

# 随机过程作业 15

周强 (119) 电子学院 202128019427002

2021 年 12 月 17 日

## 题目 1.

解答. 由相关函数的定义可知

$$\begin{aligned} R_Y(s, t) &= E\{Y(s)Y(t)\} = E\{[2X(s) - 1][2X(t) - 1]\} \\ &= E\{4X(s)X(t) - 2X(s) - 2X(t) + 1\} \end{aligned}$$

由于  $\{X(t), t \geq 0\}$  是初值为 0 的正交增量随机过程, 当  $0 \leq s < t$  时有,

$$\begin{aligned} E\{X(s)X(t)\} &= E\{[X(s) - X(0)][X(t) - X(0)]\} \\ &= E\{[X(s) - X(0)][X(t) - X(s) + X(s) - X(0)]\} \\ &= E\{[X(s) - X(0)][X(s) - X(0)]\} \\ &= E\{[X(s)]^2\} = E\{X(s)\}^2 + D\{X(s)\} = \mu^2 + \sigma^2 s \end{aligned}$$

因此

$$R_Y(s, t) = 4\mu^2 + 4\sigma^2 s - 4\mu + 1$$

同理可证, 当  $0 \leq t < s$  时有,

$$R_Y(s, t) = 4\mu^2 + 4\sigma^2 t - 4\mu + 1$$

综上所述,

$$R_Y(s, t) = 4\mu^2 + 4\sigma^2 \min\{s, t\} - 4\mu + 1$$

## 题目 2.

解答.

## 题目 3.

解答.

(1)  $\xi(t)$  的均值函数为

$$\begin{aligned} E\{\xi(t)\} &= E\{X \cos(2t) + Y \sin(2t)\} \\ &= E\{X\} \cos(2t) + E\{Y\} \sin(2t) \\ &= \frac{1}{2} (\cos(2t) + \sin(2t)) \end{aligned}$$

均值函数不是常数, 因此  $\xi(t)$  不是平稳过程。

(2) 因为  $X$  和  $Y$  是独立同分布的随机变量, 且  $X \sim N(0, 1)$ , 则

$$E\{X^2\} = E\{Y^2\} = 1, E\{XY\} = 0$$

$\xi(t)$  的相关函数为

$$\begin{aligned} R_\xi(s, t) &= E\{(X \cos(2t) + Y \sin(2t))(X \cos(2s) + Y \sin(2s))\} \\ &= E\{X^2\}(\cos(2t) \cos(2s)) \\ &\quad + E\{XY\}(\cos(2t) \sin(2s) + \cos(2s) \sin(2t)) \\ &\quad + E\{Y^2\}(\sin(2t) \sin(2s)) \\ &= \cos(2t) \cos(2s) + \sin(2t) \sin(2s) \\ &= \cos(2t - 2s) \end{aligned}$$

因此,  $\xi(t)$  是平稳过程, 且均方可微。