

Ex> Brownian Motion is martingale

$$\hookrightarrow p.s. \mathbb{E}[W(t) | \mathcal{F}(s)]$$

$$= \mathbb{E}[W(t) - W(s) + W(s) | \mathcal{F}(s)]$$

$$= \mathbb{E}[W(t) - W(s) | \mathcal{F}(s)] + \mathbb{E}[W(s) | \mathcal{F}(s)]$$

$$= \mathbb{E}[W(t) - W(s)] + W(s)$$

$$= W(s)$$

1) $t > s$ 인 경우

→ 지난 영상에서 설명함.

2) $t = s$ 인 경우

→ $\mathbb{E}[w(t) | \mathcal{F}(s)]$ 에서 $t = s$ 라면

주어진 정보집합 ($\mathcal{F}(s)$) 에서 $w(t=s)$ 의 값을 알고 있으므로

$$\mathbb{E}[w(t) | \mathcal{F}(s)] = w(t) = w(s)$$

$\therefore t \geq s$