

数值代数上机报告

一、数值结果与分析

对于 84 阶方程组

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & & & \\ 8 & 6 & 1 & & \\ & 8 & 6 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 8 & 6 & 1 \\ & & & & 8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 15 \\ 15 \\ \vdots \\ 15 \\ 14 \end{bmatrix} \quad (1)$$

真解为 $x = [1 \dots 1]^T$ (元素全为 1 的 84 的矩阵)

利用 matlab 分别编写不选主元 Gauss 消去法与列主元 Gauss 消去法的函数计算得到解，再计算所得解与真解相比误差的二范数与无穷范数

利用不选主元 Gauss 消去法得到的解为 x_1

利用列主元 Gauss 消去法得到的解为 x_2

计算得 $\|x_1 - x\|_2 = 7.259 \times 10^8$, $\|x_2 - x\|_2 = 3.782 \times 10^{-6}$

$\|x_1 - x\|_\infty = 5.368 \times 10^8$, $\|x_2 - x\|_\infty = 2.797 \times 10^{-6}$ 计算时间都约为 0.02s

利用不选主元 Gauss 消去法可能会由于小主元与机器精度使计算结果误差很大，而列主元 Gauss 消去法可以避免这一点

在矩阵 A 中有小主元的比较病态的情况，应用列主元 Gauss 消去法代替不选主元 Gauss 消去法，一般来说可以大大提高计算精度，并且需要额外付出的时间代价微乎其微！

二、matlab 程序代码

```
function [ x ] =LUsolve(A, b)
%LUsolve
%对于方程Ax=b, 利用LU分解法求解

n = size(A,1);
U=zeros(n,n);
L=zeros(n,n);
B=A;
for i=1:n-1
    B(i+1:n,i)=B(i+1:n,i)/B(i,i);
    B(i+1:n,i+1:n)=B(i+1:n,i+1:n)-B(i+1:n,i)*B(i,i+1:n);
```

```

end
for i=1:n
    U(i,:)=zeros(1,i-1),B(i,i:n)];
    L(i,:)=B(i,1:i-1),1,zeros(1,n-i)];
end
for i=1:n
    z(i)=b(i);
    for j=1:i-1
        z(i)=z(i)-L(i,j)*z(j);
    end
end
x = zeros(n,1);
for i=0:n-1
    x(n-i)=(z(n-i)-U(n-i,n-i+1:n)*x(n-i+1:n,1))/U(n-i,n-i);
end
end

function [ x ] =LUcolumnsolve(A, b)
%LUcolumnsolve此处显示有关此函数的摘要
%对于方程Ax=b, 利用LU列主元分解法求解

n = size(A,1);
u=zeros(n,1);%记录置换矩阵P
U=zeros(n,n);
L=zeros(n,n);

B=A;
for i=1:n-1
    [a1,a2]=max(B(i:n,i));
    u(i)=a2+i-1;
    t1=B(i,:);
    B(i,:)=B(a2+i-1,:);
    B(a2+i-1,:)=t1;
    B(i+1:n,i)=B(i+1:n,i)/B(i,i);
    B(i+1:n,i+1:n)=B(i+1:n,i+1:n)-B(i+1:n,i)*B(i,i+1:n);
end%矩阵B存储了L,U的信息
for i=1:n
    U(i,:)=zeros(1,i-1),B(i,i:n)];
    L(i,:)=B(i,1:i-1),1,zeros(1,n-i)];
end
for i=1:n-1
    t=b(i);
    b(i)=b(u(i));
    b(u(i))=t;
end
z = zeros(n,1);
for i=1:n

```

```

    z(i)=b(i);
    for j=1:i-1
        z(i)=z(i)-L(i,j)*z(j);
    end
end
x = zeros(n,1);
for i=0:n-1
    x(n-i)=(z(n-i)-U(n-i,n-i+1:n)*x(n-i+1:n,1))/U(n-i,n-i);
end
end

b=ones(84,1)*15;
b(1)=7;
b(84)=14;
A=full(spdiaags([ones(84,1)*8,ones(84,1)*6,ones(84,1)],[-1 0 1],84,84));
x1=LUsolve(A,b);
x2=LUcolumnsolve(A,b);
c=ones(84,1);
r1=norm(x1-c,2)
r2=norm(x2-c,2)

```