## 向量组,方程组,矩阵,线性空间试题(3-4)

## 线性方程组解的存在定理, 极大线性无关组的求法

1.已知A是 $s \times n$ 的矩阵,B是 $m \times n$ 的矩阵,X是 $n \times 1$ 的列向量,则齐次线性方程组AX = 0与BX = 0同解的 充要条件是A与B的行向量等价.

2.设A,B分别是数域P上的 $s\times n$ 与 $t\times n$ 矩阵,齐次线性方程组AX=0与BX=0的解空间分别为 $V_1,V_2$ ,证明: $V_1\subseteq V_2$ 的充要条件是存在数域P上的 $t\times s$ 矩阵C使得B=CA.

- 3.已知A, B分别是 $s \times n$ 与 $r \times n$ 矩阵,a, b分别是s维与r维列向量,则:
- (1)线性方程组AX = a的解都是BX = b的解的充要条件是(B,b)的没一个行向量都是可以由(A,a)的行向量线性表出,其中(A,a),(B,b)分贝时方程组AX = a与BX = b的增广矩阵.
- (2)线性方程组AX = a与BX = b同解充要条件是(A,a)的行向量与(B,b)的行向量等价,其中(A,a),(B,b)分贝时方程组AX = a与BX = b的增广矩阵.

4.已知A是一个 $s \times n$ 的矩阵,证明:对于任意的列向量 $b_{s \times 1}$ ,AX = b都有解的充要条件是r(A) = s.

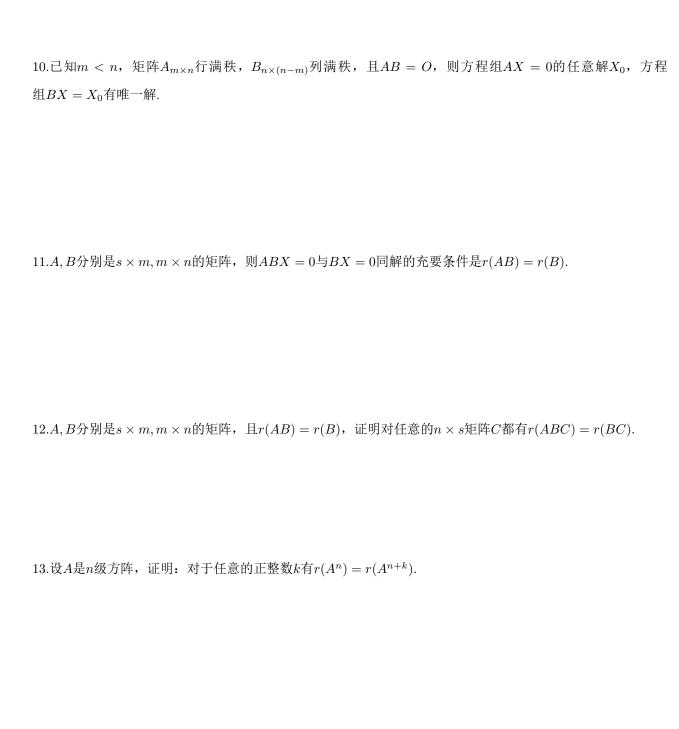
 $5.\vec{\alpha}$ 是一个n维列向量,则 $\vec{\alpha} = \vec{0}$ 的充要条件是 $\vec{\alpha}'\vec{\alpha} = 0$ .

6.设A是一个 $m \times n$ 的实矩阵,则r(A'A) = r(A).

7.设A是一个 $m \times n$ 的实矩阵,b为任一m维实列向量,则方程组A'AX = A'b一定有解.

8.A是n级反对称矩阵,b为n维列向量,则AX=b有解的充要条件是  $r(A)=r\left(egin{array}{cc} A & b \\ b' & 0 \end{array}
ight)$ 

9.证明线性方程组AX = b无解的充要条件是:存在行向量 $\overrightarrow{c}$ 使得 $\overrightarrow{c}A = 0$ 且 $\overrightarrow{c}$   $\overrightarrow{b} = 1$ .



14.设 $A_{s\times n}$ 是一个阶梯形矩阵,则它的主元所在的列构成A列向量的一个极大线性无关组.