线性变换（5-6）

最小多项式与不变子空间

1.矩阵A的每一个复特征值都是其最小多项式的根.

2.设A为一个准对角矩阵，记为$A = diag\{A_1, A_2, \cdots, A_s\}$，其中$A_i$的最小多项式为$m_i(x)(i = 1, 2, \cdots, s)$，则$A$的最小多项式就是$m_1(x), m_2(x), \cdots, m_s(x)$的最小公倍式.

3.若一个矩阵可对角化，则它的最小多项式就是互素的一次因式的乘积.

4.设A为数域P上的一个n级非零矩阵，A的最小多项式$m(x)$的次数为r，则集合$V = \{f(A) | f(x) \in P[x]\}$关于矩阵的加法与数乘构成一个$r$维线性空间，且$E, A, \cdots, A^{r-1}$为$V$的一组基.

5.V上线性变换$\mathscr{A}$的核与值域，$\mathscr{A}$都是$\mathscr{A}-$子空间.

6.$\mathscr{A},\mathscr{B}$为线性空间V上的两个线性变换，满足$\mathscr{A}\mathscr{B}=\mathscr{B}\mathscr{A}$，则$\mathscr{A}$的特征子空间为$\mathscr{B}$的不变子空间.

7.已知$\mathscr{A}$为数域P上的线性空间V上的线性变换，$\overrightarrow{\alpha}\in W$为一个非零向量，则$L(\overrightarrow{\alpha})$为$\mathscr{A}-$子空间的充要条件为$\overrightarrow{\alpha}$为$\mathscr{A}$的一个特征向量.

8.设V为实数域上的n维线性空间，证明：V上任一线性变换$\mathscr{A}$必有一个1维不变子空间或者2维不变子空间.