때문!!!!
현금흐름(=유효가격)	$S_2 + (F_1 - F_2) = F_1 + b_2$	$S_2 - (F_2 - F_1) = F_1 + b_2$	
제목 없음			

교차 헷징

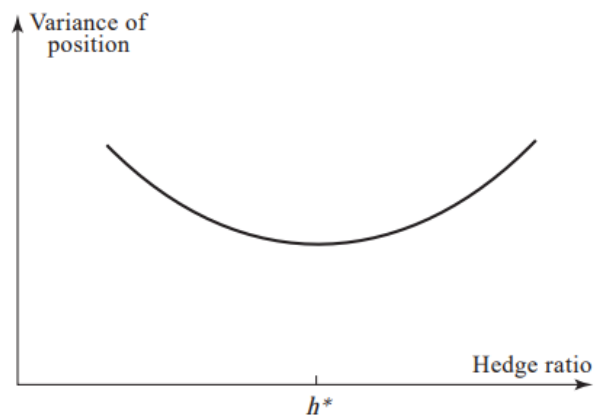
교차 헷징: 헷지하고자 하는 대상자산과 선물의 기초자산이 다른 경우에 사용하는 헷징방법.

(i.e. 제트연료에 대한 수요를 가지고 있는 항공사. 제트연료에 대한 선물 계약은 없고, 유사한 난방유에 선물계약이 존재. \rightarrow 교차헷지를 통해 헷지효과 기대 가능! 헷지비율이 중요)

헷지비율: (선물포지션 규모) / (위험노출(=헷징대상자산) 규모)

최적 헷지비율: 포지션 분산을 최소화시키는 비율. 현물가격의 변동(ΔS)과 선물가격의 변동(ΔF)에 의해 결정.

Figure 3.3 Dependence of variance of hedger's position on hedge ratio.



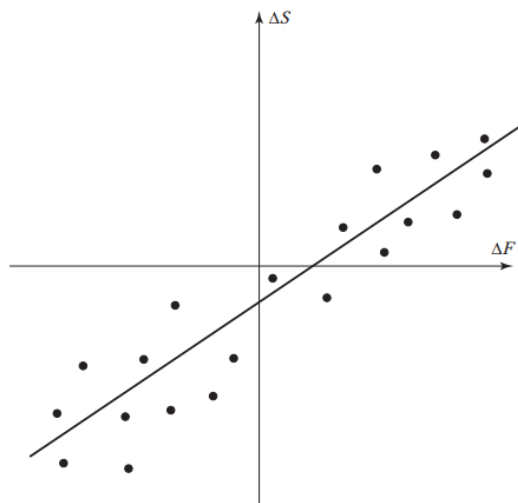
최적헷지비율(=최적헷지비율)

$$h^* = \rho \times \sigma_S / \sigma_F$$

ρ : ΔS 와 ΔF 의 상관계수

σ_S : 현물가격 변동의 표준편차

σ_F : 선물가격 변동의 표준편차



h^* 은 ΔF 에 대한 ΔS 의 기울기로도 해석 가능.(not중요)

최적선물계약수(N^*)

$$N^* = \frac{h^* \cdot Q_A}{Q_F}$$

Q_A : 헷지하는 포지션의 수

Q_F : 선물계약 수

<예제>

제과회사는 설탕을 한달 후에 2백만 갤런 구매할 예정이고, 유사한 꿀로 헷징하기로 결정함.

설탕 현물가격의 표준편차 σ_S 가 0.0313, 꿀 선물가격의 표준편차 σ_F 가 0.0263이고, 둘의 상관관계 수 $\rho = 0.928$ 일 때, 최적헷지비율 h^* 를 구하라.

$$\Rightarrow h^* = \rho \times \sigma_S / \sigma_F = 0.928 \times 0.0313 / 0.0263 = 0.78$$

꿀 선물계약 수가 42,000일 때, 최적선물계약수 N^* 를 구하라.

$$\Rightarrow N^* = h^* \times Q_A / Q_F = 0.78 \times 2,000,000 / 42,000 = 37$$

지금까지는 일일정산을 하지 않는다고 가정한 헷지비율, 계약수이다.

아래에서부터는 일일정산을 가정한 헷지비율, 계약수.

일일정산을 가정하면,

$$\hat{h} = \hat{\rho} \frac{\hat{\sigma}_S}{\hat{\sigma}_F}$$

\hat{h} : 최적 헷지비율

$\hat{\rho}$: 현물, 선물가격 일일 변동률의 상관관계수

$\hat{\sigma}_S$: 현물가격 일일 변동률의 표준편차

$\hat{\sigma}_F$: 선물가격 일일 변동률의 표준편차

최적선물계약수(N^*)

$$N^* = \frac{\hat{h}V_A}{V_F}$$

V_A : 헷지하는 포지션의 가치 (=현물가격 x #현물거래)

V_F : 선물계약 가치 (=선물가격 x #선물거래)

<예제>

위의 예제에서 선물가격과 현물가격이 각 갤런 당 \$1.99, \$1.94이고 $\hat{h}=0.75$ 라고 가정.

$$V_A = 2,000,000 \times 1.94 = 3,880,000 \text{달러}$$

$$V_F = 42,000 \times 1.99 = 83,580 \text{달러}$$

최적선물계약수 N^* 는 $\frac{0.75 \times 3,880,000}{83,580} = 34.82$

헷지의 연장

▼ 주가지수 선물

가상의 포트폴리오 위험을 헷지하는 선물계약 수:

$$N = \beta \frac{V_A}{V_F}$$

β : 포트폴리오 베타

V_A : 포트폴리오 가치

V_F : 선물계약 가치

▼ 베타 바꾸기

베타(β): 시장 대비 포트폴리오의 민감성 이므로, β 가 0에 가까워질수록 포트폴리오가 시장과 독립적으로 이동하게 됨.

기존의 베타보다 작은 베타 β^* 를 만들고 싶다면, $N = (\beta - \beta^*) \times V_A / V_F$ 만큼 **매도선물** 계약 체결.

기존의 베타보다 큰 베타 β^* 를 만들고 싶다면, $N = (\beta^* - \beta) \times V_A / V_F$ 만큼 **매수선물** 계약 체결.

▼ Stack and Roll - 94p

가끔씩 선물인수도일(delivery date)보다 헷지의 만기일이 늦는 경우 발생.

⇒ 반대매매 후 기존 포지션과 같은 포지션에 들어가는 것이 Stack과 Roll

Time t_1 : Short futures contract 1

Time t_2 : Close out futures contract 1
Short futures contract 2

Time t_3 : Close out futures contract 2
Short futures contract 3

⋮

Time t_n : Close out futures contract $n - 1$
Short futures contract n

Time T : Close out futures contract n .

선도와 선물 가격 결정

▼ 가정과 기호

가정

1. 거래비용이 없다.
2. 모든 거래 순이익에 대해 동일한 세율이 적용된다.
3. 차입이자율과 대출이자율이 모두 무위험이자율이다.
4. 시장참여자들은 차익거래기회를 이용한다.

기호 정의

T ; 계약의 인도일까지의 기간 (연간 기준)

S_0 ; 기초자산의 현재가격

F_0 ; 선물(선도)계약의 현재가격

r ; 무위험채의 현재 연간 무위험이자율 (연속복리 기준으로 T 년)

q ; 연간 이익

t ; 투자 기간

K ; 실물인수도 비용

투자자산의 선도가격

$$F_0 = S_0 e^{rt}$$

선물(선도)가격은 현물가격에 무위험이자율을 연속복리한 값

예정소득 투자자산의 선도가격

$$F_0 = (S_0 - I) e^{rt}$$

예정수익률 투자자산의 선도가격

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)t}$$

선도계약의 평가

$$f = (F_0 - K)e^{-rt}$$

오늘날 선도계약의 가치(f)는 (선도가격-인도비용)에 무위험이자율만큼 할인!

선도가격과 선물가격은 동일한가?

단기 무위험이자율이 일정하고 인도일이 같은 경우에만 선도가격과 선물가격은 동일하다.

나머지의 경우, 다름.

보유비용

자산 유형에 따른 보유비용(cost of carry)

- (1) 무배당 주식: r (주식 보유를 위해 단기이자율이 기회비용)
- (2) 주가지수: $r - q$ (단기이자율 - 배당소득)
- (3) 화폐: $r - r_f$ (단기이자율 - 무위험이자율)
- (4) Commodities: $r - q + u$ (단기이자율 - 소득 + 보관비용)

소비자산 선물가격:

$$F_0 = S_0 e^{cT}$$

투자자산 선물가격:

$$F_0 = S_0 e^{(c-y)T}$$

c = 보유비용, y = 편의이익

선물가격과 기대현물가격

▼ 케인즈와 Hicks

"헷저들이 매도, 투기자들이 매수를 한다면 선물가격 < 현물가격 일 것"

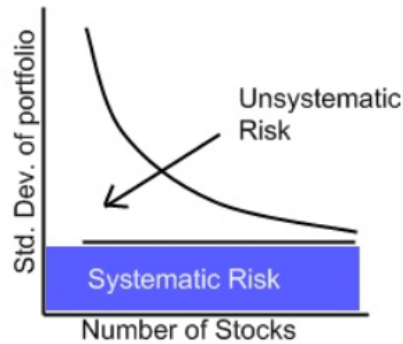
선물 < 현물 이어야 매수(투기자)가 수익을 볼 수 있기 때문.

"헷저들이 매수, 투기자들이 매도를 한다면 선물가격 > 현물가격 일 것"

선물 > 현물 이어야 매도(투기자)가 수익을 볼 수 있기 때문.

⇒ 투기자가 이득을 보는 구조임

▼ 체계적 위험



체계적 위험 = 요구수익률(k) - 무위험이자율(r)

체계적 위험=0일 때, ($k=r$) 선물(선도)가격과 예상현물가격이 동일: $F_0 = E(S_t)$

체계적 위험>0일 때, ($k>r$) 선물(선도)가격보다 예상현물가격이 큼: $F_0 < E(S_t)$

체계적 위험<0일 때, ($k<r$) 선물(선도)가격보다 예상현물가격이 작음: $F_0 > E(S_t)$

Table 5.5 Relationship between futures price and expected future spot price.

<i>Underlying asset</i>	<i>Relationship of expected return k from asset to risk-free rate r</i>	<i>Relationship of futures price F to expected future spot price $E(S_T)$</i>
No systematic risk	$k = r$	$F_0 = E(S_T)$
Positive systematic risk	$k > r$	$F_0 < E(S_T)$
Negative systematic risk	$k < r$	$F_0 > E(S_T)$

▼ 선물포지션의 위험

<예시> 선물매수포지션. 선물가격(F_0)만큼 무위험투자를 하고, 미래 시점(T)에 현물가격으로 판매. k 는 요구수익률

오늘 지출: $-F_0 \times e^{-rT}$ ← 선물가격을 무위험이자율로 할인한 현재가치만큼 국채에 투자

미래 소득: S_T ← T 시점에서의 현물가격

투자의 현재가치: $-F_0 \times e^{-rT} + E(S_T) \times e^{-kT}$ ← 미래 현물가격을 요구수익률로 할인!

증권시장에서는 모든 투자의 NPV=0이 되도록 설계하므로, 투자의 현재가치 =0.

$$\text{즉 } -F_0 \times e^{-rT} + E(S_T) \times e^{-kT} = 0$$

$$\rightarrow F_0 \times e^{-rT} = E(S_T) \times e^{-kT}$$

$$\rightarrow F_0 = E(S_T) \times e^{(r-k)T}$$

만약 이 자산으로부터의 수익이 주식시장과 상관관계가 0이라면(no systematic risk), 요구수익률 k 는 무위험투자율 r 과 동일하다고 가정한다.

$$\Rightarrow F_0 = E(S_T)$$

만약 이 자산으로부터의 수익이 주식시장과 양의 상관관계를 가진다면(positive systematic risk), 요구수익률 k 는 무위험투자율 r 보다 크다고 가정한다.

$$\Rightarrow F_0 > E(S_T)$$

▼ 정상백워데이션과 콘탱고

Spot > Futures : 정상백워데이션 back-wardation

Spot < Futures : 콘탱고 contango