



福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

工程制图

Engineering Drawing

授课：周超

Email : zhouchao0227@yeah.net

TEL : 18046052957



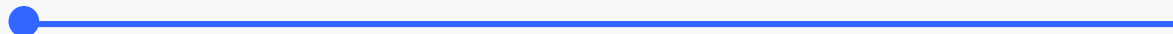
福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

点线面投影的基本知识



福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

投影法

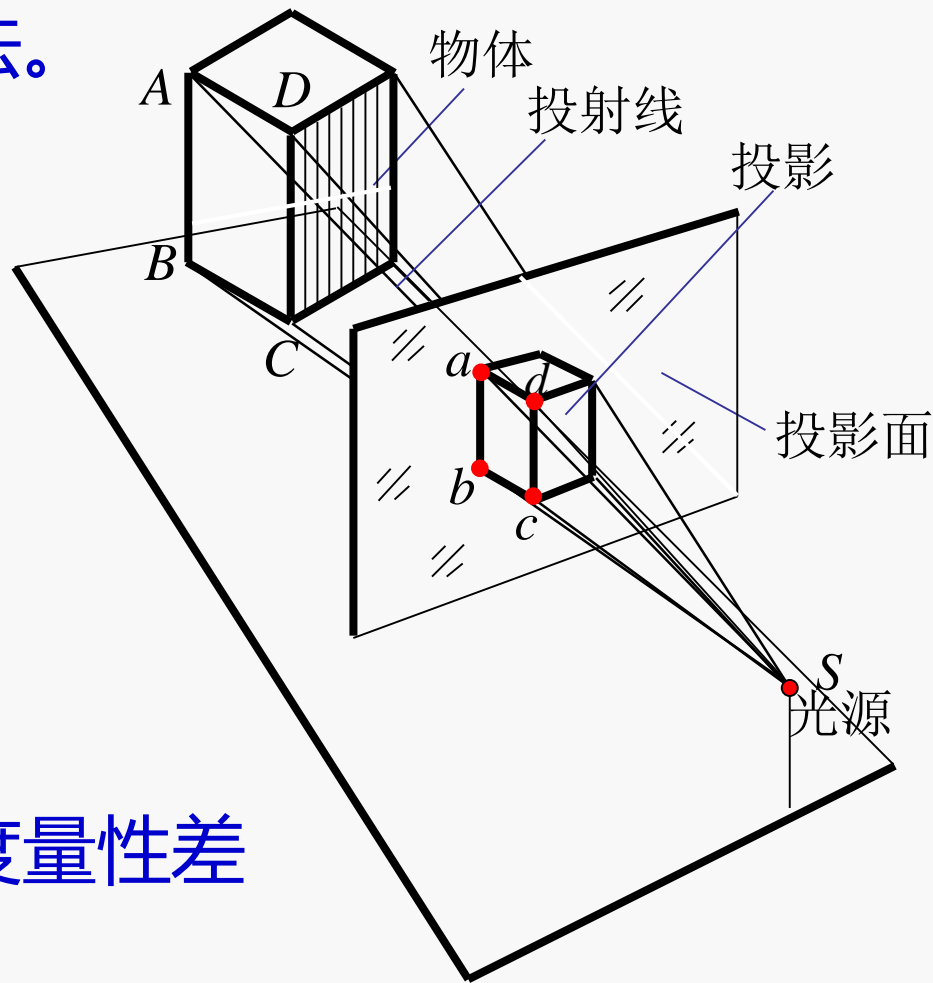


中心投影法

投影法：投射射线经过物体，向选定的平面进行投射，并在该面上得到图形的方法。

自光源 S 向物体上每一点（如 A 、 B 、 C 、 D 各点）所引出的直线，称为**投射射线**。投射射线与投影面的交点（如 a 、 b 、 c 、 d 各点），就是物体上该点在投影面上的**投影**。

中心投影法：立体感强、度量性差

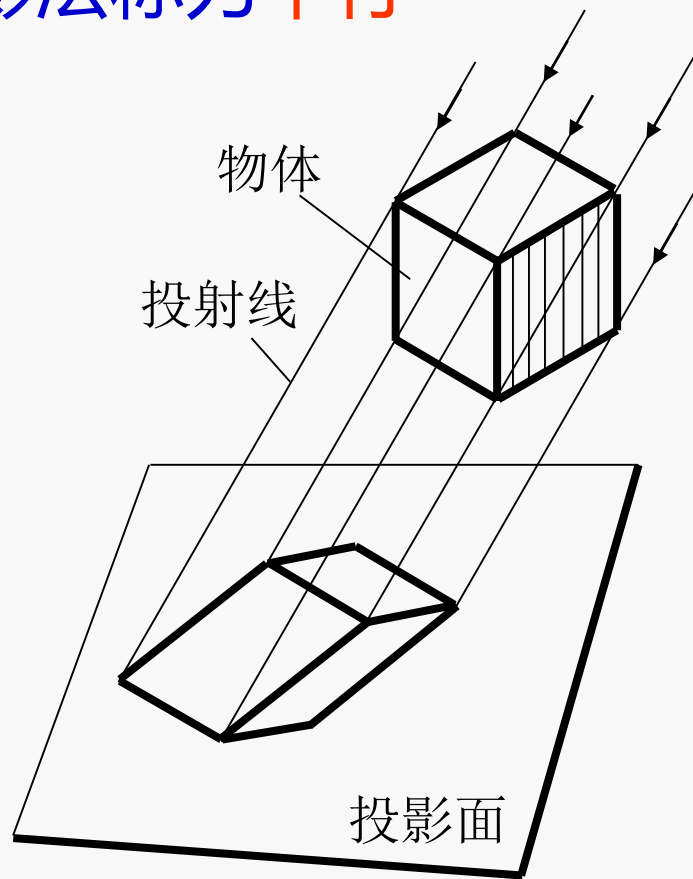


|| 平行投影法

当光源设定于无穷远处时，所有的投射线将呈互相平行的状态。这时的投影法称为**平行投影法**

它又可分为**斜投影**和**正投影**两种。当投射线与投影面呈某一角度倾斜时，其投影称斜投影。

斜投影法：立体感强、度量性差



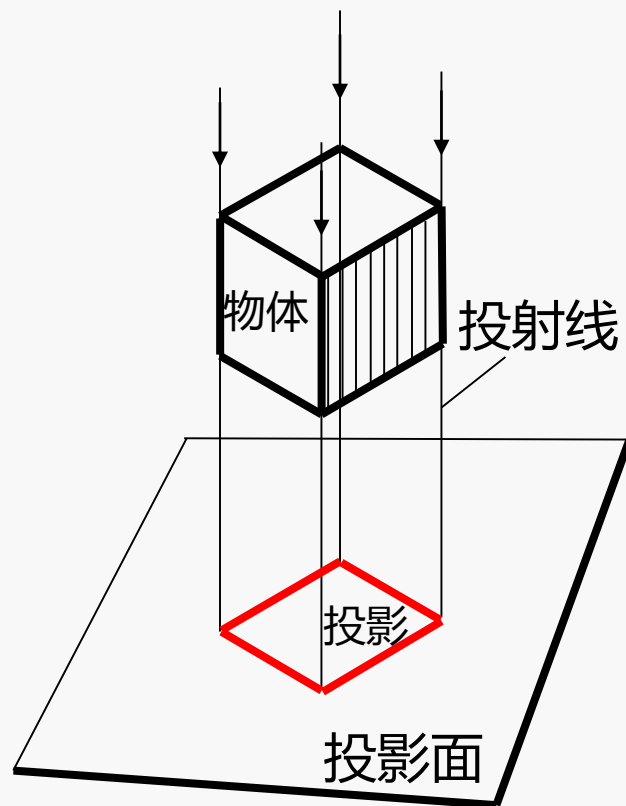
正投影法

当光源设定于无穷远处时，所有的投射线将呈互相平行的状态。这时的投影法称为**平行投影法**

当投射线垂直于投影面时，其投影称为**正投影**。

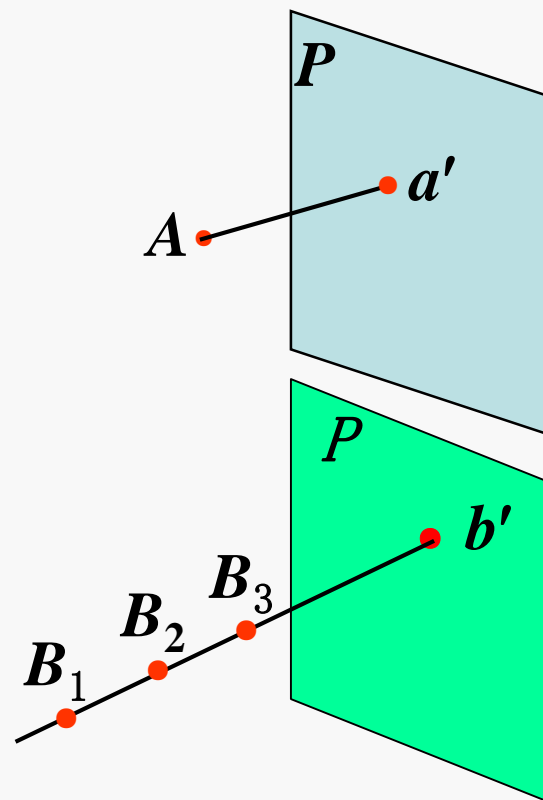
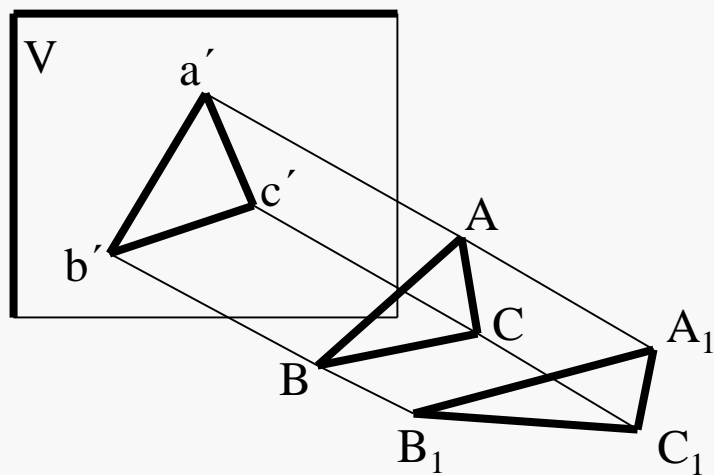
正投影的成影将与物体之间存在着某种**等价关系**，或者说，形体与其投影之间存在着某种**定量关系**。

正投影法：立体感差、度量性强



单面正投影法的不足

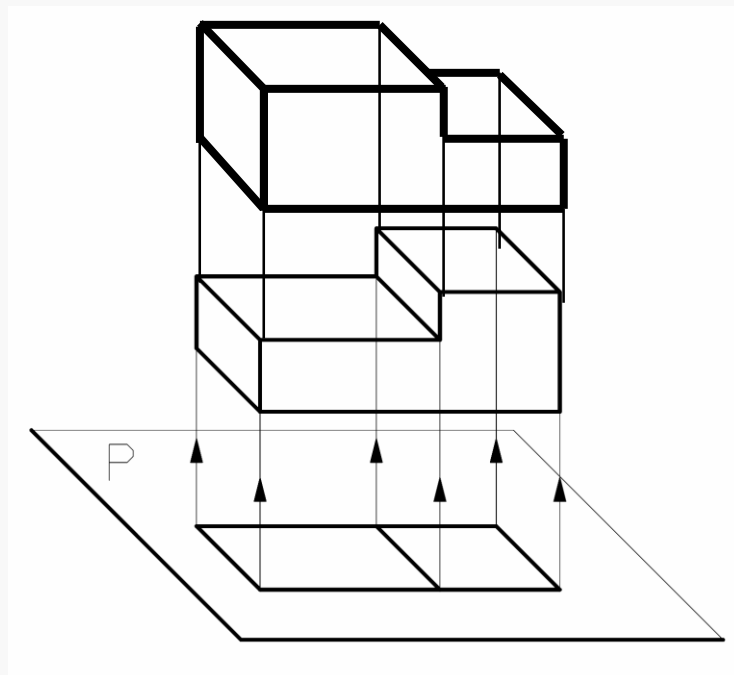
点在一个投影面上的投影不能确定点的空间位置。



平面的单面投影不能确定平面的空间位置和真实形状。

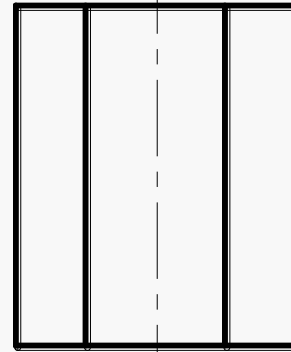
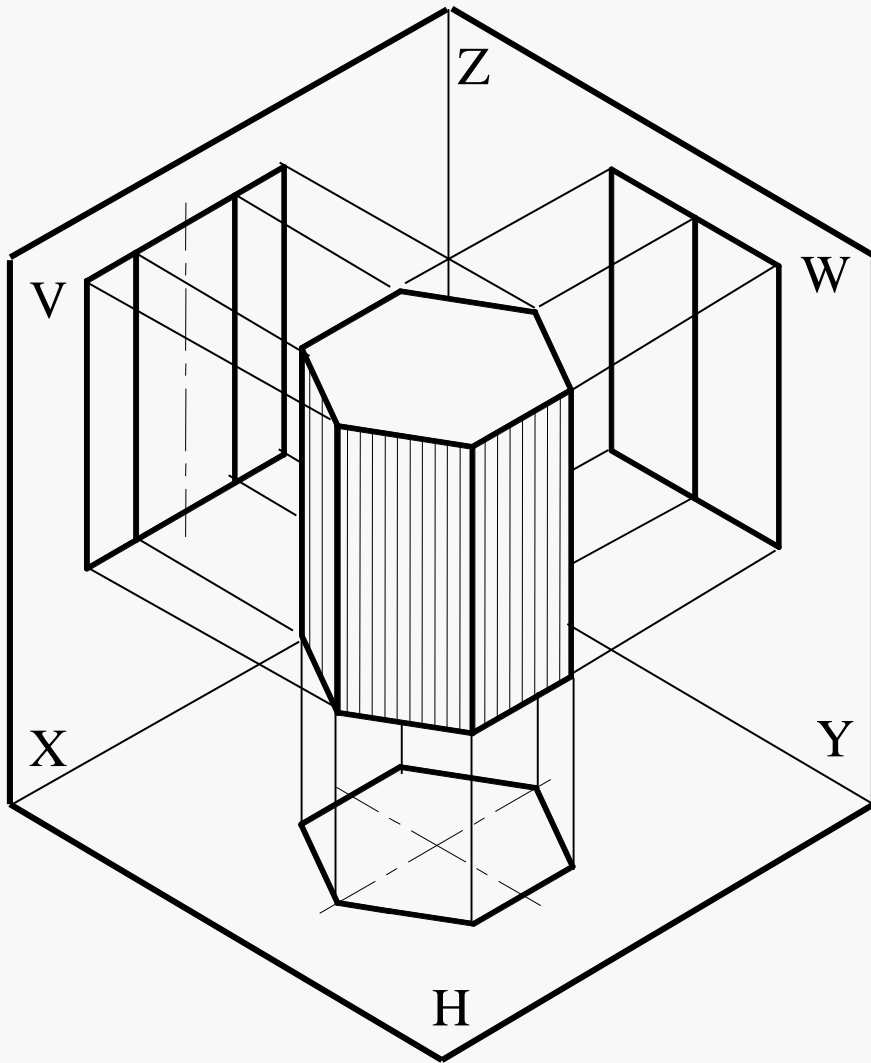
单面正投影法的不足

立体的单面投影也不能确定立体的空间位置和真实形状。

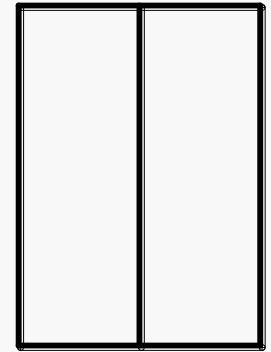


历史上最终解决这一难题的，是法国的科学家 *Gaspar Monge*（蒙日）（1746—1818）。他成功地采用了多面正投影的方法，解决了这一问题并创立了画法几何学。为人类的工业化进程，特别是工程设计及其图样制作提供了一种切实有效的科学方法。

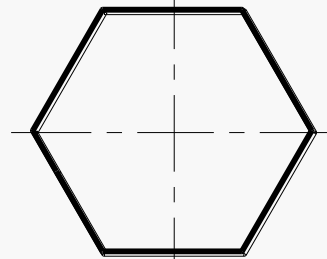
多面正投影法



正面投影



侧面投影

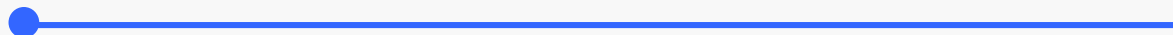


水平投影



福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

点的投影



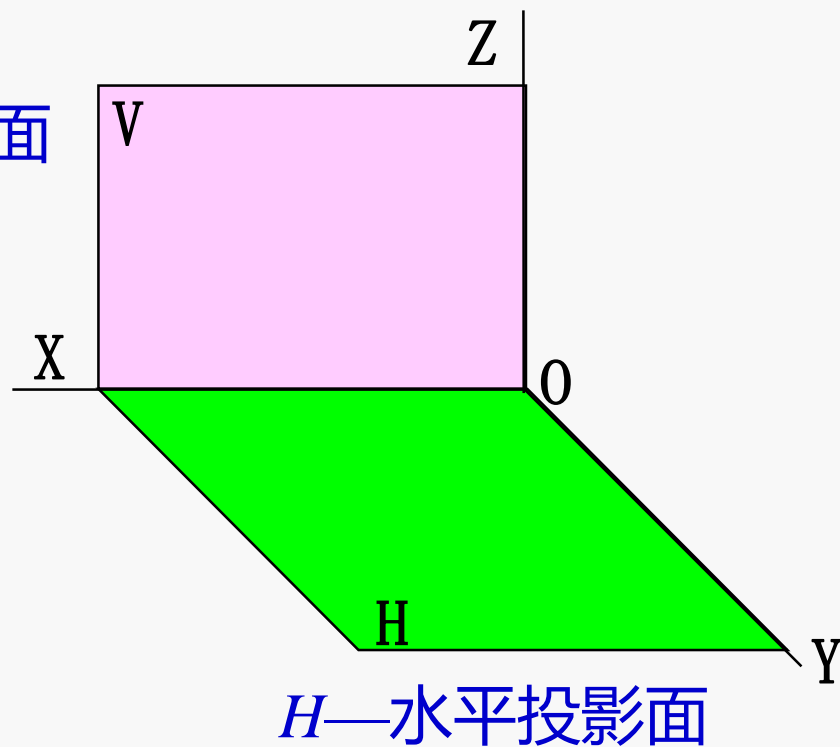


点的二面投影

1. 点的二面投影体系

V —正立投影面

投影面 V 垂直于投影面 H ,
并引进空间坐标系 O - XYZ 。



H —水平投影面

点的二面投影

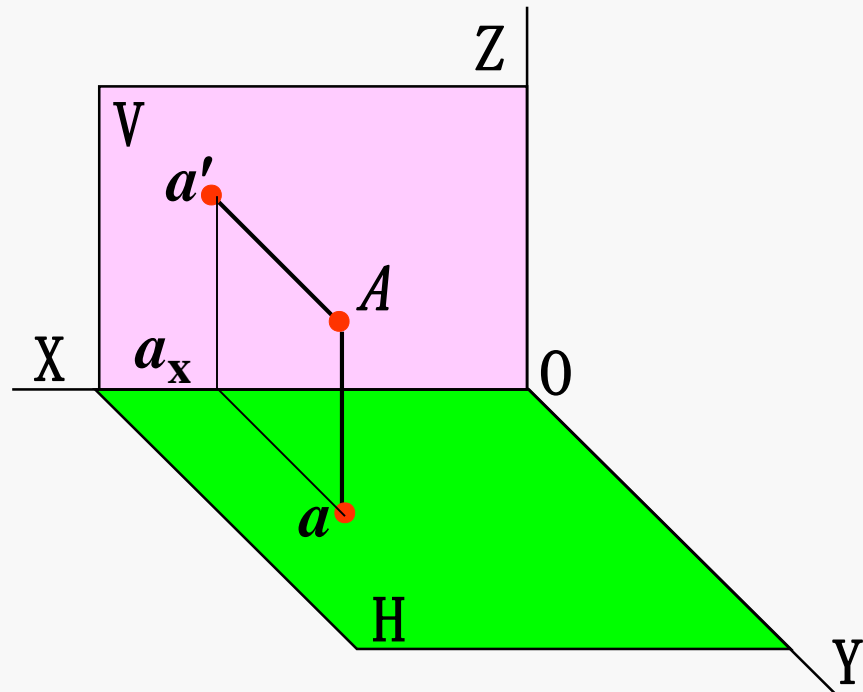
1. 点的二面投影体系

2. 点的二面投影

a' — 正面投影

a — 水平投影

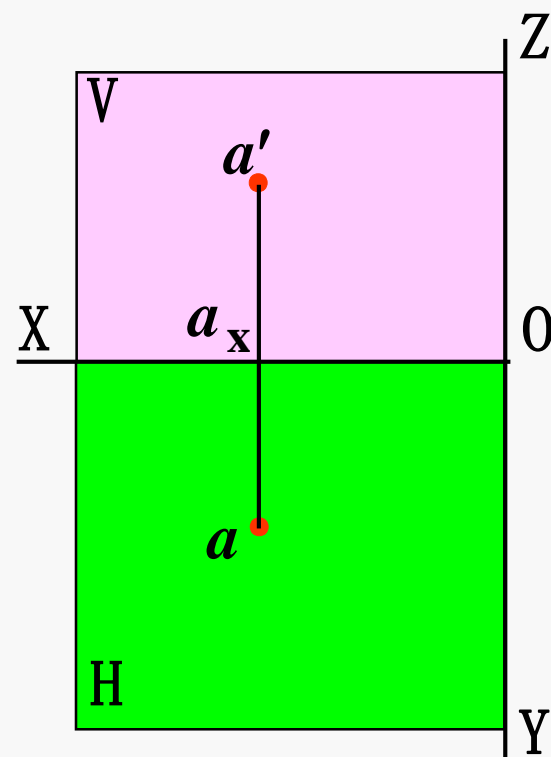
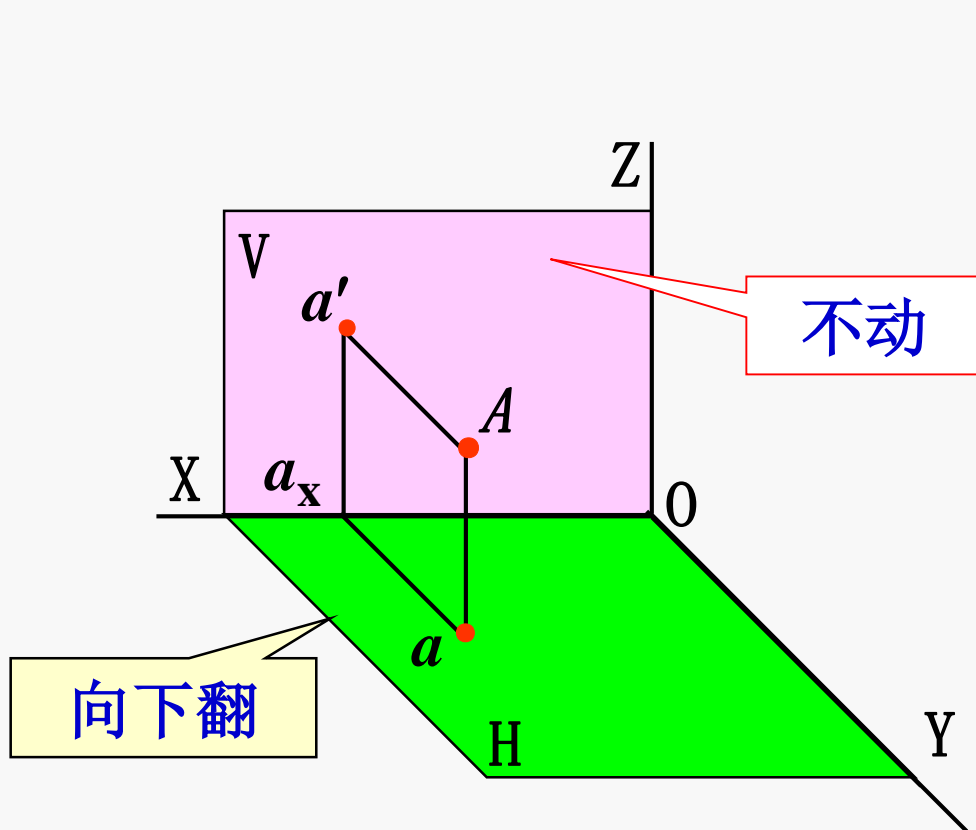
$$A(x, y, z) \Leftrightarrow A(a, a')$$



空间点用大写字母表示，点的投影用小写字母表示。

点的二面投影

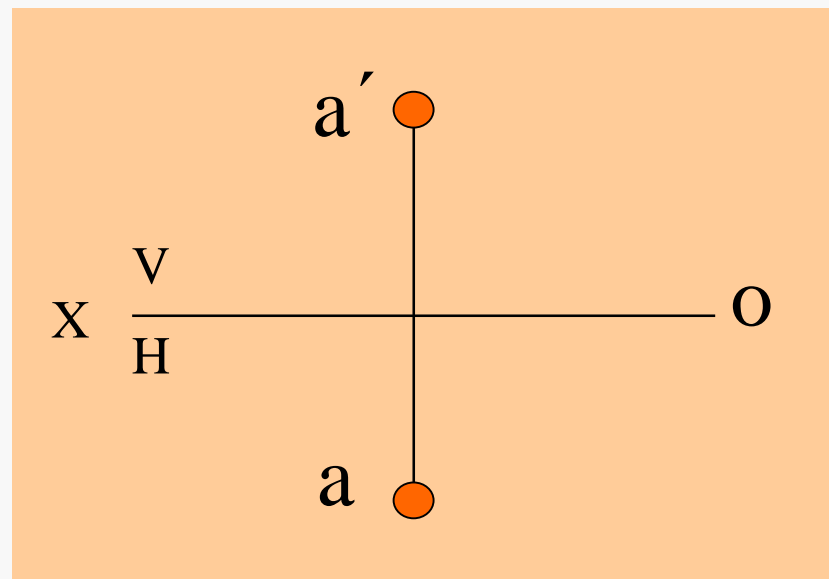
1. 点的二面投影体系
2. 点的二面投影
3. 体系打开摊平





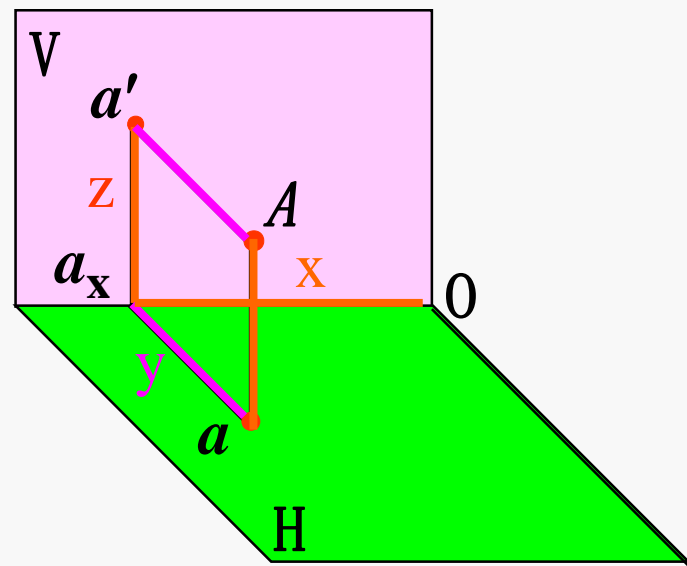
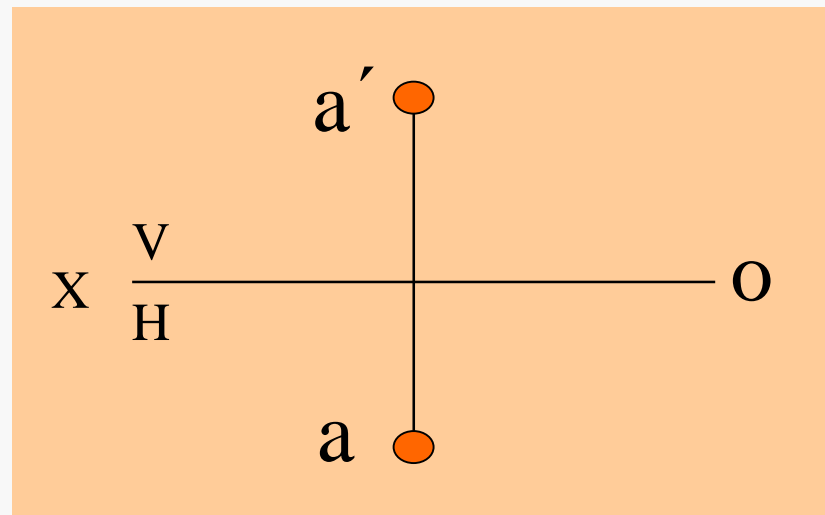
点的二面投影

1. 点的二面投影体系
2. 点的二面投影
3. 体系打开摊平
4. 投影图生成



点的二面投影

1. 点的二面投影体系
2. 点的二面投影
3. 体系打开摊平
4. 投影图生成
5. 点的投影特性



点的二面投影

5. 点的投影特性

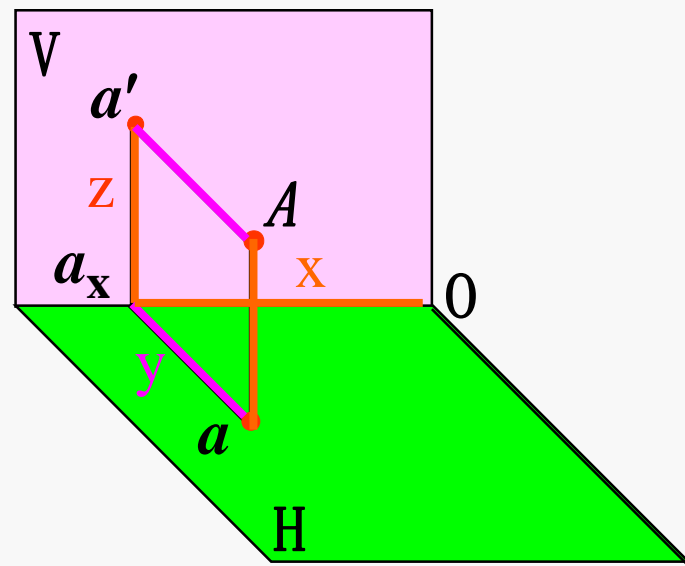
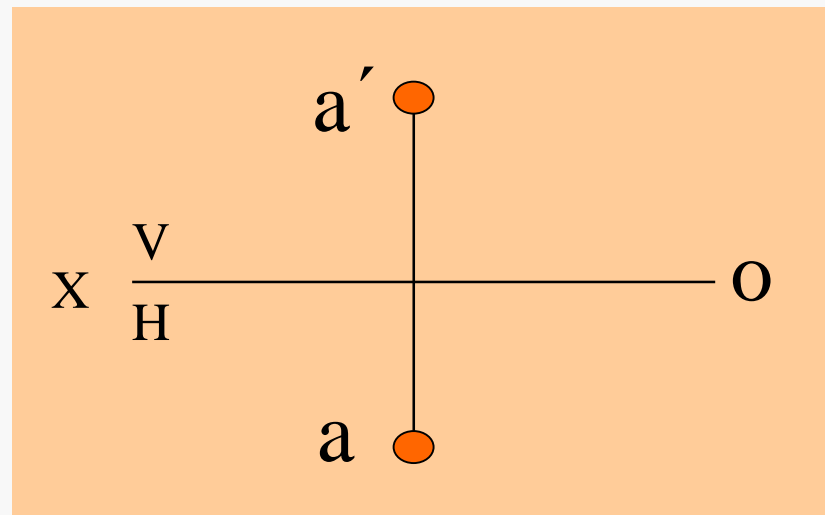
点的投影的连线垂直于投影轴
，即： $aa' \perp ox$

点到投影面的距离等于它在相邻投影面的投影到投影轴的距离，即：

$$a_x o = x$$

$$Aa' = a_x a = y$$

$$Aa = a_x a' = z$$



点的三面投影

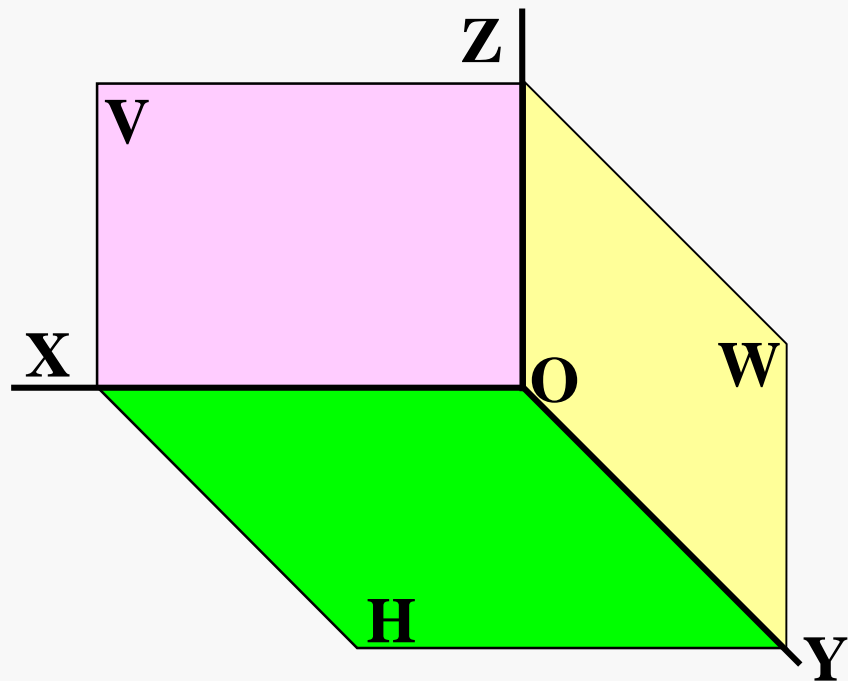
1. 点的三面投影体系

V —正立投影面

H —水平投影面

W —侧立投影面

投影面 W 同时垂直 V 、 H ，
并引进空间坐标系 O - XYZ ；



点的三面投影

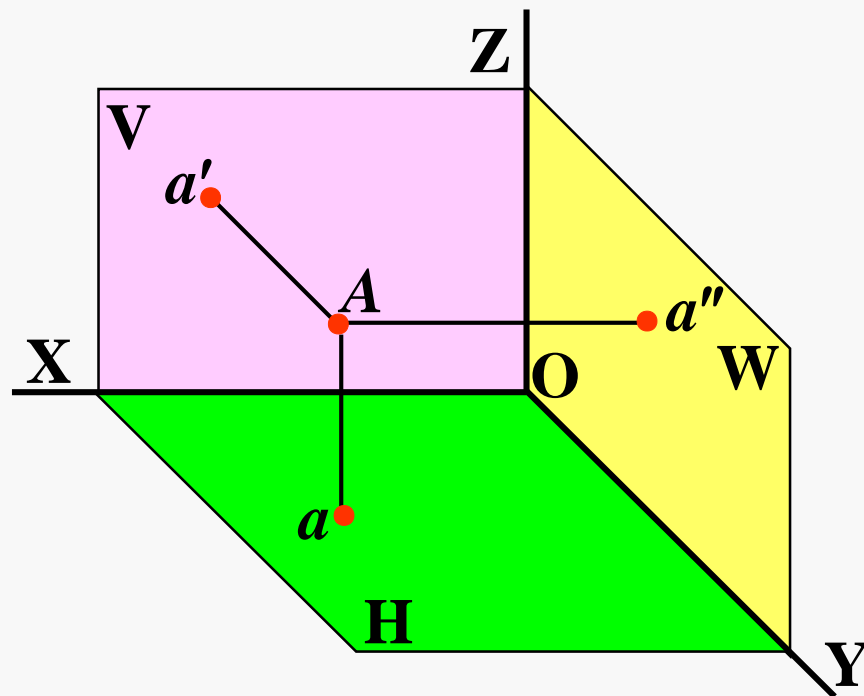
1. 点的三面投影体系

2. 点的三面投影

a' — 正面投影

a — 水平投影

a'' — 侧面投影

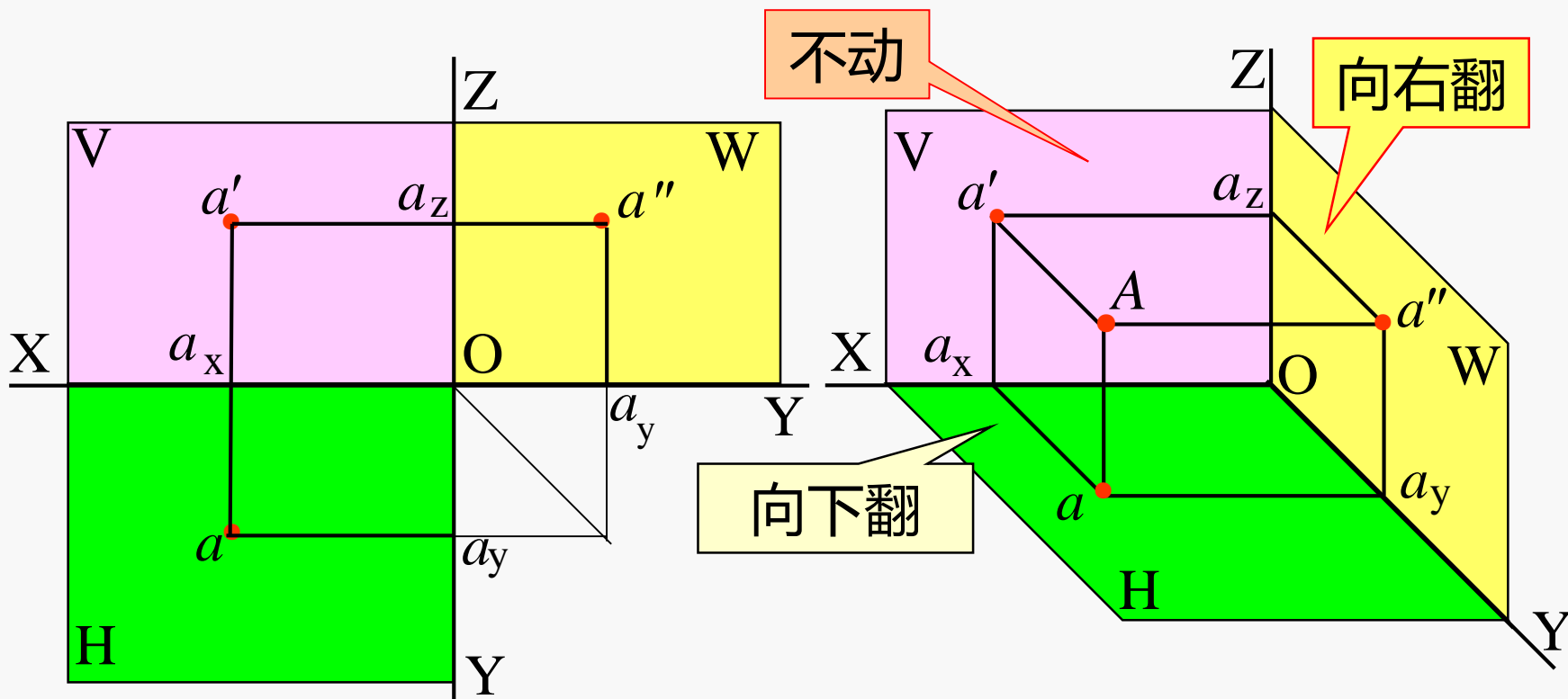


点的三面投影

1. 点的三面投影体系

2. 点的三面投影

3. 体系打开摊平

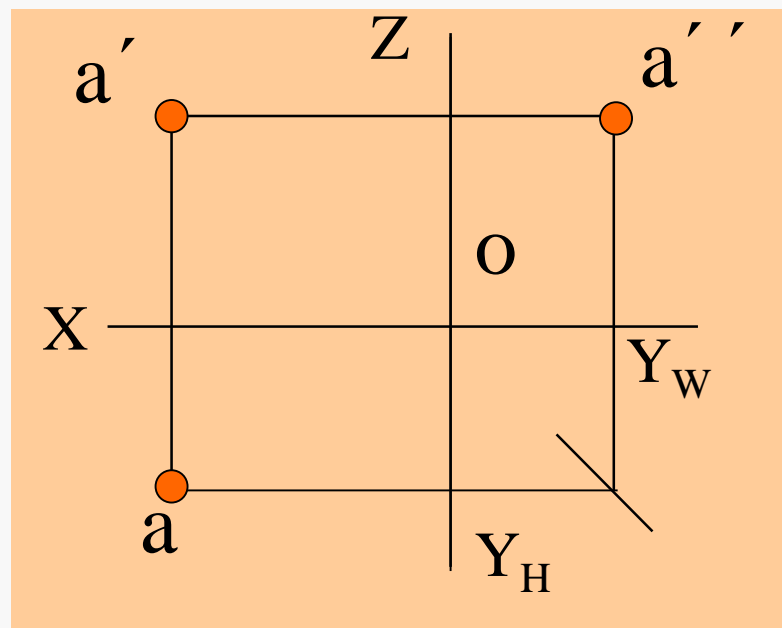


点的三面投影

1. 点的三面投影体系
2. 点的三面投影
3. 体系打开摊平
4. 投影图生成

可分解为三个二面体系

$$\frac{V}{H} \mid \frac{W}{H} \longrightarrow \frac{V}{H}, \frac{V}{W}, \frac{W}{H}$$



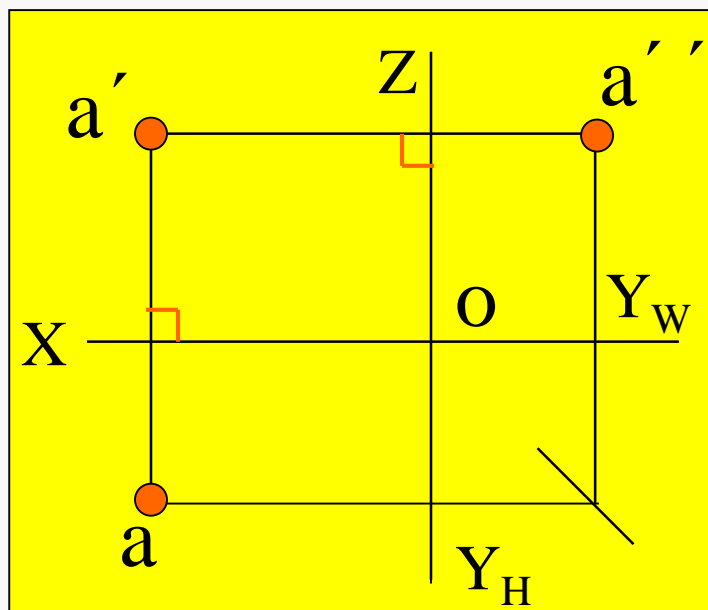


点的三面投影

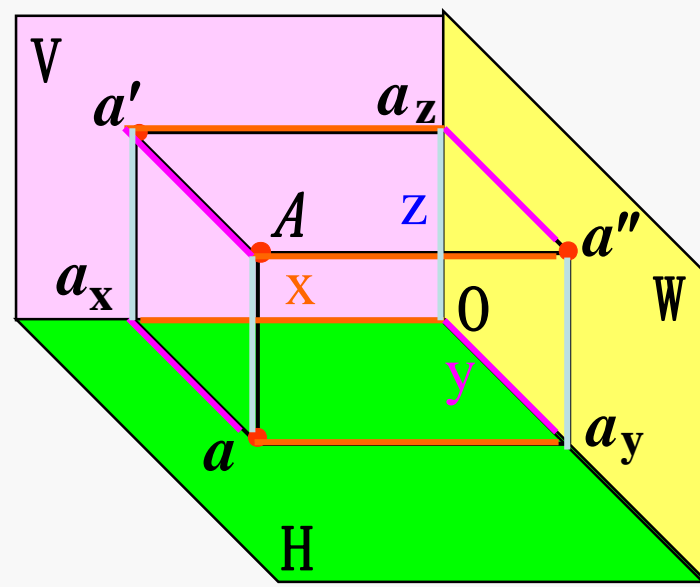
1. 点的三面投影体系
2. 点的三面投影
3. 体系打开摊平
4. 投影图生成
5. 点的三面投影特性（点的投影规律）

点的三面投影

点的投影规律



点的投影的连线垂直于投影轴，即：
 $aa' \perp oX$
 $a'a'' \perp oZ$



点的投影到投影轴的距离，
 等于点的坐标，即：

$$Aa'' = a_y a = a_z a' = x$$

$$Aa' = a_z a'' = a_x a = y$$

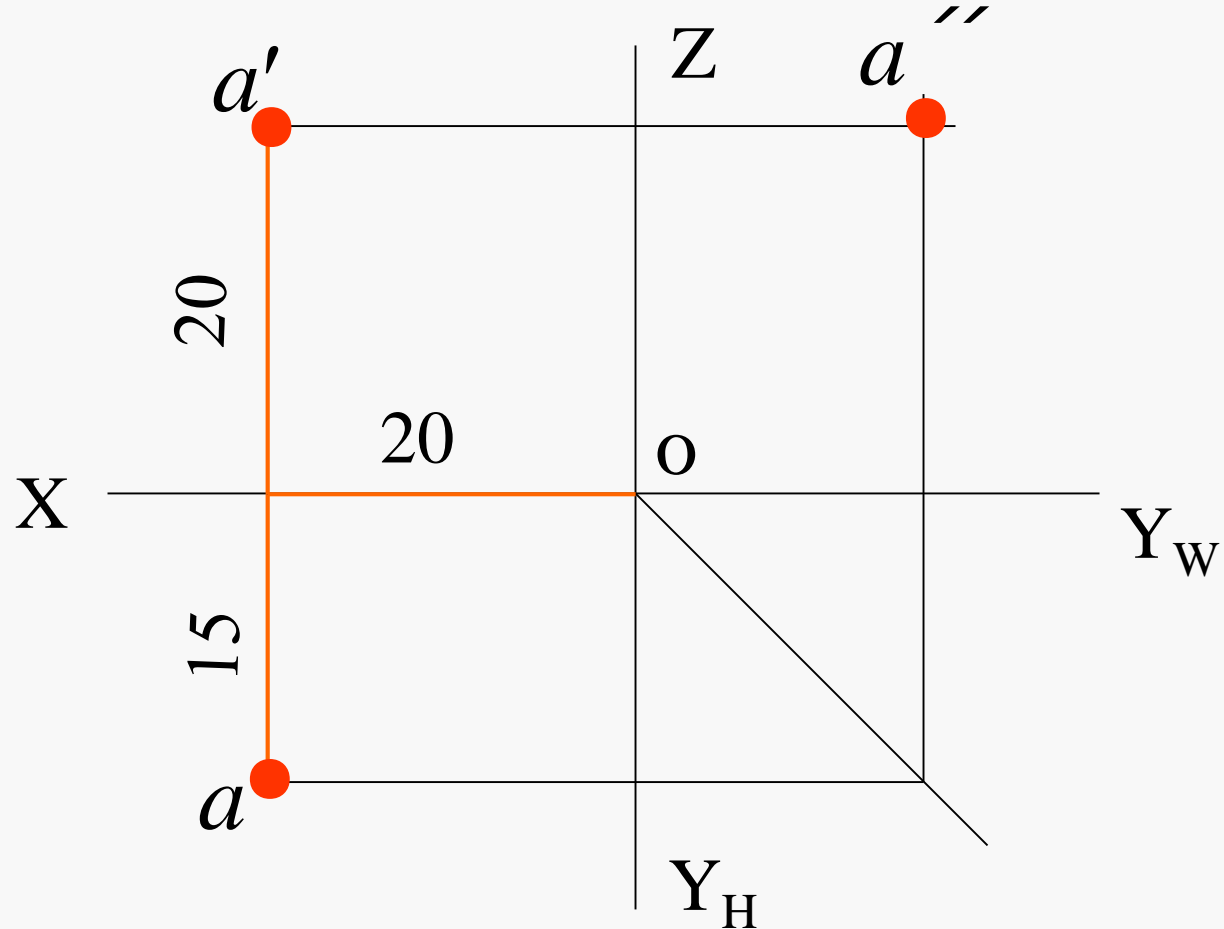
$$Aa = a_y a'' = a_x a' = z$$



例题

作出点A (20 , 15 , 20) 的投影。

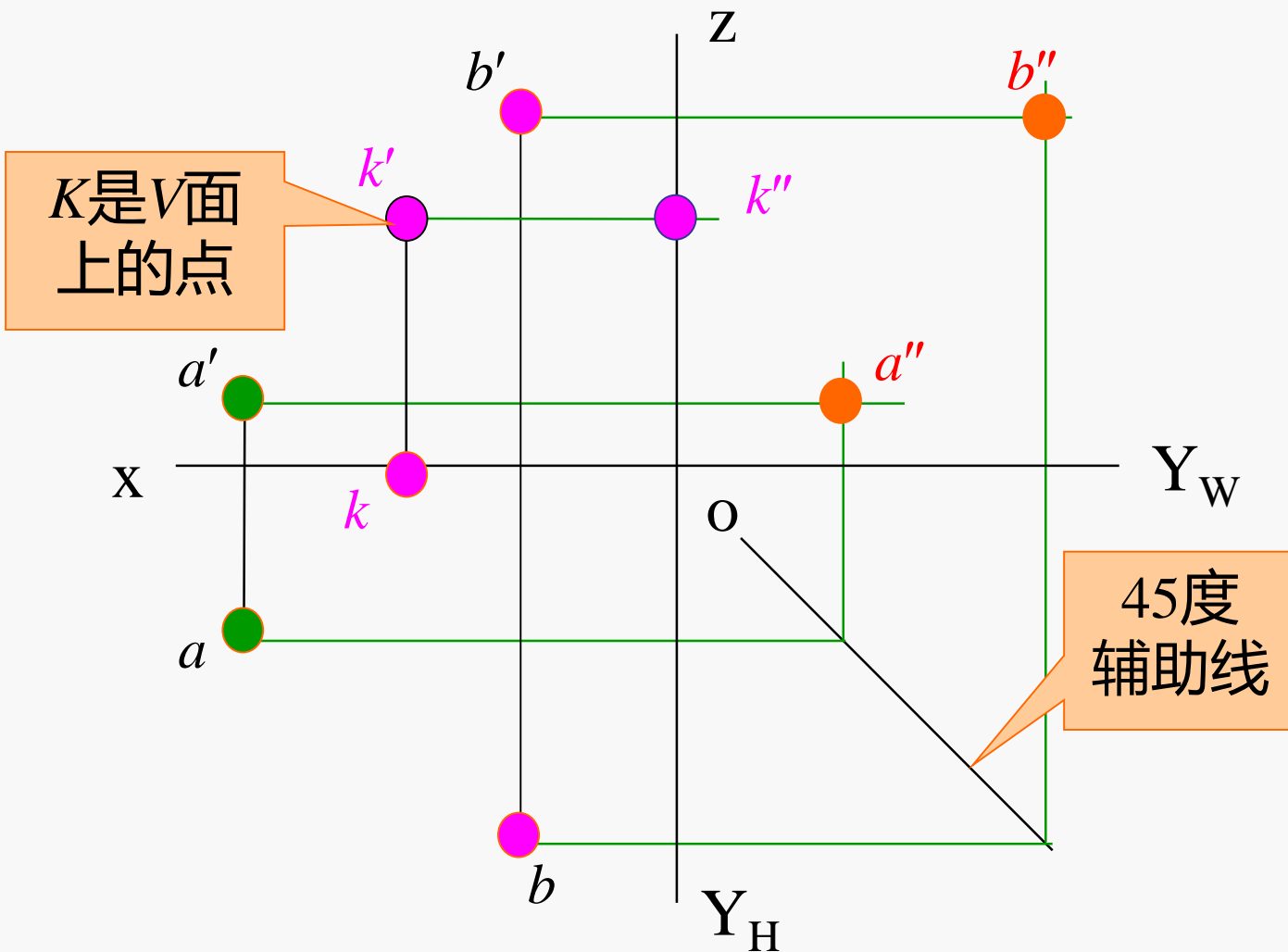
如何由点的投影想象出点的坐标？





例题

已知 A 、 B 二点的正面及水平投影，求其侧面投影。



例题

判断两点的相对位置

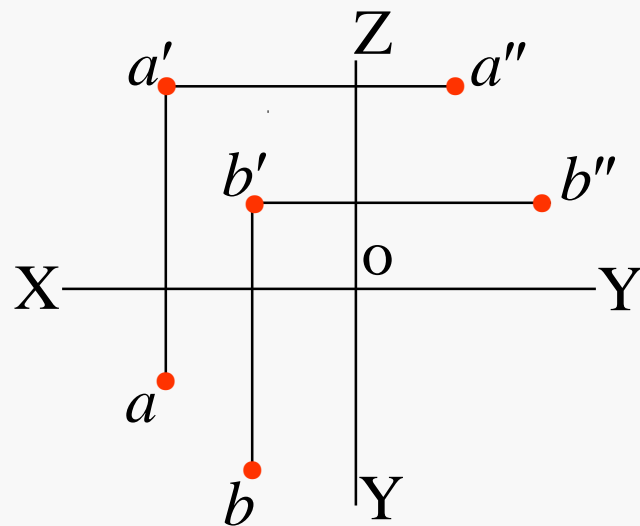
两点的相对位置指两点在空间的上下、前后、左右位置关系。

判断方法：

x 坐标大的在左

y 坐标大的在前

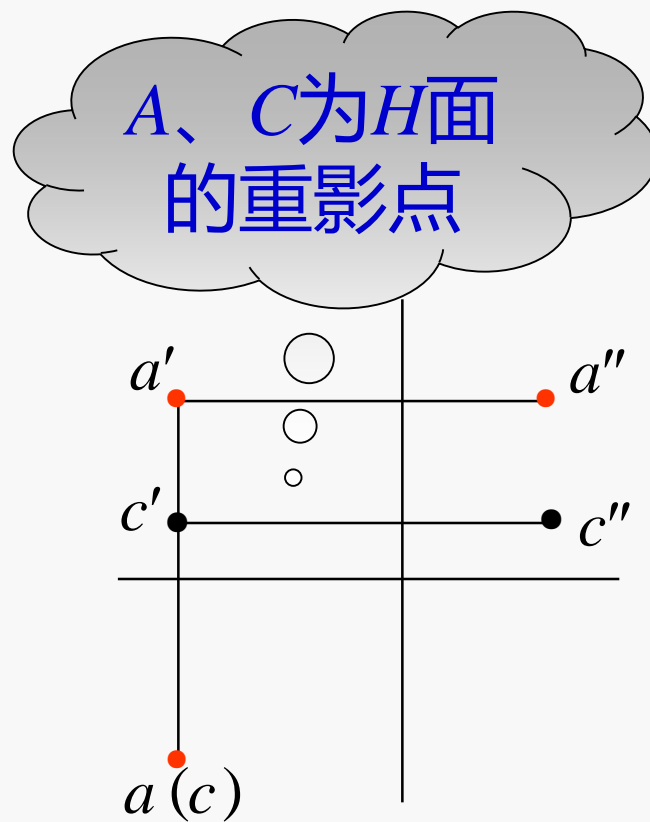
z 坐标大的在上



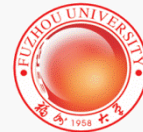
B点在A点之前、
之右、之下。

重影点

空间两点在某一投影面上的投影重合为一点时，则称此两点为该投影面的重影点。

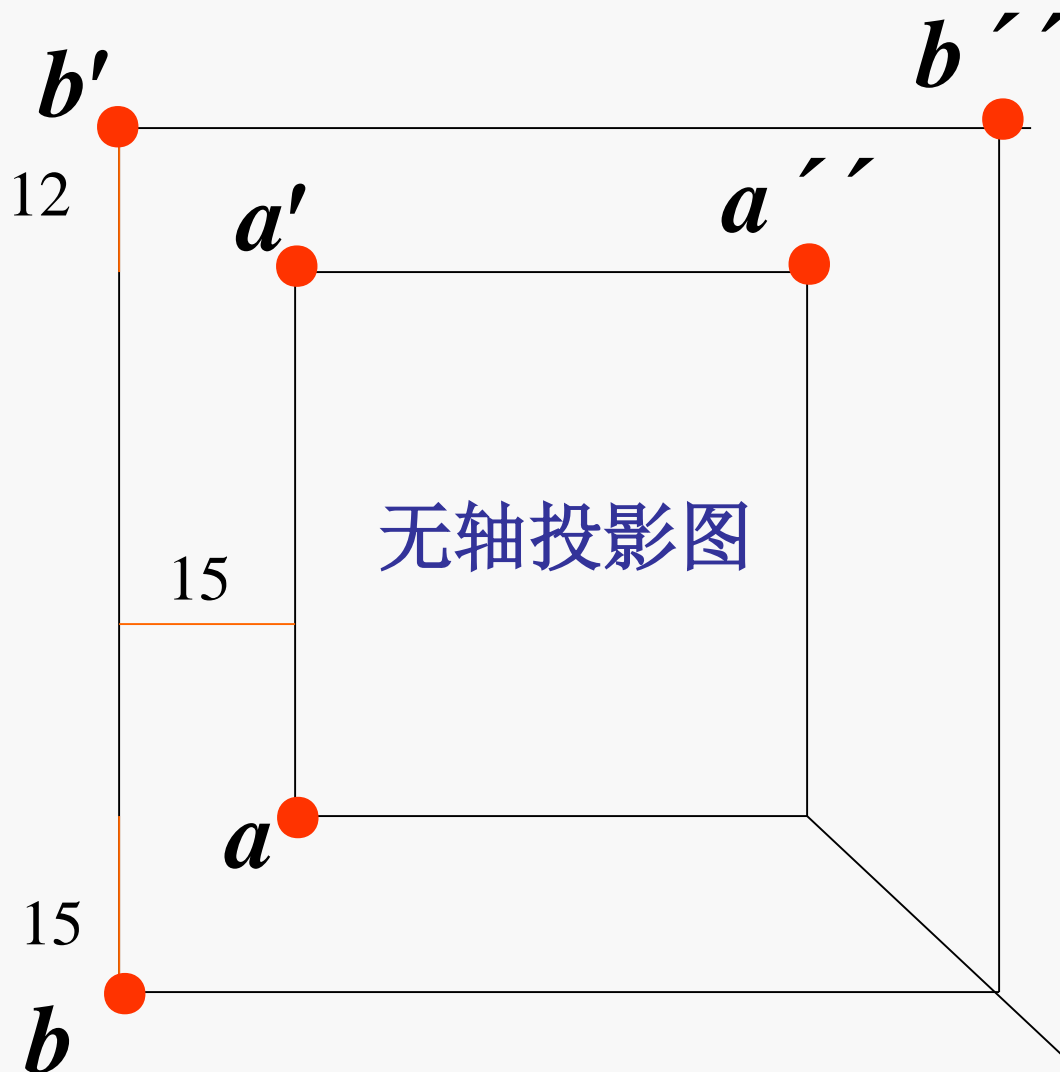


被挡住的投影加()



例题

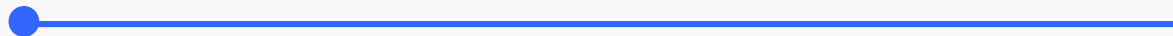
已知点 $A(25, 15, 20)$ 的三面投影，点 B 在 A 点之左15、 A 之前15、 A 之上12，试作出点 B 的三面投影。





福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

直线的投影



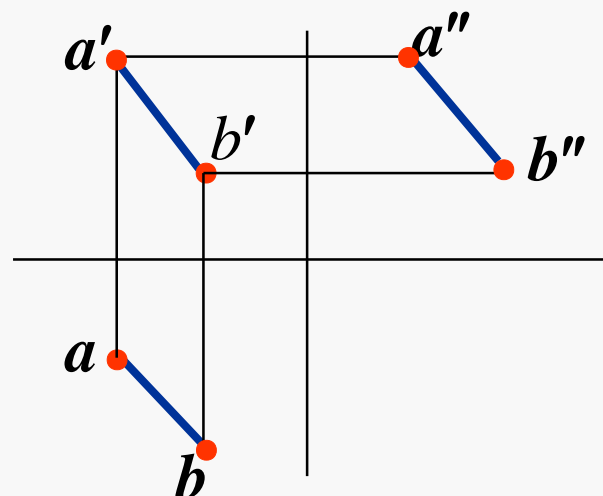
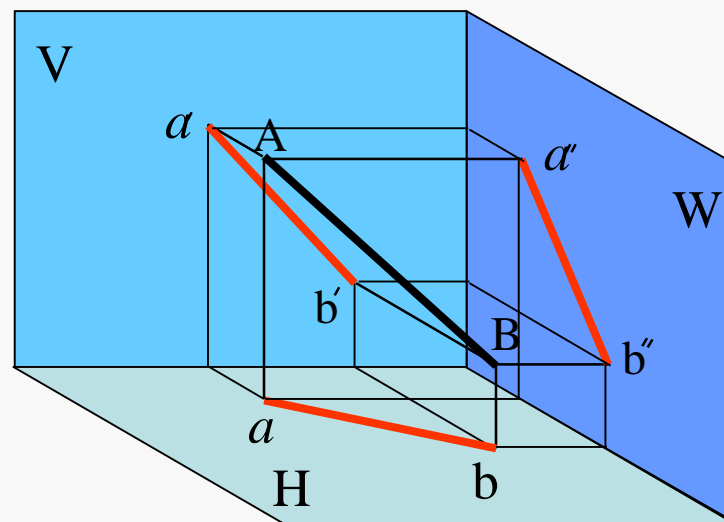
直线的投影

直线的投影一般情况下仍为直线；

直线的投影可由该线的二点或一点已知一方向作出；

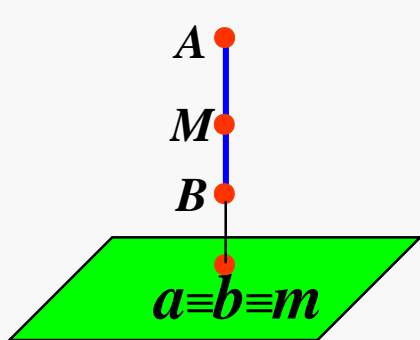
直线有特殊位置直线（投影面平行线、投影面垂直线）和一般位置直线之分；

直线对投影面 H 、 V 、 W 的倾角分别为 α 、 β 、 γ 。



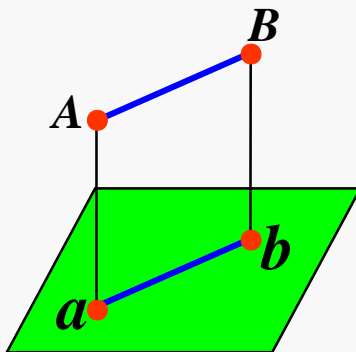
直线的投影

直线对一个投影面的投影特性



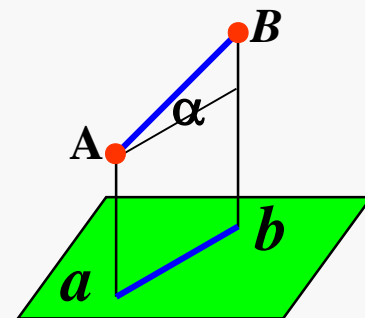
直线垂直于投影面
投影积聚为一点

积聚性
⇒垂直必积聚



直线平行于投影面
投影反映线段实长

$ab=AB$
真实性
⇒平行有等标



直线倾斜于投影面
投影比空间线段短

$ab=AB \cdot \cos \alpha$
类似性
⇒倾斜定类似



直线的投影特性

直线的三面投影特性

其投影特性取决于直线与三个投影面间的相对位置。

平行于某一投影面而
与其余两投影面倾斜

投影面平行线

统称特殊位置直线

正平线 (平行于V面)

侧平线 (平行于W面)

水平线 (平行于H面)

垂直于某一投影面

投影面垂直线

正垂线 (垂直于V面)

侧垂线 (垂直于W面)

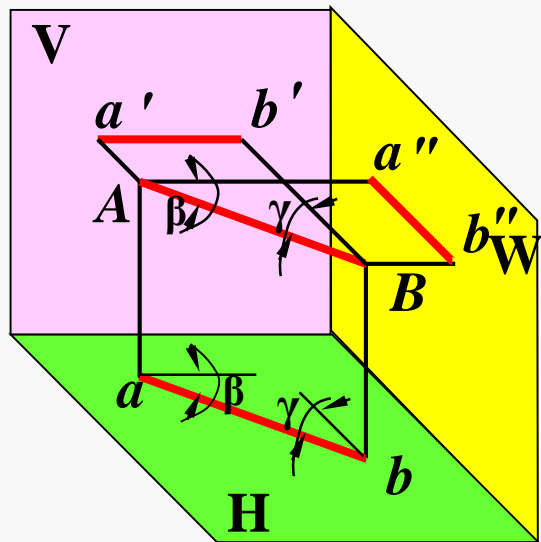
铅垂线 (垂直于H面)

与三个投影面都倾斜的直线

一般位置直线

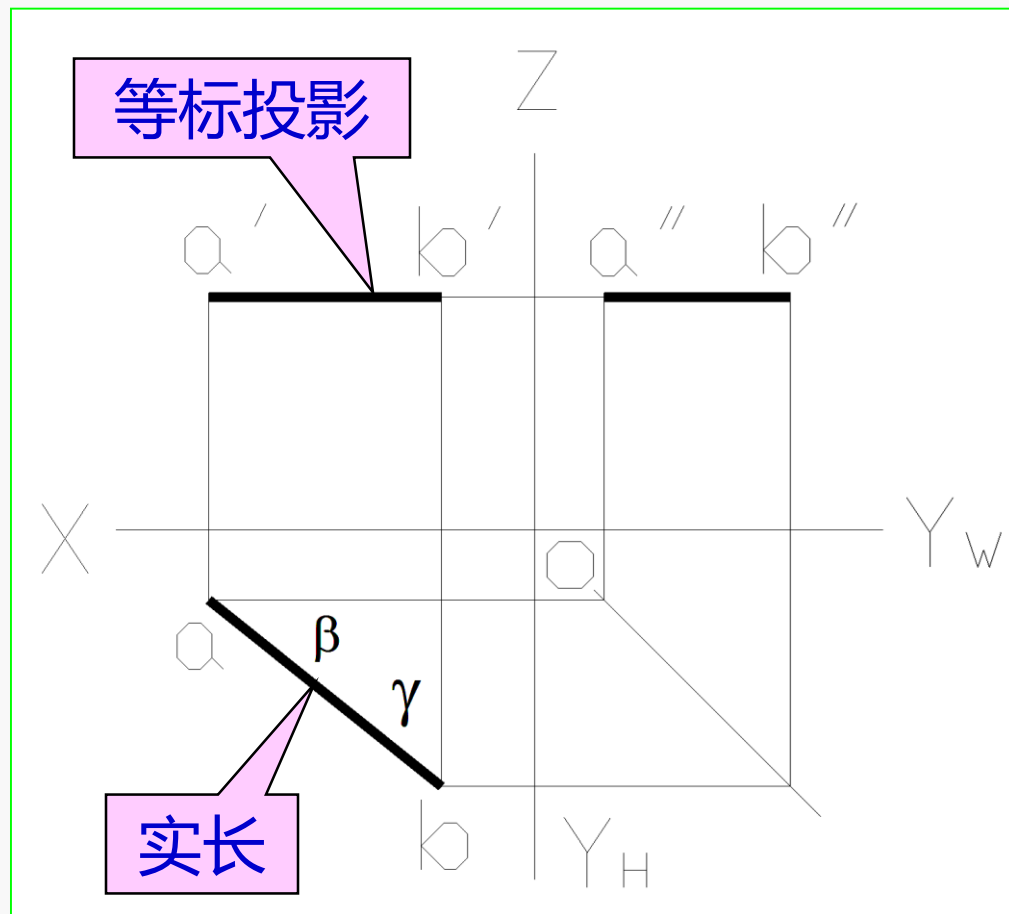
投影面平行线

水平线的投影



- 1) 水平投影显实长；
- 2) 其他两投影与相应的轴线平行；
- 3) 水平投影现倾角。

平行有等标

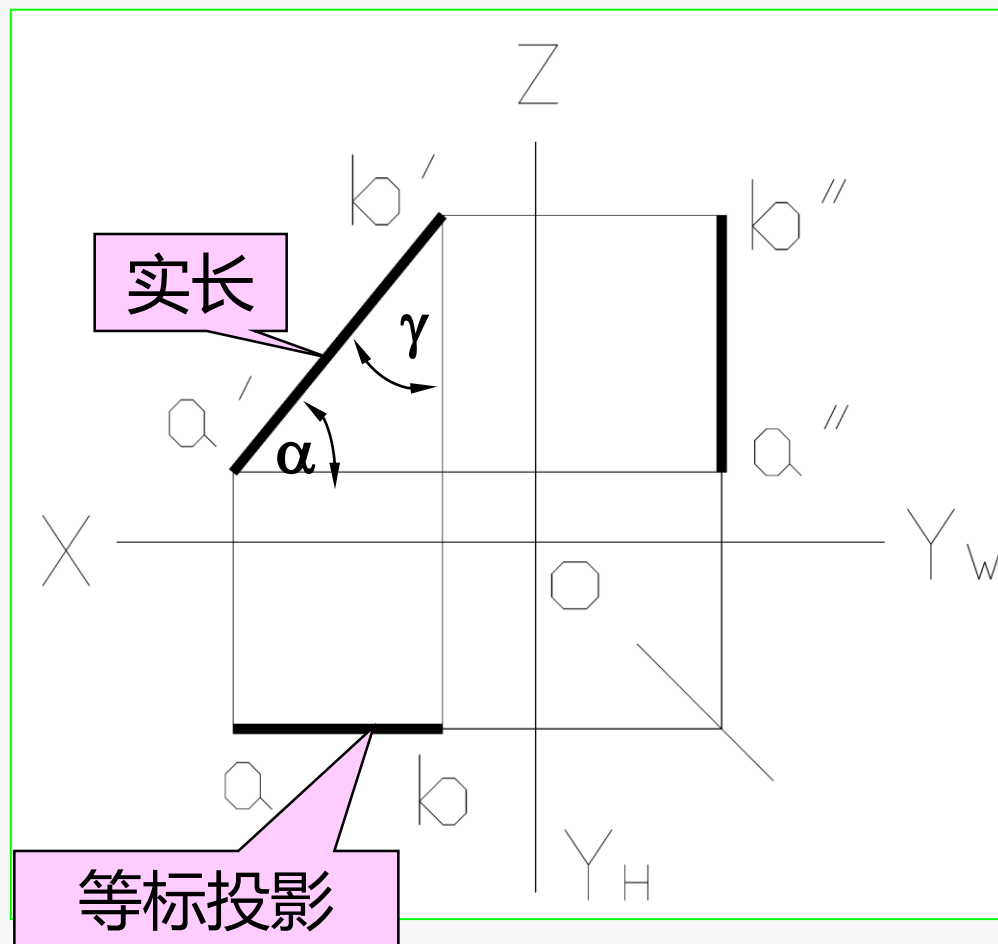


投影面平行线

平行有等标

正平线的投影

- 1) 正面投影显实长；
- 2) 其他两投影与相应的轴线平行；
- 3) 正面投影现倾角。

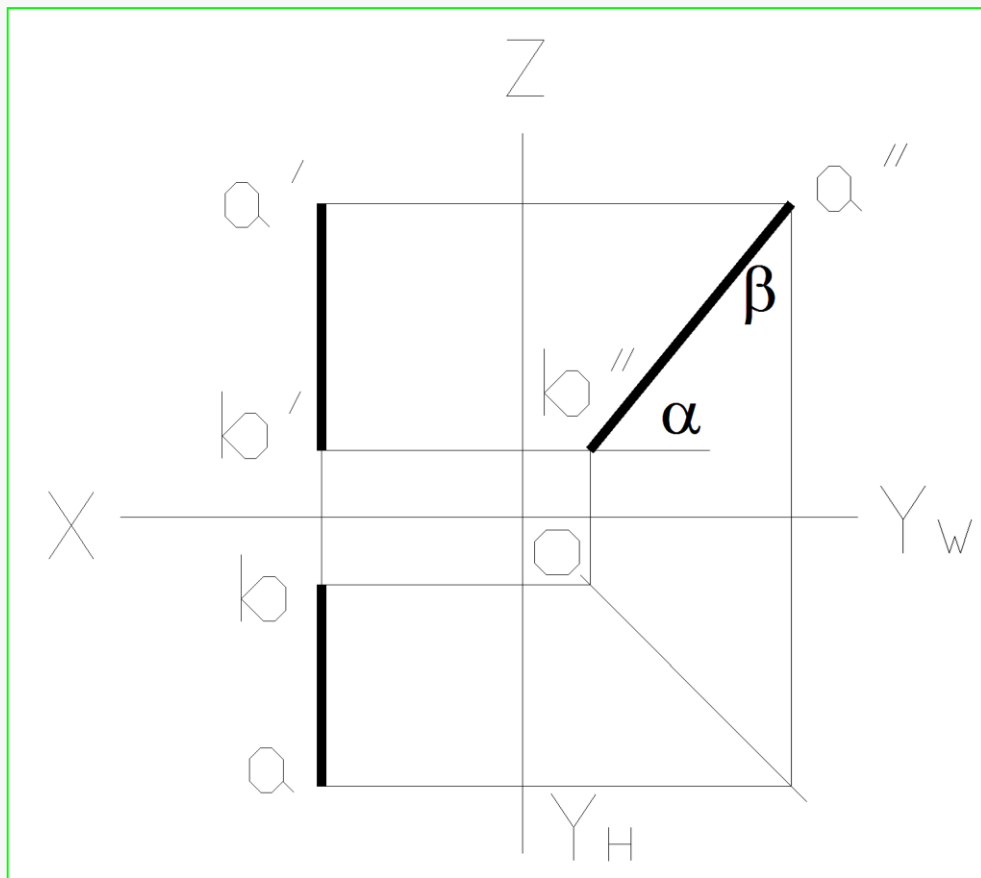


投影面平行线

侧平线的投影

平行有等标

- 1) 侧面投影显实长；
- 2) 其他两投影与相应的轴线平行；
- 3) 侧面投影现倾角。

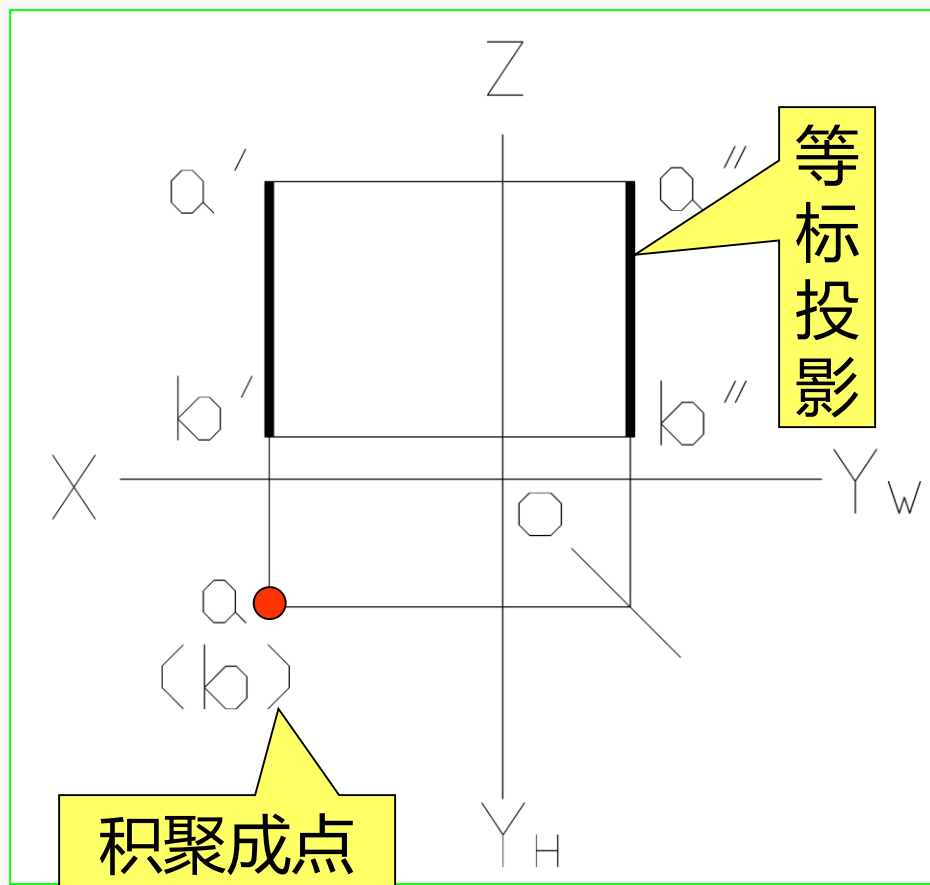


投影面垂直线

铅垂线的投影

垂直必积聚

- 1) 水平投影积聚成点；
- 2) 其他两投影与相应的轴线平行，且反映实长。

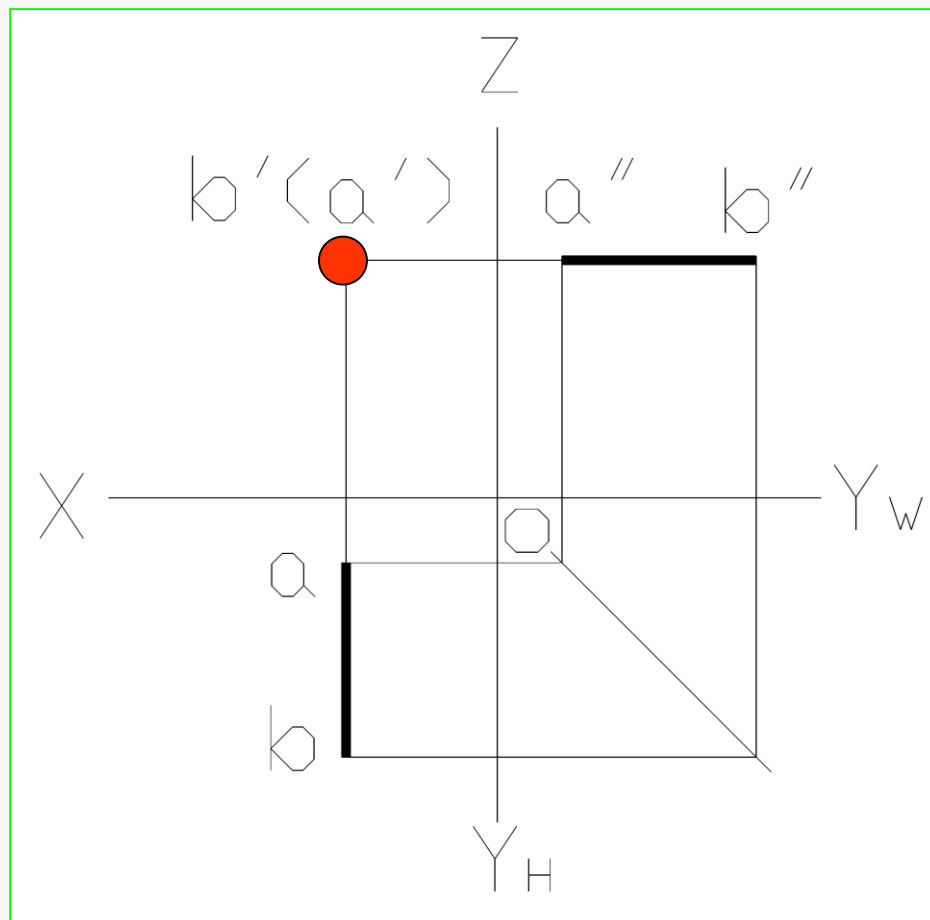


投影面垂直线

正垂线的投影

垂直必积聚

- 1) 正面投影积聚成点；
- 2) 其他两投影与相应的轴线平行，且反映实长。

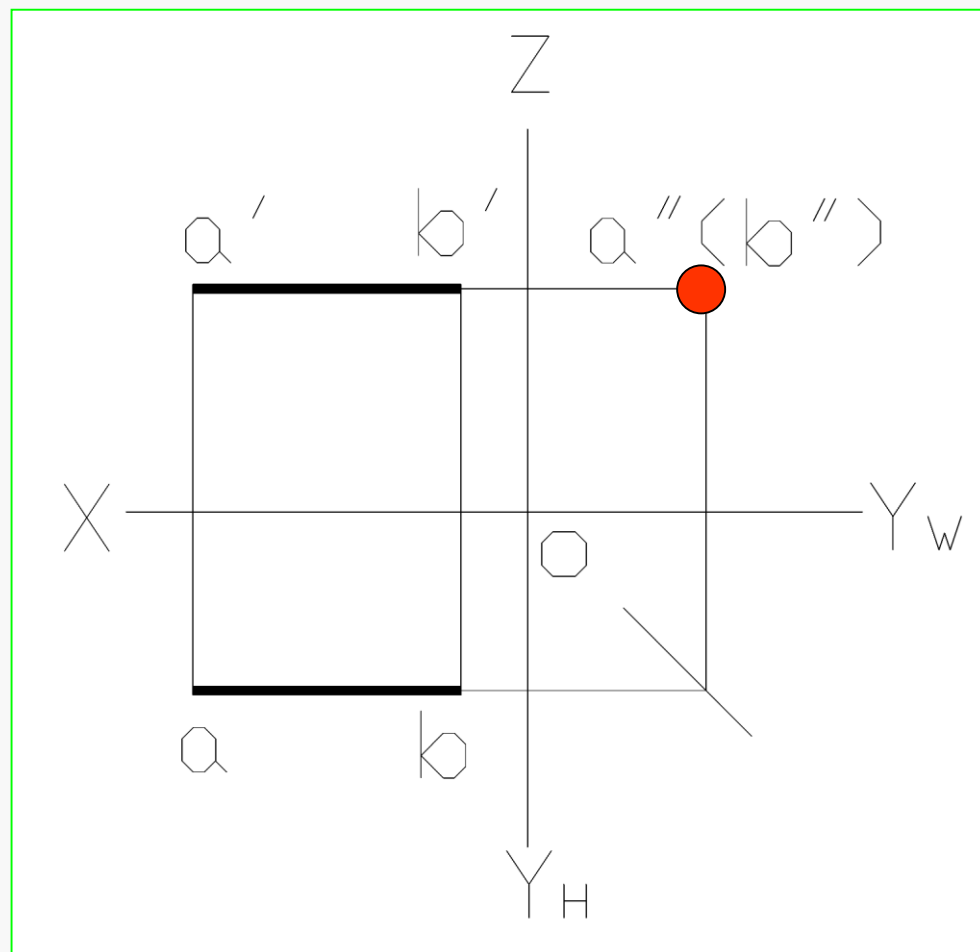


投影面垂直线

侧垂线的投影

垂直必积聚

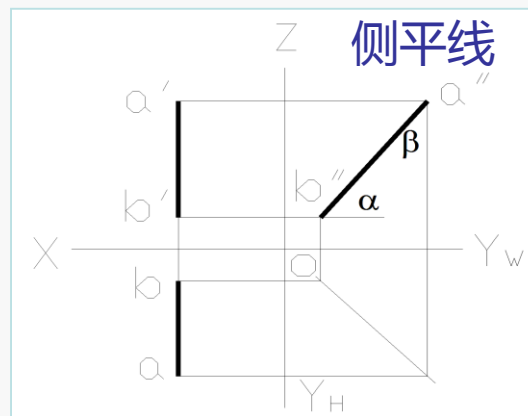
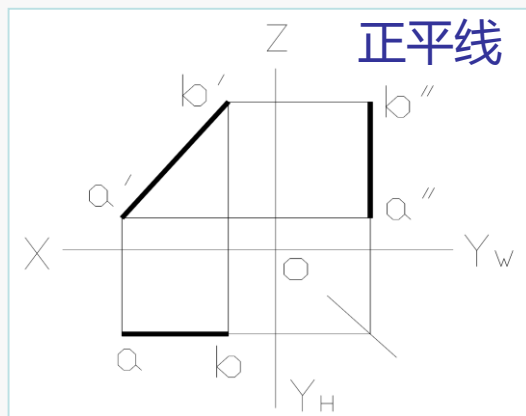
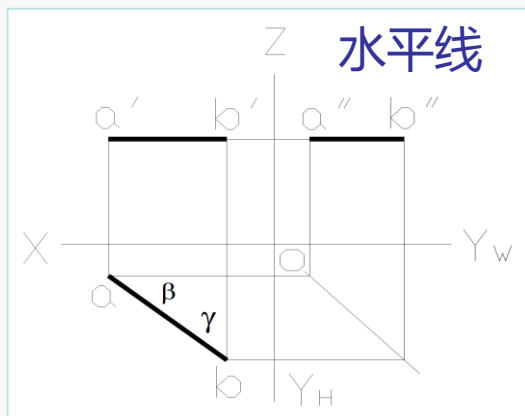
- 1) 侧面投影积聚成点；
- 2) 其他两投影与相应的轴线平行，且反映实长。



投影面特殊位置直线

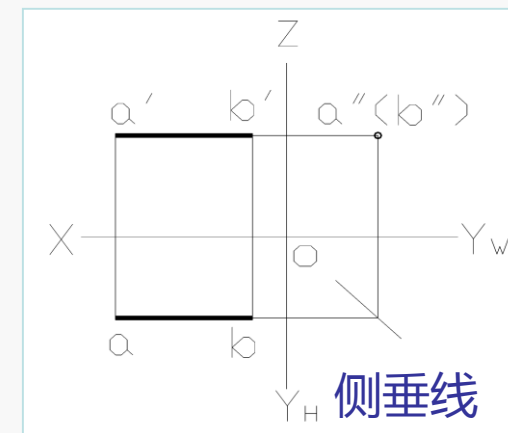
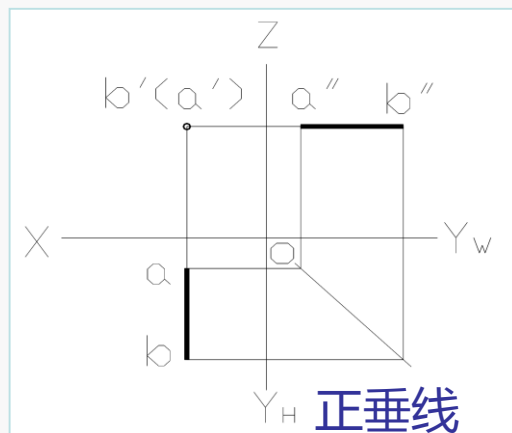
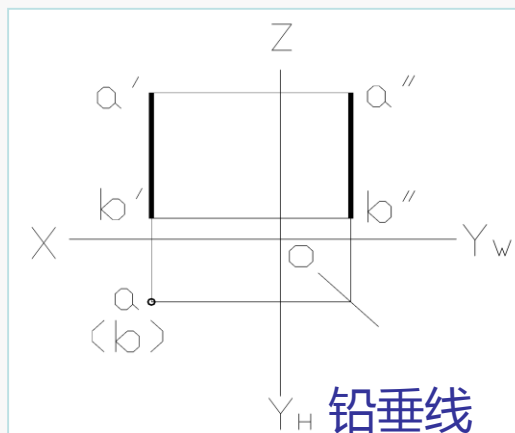
投影面平行线

平行有等标



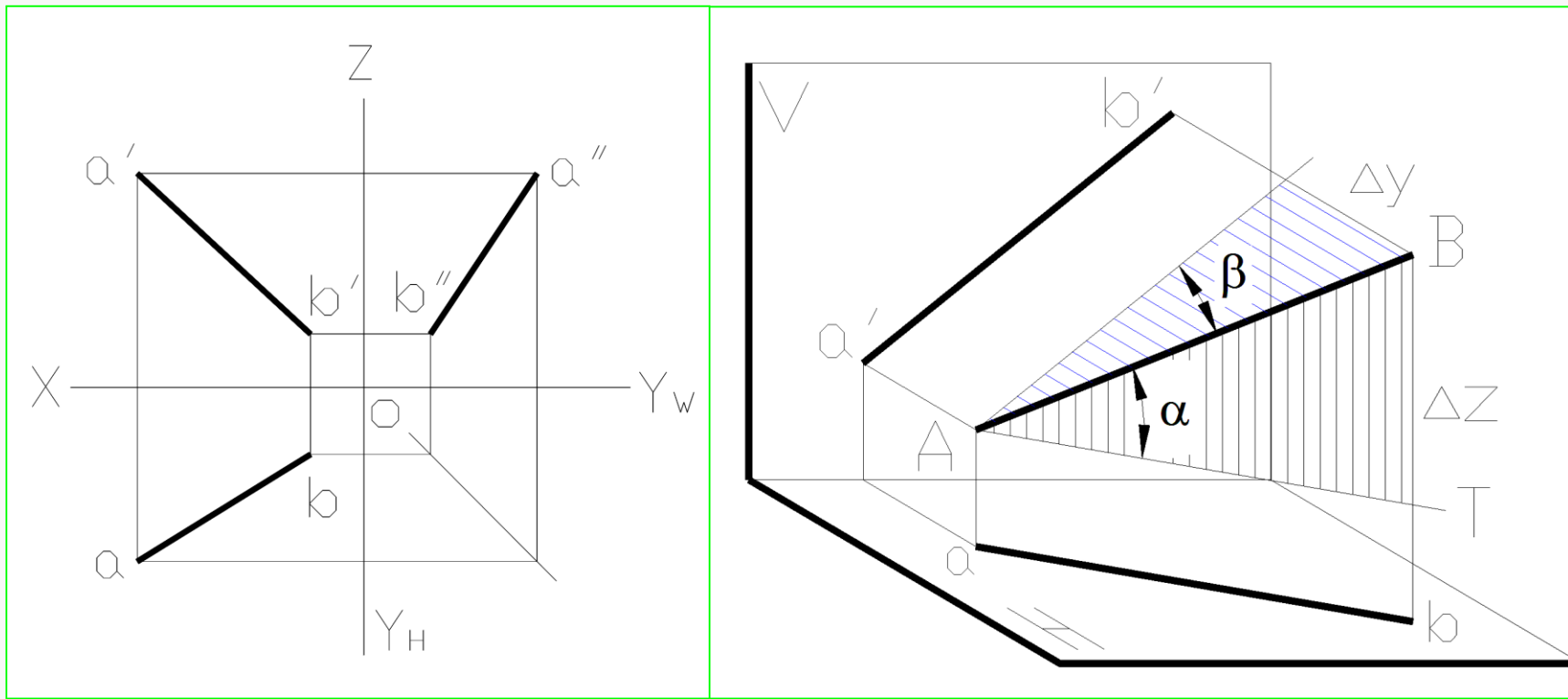
投影面垂直线

垂直必积聚



一般位置直线的投影

倾斜定类似

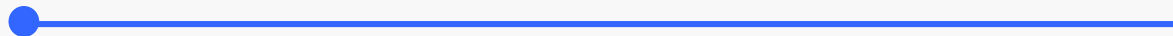


- 1) 各投影均不与轴线平行，呈类似状；
- 2) 投影图上没有反映真实倾角的投影存在；
- 3) 各投影均不反映实长。



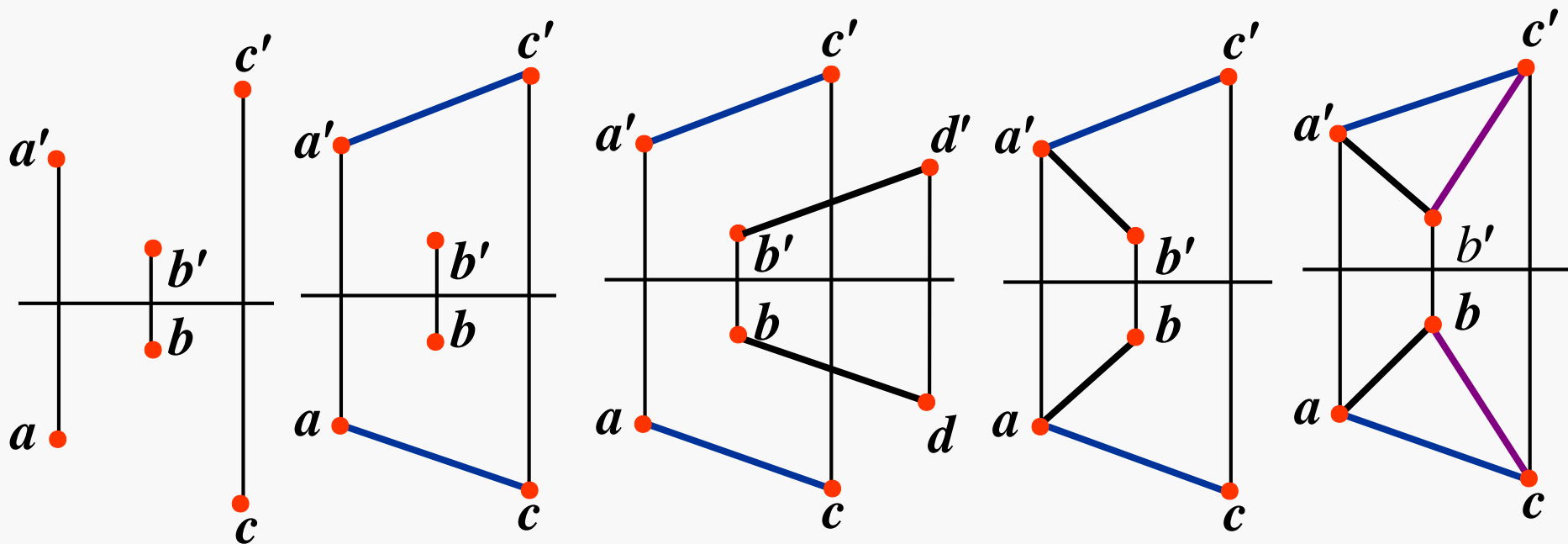
福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

平面的投影



平面的投影

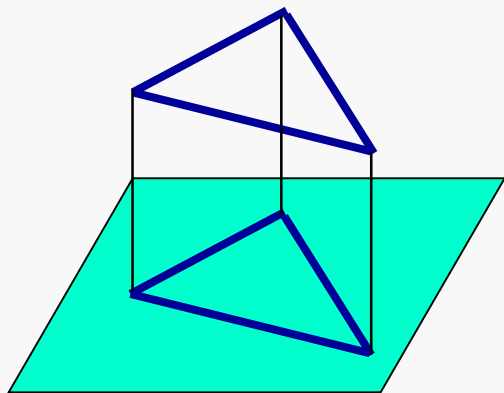
- 平面可由不在一直线上的三点、一点一线、二平行线、相交两线、及三角形乃至各种平面图形给定；



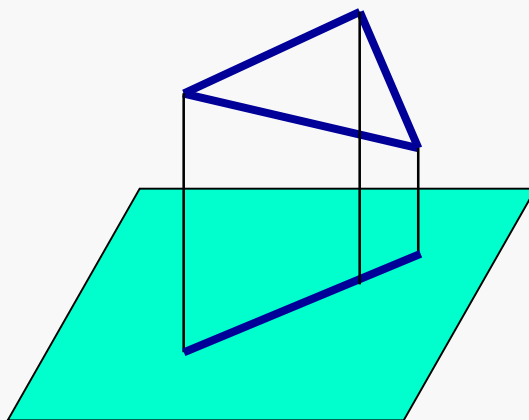
平面与投影面的位置关系，仍然有特殊和一般之分。

平面的投影特性

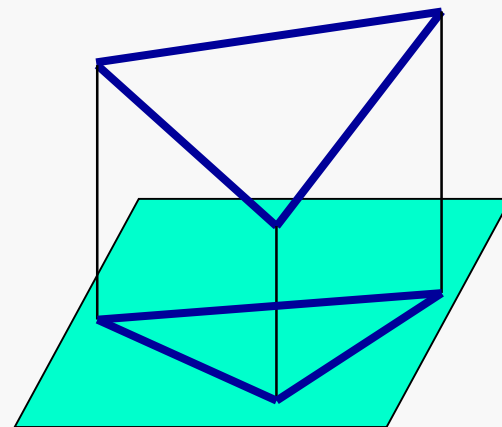
平面对一个投影面的投影特性



平行
投影反映实形
⇒ 真实性



垂直
投影积聚成线
⇒ 积聚性

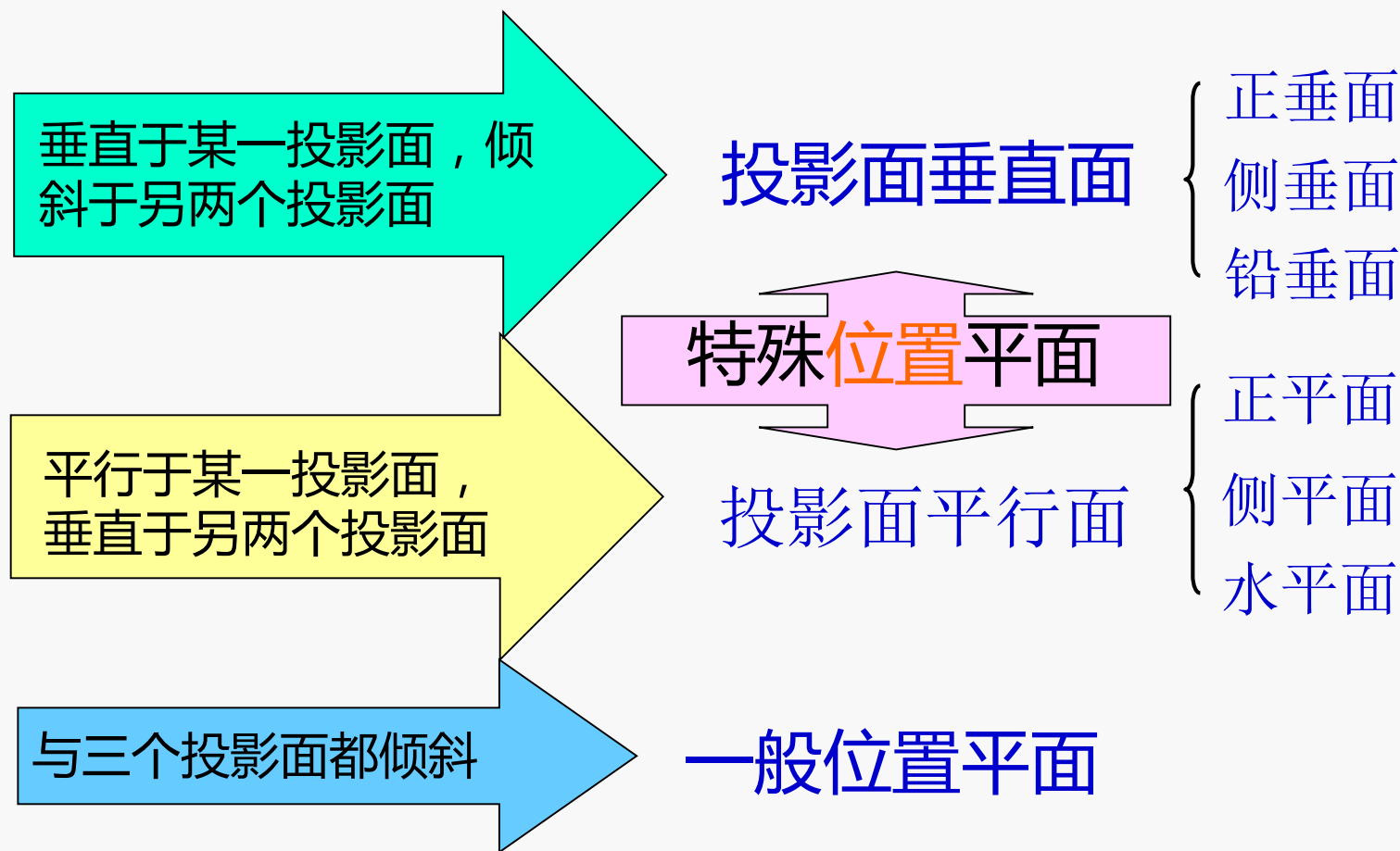


倾斜
投影成类似形
⇒ 类似性



平面的投影特性

平面在三投影面体系中的投影特性

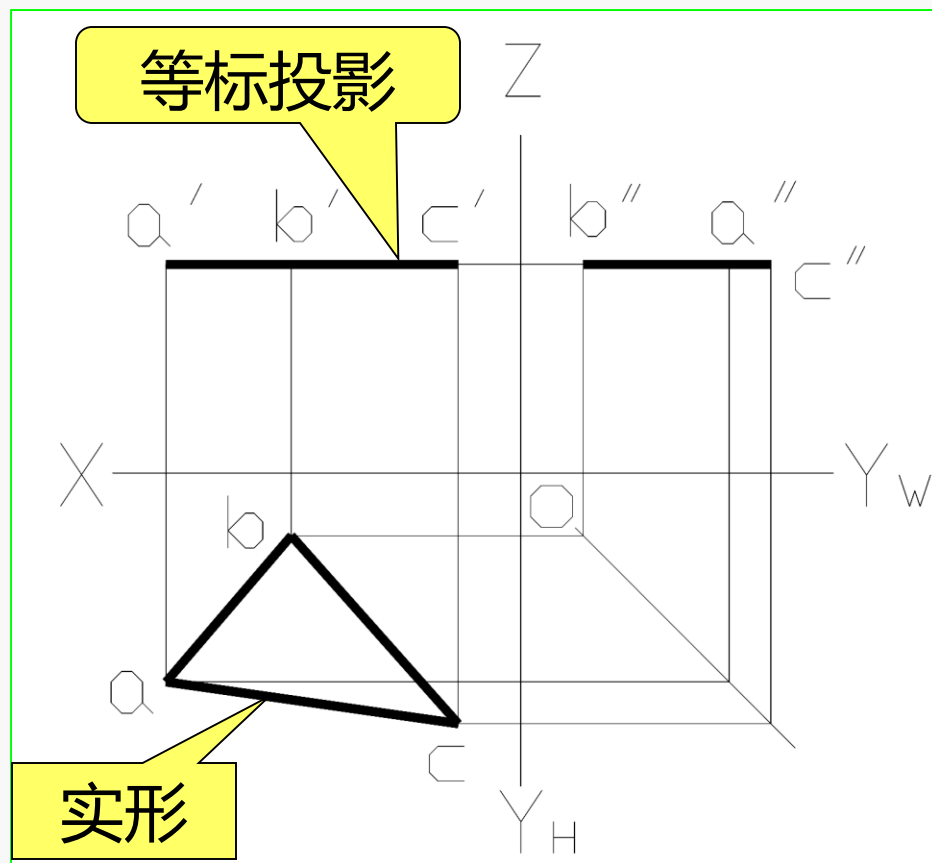


投影面的平行面

水平面的投影

平行有等标

- 1) 水平投影反映实形；
- 2) 其他两投影积聚成线，且平行于相应的轴线。

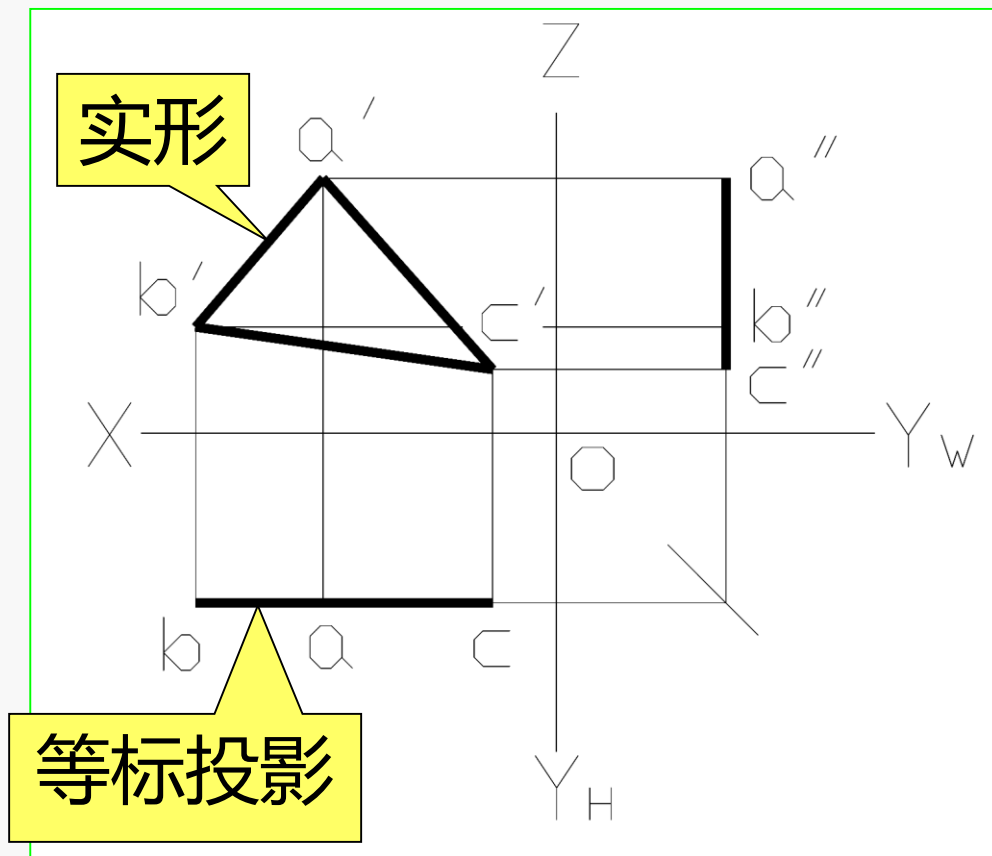


投影面的平行面

正平面的投影

平行有等标

- 1) 正面投影反映实形；
- 2) 其他两投影积聚成线，且平行于相应的轴线。

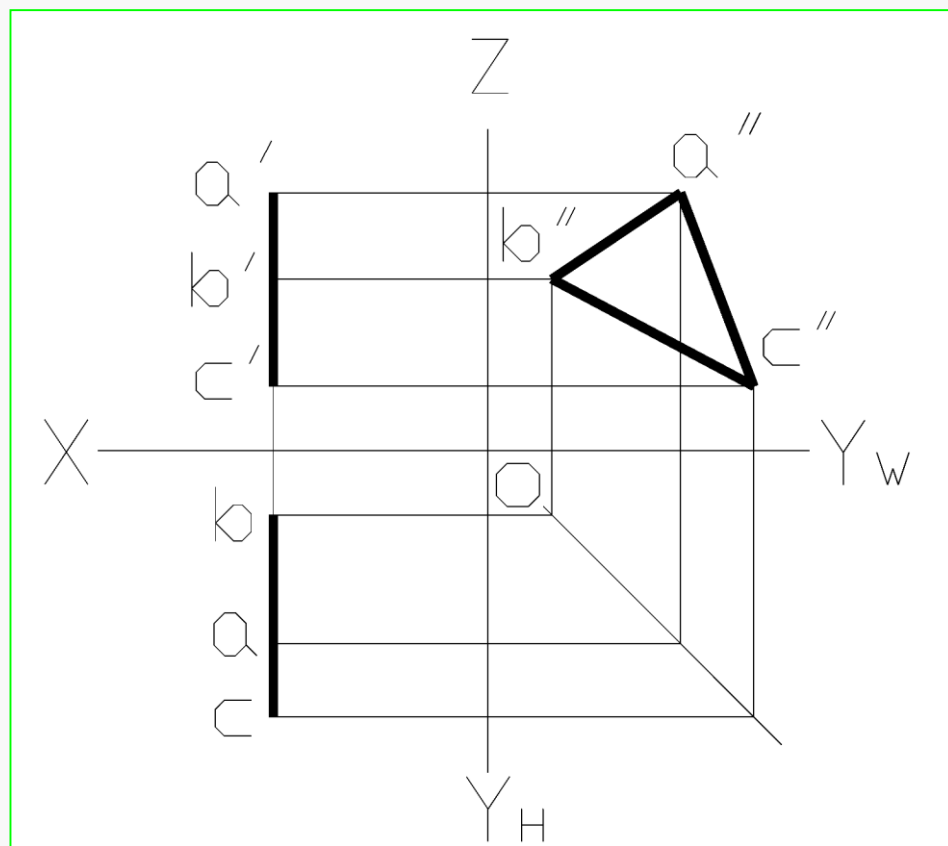


投影面的平行面

侧平面的投影

平行有等标

- 1) 侧面投影反映实形；
- 2) 其他两投影积聚成线，且平行于相应的轴线。

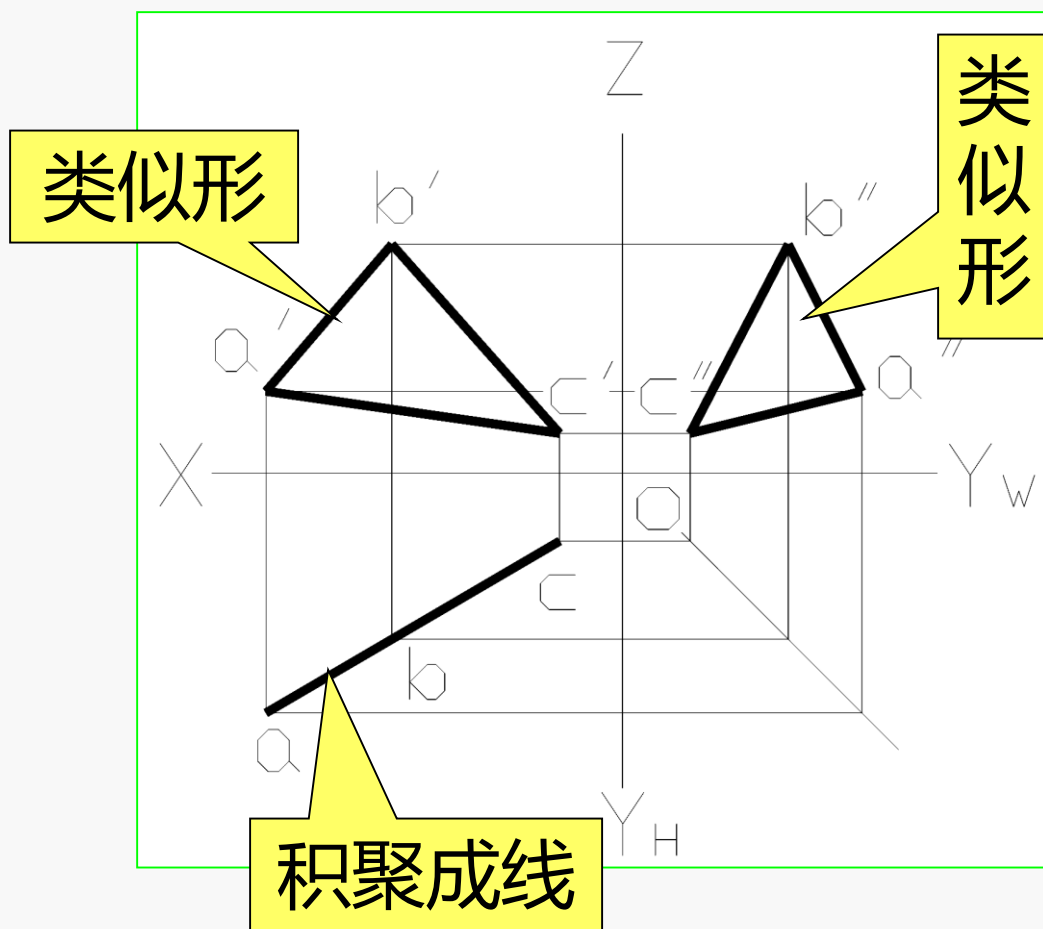


投影面的垂直面

铅垂面的投影

垂直必积聚

- 1) 水平投影积聚成线；
- 2) 其他两投影出现类似形状且不反映实形。

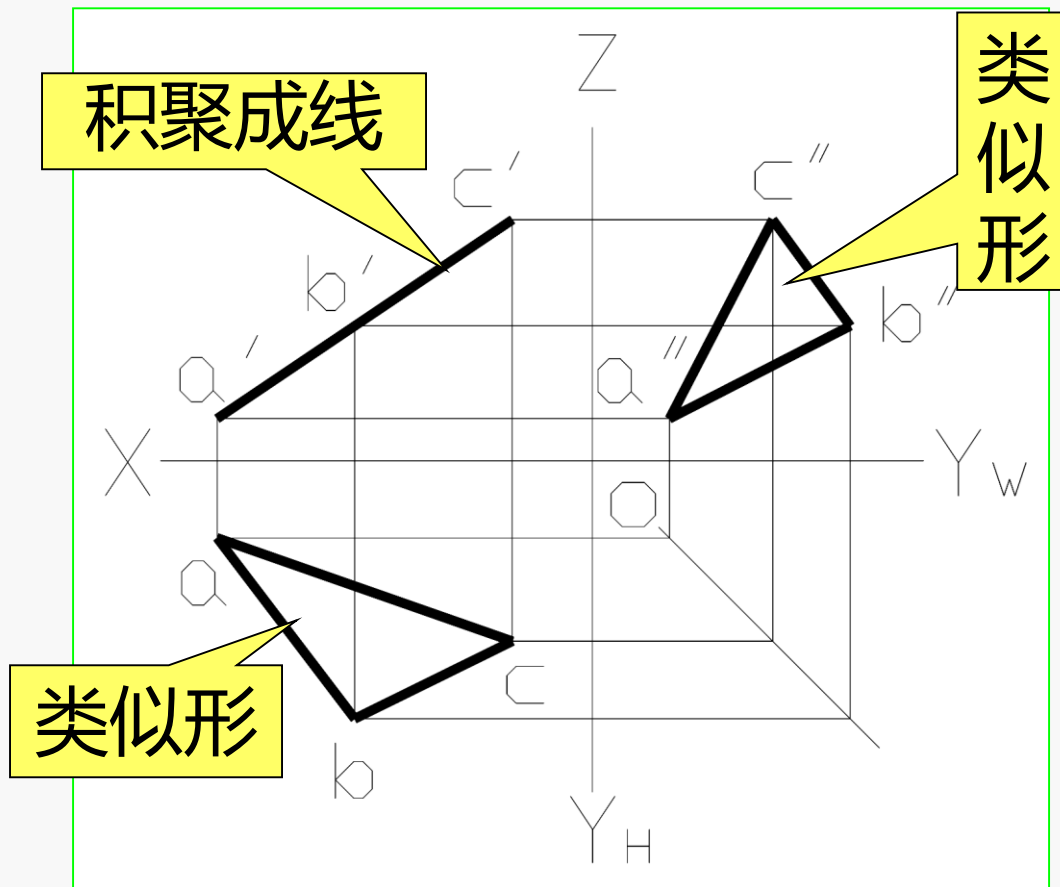


投影面的垂直面

正垂面的投影

垂直必积聚

- 1) 正面投影积聚成线；
- 2) 其他两投影出现类似形状且不反映实形。

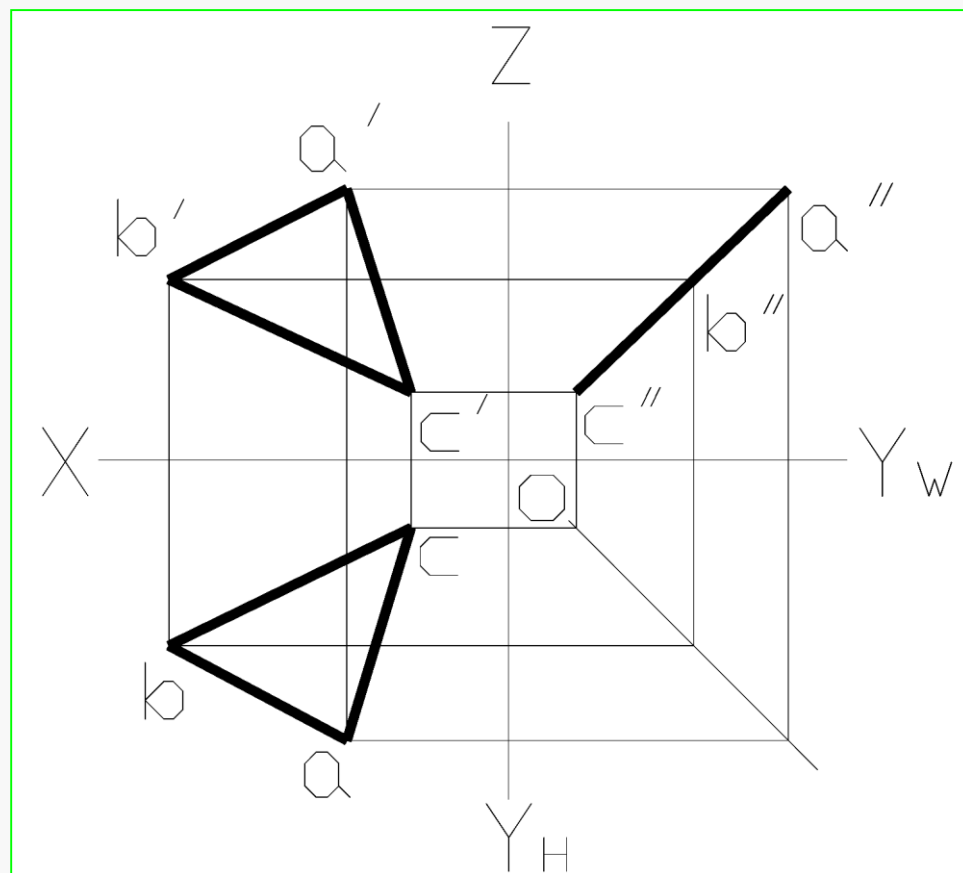


投影面的垂直面

侧垂面的投影

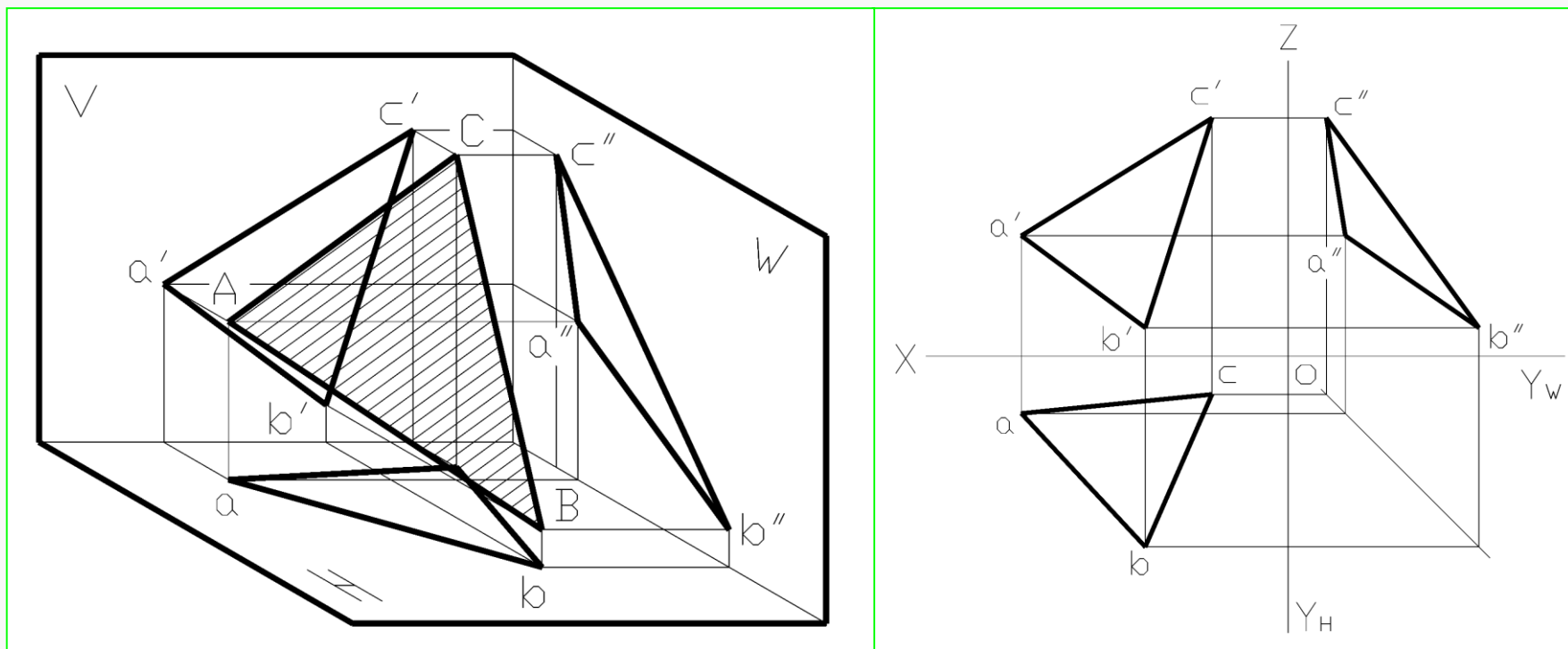
垂直必积聚

- 1) 侧面投影积聚成线；
- 2) 其他两投影出现类似形状且不反映实形。

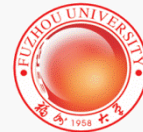


一般位置平面

倾斜定类似

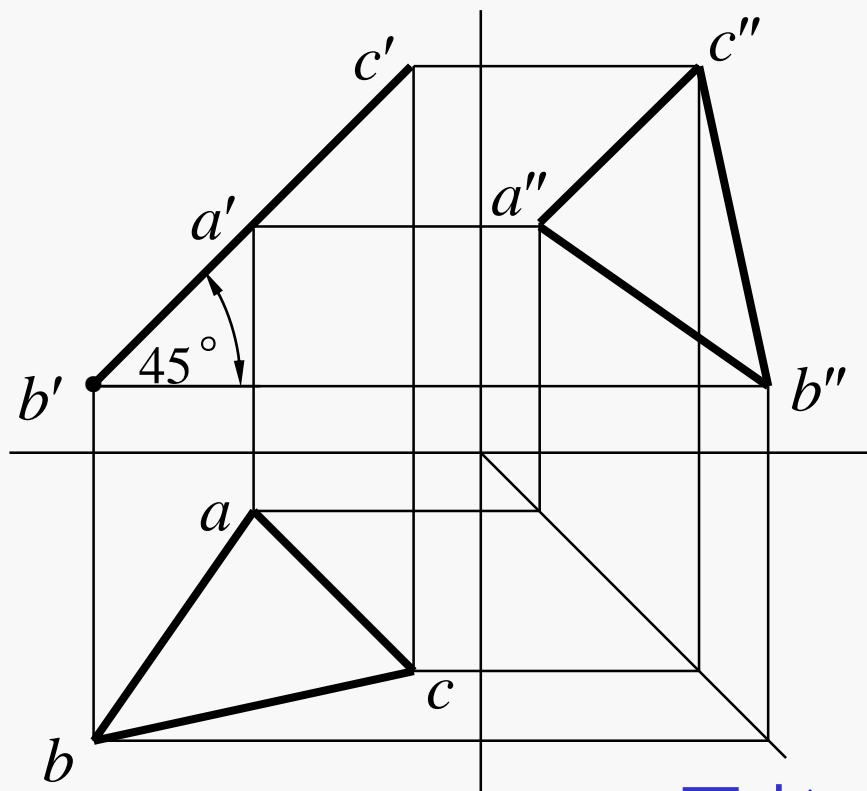


各个投影的图形之间以及与空间平面图形之间，均保持着一种既不全等、又不相似的类似形状。



例题

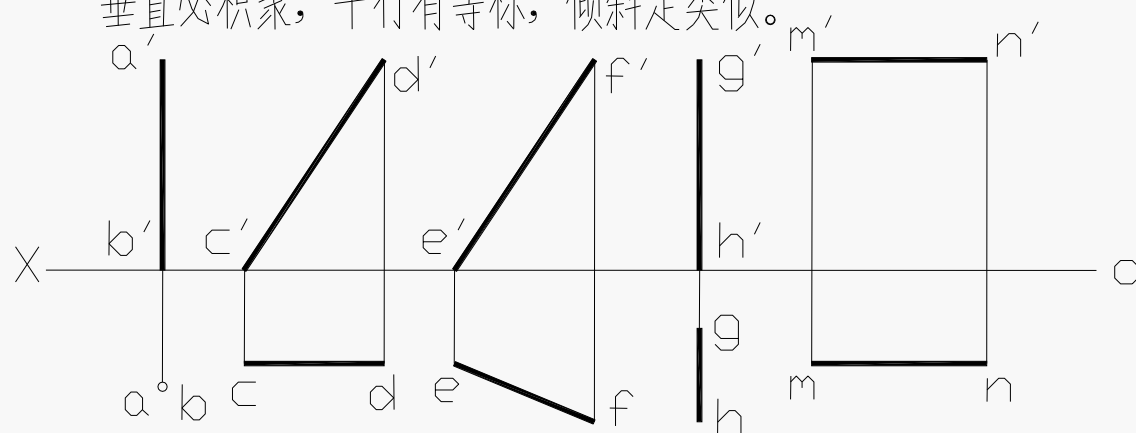
正垂面ABC与H面的夹角为 45° ，已知其水平投影及顶点B的正面投影，求 $\triangle ABC$ 的正面投影及侧面投影。



思考：此题有几个解？

判定要点

垂直必积聚，平行有等标，倾斜定类似。

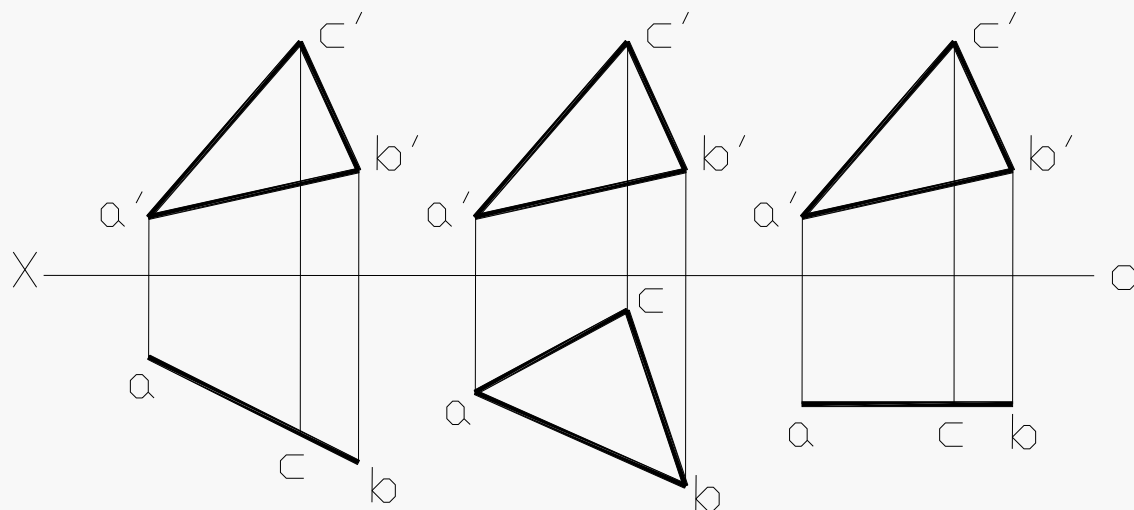


直线投影判断

直线的投影一般仍为直线。

垂直于投影面时，其投影积聚为一点；

平行于投影面时，其投影反映实长。



平面投影判断

平面形的投影一般仍为类似的平面形。

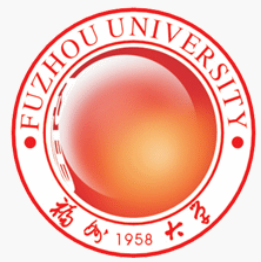
垂直于投影面时，其投影积聚为一条直线；

平行于投影面时，其投影反映实形。



福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

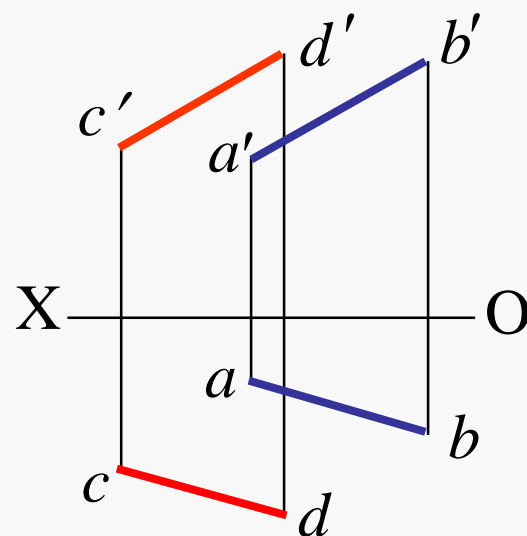
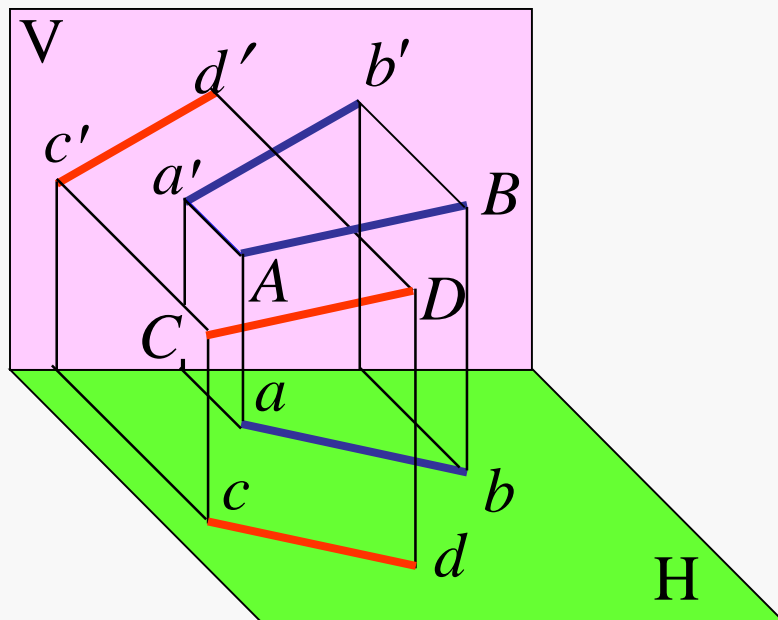
点、直线和平面的相互关系



福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

平行问题

两线平行定理

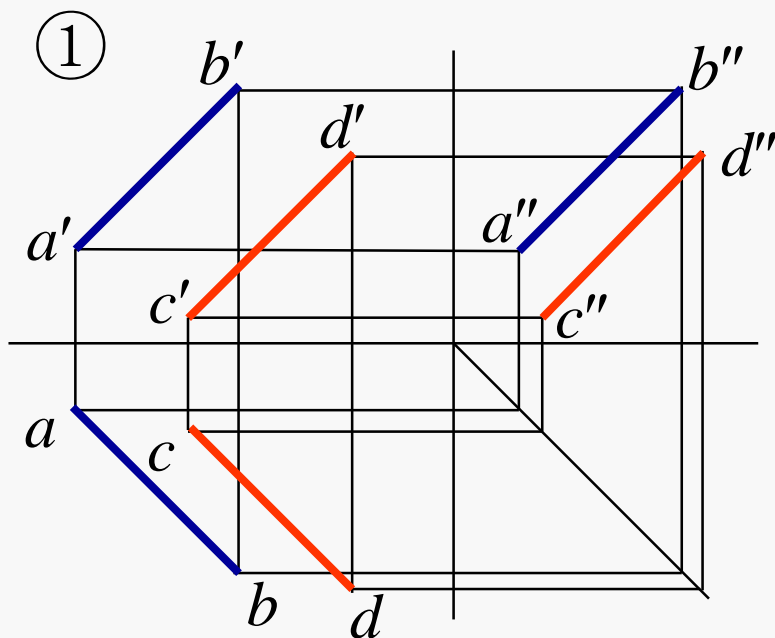


平行二线的各同面投影均平行；
平行二线的线段长之比在各投影中保留。



例题

判断图中两条直线是否平行。



AB与CD平行。

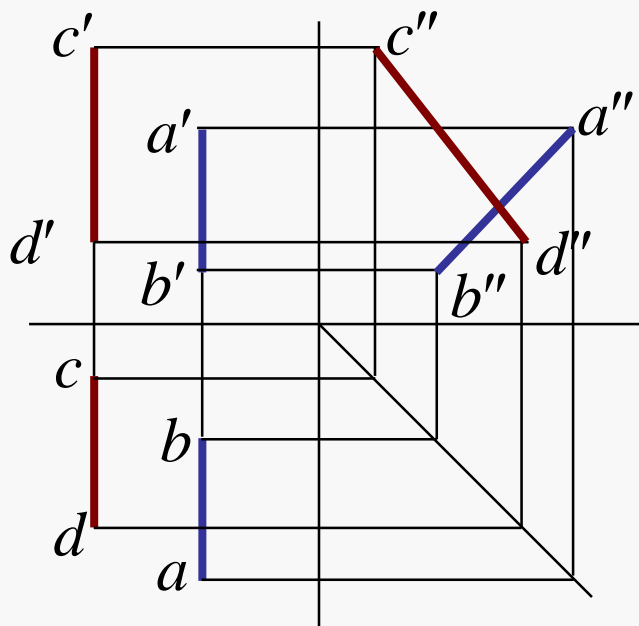
对于一般位置直线，
只要有两组同名投影
互相平行，空间两直
线就平行。



例题

判断图中两条直线是否平行。

②



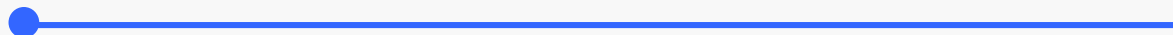
AB与CD不平行。

对于特殊位置直线，只有两组同名投影互相平行，空间直线不一定平行。



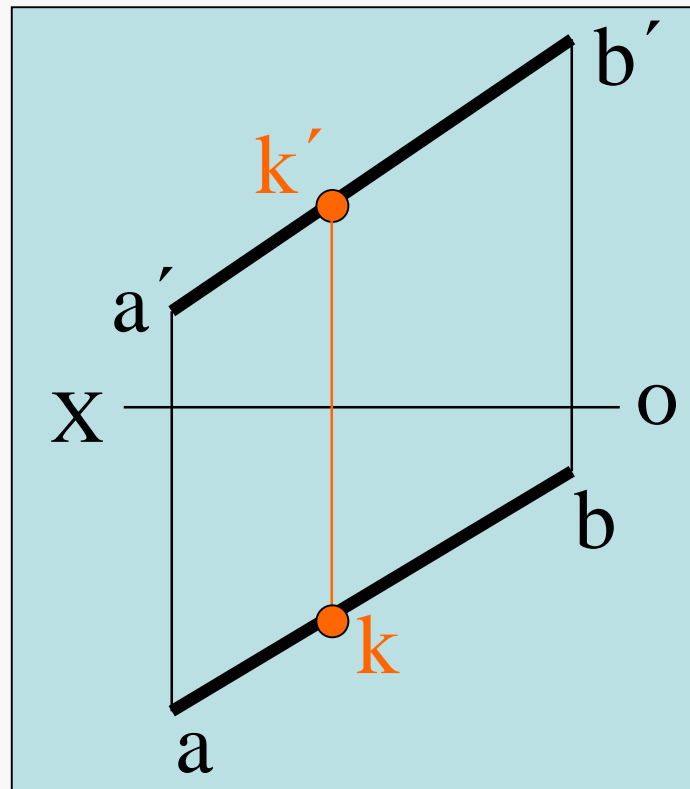
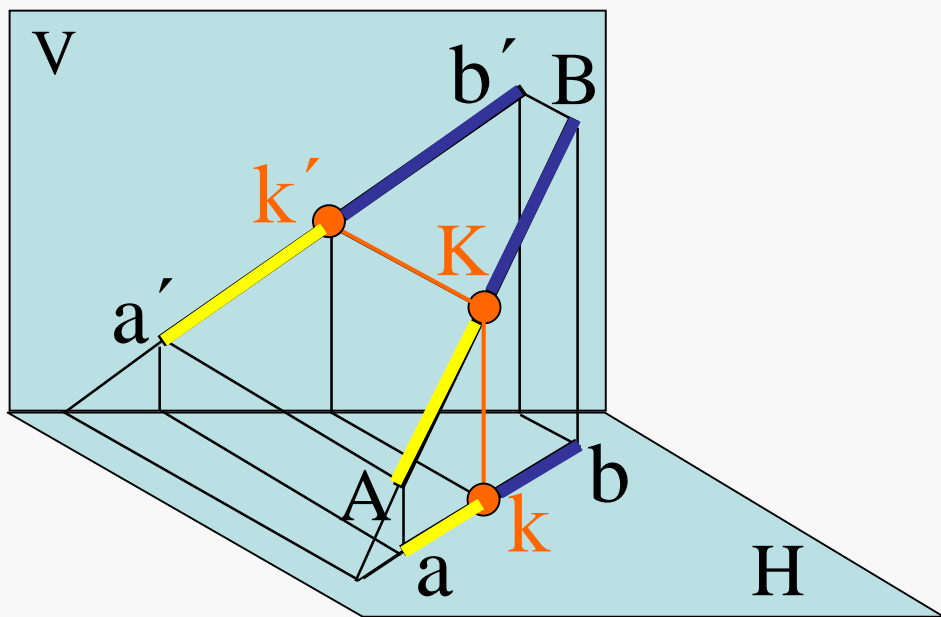
福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

从属问题



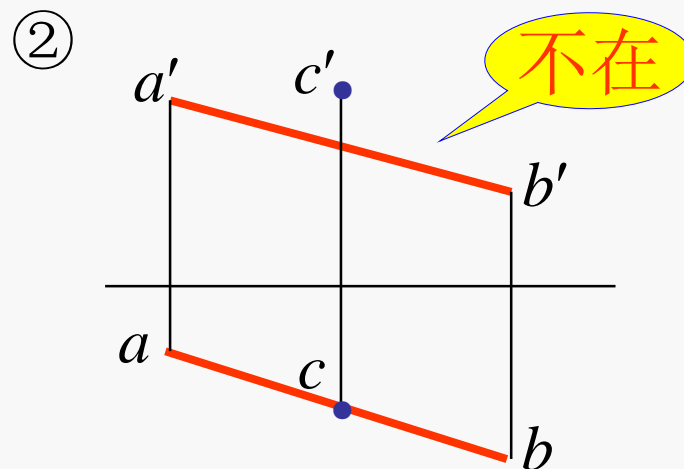
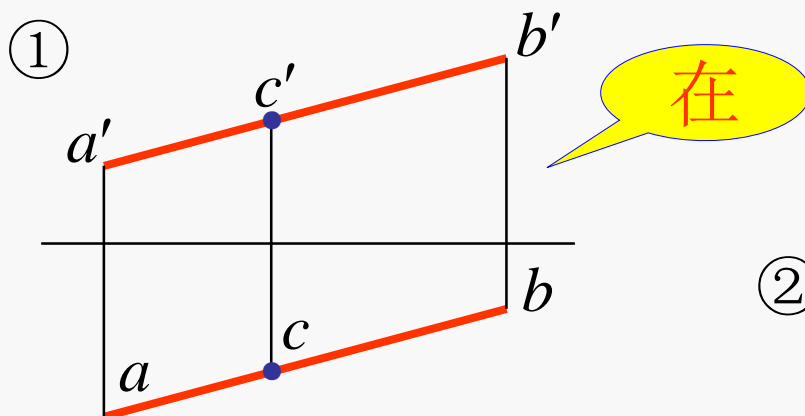
线上取点定理

- 线上点的投影必在线的各同面投影上；
- 点分割线段之比在各投影中保留。



例题

判断点C是否在线段AB上。

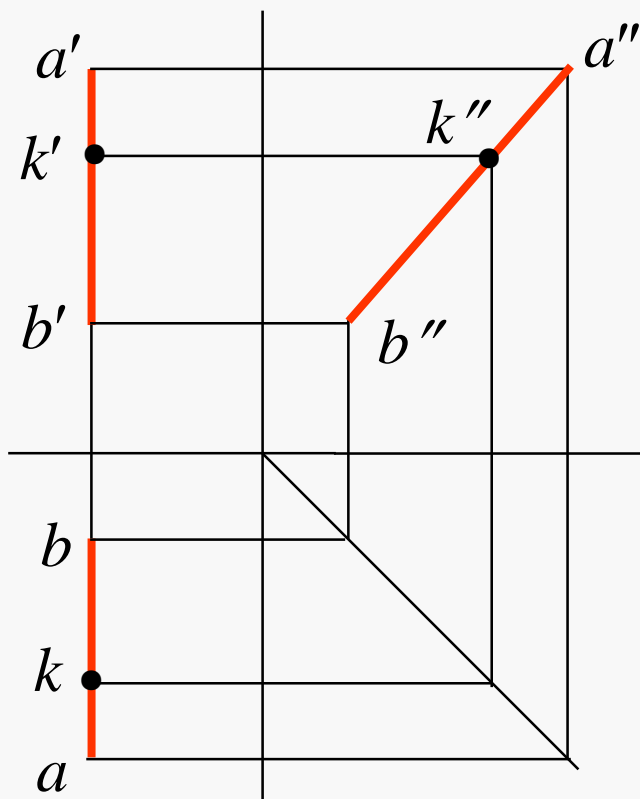




例题

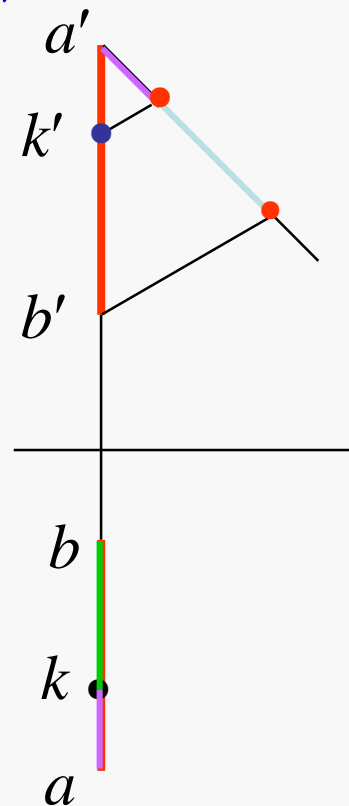
已知点K在线段AB上，求点K正面投影。

解法一：



(应用第三投影)

解法二：



(应用定比定理)

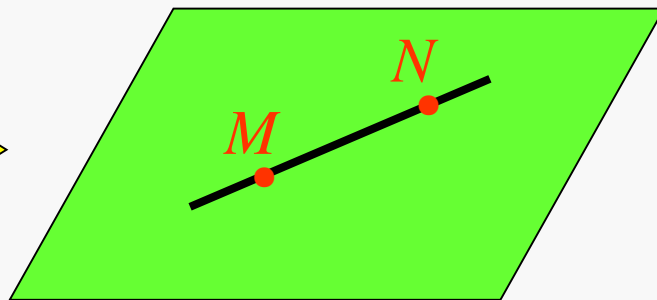
属于平面的点和线

面上取点的方法：

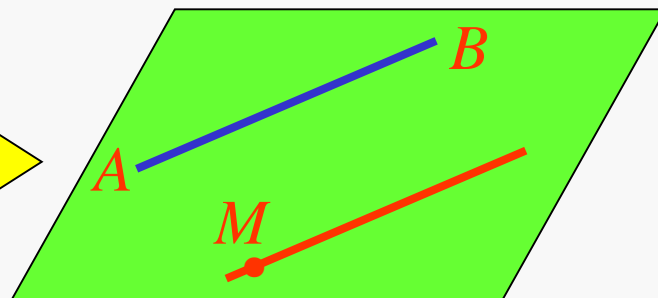
先找出过此点而又在平面内的一条直线作为辅助线，然后再在该直线上确定点的位置。

位于平面上的直线应满足的条件：

若一直线过平面上的两点，则此直线必在该平面内。



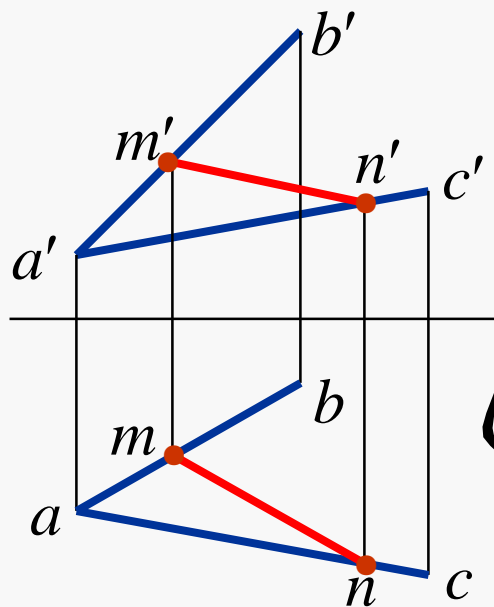
若一直线过平面上的点且平行于该平面上的另一直线，则此直线在该平面内。



例题

已知平面由直线AB、AC所确定，试在平面内任作一条直线。

解法一：

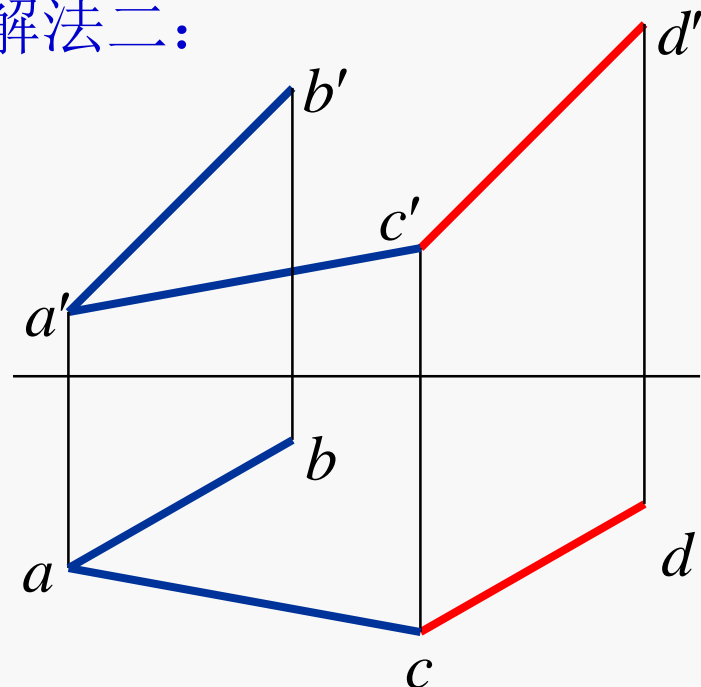


有多少解？

有无数解！

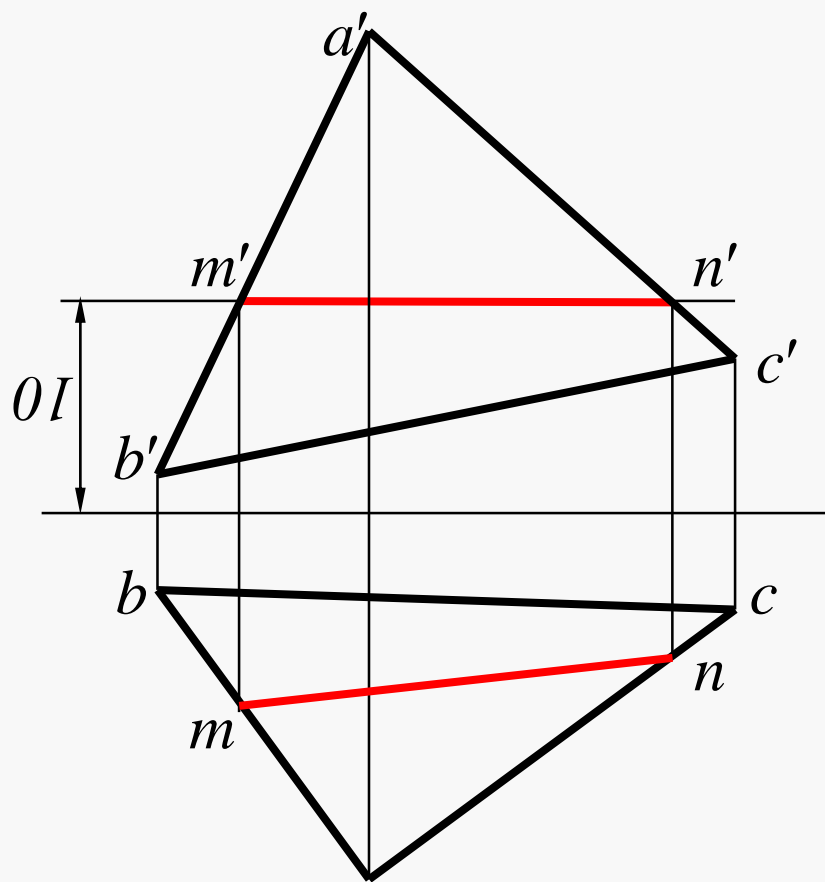


解法二：



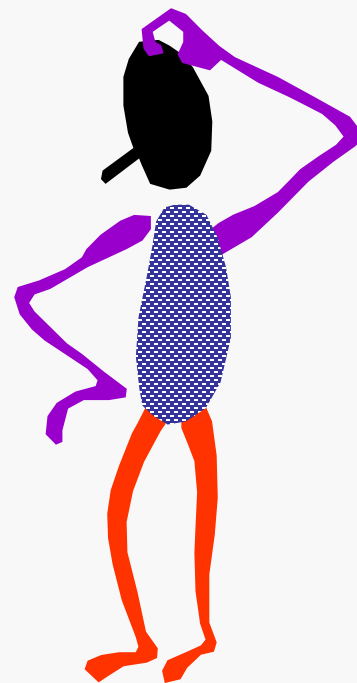
例题

在平面ABC内作一条水平线，使其到H面的距离为10mm。



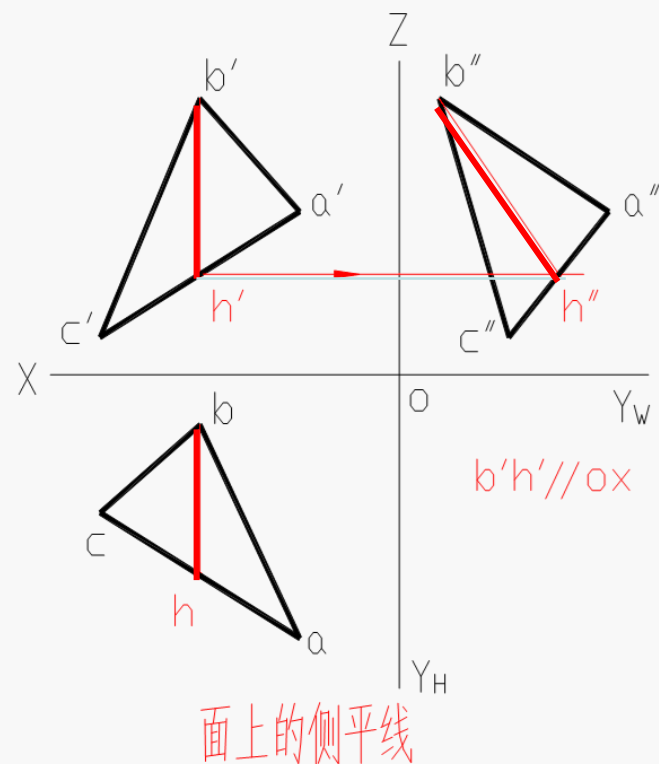
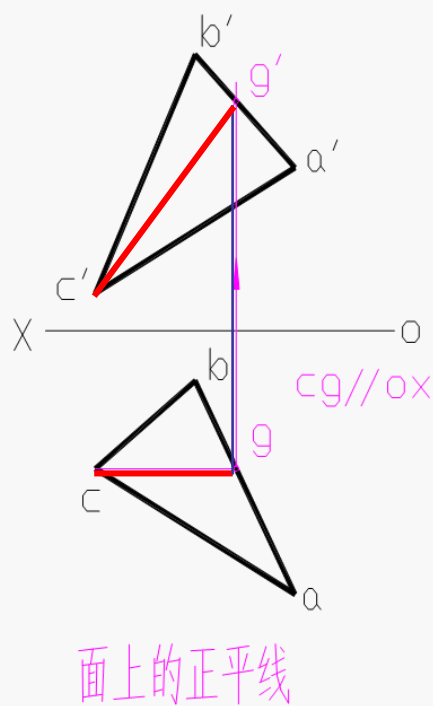
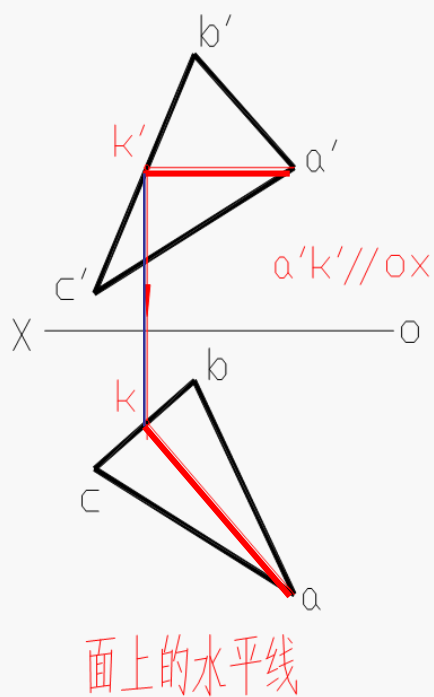
有多少解？

唯一解！



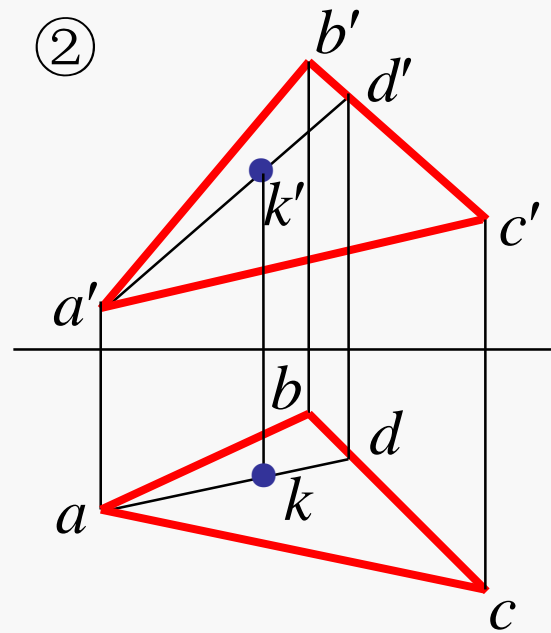
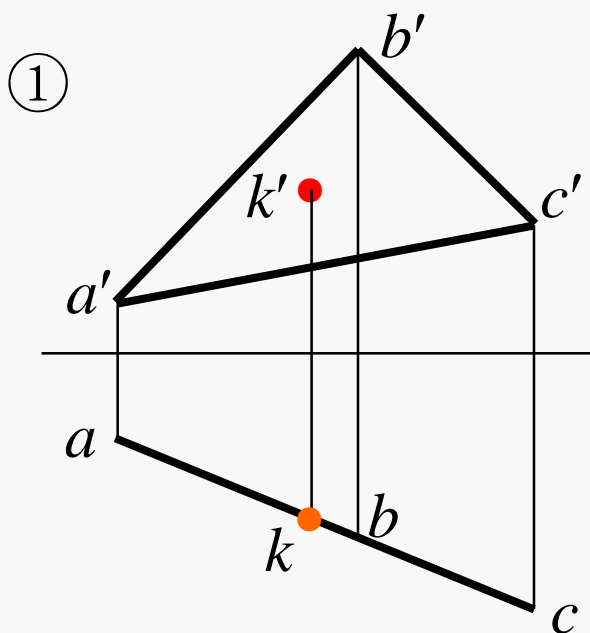
在平面上画投影面的平行线

根据面上取点取线的作图法，可在给定平面上任意取各投影面的平行线。



例题

已知K点在平面ABC上，求K点的水平投影。



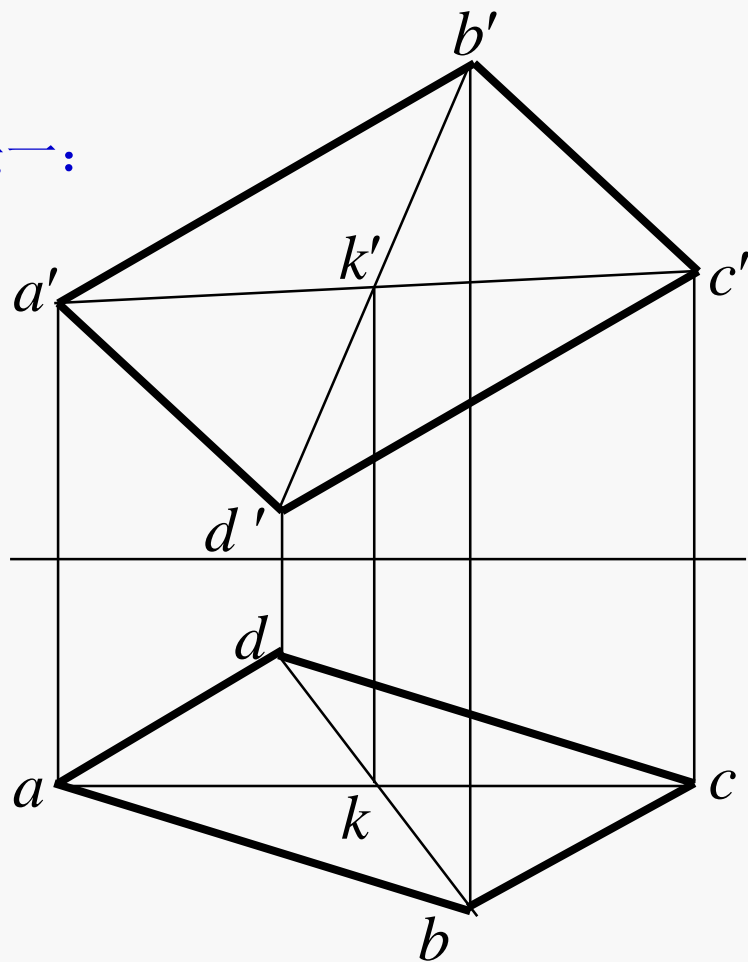
利用平面的积聚性求解

通过在面内作辅助线求解

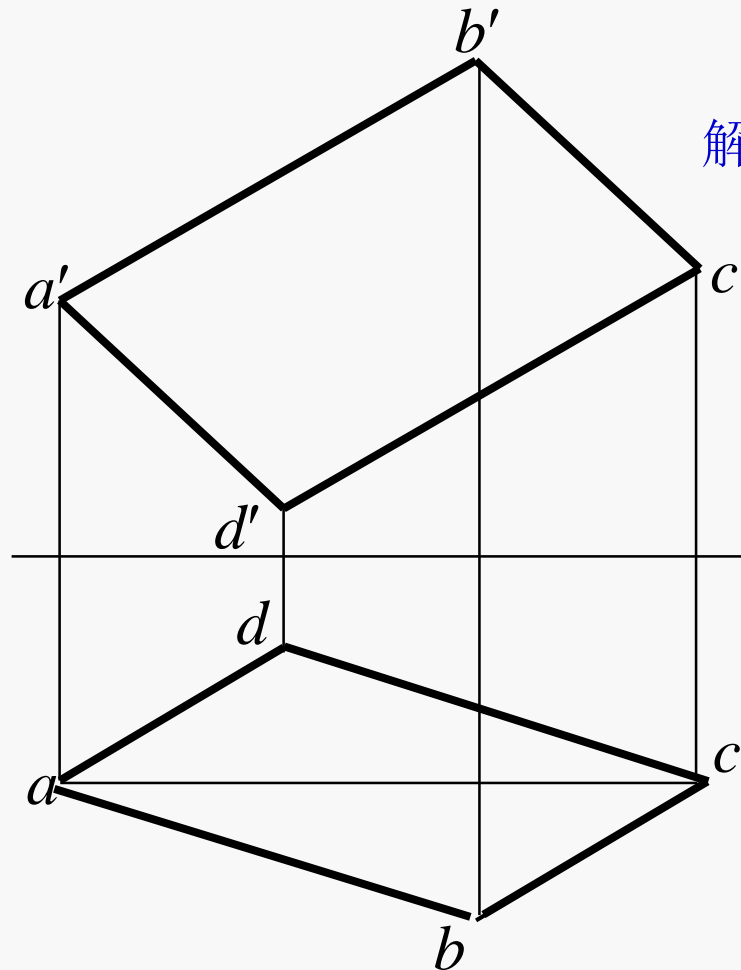
例题

已知AC为正平线，补全平行四边形ABCD的水平投影。

解法一：



解法二：

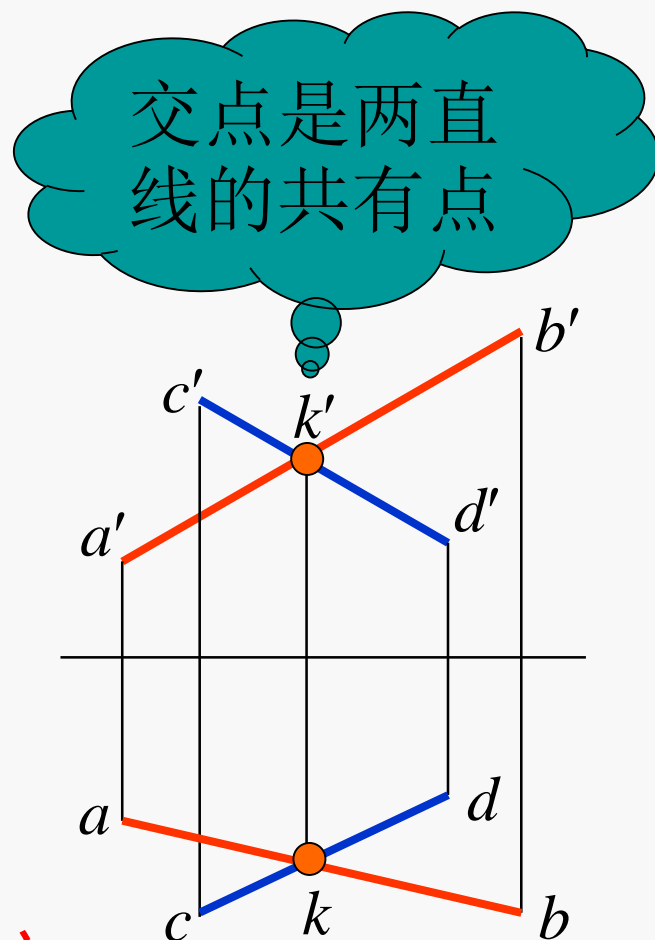
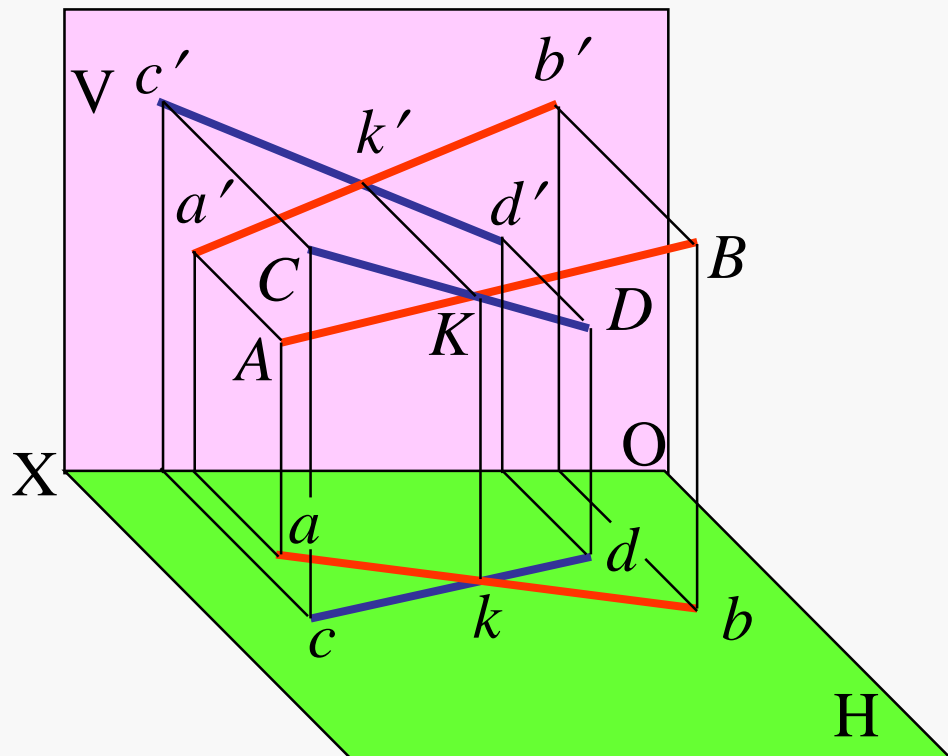




福州大学
FUZHOU UNIVERSITY

相交问题

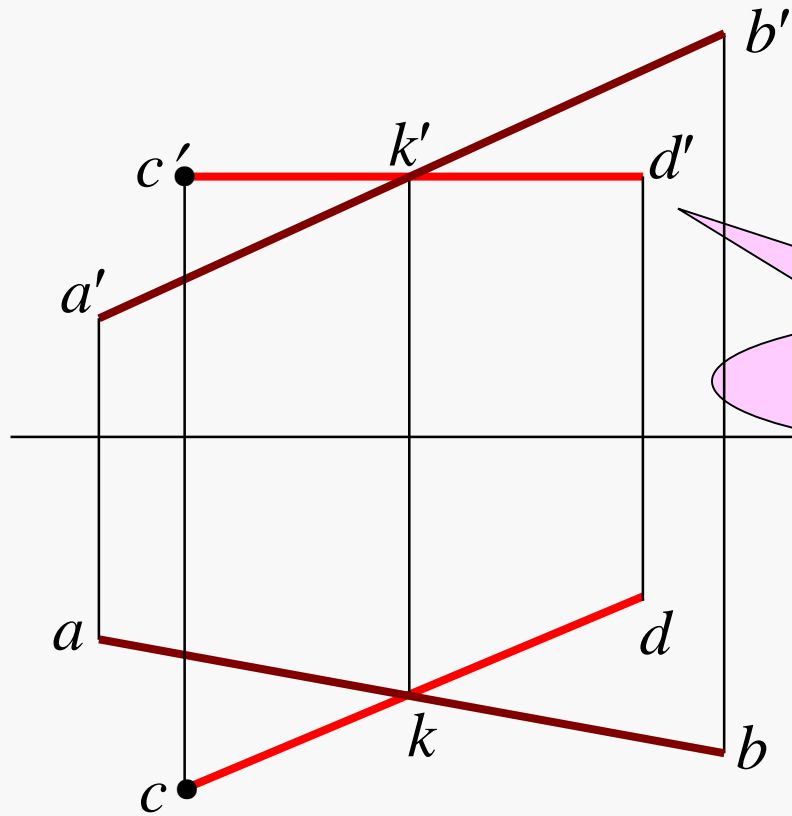
两线相交定理



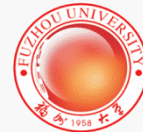
- 相交二线的各同面投影均相交；
- 且有一共有的线上点（交点）。

例题

过C点作水平线CD与AB相交。

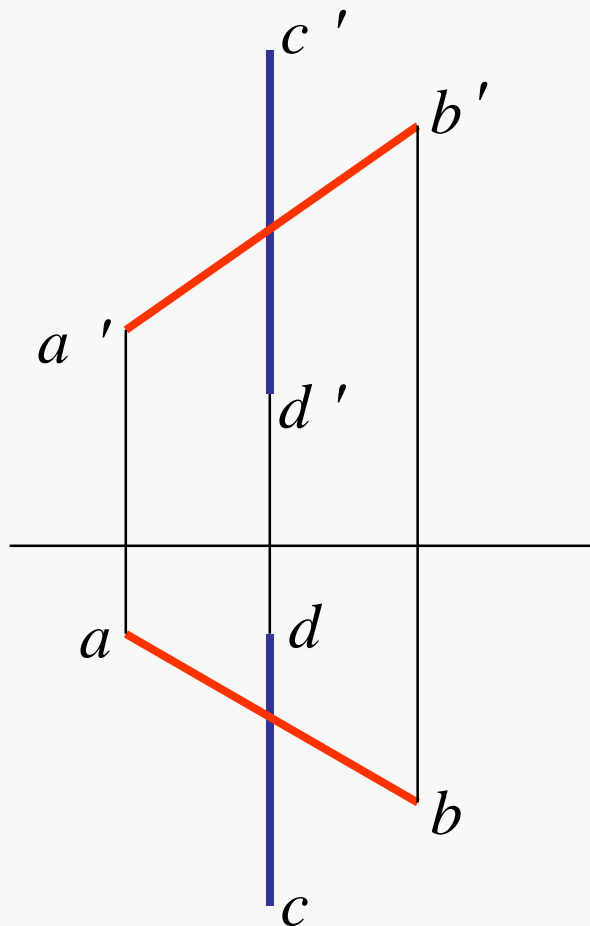


先作正面投影



例题

判断直线AB、CD的相对位置。



相交吗？

不相交！

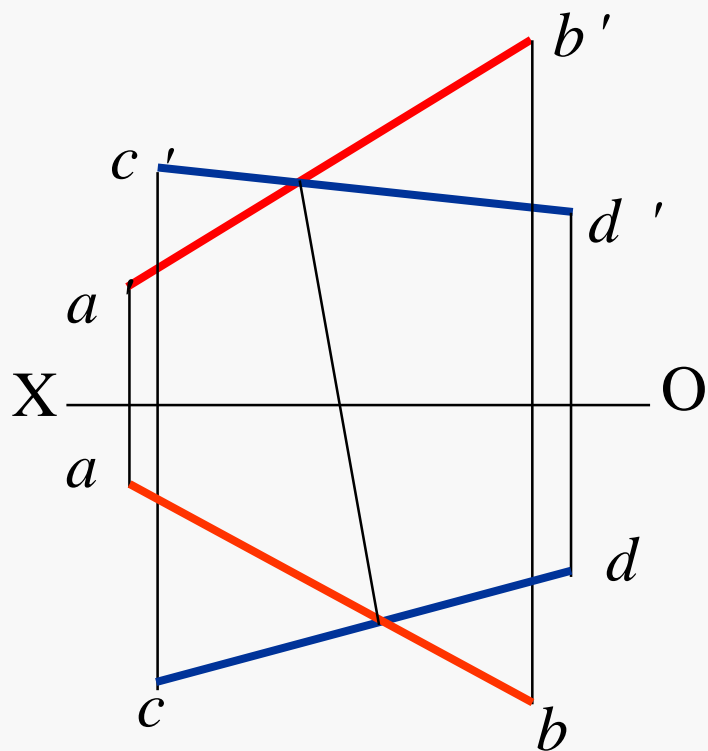
为什么？

交点不符合空间点的投影特性。

判断方法？

1. 应用定比定理
2. 利用侧面投影

例题

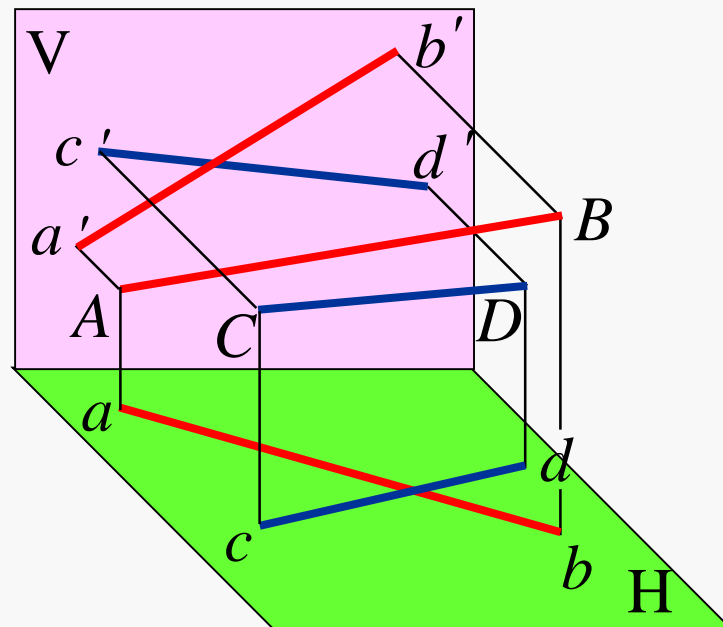


两直线相交吗？

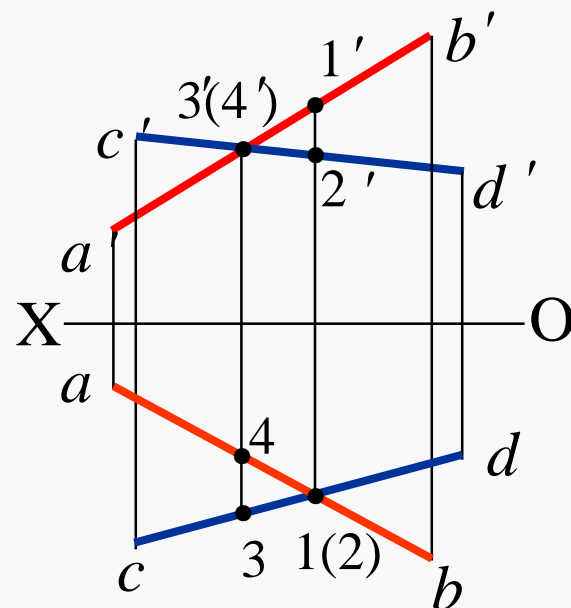
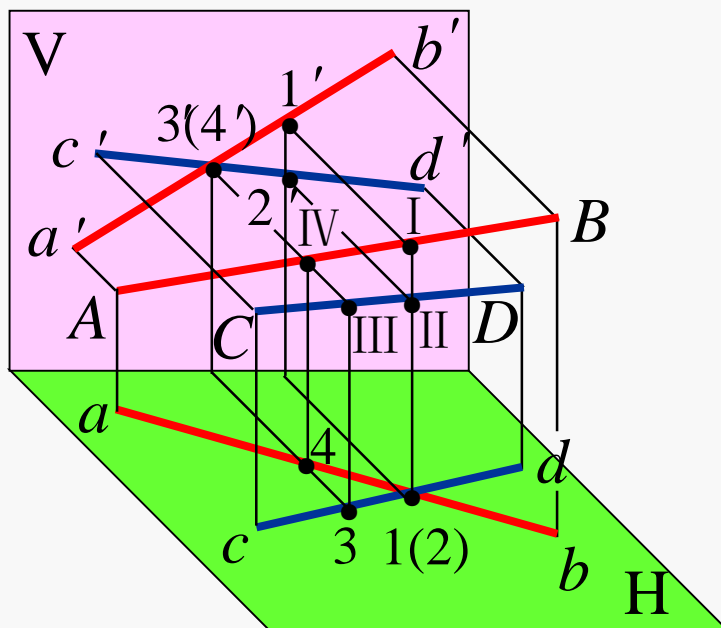
不相交！

为什么？

交点不符合点的投影规律！



交叉直线



投影特性:

同名投影可能相交，但交点不符合点的投影规律。

交点是两直线上的一对重影点的投影，用其可判断两线的空间位置。