

## 矩阵 (10)

### 分块乘法与初等变换的强调与应用

1. 已知 $n$ 级方阵 $A$ 的所有顺序主子式非零, 证明存在 $n$ 级下三角矩阵 $B$ 使得 $BA$ 为上三角矩阵.

2. 已知 $A$ 是 $n$ 级实方阵,  $A$ 的所有顺序主子式都大于零, 且非主对角上的元素都为负数, 则 $A^{-1}$ 的元素都为正数.

3. 设  $A$  为  $n$  级实对称矩阵, 且  $A$  的所有顺序主子式  $D_1, D_2, \dots, D_n$  都非零, 则  $A$  合同于对角矩阵

$$\text{diag}\{D_1, \frac{D_2}{D_1}, \dots, \frac{D_n}{D_{n-1}}\}$$

4. 利用结论 “ $A$  是实矩阵, 则  $A$  正定的充要条件是存在实可逆矩阵  $P$  使得  $P'AP$  为主对角元全大于零的对角矩阵”, 证明: 如果  $n$  级实对称矩阵  $A$  的所有顺序主子式全大于零, 则  $A$  是正定矩阵.

5. 主对角元素都为 1 的上三角矩阵称为特殊上三角矩阵, 已知  $n$  级对称矩阵  $A$  的各阶顺序主子式都不为零, 则存在特殊的上三角矩阵  $T$  使得  $T'AT$  为对角矩阵, 且  $A$  与  $T'AT$  有完全相同的顺序主子式.

6. 已知  $A, C$  分别是  $m, n$  级可逆矩阵, 求矩阵

$$\begin{pmatrix} A & B \\ O & C \end{pmatrix}$$

的逆矩阵.

7. 已知  $A, B$  都是可逆矩阵, 求

$$\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}$$

的逆矩阵.