线性变换（7）

同时上三角（对角）化问题

1.设V为复数域上的n维线性空间，$\mathscr{A},\mathscr{B}$为V上的线性变换，满足$\mathscr{A}\mathscr{B}=\mathscr{B}\mathscr{A}$，则$\mathscr{A},\mathscr{B}$有公共的特征向量.

2.设V为复数域上的n维线性空间，$\mathscr{A},\mathscr{B}$为V上的线性变换，满足$\mathscr{A}\mathscr{B}=\mathscr{B}\mathscr{A}$，若$\mathscr{A}$有$s$个互不相同的特征值，则$\mathscr{A},\mathscr{B}$至少有$s$个公共的且线性无关的特征向量.

3.设A,B为复数域上的两个n级矩阵，且$AB=BA$，则存在可逆矩阵P，使得$P^{-1}AP$与$P^{-1}BP$同时为上三角矩阵.

4.设A, B为复数域上的两个n级矩阵，其中A为一个幂零矩阵，且$AB = BA$，则$|A + B| = |B|$.

5.已知A, B都为n级方阵，$AB = BA$，且A, B都可以对角化，证明A, B可以同时对角化.

6.已知A, B为n级实对称矩阵，证明：存在正交矩阵T使得$T'AT$与$T'BT$同时为对角矩阵的充要条件为$AB = BA$.