相似与合同(14)

一类相似与合同的综合问题

1.A, B都是n级正定矩阵,则AB也是正定矩阵的充要条件是AB = BA.

2.A, B都是n级实对称矩阵,并且B是正定的,证明BA的特征值全大于零的充要条件是A正定.

3.设A, B都是n级实对称矩阵,并且A正定,证明AB的特征值为实数.

4.设A正定,B实对称,且 $|(1-\lambda)A+B|$ 的根大于1,则B正定.

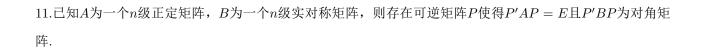


8.已知A, B都是n级矩阵,且E - A'A与E - B'B都是半正定矩阵,则

$$|E - A'B|^2 \ge |E - A'A||E - B'B|$$

- 9.已知A, D分别是n级,m级实方阵,B是 $n \times m$ 的实矩阵,且 $\begin{pmatrix} A & B \\ B' & D \end{pmatrix}$ 为正定矩阵,则
- $(1)A, D, D B'A^{-1}B, A BD^{-1}B'$ 都是正定矩阵. $(2) \begin{vmatrix} A & B \\ B' & D \end{vmatrix} \le |A||D|, \quad \mathbb{LQ} \mathrel{\mathop:}\exists B = O$ 时等号成立.

- 10.设A,B分别是 $m \times n$ 与 $s \times n$ 的实行满秩矩阵,记 $Q = AB'(BB')^{-1}BA'$,证明:
- (1)AA'-Q为半正定矩阵.
- $(2)0 \le |Q| \le |AA'|.$



12.已知A为n级正定矩阵, $\overrightarrow{\alpha}$ 为n维实列向量,证明:

$$0 \le \overrightarrow{\alpha}' (A + \overrightarrow{\alpha} \overrightarrow{\alpha}')^{-1} \overrightarrow{\alpha} < 1$$

13.设A为一个n级可逆实对称矩阵,则A正定的充要条件是对任意的n级正定矩阵B都有tr(AB) > 0.