

随机过程作业 16

周强 (119) 电子学院 202128019427002

2021 年 12 月 25 日

题目 1. 设有一线性系统, 其输入为零均值白高斯噪声 $n(t)$, 其功率谱密度为 $\frac{N_0}{2}$, 系统的冲激响应为:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

此线性系统的输出为 $\xi(t)$ 。令: $\eta(t) = \xi(t) - \xi(t - T)$, 其中 $T > 0$ 为一常数, 试求过程 $\eta(t)$ 的一维概率密度函数。

解答. 由于线性系统的输入是高斯白噪声, 则输出 $\xi(t)$ 是高斯过程, $\eta(t) = \xi(t) - \xi(t - T)$ 也是高斯过程。此线性系统的转移函数为

$$H(j\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \frac{1}{\alpha + j\omega}$$
$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2}$$

则 $\xi(t)$ 的功率谱函数为

$$S_\xi(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_n(t) = \frac{N_0}{2(\alpha^2 + \omega^2)}$$

则 $\xi(t)$ 的相关函数为

$$R_\xi(\tau) = \frac{N_0}{4\alpha} e^{-\alpha|\tau|}$$