

1001 95计费法

设 $dp_{i,j}$ 表示考虑了前 i 个数，分成 j 段，的最小的 95 分位点之和。转移即是枚举下一段是从 i 到谁。预处理每个区间的 95 分位点即可。时间复杂度 $O(n^2m)$ 。

1002 客户预警

求出前缀和数组 $sum_i = \sum_{j=1}^i a_j$ ，于是第 i 个月就可以用 $sum_i - sum_{i-k_1} < p\% \cdot (sum_i - sum_{i-k_2})$ 来判断了。

1003 直播

二分答案，这样就知道了每条边最多允许多少项传输工作。如果没有 CDN 节点，就可以直接跑网络流看看是否满流。

枚举每个 CDN 节点选或不选，不选的直接扔掉，选的我们要保证它既要从 1 号点有流量流过来，也要使得它能流出去无穷的流量。

有至少两种建图方法可以实现，一是将每个 CDN 节点拆成一个入点和一个出点，入点向出点连一条下界为 1 的边，源点向出点连一条容量为无穷的边，跑上下界网络流，判断是否满流。

二是将每个 CDN 节点拆成一个入点和一个出点，入点向汇点连一条容量为 1 的边，源点向出点连一条容量为无穷的边，跑普通网络流，判断是否满流。

1004 机器人

横纵坐标是独立的。对于每一维，问题变成：有一个序列，每个元素为 +1、0 或 -1，每次选出一段区间并给出一个 x ，问 x 经过这段区间的操作之后（不可越界）会变成什么。支持单点修改。

注意一个性质：对于任意一段区间 $[l, r]$ 来说，如果存在一个 x_0 它执行这段区间的操作会碰到左边界（即某个时刻 $x_0 = 1$ ），那么所有 $1 \leq x \leq x_0$ 也会在同一时刻碰到左边界，因此它们的答案是相同的。同理，如果存在 x_1 会在某个时刻碰右边界，那么 $x_1 \leq x \leq n$ 都会碰右边界，它们的答案也是相同的。

因此，对于任意一段区间 $[l, r]$ 来说，设 $f_{[l,r]}(x)$ 表示 x 经过这段区间后会变成哪个数，那么 $f_{[l,r]}(x)$ 的形状是一条水平线段 + 一条斜率为 1 的线段 + 一条水平线段。

这个结构是支持区间合并的，因此用线段树维护 f 即可。

1005 带权子集和

把 $sum(S)^k$ 展开，相当于：先从 A 中选定一个子集 S ，系数为 $x^{|S|}$ ，然后有 k 个位置，每个位置选一个 S 中的数，乘起来，求和。即：

$$\sum_{S \subseteq A, S \neq \emptyset} sum(S)^k \cdot x^{|S|} = \sum_{S \subseteq A, S \neq \emptyset} x^{|S|} \sum_{s_1 \in S} \sum_{s_2 \in S} \cdots \sum_{s_k \in S} s_1 s_2 \cdots s_k$$

考虑 A 中每个数 a_i 产生的贡献：它要么不被选入 S ；要么被选入 S 但是不进入 k 个位置；要么使用了 k 个位置中的若干个，因此其指数生成函数为：

$$F_i(y) = 1 + x + xa_i y + \frac{xa_i^2 y^2}{2!} + \frac{xa_i^3 y^3}{3!} + \cdots + \frac{xa_i^k y^k}{k!}$$

其中第一项 1 表示不选入 S ，第二项 x 表示选入 S 但不进入 k 个位置，后续项表示使用了 k 个位置中的若干个。

答案就是 $k! \cdot [y^k] \prod_{i=1}^n F_i(y)$ 。

1006 信道定向

首先考虑答案的下界。考虑度数最大的节点 x ，它的入度和出度至少有一个 $\geq \lceil \frac{dg_x}{2} \rceil$ ，因此答案的下界是 $\max_x (\lceil \frac{dg_x}{2} \rceil)$ 。

其次这是可以达到的。比如经典的“一笔画”相关问题中的方法，用若干条从奇点至奇点的路径以及若干条欧拉回路覆盖这幅图即可。

1007 三角函数

先用 $\cos(0)$ 得到 1，即 $\sqrt{\frac{1}{1}}$ 。

如果已经得到了 $\sqrt{\frac{p}{q}}$ ，那么 \arctan 它会得到一个对边为 \sqrt{p} 、邻边为 \sqrt{q} 、斜边为 $\sqrt{p+q}$ 的角，再 \sin 会得到 $\sqrt{\frac{p}{p+q}}$ ，或者 \cos 会得到 $\sqrt{\frac{q}{p+q}}$ 。

于是就可以用辗转相减法的思路去得到目标数值了。