

摘要

当前我国很多大中城市的交通拥堵问题日益突出，对于目前来说，公共交通是解决城市交通问题的主流方案。而公交调度是城市公共交通运营系统的重要组成部分，对公交车辆的调度优化的研究是提高公共交通吸引力的关键。

遗传算法是模拟达尔文生物进化论的自然选择和遗传学机理的生物进化过程的计算模型，是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法，已被人们广泛地应用于组合优化、机器学习、信号处理、自适应控制和人工生命等领域。

如果能将传统的人工线路调度优化用遗传算法进行建模代替，将提高现在公交系统对于问题的优化效率。

本文在此背景下，结合相关文献和现场调查，分析了 805 路公交车现存的问题以及调度优化的方向，并在此基础上，针对黄岛 805 线路初步研发了一套基于遗传算法的公交线路调度优化模型。

本设计较为完整地实现了对于黄岛 805 线路的遗传算法的建模，根据实地调查获得的大量数据，进行了十分详细的符号设计与模型建立，并根据实际情况确立了约束条件、参数选择，并对于算法模型最终做了大量的验证，与实际情况进行了对比验证。根据结果显示，本设计基本实现了所需的功能，能够较好地根据数据进行公交线路调度。

关键词：公交调度；遗传算法；运营成本；发车间隔；数学模型

目录

第 1 章 绪论.....	4
1.1 研究背景及意义.....	4
1.1.1 研究背景.....	4
1.1.2 研究意义.....	4
1.2 国内外研究现状.....	5
1.2.1 国外研究现状.....	6
1.2.2 国内研究现状.....	6
1.3 研究内容与技术路线.....	6
第 2 章 805 路公交车调查分析.....	8
2.1 公交车辆调度原理.....	8
2.1.1 公交调度的形式.....	8
2.2 线路相关数据的获取.....	8
2.2.1 线路基本信息.....	8
2.2.2 线路日常客流信息.....	9
2.2.3 线路特殊客流信息.....	11
2.3 线路相关数据的分析.....	12
2.4 本章小结.....	13
第 3 章 805 路公交车调度模型的构建.....	14
3.1 线路现存调度问题的分析.....	14
3.2 模拟环境与符号设计.....	14
3.2.1 模拟环境.....	15
3.2.2 符号定义.....	15
3.3 公交车调度模型的构建.....	16
3.3.1 构建子模型.....	16
3.3.2 构建约束条件.....	20
3.3.3 公交车调度优化模型的构建.....	22
3.4 本章小结.....	23
第 4 章 遗传算法程序设计.....	24
4.1 遗传算法.....	24
4.1.1 遗传算法介绍.....	24
4.1.2 遗传算法原理.....	24
4.2 遗传算法程序设计.....	25
4.2.1 模型的编码方案设计.....	25
4.2.2 约束条件处理.....	26

4.2.3	初始种群设计.....	28
4.2.4	个体适应函数设计.....	28
4.3	遗传相关函数设计.....	29
4.3.1	遗传—选择函数设计.....	29
4.3.2	遗传—交叉函数设计.....	31
4.3.3	遗传—变异函数设计.....	32
4.3.4	终止条件.....	32
4.4	针对本例的改进.....	32
4.5	本章小结.....	32
第 5 章	805 路公交车调度优化的实现.....	33
5.1	算法参数设计.....	33
5.1.1	基本参数设计.....	33
5.1.2	特殊参数设计.....	33
5.2	仿真测试.....	34
5.3	结果分析.....	40
5.4	本章小结.....	42
第 6 章	结论与展望.....	43
6.1	结论.....	43
6.1.1	遗传算法实现调度优化相比于传统经验判断方法的优越性.....	43
6.1.2	遗传算法实现调度优化可以侧重不同利益主体.....	43
6.2	展望.....	44
参考文献	45
致 谢	错误！未定义书签。

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 研究背景

山东省青岛市黄岛区 805 路公交车一开始在青岛理工大学黄岛区嘉陵江路校区（新校区）与长江路校区（老校区）之间往返，以便新老校区的学生们和老师们的出行。自 2019 年 8 月份开始，由于青岛理工大学黄岛区老校区的各个专业的学生陆续搬往青岛理工大学黄岛区新校区等原因，黄岛区 805 路公交车更改了行车线路，在理工大学新校区与城市传媒广场之间往返，途经南港安置小区、鲁泽花园、金海岸利群、福瀛天麓湖、丁家河以及兰东，此次线路更改，方便了理工大学的学生、老师以及途经的黄岛区其他居民的出行，丰富了人们的生活，更高层面地实现了 805 路公交车的价值。

但仅在理工大学新校区与城市传媒广场之间往返，805 路公交车行车路线过于单一，通过我的具体乘车经历，发现其发车间隔太久，有时需等很久才能赶上 805 路车。后来，805 路公交车线路再次进行线路整体更改，其在城市传媒广场与安子公交枢纽站之间进行往返，途经兰东、丁家河、理工大学、福瀛天麓湖、金海岸利群、长江花园、福瀛天麓湖小区、理工大学新校区、南港安置小区、青云山路北、育才中学、青岛杜威实验学校、常山路东江路以及安子。首班车发车时间：早上 6：30；末班车结束时间：晚上 22：00。

公交车存在的价值是为方便居民的出行与生活，随着人们对公共出行体验的追求，以及公交公司对于环保问题和费用成本的考虑，公交线路调度优化已必不可少。要将公交车运行线路合理性、运行费用以及乘客的乘坐舒适感结合起来，对 805 路公交车多方面进行调度优化。

1.1.2 研究意义

城市公共交通对于城市政治经济、文化教育、科学技术等方面的发展影响极大，也是城市建设的一个非常重要的方面。发展城市公共交通不仅是缓解城市交通拥堵的有效措施，也改善了城市人居环境，是促进城市可持续发展的必然要求，

是提高交通资源利用率、降低交通污染、节约土地资源和能源的重要手段,对增强城市功能、促进城市繁荣具有十分重要的作用。城市公共交通是城市基础设施的重要组成部分,在我国经济发展、城市建设和社会生活中占有重要地位,它直接关系着城市的经济发展与居民生活,对城市具有全局性、先导性的影响。优化城市公共交通是解决关系人民群众切身利益的实现问题的重要途径。

随着人口的增多,人们的生活更加丰富,对于出行方式的需求也有很大程度的提升。公共交通是普遍的出行方式,主要包括铁路、航空、公路和水运。公交车是公路客运最常见的出行方式,公交线网遍布各个城市,与各城市居民的日常生活紧密相连。轨道交通近几年快速发展,分为地上与地下轨道交通,前者方便跨省市出行,后者方便日常较近距离的出行。优化公交线路以及公交车与其他客运方式的接驳协同,可以为民众的出行带来更多的便利,公共交通的接驳优化更适应于现代交通的发展趋势。

黄岛区 805 路公交车连接安子公交枢纽和城市传媒广场,途经长江东路、九连山路、珠江路和百花山路。如果对 805 路公交车行车线路进行分析研究以及线路方案优化,合理安排行车线路、发车间隔、发车数量以及发车时间,最大程度上降低行车成本,实现与黄岛未来其他公共出行方式(比如地铁)的接驳优化,将车辆实时状态在真情巴士 e 行等 app 或网页上显示,方便人们查询公交车的行车情况,会更好地提高沿线黄岛区居民的出行舒适感和出行效率。

1.2 国内外研究现状

城市公交线路的优化调度是降低公交运营和乘客出行成本、提高公交运行效率的主要方法。一个好的公交调度系统能够根据乘客的出行需求,快速优化调整线路运营方案,提高线路服务率,减少运行时间,降低乘客出行时间成本^{[1][2][3]}。传统公交路径优化方法主要是通过长期的经验观察或 IC 卡数据统计分析,对部分线路进行延长、缩短、增删、调整走向等优化,优先满足大客流站点的乘客需求,这类方法主要适用于固定线路的公交线路优化,线路调整周期较长^{[4][5][6][7]},灵活型公交的出现,为线路的动态优化调整提供了可能^{[7][8][9][10]},目前国内外学者均开展了相关研究。

公交调度作为提高公交运营效率,加大公交出行吸引力的重要方法,具有较大的提升空间,国内外的诸多学者对公交调度的优化模型以及求解算法展开研究。

1.2.1 国外研究现状

TANG 等^[11]通过公交车的历史轨迹来估算公交行程时间,建立以出行实际时间最短为目标,车内限制的容量为约束条件的公交调度模型。NAM 等^[12]从环保的角度入手,建立起以碳排放、燃油消耗为指标的环境成本最小的公交调度模型。SONG 等^[13]提出了改进遗传算法来求解公交调度问题,即在遗传算法中加入基因重组。

Quadrifoglio 等^{[14][15]}通过对灵活公交系统中关键参数的分析,建立公交系统运行效率的参数优化调整模型,并针对前期已经建立的系统线路调度和设计问题,进行了仿真验证分析,将模型参数进行了修正。Koffman^[16]提出了城市公交智能调度算法,此算法基于多个目标需求。Tsubouchi^[17]提出了利用最小生成树寻优的公交路径最优算法。Li 等^[18]、Chen 等^[19]通过对乘客预期的等待时间和线路上客概率推导,建立了超路径的公交客运路径调整模型。

1.2.2 国内研究现状

王凤刚^[20]考虑驾驶员成本问题,建立最小费用流即司机数量最少的公交调度模型。陈少华^[21]设计以改进邻域搜索的模拟退火算法来优化公交发车时刻表。张莉^[22]针对遗传算法“早熟”的特点,在其过程中加入退火操作,以寻找发车时刻的全局最优解。

付晓等^[23]利用超级网络同时对用户的活动与出行行为进行模拟,并根据用户出行行为的特征,建立了公交路径选择模型。熊杰^[24]通过对区域内潜在的公交用户需求分析,建立了接驳轨道交通公交线路优化模型;潘述亮^[25]重点考虑了长时预约对调整灵活公交线路的影响,并提出了相应的优化调度办法。郭晓俊^[26]重点考虑了短时预约对调整灵活公交线路的影响,并提出了对应的优化调度办法。

1.3 研究内容与技术路线

本文主要研究的问题是在现有的公交线路不变的条件下,如何确定车辆的最优发车间隔,使得乘客和公交公司的满意度同时达到较高水平。通过对黄岛区 805 路公交车的乘客数据分析,发现现存车辆调度、站点设置等问题,并在综合考虑乘客以及公交公司的基础上提出改进措施。

本文在借鉴国内外已有研究成果和实验的基础上，对公交车辆调度相关的问题开展研究。本文通过分析 805 路公交车乘客乘车规律，指出现有公交调度存在的问题；通过分析 805 路公交车的成本以及各项其他因素，借用 MATLAB 工具，对 805 路公交车建立公交线路模型。为构建车辆调度优化模型提供基本的理论支撑。通过对 805 路公交车调度系统存在的问题进行分析，使用遗传算法通过 MATLAB 建立并对 805 路公交车进行调度优化。技术路线如图 1 所示。

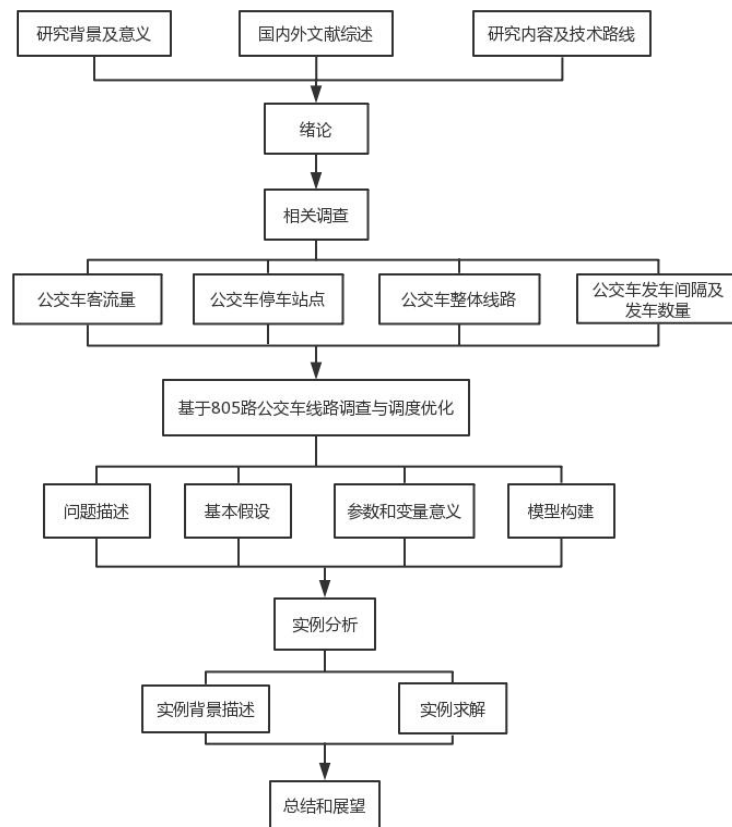


图 1 技术路线

第 2 章 805 路公交车调查分析

2.1 公交车辆调度原理

2.1.1 公交调度的形式

公交车辆的调度形式是指公交车辆在运营时所采取的组织形式，跟线路客流量有关。在客流量大的线路和时段通常采取多种调度形式相结合的方式进行车辆调度，在保障公交公司利益的基础上满足乘客的出行需求，提高乘客的出行舒适度。

2.2 线路相关数据的获取

2.2.1 线路基本信息

根据前面对于调度规则的介绍，针对青岛市黄岛区 805 路公交车进行调研获取数据。青岛市黄岛区 805 路公交车隶属于青岛真情巴士集团。本线路运营情况如图 2.1 所示。

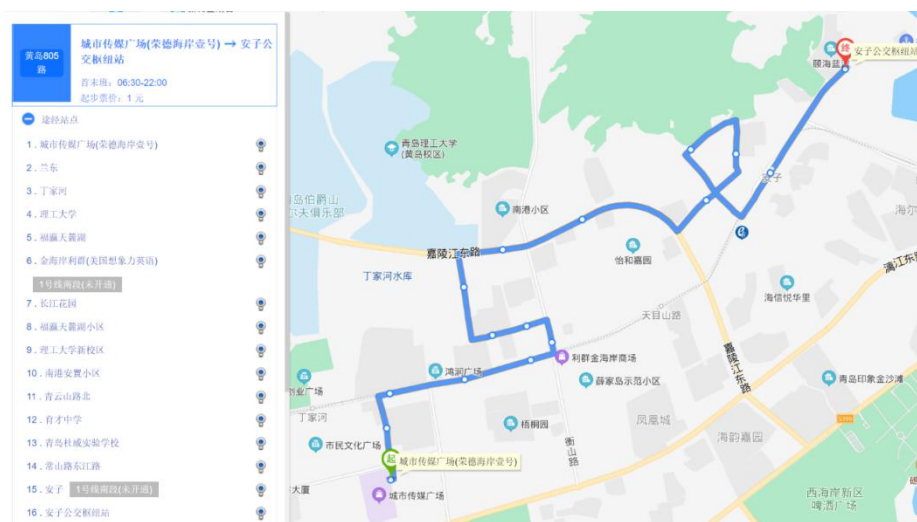


图 2 线路当前运营情况

青岛市黄岛区 805 路公交车线路全长 8.1km，公交车的额定载客数为 39 人。整条线路上共设有 16 个站点，分别为：安子公交枢纽站、安子、常山路东江路、青岛杜威实验学校、育才中学、青云山路北站、南港安置小区、理工大学新校区、福瀛天麓湖小区、长江花园、金海岸利群、福瀛天麓湖、理工大学、丁家河、兰

东、城市传媒广场。本线路由城市传媒广场到安子枢纽站为上行方向，由安子枢纽站到城市传媒广场为下行方向。

因上行方向下行方向的数据不同但分析方式基本一致，所以本文分析均基于上行方向，也就是把城市传媒广场作为起点，安子枢纽站作为终点的方向。而下行方向的分析属于补充分析部分。

由此可以构建本线路的运营流程图如图 3 所示。

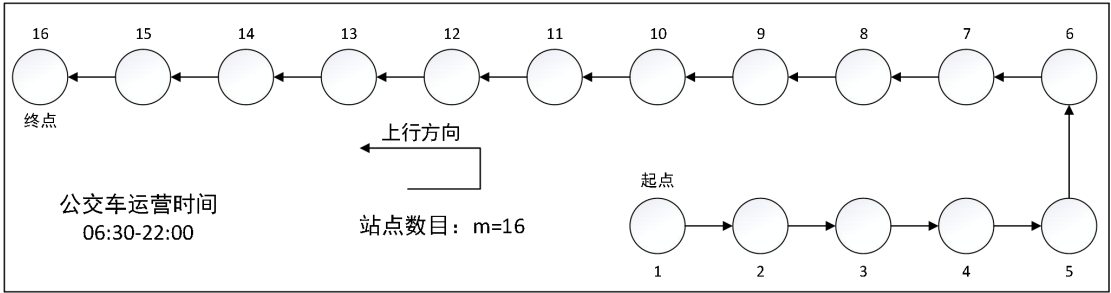


图 3 线路运营流程图

2.2.2 线路日常客流信息

由于经过初步调查，本线路载客量为 39 人，在常规日期，载客基本在 10 人以下，车上乘客拥挤系数始终基于 0.3 以下，远达不到满载的水平。而本线路途径站点南港小区对面每五天会举办一次附近有名的集市，集市期间乘车人数暴增，载客量会在 30 人附近波动，车上乘客拥挤系数可以达到 0.9 附近。此情况为特殊情况，其数据将与其他天数分开讨论。

在实地调研时，首先选取了连续的四天非赶集日期作为样本，全天跟车记录每个站点的乘客上车数据。由于车上载客量基本都在 10 人以下，而车辆调度是根据需求调度，已上车乘客的下车站点对于后续上车乘客无法造成实质性的影响，所以进行数据采集时无需考虑下车人数这一因素。

为方便记录数据与后期对比，将本线路运营时间分为八个时间段来统计，分别为 06:00-08:00、08:00-10:00、10:00-12:00、12:00-14:00、14:00-16:00、16:00-18:00、18:00-20:00、20:00-22:00，同时将线路上的站点按顺序编成 1-16 号。时段划分如表 1 所示。

表 1 线路时间段分布表

时段划分	时间段长度	车次（上行）	车次（下行）
------	-------	--------	--------

时段 1	06:00—08:00	4	5
时段 2	08:00—10:00	6	5
时段 3	10:00—12:00	3	4
时段 4	12:00—14:00	5	5
时段 5	14:00—16:00	6	6
时段 6	16:00—18:00	6	6
时段 7	18:00—20:00	5	5
时段 8	20:00—22:00	4	4

通过实地调研，得到本线路上下行两个方向四天内各个站点在不同时间段的等车人数。对结果进行统计可得到上行方向（由城市传媒广场到安子枢纽站方向）上车人数分布图如图 4 所示。

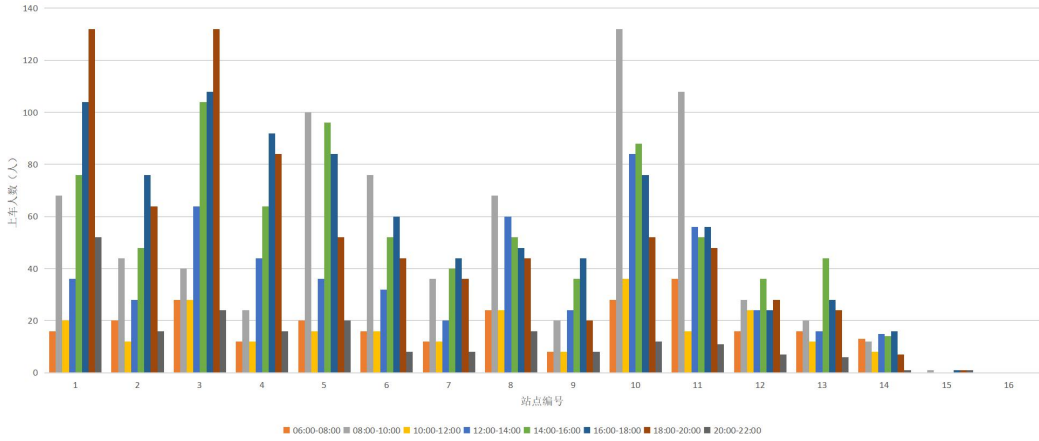


图 4 常规日期上车人数分布图（上行）

同理，通过统计可得到下行方向（由安子枢纽站到城市传媒广场方向）上车人数分布图如图 5 所示。

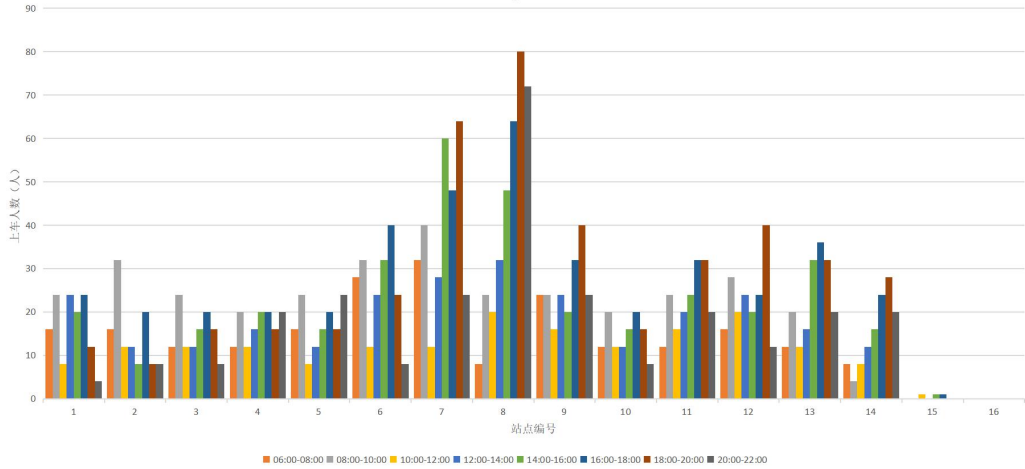


图 5 常规日期上车人数分布图（下行）

2.2.3 线路特殊客流信息

本线路具有一定的特殊性，主要是由于本线路途径站点南港小区对面每五天会举办一次附近有名的集市，在集市期间 805 路公交车乘车人数暴增，载客量会在 30 人附近波动，甚至有时达到满员，车上乘客拥挤系数可以保持在 0.9 附近，车辆属于供不应求水平。

与常规日期相同。在实地调研时，首先选取了两天赶集日期作为样本，采用全天跟车记录以及站点记录的方式，统计每个站点的乘客的等车数据。同样采用将本线路运营时间分为八个时间段、线路站点按顺序编成 1-16 号的方式统计。

对结果进行统计可得到上行方向（由城市传媒广场到安子枢纽站方向）上车人数分布图如图 6 所示。

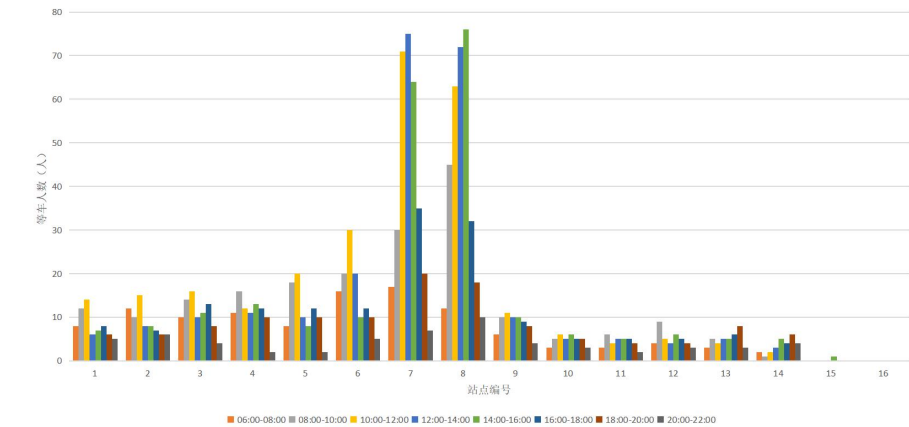


图 6 赶集日期上车人数分布图（上行）

通过统计可得到下行方向（由安子枢纽站到城市传媒广场方向）上车人数分布图如图 7 所示。

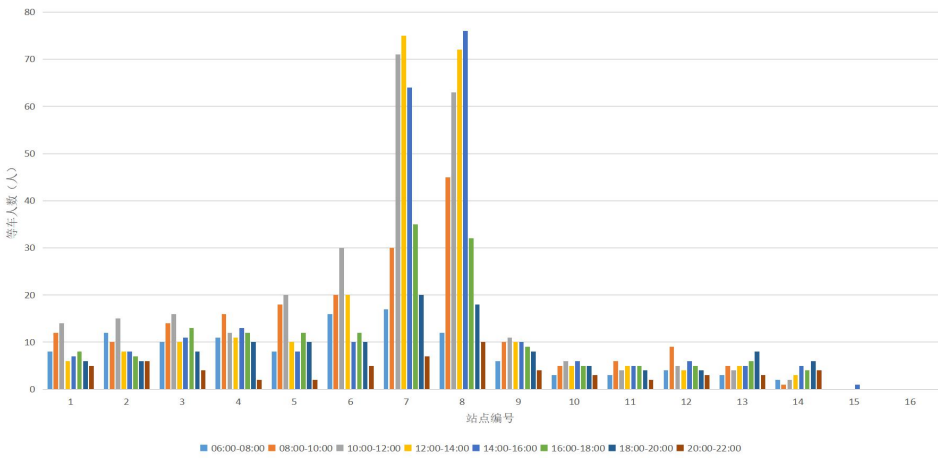


图 7 赶集日期上车人数分布图（下行）

2.3 线路相关数据的分析

对于本章所采集的数据我们可以进行初步分析。对于常规日期来说，本线路出行时间集中于 08:00-10:00、16:00-18:00、18:00-20:00 这三段时间，具体这三段高峰的形成原因可以分开讨论。

本线路途经的 16 个站点，10 个为居民住宅区，4 个为学校，2 个为商场，其中一个站点也就是南港小区还存在着附近著名的赶集传统。本线路这些途经站点的特点决定了本线路的特殊性。分开来说，途径多为居民居住小区、学校，就导致形成了 08:00-10:00 这第一个出行高峰，住宅区住户通勤，以及老人接送孩子都促进了 8-10 点这一出行高峰的形成。第二个出行高峰为 16:00-18:00，这主要是因为理工大学以及其他住宅区的住户的出行需要。本时间段有一个特点就是上行要比下行人数更多。这是因为上行终点为城市传媒广场，大家选择游玩更大概率选择去城市传媒广场这一商场出行。第三个出行高峰为 18:00-20:00，这个时间段形成的原因可以理解为前面两个时间段原因之和，因为六点正是下班点，而且是饭点，同时满足了下班通勤与出行需要。可以发现，在常规日期。每天的规律大致相同，不会有很多变数，所以可以直接根据数据进行调度优化。

本线路还有一个特点就是经过南港小区站点，该站点对面的农贸市场还存在着附近著名的赶集传统，所以在赶集的日期大家对于 805 路的需求就变得要比平常高很多。赶集时间虽然是上午加下午，但主要时间集中在上午，所以可以发现上午的出行需求要平均大于下午的出行需求。并且在 10:00-14:00 达到最高需求。而需求量最大的两个站点为南港小区站与理工大学新校区站。这是因为农贸市场有三个门，其中北门对应南港小区站、西门对应理工大学新校区站。相对来说理工大学新校区站需求小羽南港小区站。这是因为西门相对于北门更小且更不方便。分开看上行方向与下行方向我们可以发现，在南港小区站前的几个站点的等车人数都会有很大提升，而后面几个站点等车人数对应于日常并没有很大变化，此处的原因是因为南港小区站点之前的站点的人们需要坐车去赶集，而之后的人们相比平常没有更多的其他的需求。

所以后面的优化可以从两个方面着手。

第一，对于常规日期来说，需要建立 805 路公交车调度模型，设计遗传算法，并对公交线路进行调度优化，将优化结果转化为发车时刻表，实现常规日期的调

度优化

第二，对于赶集日期来说，因其特殊性，无需使用调度模型，只要在第一步深层的发车时刻表中标注赶集日期，在需求量高的时间段增派车辆即可。

2.4 本章小结

本章主要对公交车辆调度的相关内容进行介绍，对 805 路公交车进行详细介绍，解释本文数据来源以及调查的依据、简单剖析了本线路存在的以及潜在的问题法等内容。

第3章 805路公交车调度模型的构建

3.1 线路现存调度问题的分析

城市公交车辆调度问题是一中典型的资源优化问题，即基于一定的约束，合理利用公交车辆这种有限的资源，同时依据客流量规律安排车辆运营时间、发车间隔和车辆配置等，以求得同时对乘客对公交公司同时达到最优化。

城市公共交通第一是要服务于居民，为其日常的出行活动提供方便。所以公交车辆的调度问题的首先就是要把乘客利益放在首要位置，降低乘客的出行成本，提高乘客乘车舒适度。

城市公共交通第二是立足于公交公司，收益要能够满足公交公司既得收益。所以公交车辆的调度问题也要把公交公司的利益考虑在内，在满足乘客出行便利的同时，能够兼顾公交公司的运营成本。

传统的公交调度问题常用数学中的统计法、模拟仿真法和建立经验模型等进行解决，但随着城市的逐渐完善以及交通条件的日益复杂，常规的调度模型在求解时很容易遇到瓶颈，并且对于准确率没有较大的保证。根据经验获得的优化调度并不是问题的最满意的解，已不适用于解决现有的公交调度问题。近几年算法这一行业逐渐热门，近几年兴起的智能算法更是被应用于各个领域，并取得了显著的成果，这些例子都为解决公交调度最优化问题指明了一个全新的方向。算法领域经常会涉及到一些新颖的思想或者理论，最忌几年比较火的有遗传算法、BP神经网络算法、蚁群算法、TSP模拟退火算法等.....虽然算法的种类繁多，但每种都有其独特的优势，适应解决不同的问题，在解决这种复杂的优化类型的问题方面具有传统的方法所无可替代的作用。

无论使用何种算法，建立模型都是优化问题的第一步，所以下面将进行805路公交车调度模型的构建。

3.2 模拟环境与符号设计

城市公交的调度问题涉及到两个主体，第一个是承担调度工作的公交公司，第二个是接受公交服务的乘客。当乘客的利益增大时也就是车辆发车数目增多时，公交公司的利益就会减少。当公交公司利益增大时也就是车辆发车数目减少时，对应的乘客的利益会减少。他们两者之间的关系是一种此消彼长的利益关系，所

以我们需要在考虑双方利益的情况下找到一种平衡状态，来构建公交车辆的调度数学模型。

3.2.1 模拟环境

本次设计使用的软件为 Matlab，版本为 R2018b，使用的操作系统为 Windows 10，操作系统为 64 位。

公交车辆调度问题涉及因素众多，为方便分析和简化模型，我们需要对模型和现实中的运营情况做一些理想化的假设，即：

- （1）所有公交车辆完全均匀发车，中间忽略车辆故障等问题，且车型相同、车辆额载人数相同；
- （2）所有公交车辆全程保持匀速行驶且没有任何意外停滞；
- （3）所有公交车辆都依据运营计划定时出站并按照规定路线运行；
- （4）所有公交车辆都实行统一票价制，票价为每人每次 1 元。；
- （5）所有站点上车人员数量都是均匀分布在每个班次内；
- （6）所有站点的上下车等待时间不作单独考虑；

3.2.2 符号定义

为了便于清晰的表达设计的公交调度优化模型，需要设置好相关参数的命名，并用清晰的符号进行表示。本文的调度优化模型中用到的符号和参数说明如表 2 所示。

表 2 符号和参数说明表		
符号	对应的实体意义	单位
W	公交公司的运营总成本	元
P	乘客的出行总成本	元
Z	取权重系数后的公交公司和乘客的总成本	元
P ₁	乘客出行的等车时间成本	元
P ₂	乘客出行的在途时间成本	元
h _j	第 j 个时间段的发车间隔	分钟
H _j	第 j 个时间段的长度	分钟
I	公交车站点集合， $I=\{1, 2, \cdots, i, \cdots, n\}$ 其中 i 表示第 i 个站点，n 为线路公交站点的总和	个

J	发车时间段集合, $J=\{1, 2, \dots, j, \dots, m\}$ 其中 j 表示第 j 个时间段, m 为线路发车时间段数的总和	个
L	线路的总长度	千米
l	乘客的平均乘坐距离	千米
v	公交车的运行速度	千米/小时
C_0	公交成本系数, 公交车单位距离行驶所损失的成本	元/车·千米
C_1	乘客候车系数, 乘客在站点候车损失的成本	元/分钟
C_2	乘客在途系数, 乘客乘车在途中损耗的成本	元/分钟
S_{ij}	第 j 个时间段, 在站点 i 上车的乘客数	人
T_{ij}	第 j 个时间段, 在站点 i 下车的乘客数	人
α	公交公司运营成本权重系数	-
β	乘客出行成本权重系数	-
Q	公交车额定的最大载客人数	人
h_{\min}	公交公司要求的最小发车间隔	分钟
h_{\max}	公交公司要求的最大发车间隔	分钟
μ	车内乘客拥挤系数 (范围: 0-1)	-
M	规定的最大发车次数	次

3.3 公交车调度模型的构建

城市公交车辆调度涉及乘客与公交公司两方的主体利益,所以在构建模型时主要有两个优化目标: 公交公司运营成本的优化和乘客出行成本的优化。

在研究调度优化的过程中,第一点要考虑的是各种社会资源的限制,这样才能在此基础上合理配置车辆、安排车次,从而达到同时优化两方成本的目标。本节将会深入分析 805 路公交车存在的的公交调度问题,以发车间隔为决策变量,综合考虑了多种直接或者间接的约束条件(比如车辆平均载客率、车内乘客拥挤度、发车频率等),构建公交调度优化模型,这样可以方便以后运用算法求解出不同时间段的非均匀的发车间隔,以供公交公司调度人员借鉴。

3.3.1 构建子模型

对于整体的目标函数来说,公交公司和乘客作为公交调度的两个主要利益源,其优化是本节所需构造模型函数所要解决的关键问题。但是用于求解多个目标函数的算法非常复杂,近似最优解或者满意解极难得到,综合考虑模型的简便性和公交公司乘客两方利益,所以可以通过选择合适的权重系数来分配两者的侧重比

例，从而将其转换成单目标优化问题，使得同时满足公交公司和乘客。

为了实现这个目标，下面将会分成公交公司运营成本与乘客出行成本这两部分讨论。

（1） 公交公司的运营成本

公交公司的运营成本主要包括两方面，一是公交车辆在运行过程中由于自己的原因而产生的成本，比如包括车辆维修费用、车辆保养费用、车辆折旧费用、车辆配件费用、消耗油费等。这些费用会随着车辆的使用年限、运营时间以及某些特殊情况的变化而变化，我们称之为可变成本。二是与车辆运营相配套的城市基础设施建设而产生的成本，比如公交枢纽站、专用道、充电站以及智能信息化系统的建设等，对于这些基础设施的建设而言，成本是固定的，不会随着时间变化，我们称之为固定成本。

公交调度系统中的发车间隔与公交公司运营的固定成本之间没有必然的联系，但是公交车辆的可变成本跟公交车的发车次数、行驶距离、运营时间等因素均有着很大的关系。本节所建立的优化模型仅分析可变成本随变量的变化，不会再考虑固定运营成本。

所以对于公交公司的运营总成本，我们可以使用下面的公式来表示：

$$W = C_0 L \sum_{j=1}^m \frac{H_j}{h_j} \quad (3-1)$$

在公式 3-1 中，所使用到的各个参数的含义如下：

W ：公交车辆的运营总成本（单位：元）；

C_0 ：公交车辆的损失系数，即单位距离损失的成本（单位：元/车·千米）；

L ：公交车辆对应的线路总长度（单位：千米）；

H_j ：第 j 个时间段的长度（单位：分钟）；

h_j ：第 j 个时间段的发车间隔，精确到分钟（单位：分钟）；

J ：发车时间段的集合， $J=\{1,2,\dots,j,\dots,m\}$ 其中 j 表示第 j 个时间段， m 为线路发车时间段数的总和；

（2） 乘客出行成本

乘客出行成本是指乘客从出发地到目的地所耗费的总共的时间成本。与公交运营成本相似，乘客的出行成本也主要包括两方面，分别为乘客等车时间成本与乘客在途时间成本。具体来说，乘客的出行全过程可以分为四个阶段，分别为：

乘客从出发地到公交站点、站点候车、上车在途等待车辆到站、下车再到达目的地。在这四个阶段中乘客出行产生的时间分别乘以对应的成本系数即乘客出行成本。

① 乘客等车时间成本

乘客的等车时间成本指的是乘客到站点上车之前花费的时间费用，具体包括乘客从出发地到公交站点、站点候车这两部分时间。跟公交发车间隔联系很大，可以说乘客的等车时间成本是与发车间隔成正比关系的，即发车间隔愈大，相对站点等车人数就会越多，乘客的候车时间就会长，乘客等车所消耗的时间成本越高，降低了公交的收益率和乘客的收益率。

在现实情况中，很多站点并不是所有在站点等车的乘客均能上车，其上车数跟公交车到达该站点时的剩余载客量有关，但在实地调研时发现，在常规日期，由于线路的热度并不是很高，车辆的额载量是 39 人，而车上载客量基本保持都在 10 人以下，也就是说常规日期中车辆的拥挤度基于 0.3 以内。车辆调度是根据需求调度，已上车乘客的下车站点对于后续上车乘客无法造成实质性的影响，所以我们进行建模时就无需考虑是否有的乘客无法上车这一因素，因为在站点等车的所有乘客都能上车。本节的模拟环境中有提到，所有站点上车人员数量都是均匀分布在每个班次内，所以说，整条线路乘客等车时间成本等于所有乘客的总等车时间与每个乘客单位等车时间成本系数的乘积，不必考虑车辆满员等因素。

所以对于乘客等车时间成本，我们可以使用下面的公式来表示：

$$P_1 = C_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_{ij} \frac{h_j}{2} \quad (3-2)$$

在公式 3-2 中，所使用到的各个参数的含义如下：

P_1 ：乘客出行的等车时间成本（单位：元）；

C_1 ：乘客候车系数，乘客在站点候车损失的成本（单位：元/分钟）；

I ：公交车站点集合， $I=\{1,2,\dots,i,\dots,n\}$ ，其中 i 表示第 i 个站点， n 为线路公交站点的总和；

J ：发车间时间段集合， $J=\{1,2,\dots,j,\dots,m\}$ ，其中 j 表示第 j 个时间段， m 为线路发车间时间段数的总和；

S_{ij} ：第 j 个时间段，在站点 i 上车的乘客数（单位：人）；

h_j ：第 j 个时间段的发车间隔，精确到分钟（单位：分钟）；

② 乘客在途时间成本

乘客在途时间成本是指乘客在公交车上所消耗的时间成本，是整条线路所有乘客的乘车时间和对应的每位乘客单位时间损失的成本系数相乘而得。

对于乘客在途时间成本，我们可以使用下面的公式来表示：

$$P_2 = C_2 \frac{l}{v} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_{ij} \quad (3-3)$$

在公式 3-3 中，所使用到的各个参数的含义如下：

P_2 ：乘客出行的在途时间成本（单位：元）；

C_2 ：乘客在途系数，乘客乘车在途中损耗的成本（单位：元/分钟）；

l ：乘客的平均乘坐距离（单位：千米）；

v ：公交车的运行速度（单位：千米/小时）；

I ：公交车站点集合， $I=\{1,2,\dots,i,\dots,n\}$ ，其中 i 表示第 i 个站点， n 为线路公交站点的总和；

J ：发车时间段集合， $J=\{1,2,\dots,j,\dots,m\}$ ，其中 j 表示第 j 个时间段， m 为线路发车时间段数的总和；

S_{ij} ：第 j 个时间段，在站点 i 上车的乘客数（单位：人）；

③ 乘客总出行成本

综合式（3.2）和式（3.3）可得乘客的总出行成本为：

$$P = P_1 + P_2 \quad (3-4)$$

在式 3-4 中，所使用到的各个参数的含义如下：

P_1 ：乘客出行成本（单位：元）；

P_2 ：乘客等车时间成本（单位：元）；

P_3 ：乘客在途时间成本（单位：元）；

（3）模型目标函数

公交调度的两个利益主体分别为公交企业和乘客，其成本优化是本节所建立的模型函数要解决的关键问题。但是用于求解多个目标函数的算法非常复杂，近似最优解或者满意解极难得到，综合考虑模型的简便性和公交公司乘客两方利益，本文通过选择合适的权重系数，将其转换成对于整体目标的优化，或者说单目标优化问题，从而使得公交公司和乘客的满意度达到设计预期。

所以模型目标函数整体可以用如下公式表示：

$$\min Z = \alpha W + \beta P \quad (3-5)$$

在式 3-5 中，所使用到的各个参数的含义如下：

Z ：取权重系数后的公交公司和乘客的总成本（单位：元）；

α ：公交公司运营成本权重系数；

β ：乘客出行成本权重系数；

W ：公交公司的运营总成本（单位：元）；

P ：乘客的出行总成本（单位：元）；

注：其中， $\alpha + \beta = 1$ 。

3.3.2 构建约束条件

在 805 路公交车调度优化模型的构建过程中要综合考虑多种约束条件，本节将会主要分析其中的最大、最小发车间隔、乘客的乘车舒适度等条件对调度优化问题的约束。

（1）公交车辆发车间隔

在公交车的运行过程中，为使乘客的等车时间在其可忍受的范围内，发车间隔应尽可能的小，但又要维持公交公司的利益、与公司的车辆资源相协调，但发车间隔过小可能会影响车辆周转，因此，发车间隔应满足一定的规则。

该约束用公式表示如下所示：

$$h_{\min} \leq h_j \leq h_{\max} \quad (3-6)$$

在式 3-6 中，所使用到的各个参数的含义如下：

j ：表示第 j 个时间段；

h_j ：第 j 个时间段的发车间隔，精确到分钟（单位：分钟）；

h_{\max} ：公交公司要求的最大发车间隔（单位：分钟）；

h_{\min} ：公交公司要求的最小发车间隔（单位：分钟）；

为保持发车时刻的连续性，相邻的发车时间的间隔的差值不宜过大。换句话说，也就是说需要保证上次发车间隔与本次发车间隔不宜差距过大，不超过最大发车间隔差值 θ 。

该约束用公式表示如下所示：

$$|h_{j+1} - h_j| \leq \theta \quad (3-7)$$

在式 3-7 中，所使用到的各个参数的含义如下：

j ：第 j 个时间段；

$j+1$ ：第 $j+1$ 个时间段；

θ ：相邻发车车次的最大发车间隔差值（单位：分钟）；

h_j : 第 j 个时间段的发车间隔, 精确到分钟 (单位: 分钟);

h_{j+1} : 第 $j+1$ 个时间段的发车间隔, 精确到分钟 (单位: 分钟);

(2) 车上乘客拥挤度

车上乘客的拥挤度是指, 在公交车辆的运行过程中, 任一时间段时, 乘客所能承受的最大车内拥挤程度, 本文拥挤系数使用 μ 来表示。该约束条件可以用来约束高峰时段公交车内的乘客数, 以此可通过缩小发车间隔、增加发车车次来满足乘客的出行需求。

根据相关资料, 当车辆载客率到达 80% 时, 站立乘客人均有效站立面积将会不足 0.3m^2 , 同时将会达到乘客的平均心理拥挤容忍度的临界值。虽然本例中 805 路公交车的拥挤度远达不到需要设置边界的情况, 但在模型建立阶段不应该考虑专例特殊情况。

该约束用公式表示如下所示:

$$\sum_{i=1}^n (S_{ij} - T_{ij}) / \left(Q \frac{H_j}{h_j} \right) \leq \mu \quad (3-8)$$

在式 3-8 中, 所使用到的各个参数的含义如下:

I : 公交车站点集合, $I = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$, 其中 i 表示第 i 个站点, n 为线路公交站点的总和;

S_{ij} : 第 j 个时间段, 在站点 i 上车的乘客数 (单位: 人);

T_{ij} : 第 j 个时间段, 在站点 i 下车的乘客数 (单位: 人);

Q : 公交车额定的最大载客人数 (单位: 人);

H_j : 第 j 个时间段的长度 (单位: 分钟);

h_j : 第 j 个时间段的发车间隔, 精确到分钟 (单位: 分钟);

μ : 车内乘客拥挤系数 (范围: 0-1);

(3) 公交车的发车次数

公交车的发车次数约束的主要目的是为了减少公交公司对于车辆的运营成本, 同时提高其收益。所以说公交车总发车车次应该小于或等于相关部门规定的最大发车次数。

该约束用公式表示如下所示:

$$\sum_{j=1}^m \frac{H_j}{h_j} \leq M \quad (3-9)$$

在式 3-9 中, 所使用到的各个参数的含义如下:

J : 发车时间段集合, $J = \{1, 2, \dots, j, \dots, m\}$, 其中 j 表示第 j 个时间段, m 为线路发车时间段数的总和;

H_j : 第 j 个时间段的长度 (单位: 分钟);

h_j : 第 j 个时间段的发车间隔, 精确到分钟 (单位: 分钟);

M : 规定的最大发车次数 (单位: 次);

3.3.3 公交车调度优化模型的构建

对于公交车辆调度来说，其主要目的是为公交车安排合适的车次分布，从而使得公交车能够在既定线路上实现运营的高效有序，同时能够最大限度地实现公交公司和乘客利益的双赢。根据本章前面小节介绍建立的目标函数和约束条件，最终的公交车调度优化模型可以用公示表示为：

$$\min Z = \alpha W + \beta P = \alpha \left(C_0 L \sum_{j=1}^m \frac{H_j}{h_j} \right) + \beta \left(C_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_{ij} \frac{h_j}{2} + C_2 \frac{1}{v} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_{ij} \right) \quad (3-10)$$

$$\begin{cases} h_{\min} \leq h_j \leq h_{\max} \\ |h_{j+1} - h_j| \leq \theta \\ \sum_{i=1}^n (S_{ij} - T_{ij}) / \left(Q \frac{H_j}{h_j} \right) \leq \mu \\ \sum_{j=1}^m \frac{H_j}{h_j} \leq M \end{cases} \quad (3-11)$$

在式 3-10 和式 3-11 中，所使用到的各个参数的含义如下：

W：公交公司的运营总成本（单位：元）；

P：乘客的出行总成本（单位：元）；

h_j ：第 j 个时间段的发车间隔，精确到分钟（单位：分钟）；

H_j ：第 j 个时间段的长度（单位：分钟）；

I：公交车站点集合， $I=\{1,2,\dots,i,\dots,n\}$ ，其中 i 表示第 i 个站点，n 为线路公交站点的总和；

J：发车时间段集合， $J=\{1,2,\dots,j,\dots,m\}$ ，其中 j 表示第 j 个时间段，m 为线路发车时间段数的总和；

L：线路的总长度（单位：千米）；

l：乘客的平均乘坐距离（单位：千米）；

v：公交车的运行速度（单位：千米/小时）；

C_0 ：公交成本系数，公交车单位距离行驶所损失的成本（单位：元/车·千米）；

C_1 ：乘客候车系数，乘客在站点候车损失的成本（单位：元/分钟）；

C_2 ：乘客在途系数，乘客乘车在途中损耗的成本（单位：元/分钟）；

S_{ij} ：第 j 个时间段，在站点 i 上车的乘客数（单位：人）；

T_{ij} ：第 j 个时间段，在站点 i 下车的乘客数（单位：人）；

α ：公交公司运营成本权重系数；

β ：乘客出行成本权重系数；

Q：公交车额定的最大载客人数（单位：人）；

h_{\min} ：公交公司要求的最小发车间隔（单位：分钟）；

h_{\max} ：公交公司要求的最大发车间隔（单位：分钟）；

θ ：相邻发车车次的最大发车间隔差值（单位：分钟）；

μ : 车内乘客拥挤系数（范围：0-1）；

M: 规定的最大发车次数（单位：次）；

3.4 本章小结

本章主要目的是建立公交车调度模型，这是本篇论文的核心内容之一，对公交车辆调度问题进行分析，并在此基础上，以发车间隔作为模型的决策变量，以公交公司和乘客的共同利益为目标函数，同时综合考虑公交车的最大、最小发车间隔、相邻发车间隔之差、乘客拥挤度和最大发车次数等约束条件，最后运用权重系数将多目标优化问题转化成单一目标优化问题，最终在此基础上建立了一套完整的不均匀发车间隔的公交车辆调度模型。

第 4 章 遗传算法程序设计

4.1 遗传算法

4.1.1 遗传算法介绍

遗传算法，英文名为 Genetic Algorithm。其最早是由美国的 John holland 教授于上世纪 70 年代提出，该算法是根据自然中的生物个体的进化规律设计的。是一种模拟达尔文生物进化论种自然选择、遗传学机理的生物进化过程的一类计算模型。该算法通过数学建模的方式，利用计算机进行建模、仿真、运算。将问题的求解过程转换为类似与生物进化中的染色体、基因的交叉、变异等过程。该算法在求解较为复杂的组合优化问题时，相对于之前的一些常规的优化算法，通常能够较快地获得相对较好的优化结果。目前，遗传算法已被人们广泛地应用于优化、机器学习、信号处理、自适应控制和人工生命等领域。

发车时间调度优化问题是一个典型的 NP-Hard 问题，正因如此，遗传算法作为一种经典的智能算法被广泛应用于解决调度优化问题中，很多学者都在致力于用遗传算法来解决这一问题，并且现今也取得了十分丰硕的成果。从最初的传统车间调度（JSP）问题到柔性作业车间调度问题（FJSP），遗传算法都有优异的表现，。

4.1.2 遗传算法原理

根据达尔文的自然选择学说，种群在生物进化过程中会遵循“优胜劣汰，适者生存”这一原则，物种经过遗传后会趋向于保留优秀（或者说适应度高）的个体，剔除劣势（或者说适应性低）的个体。随着次数的增加，种群中适应度高的个体会逐渐占据主流，遗传算法就是基于这一理论。

遗传算法是由生物进化规律与计算机科学相融合演变而来的一种启发式算法。将生物进化中的很多专业名词转变为计算机中的变量。比如物种中的种群，对应计算机中就代表着需要优化的问题、种群适应度就代表优化的特征、适应度就代表对目标的契合度、迭代就代表进行优化等。

在经若干次迭代操作后，算法对于目标的结果逐渐逼近最优解所在的空间，满足一定条件再产生新的种群，如此循环，最终即可得到优化问题的最优解。

遗传算法具体的流程图如图 8 所示。

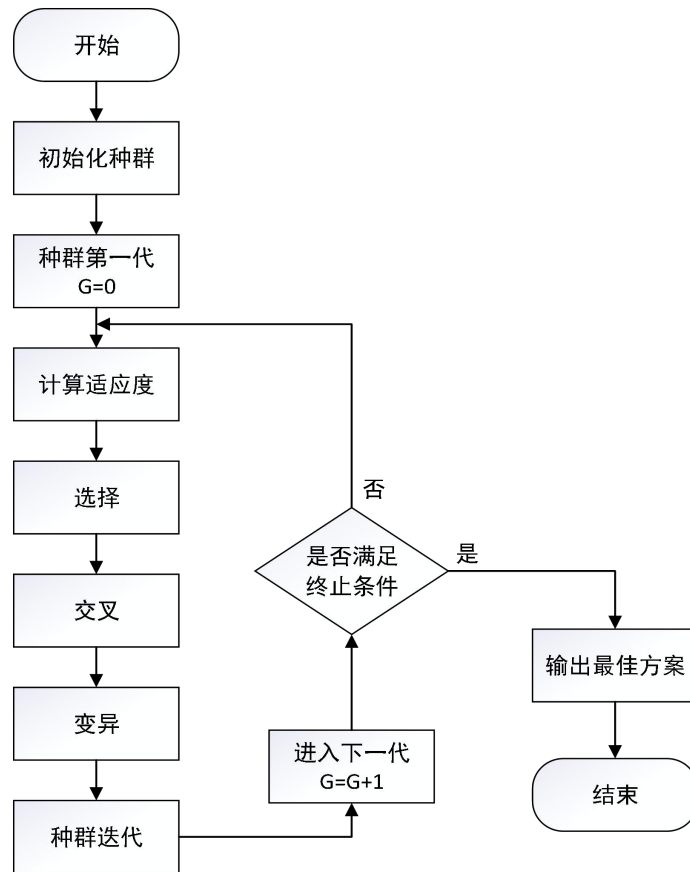


图 8 遗传算法流程图

4.2 遗传算法程序设计

发车时间调度优化问题是一个典型的 NP-Hard 问题,这类情况是一种变量多,约束条件复杂的问题。其计算量远超人工能力范围,所以需要有专门的、合适的算法,依靠机器来计算,得到最优解。本节将采用遗传算法对发车时间调度优化问题求最优解。在求解前需要对一些关键的技术进行设计。

4.2.1 模型的编码方案设计

对于计算机来说,无法识别对应问题的特征,所以我们需要把实体的特张以及属性转化为计算机可以识别的信息。换季话说我们需要通过编码来优化问题,实现问题的间接转换。

对于计算机而言编码方式有很多,最常见的有二进制编码、实数编码等,一个算法的效率以及性能在很大程度上取决于编码方式,编码方式对于算法运行的速度以及其效率影响很大。发车时间调度模型要求解的是不同时间段的最优发车间隔,因此根据公交系统的调度特点,适合采用基于 0/1 的二进制编码方式,将发车间隔表示为遗传算法中染色体的基因,染色体的编码的长度,可以根据发车间隔的范围来设定。对于 805 路公交车来说,发车间隔最大能到 40-45 分钟,转

化为编码问题，介于 32-64 之间，也就是 2^5 - 2^6 之间，所以我们应该设置编码长度为 2 的六次方，也就是长度为六位，也最大支持编码 64 分钟以内。同时把一天中公交车运营时间分为 j 个时间段，则染色体的总长度为 $6*j$ 。

具体的染色体编码规则如表 3 所示。

表 3 染色体编码规则（部分）

六位二进制编码	对应时间长度 (分钟)	六位二进制编码	对应时间长度 (分钟)
00 0000	0	00 0000	5
00 1010	10	00 1111	15
01 0100	20	01 1001	25
01 1110	30	10 0011	35
10 1000	40	10 1101	45

另外，对于已编码的染色体，解码公式如下：

$$h_j = \sum_{k=1}^k (y_k \times 2^{6-k}) \quad (4-1)$$

在式 4-1 中，所使用到的各个参数的含义如下：

- y_k : 染色体二进制编码的第 k 位数值， $y_k=1$ 或 0；
- h_j : 第 j 个时间段的发车时间间隔；
- j: 对应的时间段的个数；
- k: 染色体二进制编码的位数（从左到右，且从 1 开始）；

4.2.2 约束条件处理

发车时间调度优化模型的求解过程中十分重要的一步就是处理约束条件，约束条件设计的越宽松，结果误差越大，约束条件设计的越严禁，结果误差就越小。约束条件它可以影响模型的最终优化效果。通常来说遗传算法会使用二次惩罚法来建立约束条件。

二次惩罚法具体就是通过建立新函数的方式，将原本建立好的带约束条件的模型，转换成没有约束的模型进行求解。二次惩罚法包括外部惩罚法和内部惩罚法。外部惩罚法是从不可行的解出发，逐步移动，一直到移动到可行域内求解优化问题。而内部惩罚法是直接在可行区域内求解模型、优化模型。根据本文中模型的特点，采用内部惩罚法即内部移动的方法来建立新的模型目标函数，加入约束条件，然后调整个体。

结合之前公式，最终的目标函数可以用公示表示为：

$$\begin{aligned}
\min C = \min Z &+ \lambda_1 \sum_{j=1}^m \left\{ \max\{0, h_{\min} - h_j\} \right\} \\
&+ \lambda_2 \sum_{i=1}^n \left\{ \max\{0, h_i - h_{\max}\} \right\} \\
&+ \lambda_3 \sum_{j=1}^m \left\{ \max\{0, |h_{j+1} - h_j| - \theta\} \right\} \\
&+ \lambda_4 \sum_{j=1}^m \left\{ \max\left\{0, \frac{\sum_{i=1}^n (S_{ij} - T_{ij})}{Q H_j / h_j} \mu\right\} \right\} \\
&+ \lambda_5 \sum_{j=1}^m \left\{ \max\left\{0, \sum_{j=1}^m \frac{H_j}{h_j} - M\right\} \right\}
\end{aligned} \tag{4-2}$$

在式 4-2 中，所使用到的各个参数的含义如下：

$\min C$ ：采用惩罚函数处理后的目标函数，也可以成为结果函数；

$\min Z$ ：原目标函数，也可以称为原函数；

$\lambda_1 - \lambda_5$ ：惩罚函数中对于约束条件的系数，也称为惩罚系数，一般对应取 1-5，后续再乘以一个较大的数；

h_j ：第 j 个时间段的发车间隔，精确到分钟（单位：分钟）；

H_j ：第 j 个时间段的长度（单位：分钟）；

I ：公交车站点集合， $I = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$ ，其中 i 表示第 i 个站点， n 为线路公交站点的总和；

J ：发车时间段集合， $J = \{1, 2, \dots, j, \dots, m\}$ ，其中 j 表示第 j 个时间段， m 为线路发车时间段数的总和；

L ：线路的总长度（单位：千米）；

l ：乘客的平均乘坐距离（单位：千米）；

v ：公交车的运行速度（单位：千米 / 小时）；

C_0 ：公交成本系数，公交车单位距离行驶所损失的成本（单位：元 / 车 · 千米）；

C_1 ：乘客候车系数，乘客在站点候车损失的成本（单位：元 / 分钟）；

C_2 ：乘客在途系数，乘客乘车在途中损耗的成本（单位：元 / 分钟）；

S_{ij} ：第 j 个时间段，在站点 i 上车的乘客数（单位：人）；

T_{ij} ：第 j 个时间段，在站点 i 下车的乘客数（单位：人）；

α ：公交公司运营成本权重系数；

β ：乘客出行成本权重系数；

Q ：公交车额定的最大载客人数（单位：人）；

h_{\min} : 公交公司要求的最小发车间隔（单位：分钟）；
 h_{\max} : 公交公司要求的最大发车间隔（单位：分钟）；
 θ : 相邻发车车次的最大发车间隔差值（单位：分钟）；
 μ : 车内乘客拥挤系数（范围：0-1）；
 M : 规定的最大发车次数（单位：次）；

4.2.3 初始种群设计

初始种群可以通过手动设定也可以通过随机产生。这里由于调度优化的信息都保存在染色体中，所以初始种群完全没有必要手动设定，这里采用完全随机的方法产生初始种群。首先根据被优化的问题，大致确定最优解所处空间的大体区域，然后在此区域内设定初始种群，随机生成一定数目的个体，然后从中筛选。相对符合条件，或者说适应度高的个体就会加入到初始种群中，重复进行选择、交叉、变异、迭代过程，直到初始种群中个体数量达到预先设定的规模。这种方法适用于构建数目较多的初始种群，从而相对来说更可能得到全局最优解，防止因设置误差影响结果。但是这个方法也会有缺点，那就是会增加算法的迭代时间，因此在选取初始种群之前，要先确定好种群规模 N 、交叉概率 P_c 、变异概率 P_m 等参数，以提本程序的运算效率。所以这里我们随机选择 N 个个体，也就是 N 个长度为 $6*j$ 的二进制数字串。

4.2.4 个体适应函数设计

进化阶段在生物进化过程中是极其重要的一部分，对于遗传算法来说，个体适应度函数就是其对应的数学变量，十分重要。在生物学中，它代表着个体在特殊情况下的能力的高低，能够体现个体的差异性，更会直接影响个体的生存几率。

在本文所使用的的遗传算法中，衡量一个个体是否能被保留下来的方法就是看个体的适应度，不同的适应度函数跟算法的迭代速度有着直接的关系，因此个体适应度函数的选择对混合算法来说显得尤为重要。适应度函数通常名为 **Fitness Function**，可通过前面得到的目标函数转换得到，本文模型要求解的是最优解问题，染色体的适应度取值一定为为非负数。

结合之前公式，最终的个体适应函数可以用公示表示为：

$$F(x) = \begin{cases} G_{\max} - f(x), & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases} \quad (4-3)$$

在式 4-3 中，所使用到的各个参数的含义如下：

G_{\max} : 为同一代种群中目标函数值最大的个体；
 $f(x)$: 为个体的目标函数值；
 $F(x)$: 为适应度函数；

4.3 遗传相关函数设计

遗传是进化中最重要的一部分，同样，遗传操作也是运用遗传算法求解优化类型问题中最关键的一环。遗传操作包括：选择、交叉、变异。其中，选择的目的是依据适者生存的规则筛选符合条件的个体；交叉操作是根据某种方法将两个染色体中编码的部分基因进行交换，是遗传算法的特色，是其区别于其他算法的根本条件；变异操作是将染色体编码串上的某些基因的值用该其它的等位基因来替换；这些三步都是遗传算法不可或缺的重要组成部分。

4.3.1 遗传—选择函数设计

选择操作其本身就存在着一定的随机性，而这种不确定的随机性可能会促进产生优良个体，也可能会抑制产生优良个体，所以选择一个合适的操作方法尤其重要。本文将使用轮盘赌法和精英保留策略结合的方式，作为一种新的选择操作来使用。

轮盘赌法，由于其操作原理类似赌盘而名，其选择染色体的依据是：个体染色体适应度值在整个种群中所占的比例，适应度值低的个体不易被选择复制。

关于轮盘赌法的具体原理如图 9 所示：

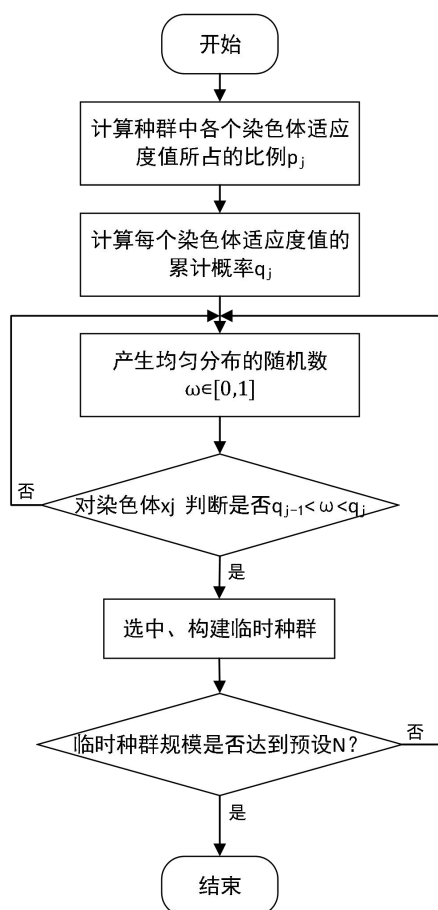


图 9 轮盘赌法原理

(1) 原理中的 p_j 为种群中各染色体适应度值所占的比例，换句话说，每个染色体被选择的概率可以用公示表示：

$$p_j = \frac{F(x_j)}{\sum_{j=1}^m F(x_j)} \quad (4-4)$$

在式 4-4 中，所使用到的各个参数的含义如下：

x_j ：代表个体的染色体；

p_j ：代表个体的染色体被选择的概率；

$F(x_j)$ ：为染色体 % 的适应度函数；

(2) 原理中的 q_j 为每个染色体适应度值的累计概率即：

$$q_j = \sum_{s=1}^j p_s \quad (4-5)$$

在轮盘赌法选取种群的基础上再使用精英保留选择法，其原理是指将种群中适应度值最高的个体，不经任何遗传操作，直接加入下一代种群，来替换其中已经经过选择、交叉、变异、操作的适应度低于该个体的其他染色体，从而避免精英个体遭到破坏，或者漏选，从而提高算法收敛速度。

关于精英保留选择法的具体原理如图 4.4 所示。

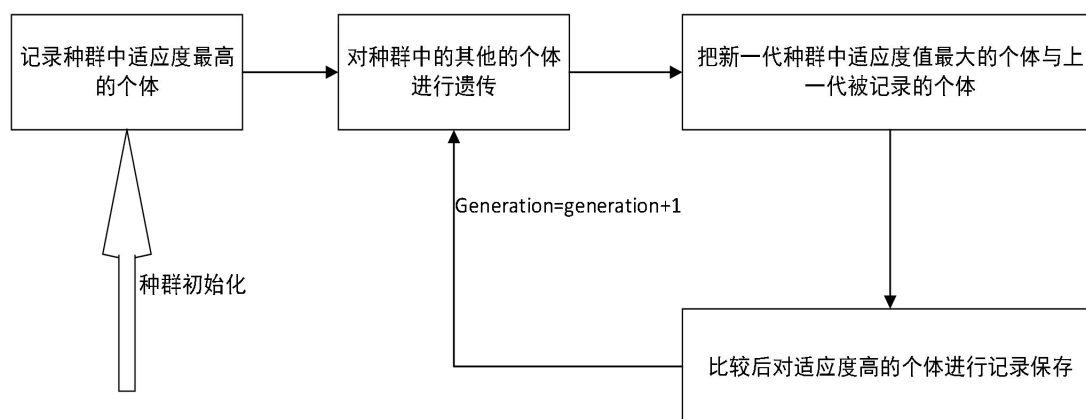


图 10 精英保留选择法原理

4.3.2 遗传—交叉函数设计

模型相关的变量的编码方式影响着交叉算子的选择，前面说过本设计采用的是二进制的编码方式，对于交叉来说，适合该编码方式的交叉算子有单点、双点、多点交叉等。本文采用的是单点交叉作为遗传算法的交叉算子。

单点交叉的意思就是随机选择一个基因进行交叉，产生新的个体。举个例子，交叉前，个体 1 的染色体编码为：1111 1111 1111 1111。个体 2 的染色体编码为 0000 0000 0000 0000。随机选择一个位，假设随机选择到的交叉位为第 2 位，由于编码位数是从 0 开始的，所以第二位就是第三个数字，则交叉完个体 1 的染色体编码为：1101 1111 1111 1111。交叉完个体 2 的染色体编码为 0010 0000 0000 0000。整体的步骤是：首先根据交叉概率 P_c 从种群中随机选择一个个体，并随机在染色体上选择一个位进行交叉，然后产生新的个体。

交换完的染色体可能比之前适应性高，也可能比之前适应性低，有一定的不确定性，所以为了提高算法的收敛速度，需要引入一个局部选择策略，比较一下交叉操作前后的个体适应度，选择适应度高的两个个体作为交叉运算的结果，这样才能保证算法能得到优良的个体而不会变得更差。最后形成新的种群。

关于交叉的具体原理如图 11 所示。

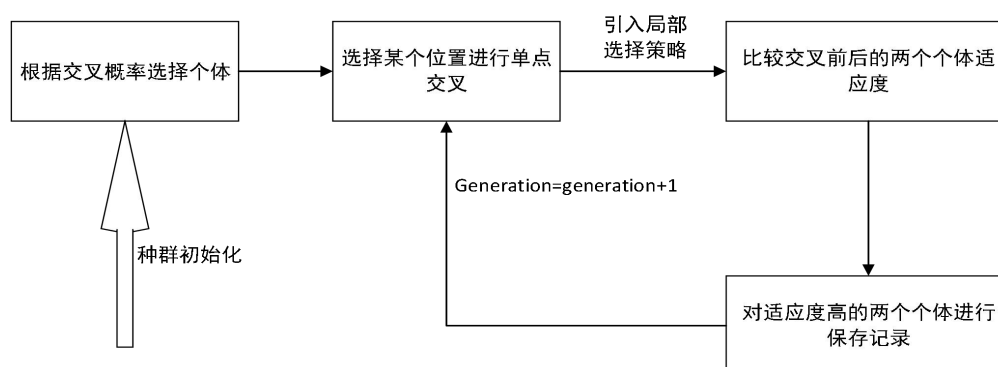


图 11 交叉的原理

4.3.3 遗传—变异函数设计

变异是进化中保证多样性的重要一环，同样，变异操作也是运用遗传算法求解优化类型问题中重要的一个因素，因为对于遗传算法来说，其局部搜索能力主要是源于变异算子的存在，变异操作能够很好的保持种群的多样性，避免出行早熟等现象。其操作过程有两步，具体原理跟前面的交叉变异类似，具体步骤是：先在列表中选择发生变异的个体 x_j ，随机产生一个位置，将其作为变异点，然后取一个服从均匀分布的随机数，用变异概率 P_m 代替原来的基因（该随机数需要满足基因的取值范围）。

和交叉方式相似，变异算子也有很多类型，其中包括基本变异算子、逆转变异算子、均匀变异算子等。本文采用的是逆转变异算子。

逆转变异算子的变异原理是：先选择进行变异操作的染色体，然后随机指定该染色体编码串的某一位或某部分基因，然后对其进行互换。举个例子，变异前个体 1 的染色体编码为：1111 1111 1111 1111。随机指定该个体的第 2 到第 7 位基因进行逆转变异操作，则变异后个体 1 的染色体编码为：1100 0000 1111 1111。

4.3.4 终止条件

在程序的一开始，预先设置参数 K ，代表算法的迭代次数，连续执行遗传操作，直至达到预设的迭代次数，停止循环，算法终止。实现终止的控制。

4.4 针对本例的改进

本文解决公交车调度优化问题使用的模型求解算法是遗传算法。由上一节可知本文算法改进方面有以下几点：

- 1.编码方式方面选择了二进制编码，简单易行，容易操作；
- 2.对于选择操作，将轮盘赌法和精英保留策略相结合实现，这样既能筛选出适应度高的优秀个体，又能完好地保留精英个体不被遗漏；
- 3.变异操作中选择了逆转变异算子，保证群体多样性；
- 4.在遗传操作的基础上引入终止条件操作，有利于控制资源，减少无效资源浪费，更快寻求全局最优解。

4.5 本章小结

本章是论文的核心内容之一，很多算法都可以解决类似问题但不同的算法解决问题的效率不同，合适的模型的求解的效率会提升很多，本章对遗传算法的基本思想和求解流程等进行了介绍，并着重介绍了编码方案、约束条件、初始种群、适应度函数、遗传操作、终止条件的程序设计。在各个方面阐述了算法设计的原理，最终并提出了遗传算法基于本设计所针对的 805 路公交车的改进之处。

第 5 章 805 路公交车调度优化的实现

5.1 算法参数设计

本文第二章已对于公交线路进行了初步分析,统计出了很多需要使用到的数据,本文第三第四章对于本线路进行了建模以及算法设计,本章将结合第二、三、四三章的内容,对将所有需要的数据代入第三、第四章的模型以及算法中,进行实例验证。

5.1.1 基本参数设计

本条公交线路全长 8.1km,公交车的额定载客数为 39 人,综合考虑公交企业的可变成本,其中主要有车辆配件、车辆消耗、消耗能源、员工工资等费用,根据预测我们将公交车辆的损失成本系数取为 20.00 元/车·千米。根据 2019 年 7 月 1 日青岛市统计局发布的《2018 年青岛市单位在岗职工平均工资统计公告》,青岛市全市单位就业人员月平均工资为 5683 元。根据每人每日工作时间八小时,每月工作 21 天来计算,可估得线路上乘客的在途成本系数为 0.068 元/分钟,我们取 0.07 元/分钟。

具体关于 805 路公交车的相关参数取值如表 4 所示:

表 4805 路相关参数取值

线路参数名称	参数取值
规定的最大发车次数 M (次数)	40
乘客的平均乘坐距离 l (千米)	3
公交车运行速度 v (千米/小时)	20
乘客候车系数 C_1 (元/分钟)	0.13
乘客在途系数 C_2 (元/分钟)	0.07
公交公司要求的最小发车间隔 h_{\min} (分钟)	10
公交公司要求的最大发车间隔 h_{\max} (分钟)	60
相邻发车车次的最大发车间隔差值 θ (分钟)	30
车内乘客拥挤系数 μ	0.3

5.1.2 特殊参数设计

本文采用遗传算法求解公交调度优化模型,其中包含着很多参数,比如种群规模 N 、交叉概率 P_c 、变异概率 P_m 、迭代次数 K 、惩罚系数等。选择合适的参数取值有利于提高遗传算法对公交车调度优化模型的优化效率,从而在合适的时

间内完成优化过程。因此，在进行仿真实验前应先确定相关的算法参数。

(1) 种群规模 N ：一般情况下我们会选择数量较多的种群，这不仅可以在处理更多的解，提高混合算法的搜索效率，而且能有效的避免早熟等现象，有利于找到全局最优解。但取太高也会因此造成适应度计算量增大和迭代时间过长等不利的影响，降低了算法的收敛速度和效率。因此应该根据实际情况合理取值，一般在 100-300 以内较为严谨。我们此处取 200。

(2) 交叉概率 P_c ：交叉运算是遗传操作的一个关键部分，一般来说取值范围为 0.5-1.0，我们此处取 0.6。

(3) 变异概率 P_m ：取值分两种情况，单独使用时 P_m 取较大的值，取值范围一般为 0.5-1.0；当与交叉算子结合在一起使用时取值较小，取值范围一般为 0.01-0.5；此处我们是结合使用，所以我们此处取 0.4。

(4) 迭代次数 K ：此处我们往大了取即可，经过测试，在 100 次左右即可达到最优解，以防意外我们此处取 200。

具体的关于 805 路公交车的相关模型/算法参数取值如表 5 所示。

表 5 模型/算法参数设置

模型/算法参数名称	模型/算法参数取值
种群规模	200
交叉概率	0.6
变异概率	0.4
迭代次数	200

5.2 仿真测试

本文建立的遗传算法模型是通过模拟遗传学规律，将需要优化的问题转化为遗传学问题，从而得到全局最优解。在此，运用 MATLAB 软件使用遗传算法对模型进行多次对比仿真实验。以方便后续验证。这里有两个需要注意的点：

第一点是权重设置问题。如果一个城市相对来说更加注重公交公司的收益情况，则会设置的公交公司成本所占的权重要大一些。如果一个城市更加注重乘客的出行的体验，看重乘客的利益，则会设置乘客利益所占的权重要偏大些。由于有多重可能性，并没有确定的一个权重，所以，为了更全面地解释公交公司和乘客之间的此消彼长类型的利益关系，本节将会通过调整模型中的权重系数 α 和 β 来体现不同的主体利益倾向。 α 代表公交公司的利益比例， β 代表乘客的利益比例，同时需要保证 $\alpha + \beta = 1$ 这个关系。所以，当权重系数 α 较大时，代表

更侧重于公交公司的利益。当 β 较大时，代表更倾向于乘客的利益。需要设置三种情况。分别为 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$ 、 $\alpha = 0.75, \beta = 0.25$ 与 $\alpha = 0.25, \beta = 0.75$ 。

第二点是上下行问题。对于上下行线路一般来说客流规律是不同的，所以我们需要分别对线路上行与下行进行分析。需要设置两种情况，分别为上行与下行。

第三点是日期问题。由于常规日期与赶集日期的客流规律不同，所以需要在常规日期外设置赶集日期的情况，对于赶集情况，由于五天才有一次，所以我们大可以减少一下发车间隔，改为 10-35 分钟。

综上所述，本节应该分为多种情况进行仿真实验，但由于在赶集日期人们的需求会剧增，所以我们只考虑赶集日期 $\alpha = 0.25, \beta = 0.75$ 的情况，不考虑其他情况。具体分类如表 6 所示。

表 6 仿真实验分类情况

编号	参数设置
1	常规，上行，权重系数 $\alpha = 0.50$ 、 $\beta = 0.50$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40
2	常规，下行，权重系数 $\alpha = 0.50$ 、 $\beta = 0.50$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40
3	常规，上行，权重系数 $\alpha = 0.75$ 、 $\beta = 0.25$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40
4	常规，下行，权重系数 $\alpha = 0.75$ 、 $\beta = 0.25$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40
5	常规，上行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40
6	常规，下行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40
7	买菜，上行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 10-40，最大发车次数 45
8	买菜，下行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 10-40，最大发车次数 45

确定了仿真实验的参数设定，下面我们就可以开始仿真实验了：

（1） 常规，上行，权重系数 $\alpha = 0.50$ 、 $\beta = 0.50$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40：仿真结果如图 12 所示：

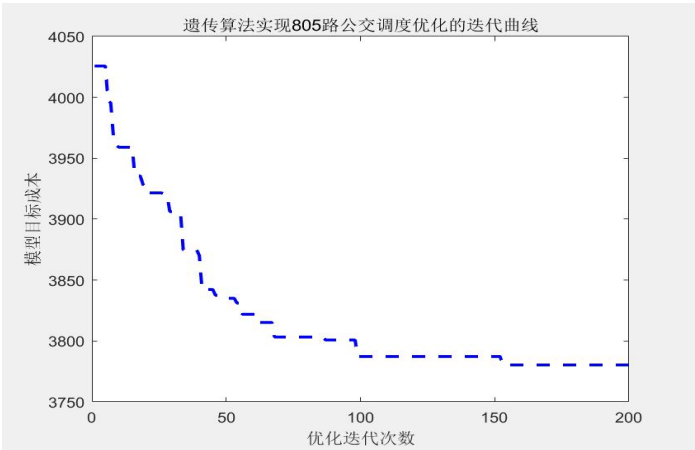


图 12 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 7 所示：

表 7 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
40, 18, 30, 25, 20, 16, 20, 45	0. 56	1. 26	3780. 37

（2） 常规，下行，权重系数 $\alpha = 0.50$ 、 $\beta = 0.50$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40：

仿真结果如图 13 所示：

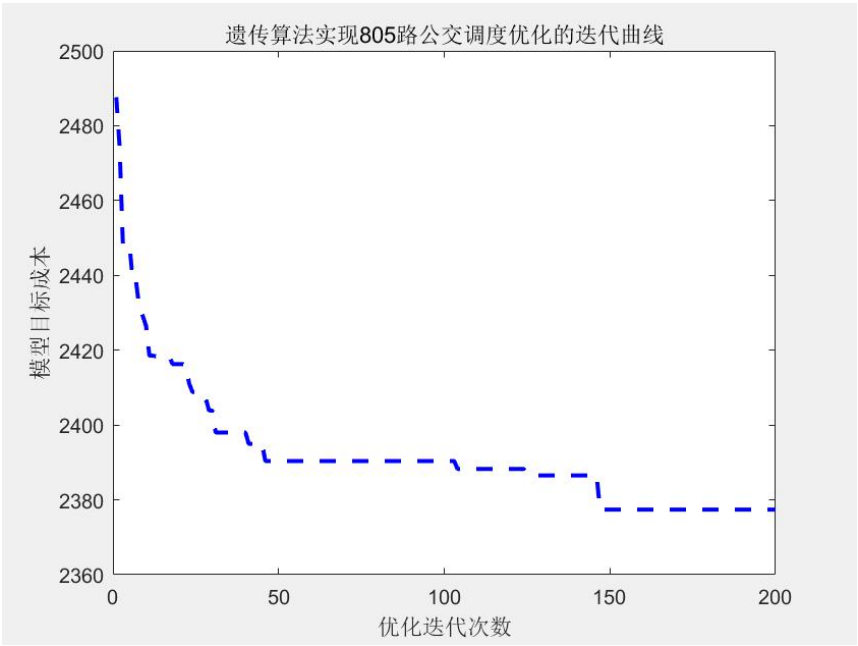


图 13 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 8 所示：

表 8 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
40, 25, 28, 23, 21, 19, 16, 39	0. 10	1. 31	2377. 39

（3） 常规，上行，权重系数 $\alpha = 0.75$ 、 $\beta = 0.25$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40：

仿真结果如图 14 所示：

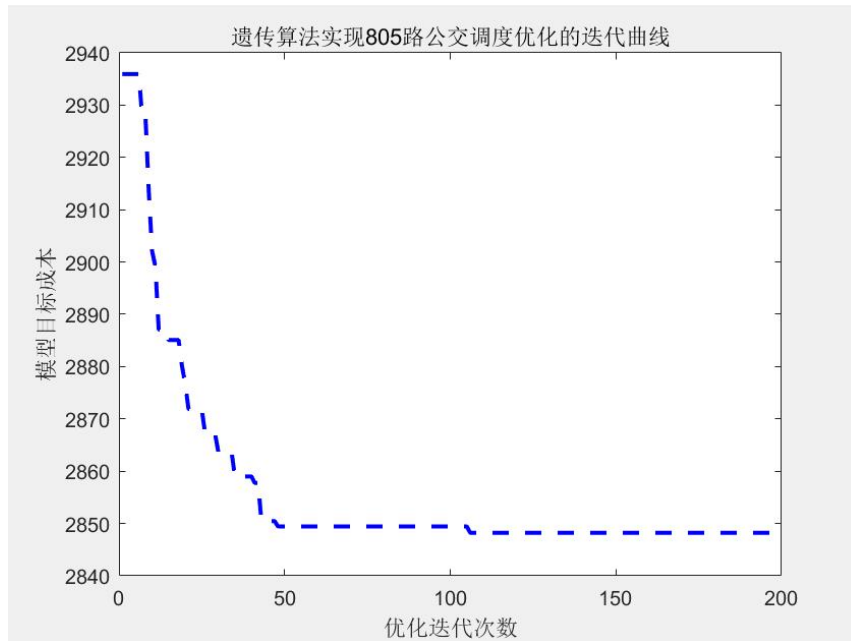


图 14 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 9 所示：

表 9 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
40, 18, 44, 30, 18, 19, 21, 44	0.60	1.35	2848.23

（4） 常规，下行，权重系数 $\alpha = 0.75$ 、 $\beta = 0.25$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40：

仿真结果如图 15 所示：

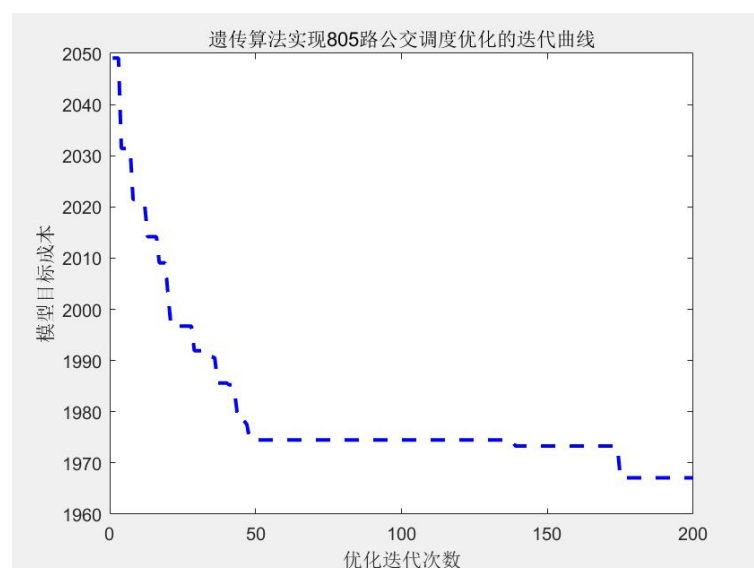


图 15 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 10 所示：

表 10 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
39, 32, 45, 44, 33, 35, 27, 45	0. 41	1. 90	1967. 08

（5） 常规，上行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40：

仿真结果如图 16 所示：

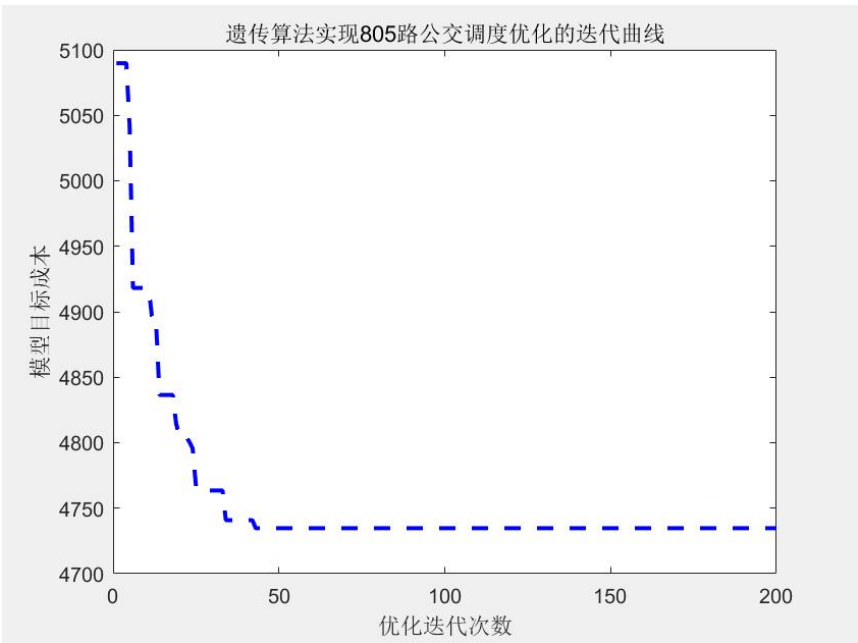


图 16 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 11 所示：

表 11 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
28, 19, 33, 24, 21, 22, 18, 41	0. 56	1. 26	4734. 76

（6） 常规，下行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 15-45，最大发车次数 40：

仿真结果如图 17 所示：

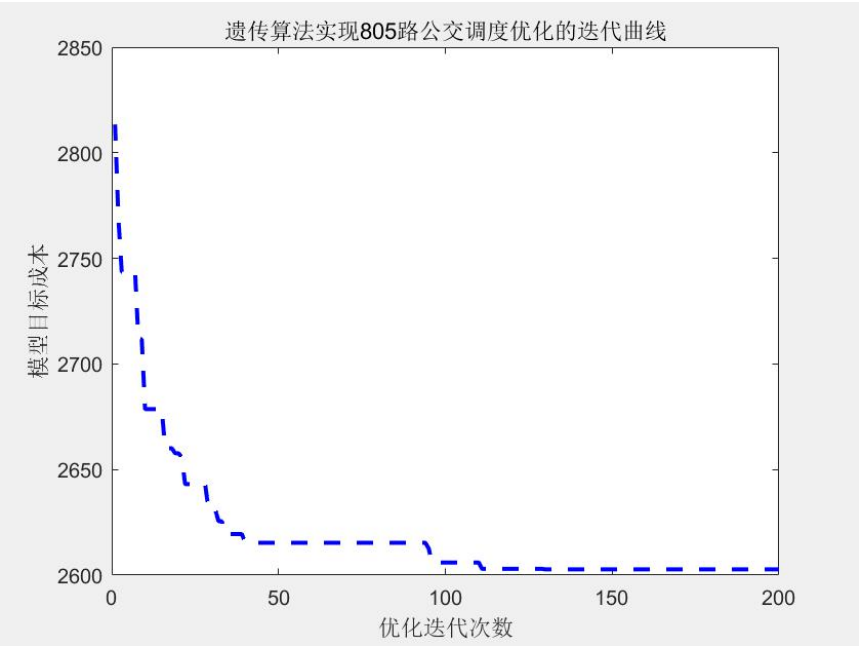


图 17 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 12 所示：

表 12 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
40, 24, 27, 25, 21, 19, 16, 40	0.09	1.32	2602.74

（7）买菜，上行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 10-40，最大发车次数 45：

仿真结果如图 18 所示：

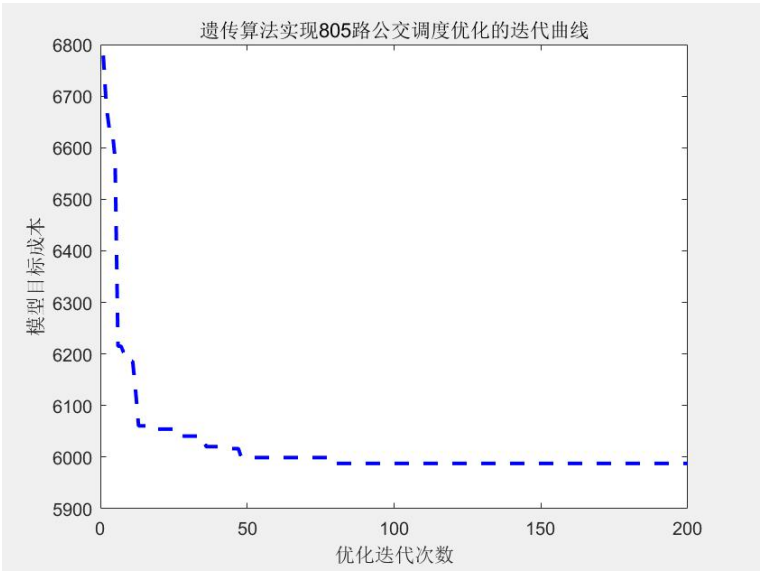


图 18 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 13 所示：

表 13 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
30, 19, 16, 17, 18, 22, 25, 39	0. 64	1. 19	5987. 74

（8）买菜，下行，权重系数 $\alpha = 0.25$ 、 $\beta = 0.75$ ，发车间隔 10-40，最大发车次数 45：

仿真结果如图 19 所示：

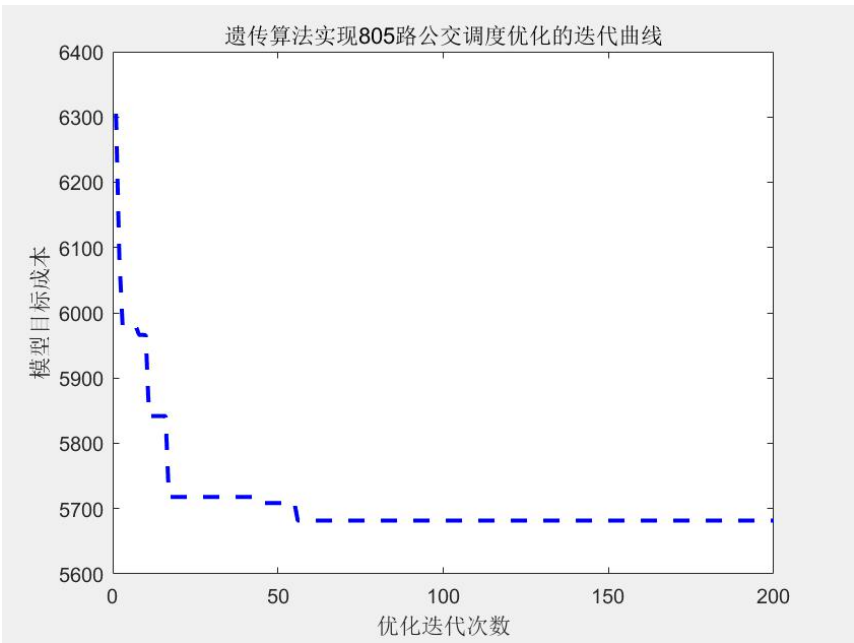


图 19 公交车调度优化结果

在该权重系数下，所求得的不同时段发车间隔和目标函数值如表 14 所示：

表 14 公交车调度优化结果

各时段发车间隔（分钟）	公交公司收益 （元/人）	乘客出行成本 （元/人）	目标函数值 （元）
24, 22, 20, 18, 17, 21, 24, 28	0. 61	1. 21	5681. 63

5.3 结果分析

本章对于 805 路公交车的优化的实际方案是在权重系数各为 0.5 的基础上进行研究，然后分别更改乘客与公交公司的权重系数，与本章中权重系数为 0.5 的方案进行对比分析。现存的调度计划是由青岛市真情巴士公交公司相关调度人员根据经验编制的，我们采用相同的方法，将整个运营周期划分为 8 个时间段，然

后将青岛市真情巴士公交公司相关调度人员手工确定公交发车间隔与本章优化后的发车间隔与发车次数相对比，查看大体情况是否相同，并比较一些细节问题即可看出本章算法优化的效果。

线路当前发车间隔与发车次数如表 15 所示。

表 15 线路当前发车间隔与发车次数

时间段	平均发车间隔（分钟）	发车次数（次）
06:00-08:00	30	4
08:00-10:00	20	6
10:00-12:00	40	3
12:00-14:00	24	5
14:00-16:00	20	6
16:00-18:00	20	6
18:00-20:00	24	5
20:00-22:00	30	4

根据本文模型求解的优化后的发车间隔与发车次数如表 16 所示。

表 16 本章优化后的发车间隔与发车次数

时间段	平均发车间隔（分钟）	发车次数（次）
06:00-08:00	40	3
08:00-10:00	18	6
10:00-12:00	30	4
12:00-14:00	25	5
14:00-16:00	20	6
16:00-18:00	16	7
18:00-20:00	20	6
20:00-22:00	45	2

由表 5.7 可以看出，该线路当前的运营周期的划分主要是考虑早高峰和晚高峰的情况。其他区域都是取整数，没有根据线路实际情况综合考虑。本文模型求解的优化后的发车间隔与发车次数是基于实际的客流数据，根据算法进行调度时间段的划分，每项数据都有理有据。其中充分考虑了早晚两个高峰期的同时，根据现有客流量将整天的发车间隔合理分配，有利于合理调度。该线路当前的总发车次数为 41 次，而本文求解的线路总发车次数为 39 次，公交车辆的发车车次减少，一定程度上也节省了公交成本。

其他情况也可以同理分析，此处就不再一一列举。

可以看出，不管是从发车车次上、公交公司的运营成本上还是乘客的出行成本上，本文提出的调度方案都明显要优于当前存在的实际调度方案，并且能同时节省公交公司与乘客的成本，达到共同收益。

5.4 本章小结

本章结合前面二、三、四这三章的内容，通过 MATLAB 软件，用遗传算法进行仿真实验。仿真结果显示，本文设计的遗传算法的整体性能均达到了预期，算法成功地对公交线路进行了合理的优化，分析阶段将模型求解得到优化目标结合第二章的数据分析，得出模型求解的目标成本确实要优于现今成本且具有其理论依据。本章测试结果证明，本设计不仅提高了乘客乘车的满意度，同时也可以减少公交公司的成本，使两者的利益同时最大化。

第 6 章 结论与展望

6.1 结论

本节将从以下几个方面对本文的仿真实验结果进行分析：

6.1.1 遗传算法实现调度优化相比于传统经验判断方法的优越性

本文第五章仿真实验模块进行了多次不同系数的测试，从图 5.1、图 5.2 和图 5.3 中我们可以看出，三次测试均进行 200 次迭代次数，本设计均在 150-200 次之间达到局部最优解，证明本节所选的参数合理，能够达到最优。由表 5.3、表 5.4 和表 5.5 我们可以发现：

精度方面：本文使用的遗传算法实现调度优化相比于传统经验判断方法，运用遗传算法所求得的模型各运营时段发的车间隔精度很高很多，能够达到人工远达不到的精度。

速度方面：本节所用算法运行时间维持在 1 分钟以内，能够迅速求出优化模型的全局最优解。相比之下，传统经验判断方法需要参考数据偏多，需要人工进行计算数量庞大，十分消耗时间。

结果方面：使用遗传算法优化结果符合“人多时发车间隔小，人少时发车间隔大”的调度经验，相比人工求解求解效果较好。

综上所述，遗传算法实现调度优化不管从性能、精度、效率、速度等各个方面，都要明显优于传统的经验判断方法，本章这也为城市公交车辆调度优化问题的求解提供了一种有效的手段。

6.1.2 遗传算法实现调度优化可以侧重不同利益主体

根据表 5.3、表 5.4 和表 5.5 我们可以发现，当公交公司运营成本的权重系数 α 变大时，同一时间段内的发车间隔会变大，总体的发车频率渐小，从而公交车运营成本降低；反之，当乘客出行成本的权重系数 β 变大时，同一时间段内的发车间隔会变小，总发车频率增加，乘客的在途时间不变但等车时间变短，则其出行成本降低。

虽然模型的优化成本一直在随着权重系数 α 和 β 变化而发生变化，但最终

求解的模型优化结果，也就是一天内各个时间段的发车间隔，始终保持着：高峰期的发车间隔小，低需期的发车间隔大这一特点，这与实际的客流规律是一致的。综合来说，公交公司应当在保障自身盈利的基础上，最大程度的满足乘客的出行需求，提高乘客的舒适度，降低乘客的费用。因此可根据公交公司的内部盈利需求以及实际情况，来调整权重系数，以实现公交公司和乘客的双方共赢，共同利益最大化。

6.2 展望

城市公交车辆调度优化问题是一个十分广泛且复杂的课题，本文基于很多现有的资料的基础上做了一些研究，并且取得了一定的成果，但是由于研究时间的限制和本人知识水平的限制，本文涉及到的内容存在着很多不足，需要在今后的工作中继续深入探讨和解决：

1. 本文所得到的优化结果是在假设所有公交车辆完全均匀发车、公交车辆准时发车到站和全程保持匀速行驶且没有任何意外停滞等理想条件下得到的，但在实际情况中，必然会出现有众多不确定因素，例如公交车辆不一定会准时发车到站、有的路上红绿灯多等，导致假设与实际不符。在未来的研究中应考虑更多的现实影响因素，使得本模型更加全面，更加符合实际需求。

2. 本文构建的模型适用于城市公交车辆的单线调度优化问题,并且研究的仅是公交车辆静态调度形式，并且时间分段为两小时，研究的结果虽然能基本满足实际需要，但在实际应用中仍然需要借助相关技术手段，静态调度和动态调度相结合，共同完成公交车的调度工作。

3. 本文采用的遗传算法参数的合理性还需要进一步研究论证。

参考文献

- [1] 孙继洋,黄建玲,陈艳艳,魏攀一,贾建林,宋程程.响应动态需求的灵活型公交路径优化调度模型[J].北京工业大学学报,2021,47(03):269-279.
- [2] 雷永巍,林培群,姚凯斌.互联网定制公交的网络调度模型及其求解算法[J].交通运输系统工程与信息,2017,17(01):157-163.
- [3] 云亮,蒋阳升,宋雪梅.机动式辅助客运系统(MAST)及其研究进展综述[J].交通运输工程与信息学报,2009,7(04):79-83+123.
- [4] 沈昱,关函非.响应需求公交系统分析与实施要点研究[J].交通与运输(学术版),2010(02):75-78.
- [5] CHEN P,NIE Y.Optimal design of demand adaptive paired-line hybrid transit:case of radial route structure[J].Transportation Research Part E:Logistics & Transportation Review,2018(110):71-89.
- [6] 郭晨.面向轨道交通的灵活型接驳公交站点选址研究[D].山东大学,2015.GUO C.Locating flexible feeder bus stations to connect urban railway systems[D].Jinan:Shandong University,2015.(in Chinese)
- [7] CEDER A.Integrated smart feeder/shuttle transit service:simulation of new routing strategies[J].Journal of Advanced Transportation,2013,47(6):595-618.
- [8] 潘述亮,俞洁,卢小林,邹难.灵活型公交服务系统及其研究进展综述[J].城市交通,2014,12(02):62-68.PAN S L,YU J,LU X L,et al.Review of flexible transit service[J].Urban Transport of China,2014,12(2):62-68.(in Chinese)
- [9] PRATELLI A,SCHOEN F.A mathematical programming model for the bus deviation route problem[J].Journal of the Operational Research Society,2001,52(5):494-502.
- [10] KIM M E,SCHONFELD P.Integration of conventional and flexible bus services with timed transfers[J].Transportation Research Part B:Methodological,2014,68:76-97.
- [11] TANG J,YANG Y,QI Y.A hybrid algorithm for urban transit schedule optimization[J].Physica A:Statistical Mechanics and its Applications,2018,512:745-755.
- [12] NAM K,PARK M.Improvement of an optimal bus scheduling model based on transit smart card data in Seoul[J].Transport,2018,33(4):981-992.
- [13] SONG C,GUAN W,MA J,et al.Improved genetic algorithm with gene recombination for bus crew scheduling problem[J].Mathematical Problems in Engineering,2015,1:1-14.
- [14] QUADRIFOGLIO L,DESSOUKY M.Insertion heuristic for scheduling mobility allowance shuttle transit (MAST) services:sensitivity to service area[J].Computer-Aided System

- s in Public Transport, Springer Series: Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 2007, 600: 419-437.
- [15] QUADRIFOGLIO L, DESSOUKY M M. Sensitivity analyses over the service area for mobility allowance shuttle transit (MAST) services [J]. Computer-aided Systems in Public Transport, 2008, 600: 419-432.
- [16] KOFFMAN D. Operational experiences with flexible transit services: a synthesis of transit practice [R]. Washington, D C.: Transportation Research Board, 2015.
- [17] TSUBOUCHI K, YAMATO H. Adapted scheduling algorithm for on-demand bus system [J]. International Journal of Intelligent Transportation Systems Research, 2012, 10(2): 82-92.
- [18] CHEN P, NIE Y. Optimal transit routing with partial online information [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2015, 72: 40-58.
- [19] 王凤刚. 公共交通运营调度优化方案研究 [D]. 济南: 山东大学, 2015. [WANG F G. Research on the optimization of public transport scheduling [D]. Jinan: Shandong University, 2015.]
- [20] 陈少华. 基于模拟退火算法的公交车辆排班方法研究 [D]. 北京: 北京邮电大学, 2018. [CHEN S H. The research on vehicle scheduling problem based on simulated annealing algorithm [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2018.]
- [21] 张莉. 城市公交车辆调度优化研究 [D]. 西安: 长安大学, 2018. [ZHANG L. Study on urban bus dispatching optimization [D]. Xi'an: Chang'an University, 2018.]
- [22] 付晓, 顾宇, 刘志远. 多模式公交网络中考虑定制公交的活动与出行建模 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2019, 19(4): 20-27. FU X, GU Y, LIU Z Y. Scheduling activity and travel patterns in multi-modal transit networks with customized bus services [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2019, 19(4): 20-27. (in Chinese)
- [23] 熊杰. 接驳地铁的社区公交微循环系统优化研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2015. XIONG J. Research on optimal microcirculation system of community shuttle linked with metro service [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2015. (in Chinese)
- [24] 潘述亮. 面向换乘站点的灵活型公交微循环系统设计理论与方法研究 [D]. 济南: 山东大学, 2015. PAN S L. The design theory and methodology of flexible microcirculation transit system oriented on the transfer station [D]. Jinan: Shandong University, 2015. (in Chinese)
- [25] 郭晓俊. 基于需求响应的实时定制公交系统研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2016. GUO X J. Research of demand response based real-time custom bus system [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016. (in Chinese)