# 随机过程第9周作业

周强 202128019427002 电子学院

1. 设有一生灭过程 , 其中参数 和 均为大于零的 常数, 其起始状态为 。试求:
   1. 该过程的 矩阵;
   2. 列出福克－普朗克微分方程;
   3. 其均值函数 ;

答：由均值函数的定义可知

结合福克-普朗克微分方程有

则有

对上式两边同时做拉氏变换有

则

因此

* 1. 证明 。

答：对福克-普朗克两边同时取极限，有

解上述方程可得

结合有

1. 有一个细菌群体, 在一段时间内假定可以通过分裂等方式产生新的细菌, 并不会 死去。假设在长为 的一段时间内, 一个细菌分裂为两个, 即产生新细菌的概率为 , 令 表示时刻 的细菌群体的大小。
   1. 试说明 是生灭过程;

答：根据题目描述，该过程符合生灭过程定义，状态空间为，其中Q矩阵为

* 1. 试证 , 并列出其前进方程和后退方程;

答：由Q矩阵有。

前进方程为

后退方程为

* 1. 验证 是上述方程的解, 并计算

答：

同理可证，这组解满足后退方程。

记: , 先令:

于是

注意到

将上式两边对求导数, 得

由此得到