

最优化方法第二次作业

王天柱

2023 年 10 月 24 日

Problem1. 带 l_2 惩罚的部分优化问题

考虑问题

$$\min_{\beta, \sigma \geq 0} f(\beta) + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^n g(\beta_i, \sigma_i) \quad (1)$$

其中 f 为定义在 \mathbb{R}^n 上的凸函数, $\lambda \geq 0$, 且

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{y} + y & \text{if } y > 0 \\ 0 & \text{if } x=0, y=0 \\ \infty & \text{else.} \end{cases}$$

1. 证明 g 是凸函数, 即上述问题是凸优化问题
2. 证明:

$$\min_{y \geq 0} g(x, y) = 2|x|$$

3. 证明(??)中对于 $\sigma \geq 0$ 的优化可得 l_1 惩罚问题:

$$\min_{\beta} f(\beta) + \lambda \|\beta\|_1$$

Solution: