线性变换（1-3）

线性映射的核与值域

1.已知σ为线性空间$U \longrightarrow W$的一个线性映射，且$dimU = n$，则

$$dimKer\sigma + dimIm\sigma = n$$

2.设σ, τ分别为有限线性空间$U \longrightarrow V, V \longrightarrow W$的线性映射，证明：

$$dimKer\sigma + dim(Im\sigma \cap Ker\tau) = dimKer(\tau\sigma)$$

3. 已知V为数域P上的n维线性空间，V_1, V_2为V的子空间，并且满足$dimV_1 + dimV_2 = n$，则存在V上的线性变换$\mathscr{A}$使得$Ker\mathscr{A} = V_1, \mathscr{A} = V_2$.

4.$\mathscr{A}$为线性空间V上的幂等变换，则

$$V = Ker\mathscr{A} \oplus \mathscr{A}V$$

5.已知V为数域P上的线性空间，$\mathscr{A}_1, \cdots, \mathscr{A}_s$为$V$上的$s$个幂等变换，且对任意的$i \neq j$都有$\mathscr{A}_i\mathscr{A}_j = \mathscr{O}$，证明：

$$V = \mathscr{A}_1V \oplus \mathscr{A}_2V \oplus \cdots \oplus \mathscr{A}_sV \oplus \bigcap_{j=1}^{n} Ker\mathscr{A}_j$$