

矩阵 (1-4)

上 (下) 三角矩阵、基本矩阵与初等矩阵、秩1矩阵

1. 已知 A_1, A_2, \dots, A_n 是 n 个对角元全为零的 n 级上三角矩阵, 证明 $A_1 A_2 \cdots A_n = O$.

2. 设 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 是数域 K 上的 2 级矩阵, 证明: 如果 $|A| = 1$, 那么 A 可以表示成第三类初等矩阵 $P(i, j(k))$ 的乘积.

3. 设 $A = (a_{ij})$ 是数域 K 上的 n ($n \leq 2$) 级矩阵, 证明: 如果 $|A| = 1$, 那么 A 可以表示成第三类初等矩阵的乘积.

4. 已知 A 是数域 P 上的一个 2×2 矩阵, 且存在正整数 l 使得 $A^l = O$, 证明: $A^2 = O$.

5. 设 A 是 n 级正定矩阵, $\vec{\alpha}$ 为 n 维非零的实列向量, 记 $B = A\vec{\alpha}\vec{\alpha}'$, 求 B 得特征值及相应的特征子空间的维数与一组基.

6. 已知 A 是一个 $n (n \geq 2)$ 级矩阵, 则 A^* 可以表示成 A 的多项式.