3、已知一个退化系统的退化函数H(u,v),以及噪声的均值与方差，请描述如何利用约束最小二乘方算法计算出原图像的估计。

答：维纳滤波给出了最小均方误差估计的方法，但是实际使用中很难获得未退化图像的功率谱和噪声的功率谱，因此实际使用中有较大困难。而约束最小二乘方滤波在仅仅知道噪声的方差和均值后，就能给出较高的复原，应用范围较大。

图像的退化模型为

其中是退化前的图像，是退化模型，是加性噪声，是退化后的图像。

其矩阵表示为

和是维向量，是的矩阵，是图像尺寸。为了减小H对噪声的敏感性，约束最小二乘法算法期望最小化如下函数：

其中是拉普拉斯算子。最小化C是期望得到的复原图像比较平滑。约束条件为

其中是未退化图像的估计。

这个优化问题在频域的解是

其中是待估计的参数。

定义残差为

易知是的函数，因此也是的函数，可以证明

这里的是单调递增函数。

我们的目标是调整使得

使用迭代法计算合适的，方法如下：

1. 给定两个初值和，使得且，则
2. 设，计算。
3. 如果则就是待求的解；如果,则; 如果,则;

不断循环这个过程，直到和足够接近。

上面的算法有两个残余的问题没有解决，即如何计算和。

计算。根据r的定义，易知

其中是r的傅里叶变换。

对做反傅里叶变换，得到，则

计算。

其中，和是噪声的均值和方差，因此只需要估计出噪声的均值和方差就可以使用约束最小二乘方滤波完成图像复原。