

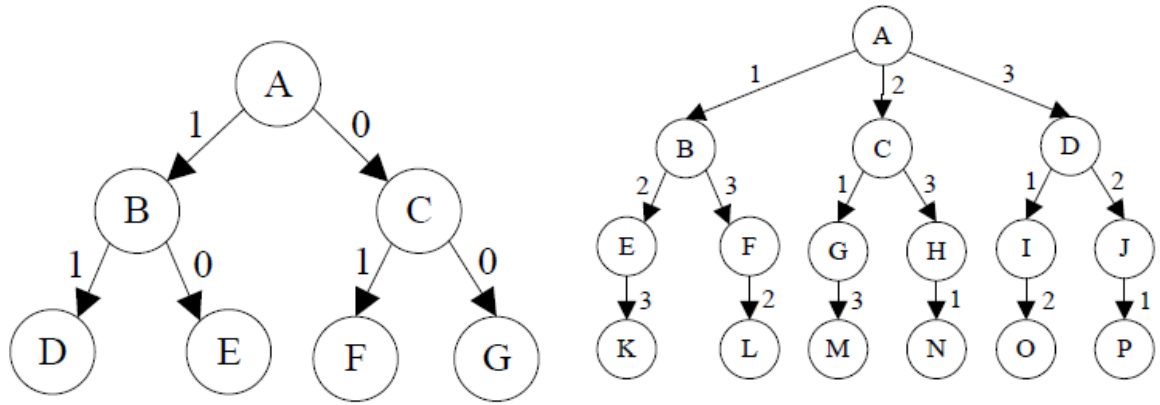
分支限界法简单回顾

1. 分支限界法 VS 回溯法

方法	对解空间树的搜索方式	存储结点的常用数据结构	结点存储特性	常用应用
回溯法	深度优先搜索	堆栈	活结点的所有可行子结点被遍历后才被从栈中弹出	找出满足约束条件的所有解
分支限界法	广度优先或最小消耗优先搜索	队列、优先队列	每个结点只有一次成为活结点的机会	找出满足约束条件的一个解或特定意义下的最优解

2. 队列式分支限界法 VS 优先队列式分支限界法

3. 子集树 VS 排列树

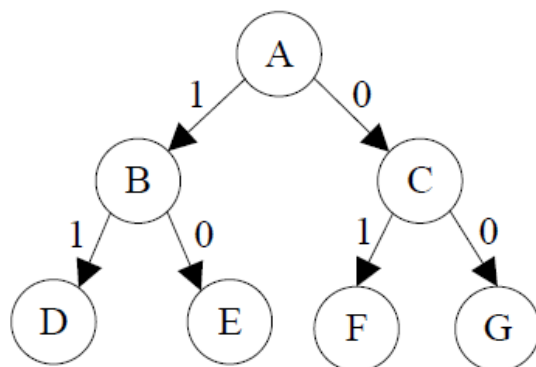


算法分析题 6.1：0-1 背包问题的栈式分支限界法

栈式分支限界法将活结点表以后进先出（LIFO）的方式存储于一个栈中。试设计一个解 0-1 背包问题的栈式分支限界法，并说明栈式分支限界法与回溯法的区别。

1. 算法分析

1) 解空间：子集树



2) 搜索：LIFO

3) 剪枝函数

a) 左子节点

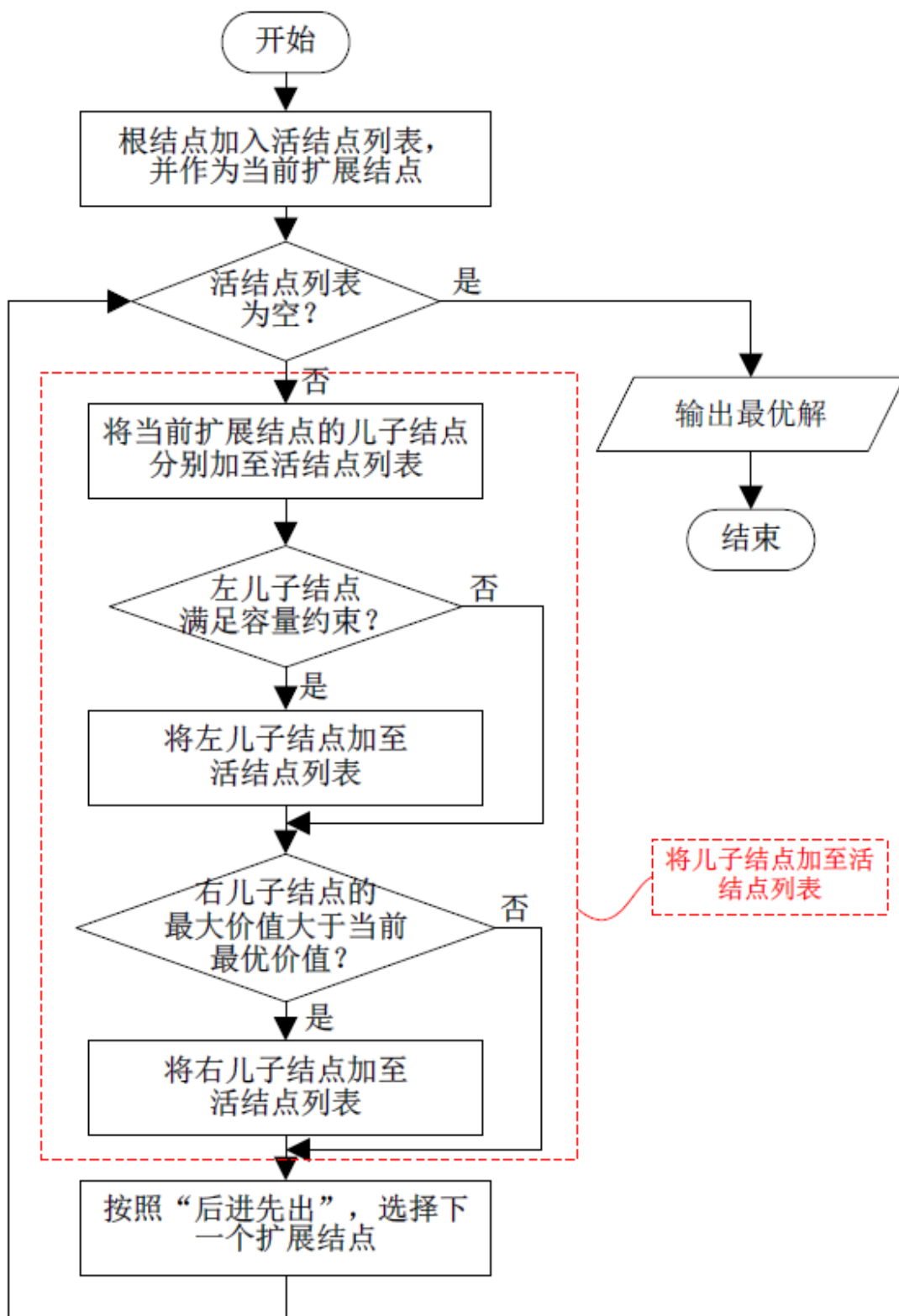
容量约束，当前背包重量不能超过背包的最大容量；

b) 右子节点

右子节点一定可以满足容量约束，通过限界函数进行剪枝。限界函数为最大价值判断，最大价值定义与例题中一致，同样为已装袋的物品价值加上剩下的最大单位重量价值的物品装满剩余容量的价值和。

2. 程序流程





3. 对比



队列式分支界限法和栈式分支界限法对比：

队列式分支界限法活结点列表变化过程：(先进先出)

1{A} , 2{B,C} , 3{C,D,E} , 4{D,E,F,G} , 5{E,F,G} , 6{F,G} , 7{G} , 8{}

栈式分支界限法活结点列表变化过程：(后进先出)

1{A} , 2{B,C} , 3{B,F,G} , 4{B,F} , 5{B} , 6{D,E} , 7{D} , 8{}

从各结点的扩展次序来讲，队列式分支界限法是标准的宽度优先，栈式分支界限则类似于深度优先。

回溯法：

各结点的遍历次序是：

A->B->D->B->E->A->C->F->C->G

回溯法是深度优先，而且结点 A,B,C 都两次成为扩展结点；

但是，栈式分支界限法各结点只有一次机会成为扩展结点。

算法实现题 6-1：最小长度电路板排列问题

问题描述：最小长度电路板排列问题是大规模电子系统设计中提出的实际问题。该问题的提法是，将 n 块电路板以最佳排列方案插入带有 n 个插槽的机箱中。 n 块电路板的不同排列方式对应与不同的电路板插入方式。

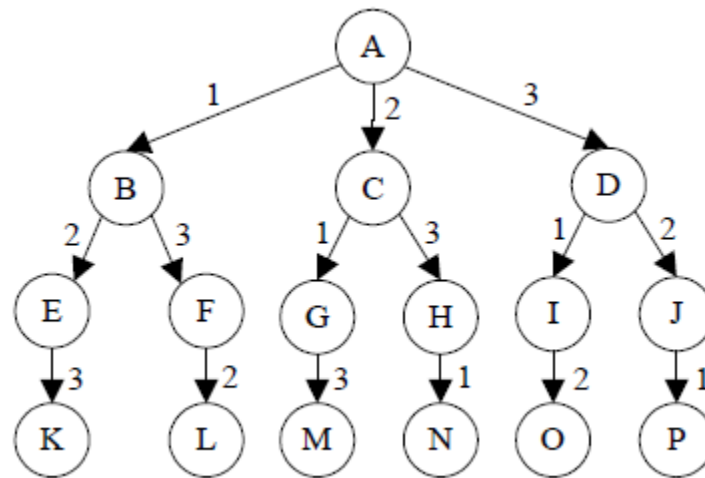
设 $B=\{1,2,\dots,n\}$ 是 n 块电路板的集合。集合 $L=\{N_1, N_2, \dots, N_m\}$ 是 n 块电路板的 m 个连接块。其中，每个连接块 N_i 是 B 的一个子集，且 N_i 中的电路板用同一根导线连接在一起。在最小长度电路板排列问题中，连接块的长度是指该连接块中第一块电路板到最后一块电路板之间的距离。

试设计一个队列式分支界限法找出所给 n 个电路板的最佳排列，使得 m 个连接块中最大长度达到最小。

1. 算法分析

1) 解空间：排列树





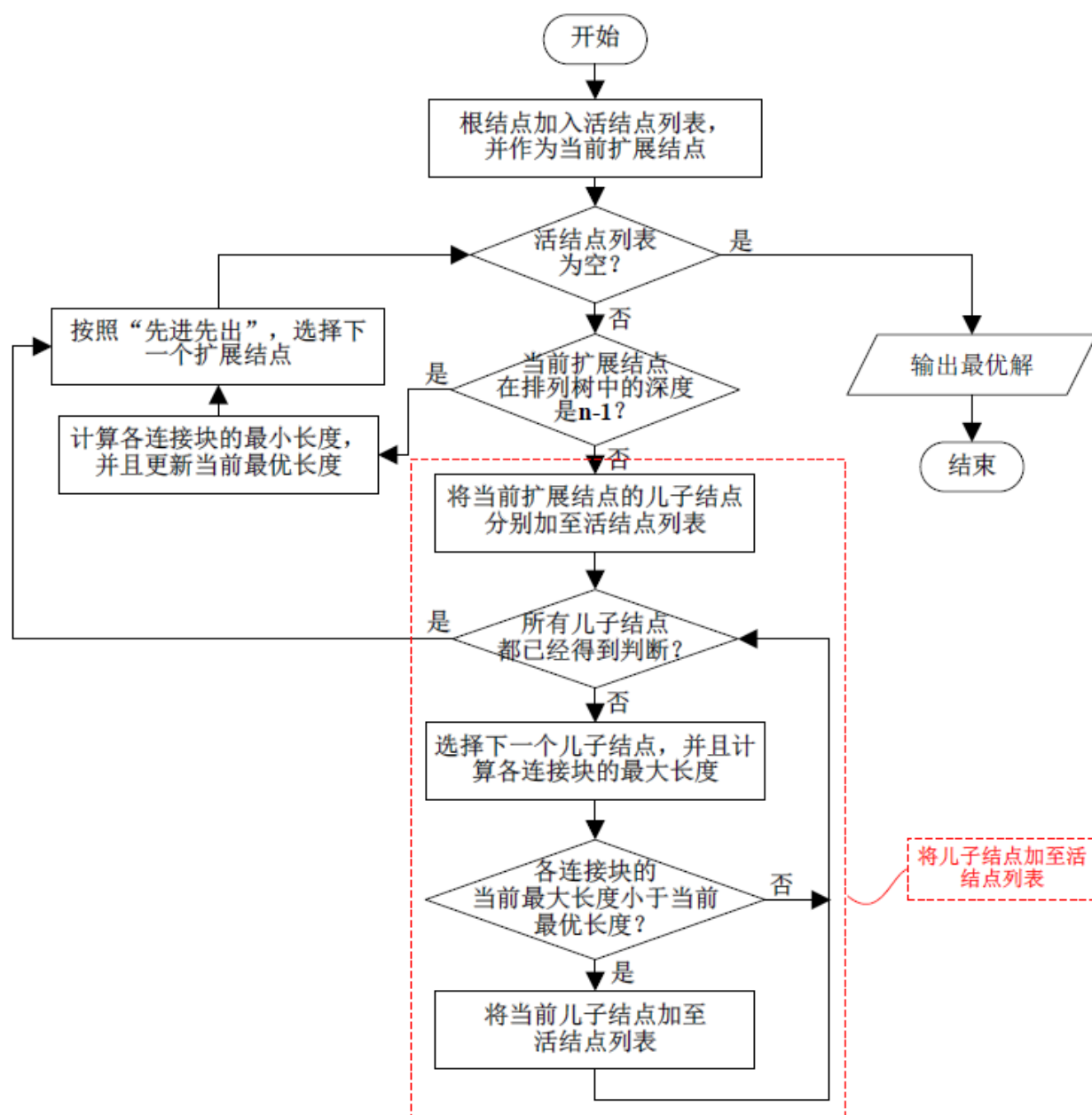
2) 搜索：FIFO

3) 剪枝函数

- a) 扩展节点深度为 $n-1$ 时，一个电路板排列确定，计算计算所有连接块的最大长度，对比计算连接块最大长度值的最小值。
- b) 扩展节点深度小于 $n-1$ 时，利用界限函数进行剪枝（界限函数就是各连接块的当前最大长度小于当前最优长度）。

2. 程序流程





算法实现题 6-2：最小权顶点覆盖问题

问题描述：给定一个赋值无向图 $G=(V, E)$ ，每个顶点 $v \in V$ 都有一个权值 $w(v)$ 。如果 $U \subseteq V$ ，且对任意 $(u, v) \in E$ 有 $u \in U$ 或者 $v \in U$ ，就称 U 为图 G 的一个顶点覆盖。 G 的最小权顶点覆盖是指 G 中所含顶点权值和最小的顶点覆盖。

算法设计：对于给定的无向图 G ，设计一个优先队列式分支限界法，计算 G 的最小权值顶点覆盖。

1. 算法分析

1) 解空间：子集树



2) 搜索：优先队列式搜索

扩展结点的优先值定义为已选择节点的顶点权值与当前扩展结点顶点权值的和，当该值越小，节点优先进行扩展。算法在扩展内部节点时首先考察左子节点，然后考察右子节点。

当扩展结点深度为 n 时，验证该顶点集合是否满足顶点覆盖约束，如果满足，计算当前最优的最小权顶点覆盖问题的权值和。

3) 剪枝函数

a) 左子节点

检查当前顶点集合是否满足顶点覆盖约束，如果满足，更新最小顶点覆盖问题的权值最小值，并中断左子树的搜索。

b) 右子节点

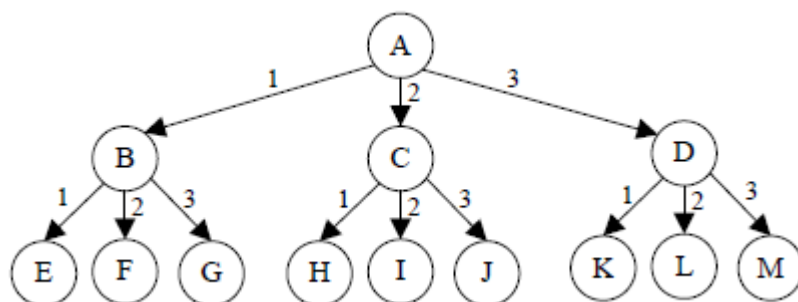
右子节点一直需要考察，通过限界函数进行剪枝，如果当前节点的顶点权值大于或等于权值最小值，则剪枝。

算法实现题 6-4：最小重量机器设计问题

问题描述 设某一个机器由 n 个部件组成，每一种部件都可以从 m 个不同的供应商处购得。设 w_{ij} 是从供应商 j 处购得的部件 i 的重量， c_{ij} 是相应的价格。设计一个优先队列式分支限界法，给出总价格不超过 d 的最小重量机器设计。

1. 算法设计

a) 解空间：深度为 n 的完全 m 叉树



b) 搜索：优先队列搜索

优先级定义为节点已知部分的总重量，每一次选择新的扩展结点都是选择已知部分总重量最小的结点。

c) 剪枝函数

约束函数为总价格不能超过 d ，限界函数为当前扩展结点的总质量最小值大于当前最优总重量。

2. 程序流程



