Matlab编程训练题（一）：找出10万以内的所有亲和数对

**说明：什么是亲和数？**

亲和数是这样一对正整数a和b，使得a的所有真因子的和等于b，而b的所有真因子的和等于a。亲和数问题最早由毕达哥拉斯学派发现和研究的。他们在研究数字的规律的时候发现有以下的性点的两个数：

1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284，

1+2+4+71+142=220，

就是220的真因子是1、2、4、5、10、11、20、22、44、55、110，它们的和是284；284的真因子是1、2、4、71、142，其和恰好是220。这是最早发现的一对亲和数，也是最小的一对亲和数。

考虑到1是每个整数的因子，把除去整数本身之外的所有因子叫做这个数的“真因子”。如果两个整数，其中每一个数的真因子的和都恰好等于另一个数，那么这两个数，就构成一对“亲和数”。

3**对亲和数有兴趣的人**大约在公元9世纪，杰出的阿拉伯数学家本·科拉建立了一个有名的亲和数公式：

设a=3·2x-1，b=3·2x-1-1，c=9·22x-1-1， 这里x是大于1的自然数，如果a、b、c全是素数的话，那么2x·ab与ax·c。便是一对亲和数。

例如，当x=2时，我们不难算出a=11，b=5，c=71，它们全都是素数，所以2x·ab=22·11·5=220； 2x·c=22·71=284。

后来的人们对亲和数研究一直保持着极大的兴趣，特别是大数学家费尔马、笛卡尔和欧拉等都曾经研究过亲和数。1636年法国数学家费马发现了第二对亲和数，它们是17962与18416。1638年笛卡尔给出了第三对亲和数。第三对和第四对亲和数，即17926与18416及9363548与9437506。

要数对亲和数做过比较深入研究和为寻找亲和数花了很多功夫的人应当是瑞士的著名数学家欧拉。1747年大数学家欧拉一下子找出了30对，3年后，1750年欧拉向公众宣布了另外的30对亲和数，这样亲和数的数量又增加到了62对，并给出了一个有62对亲和数表。这样大的进展真的给人们一个大的惊喜。可是这样一来，人们反倒觉得既然大数学家欧拉都已经研究过亲和数了，而且他一个人就发现了60对亲和数。欧拉算出了长达几十位、天文数字般的亲和数，那么应该能够计算的数可能都被欧拉找出来了，肯定不会有什么遗漏。

但是，让人没有想到的是，除去最小的220与284之外，另一对亲和数1184与1210竟然被欧拉和另外几位数学大师都漏过了。这对亲和数是在一百多年之后，当“亲和数”的话题不那么热了，似乎已被世人淡忘的时候，1886年一个16岁的意大利男孩帕加尼尼发现这对亲和数，如果把亲和数按从小到大的顺序排列，那么这个少年发现的亲和数是排在第二位。这也可以说明一个现象，就是“百密一疏”，被漏过的恰恰是近在第一对亲和数身旁的第二对1184与1210，最容易的反倒是被人忽略了。

对于亲和数的性质我们知道的还不多，能否用一个公式求出所有的亲和数也不清楚。但是随着计算机的性能不断地提高，利用计算机计算亲和数要比过去容易得多，可以找出更多的亲和数。

目前已经知道的有1000多对亲和数，而10000以内的只有5对，在100000以内有13对，它们是：220和284、1184和1210、2620和2924、5020和5564、6232和6368、10744和10856、12285和14595、17296和18416、63020和76084、66928和66992、67095和71145、69615和87633、79750和88730。