

$$\begin{array}{ccc}
\Omega^{m-r}(M) & \xrightarrow{(-1)^{mr+m+1}d} & \Omega^{m-r+1}(M) \\
\uparrow * & & \downarrow * \\
\Omega^r(M) & \xrightarrow{d^\dagger} & \Omega^{r-1}(M)
\end{array}$$