# 随机过程第4周作业

周强 202128019427002 电子学院

1. **设是一列独立同分布随机变量序列,且；**

**。令:求随机序列的均值函数、协方差函数和相关函数。**

答：当时，均值函数为

当时，

当时，相关函数为

1. **设满足参数为的几何分布,即,其中:与独立。令,试求:  
   (1)在的一维概率密度函数;**

答：设随机变量X的概率密度函数和分步函数分别为，其中

随机过程的分布函数为

则的概率密度函数为

(2);

答：由题意知

1. **设,其中和是独立同分布的均值为零方差为的正态随机变量,试求:**
   1. **的均值函数和相关函数;**

答：由题意

* 1. **的一维概率密度函数;**

答：由题意知，

又因为

结合，因此。

* 1. **的二维概率密度函数。**

答：由题意知

设变换矩阵为

易知其均值向量为

其协方差矩阵为

其中是的协方差矩阵。

综上，

1. **设为相互独立同分布的随机变量序列,其分布为:**

**定义随机序列和如下：**

**试问随机序列 和 是否为马氏链?如果是的话, 请写出其一步转移概率矩阵并研究各个状态的性质。不是的话, 请说明理由。**

答：易知，随机序列的状态空间为。当给定时，可以确定与的取值，则容易确定的概率分布，即

则是马尔科夫过程。

同理可逐行逐列求得状态转移矩阵如下

不是马尔科夫过程，理由如下：

因此。

因此。

因此，即不是马尔科夫过程。

1. **天气预报模型如下：今日是否下雨依赖于前三天是否有雨（即一连三天有雨;前两天有雨,第三天是晴天;),试将此问题归纳为马尔可夫链,并确定其状态空间。如果过去一连三天有雨,今天有雨的概率是过去三天连续为晴天,而今天有雨的概率为0.2;在其它天气情况时,今日的天气和昨日相同的概率为。试求此马氏链的转移概率矩阵。**

答：设随机序列表示第天是否有雨，其含义如下

则定义随机变量序列如下

根据如上定义，易知的状态空间为。当给定的值后，的值可以完全确定，则的状态可以完全确定。

其状态转移矩阵如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | 0.8 | 0 | 0 | 0 | 0.2 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0.6 | 0 | 0 | 0 | 0.4 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0.6 | 0 | 0 | 0 | 0.4 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0.6 | 0 | 0 | 0 | 0.4 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0.4 | 0 | 0 | 0 | 0.6 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0.4 | 0 | 0 | 0 | 0.6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0.4 | 0 | 0 | 0 | 0.6 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0.2 | 0 | 0 | 0 | 0.8 |