Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1

Дисциплина: Телекоммуникационные технологии

Тема: Сигналы телекоммуникационных систем

Выполнил студент гр. 33501/4 ________________ Жуйков А.А.
(подпись)

Преподаватель ________________ Богач Н.В.
(подпись)

«_____» _____________2018 г.

Санкт-Петербург

2018

1 Цель работы.

Познакомиться со средствами генерации и визуализации простых сигналов.

2 Постановка задачи.

В командном окне MATLAB и в среде Simulink промоделировать синусоидальный и прямоугольный сигналы с различными параметрами. Получить их спектры. Вывести на график.

3 Теоретические положения.

3.1 Классификация сигналов.

Сигнал – это носитель информации, используемый для передачи сообщений в системе связи. Чаще всего он рассматривается как зависимость напряжения от времени.

Сигналы делятся на *дискретные* и *непрерывные*. В случае, когда параметр сигнала принимает последовательное во времени конечное число значений, сигнал называется дискретным. Непрерывный сигнал принимает множество значений из некоторого диапазона. Между значениями, которые он принимает, нет разрывов.

Сигнал может быть *периодическим* или *непериодическим*. К периодическим относят гармонические и полигармонические сигналы. Для периодических сигналов выполняется общее условие:

$$s(t) = s(t + kT),$$

где $k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$ – любое целое число, T – период, являющийся конечным отрезком независимой переменной. К непериодическим сигналам относят почти периодические и апериодические сигналы. Основным инструментом их анализа является частотное представление.

По длительности сигналы делятся на *бесконечные* и *конечные (финитные)*. Финитные сигналы — это сигналы конечной длительности, т.е. существующие на конечном временном интервале. Они отличны от нуля на этом интервале и равны нулю за его пределами.

Дельта-функция $\delta(t)$, или *функция Дирака*, представляет собой бесконечно узкий импульс с бесконечной амплитудой, расположенный при нулевом значении аргумента функции:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0; \\ \infty, & t = 0. \end{cases}$$

При этом выполняется соотношение:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1.$$

Несмотря на физическую нереализуемость, дельта-функция играет значительную роль для теоретического анализа сигналов и систем. Одно из важных свойств функции Дирака – это фильтрующее свойство:

$$\int_{A}^{B} f(t)\delta(t-t_0)dt = \begin{cases} f(t_0), & t_0 \in [A,B]; \\ 0, & t_0 \notin [A,B], \end{cases}.$$

где пределы A и B могут быть бесконечными.

3.2 Ряд Фурье. Прямое и обратное преобразование Фурье.

Разложению в *ряд Фурье* могут подвергаться периодические сигна- лы. При этом они представляются в виде суммы гармонических функций либо комплексных экспонент с частотами, образующими арифметическую прогрессию. Для того чтобы такое разложение существовало, фрагмент сигнала длительностью в один период должен удовлетворять условиям Дирихле:

- не должно быть разрывов 2-ого рода;
- число разрывов 1-ого рода должно быть конечно;
- число экстремумов должно быть конечным.

Для непериодических сигналов разложение в ряд Фурье неприменимо, но эта проблема решается путем предельного перехода в предположении, что сигнал имеет период, стремящийся к бесконечности.

В синусно-косинусной форме ряд Фурье имеет следующий вид:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)). \tag{3.1}$$

Коэффициенты a_k и b_k рассчитываются по формулам:

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cos(k\omega t)dt,$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\sin(k\omega t)dt,$$

Применив к формуле 3.1 тригонометрические преобразования, можно заменить сумму синуса и косинуса на косинус той же частоты с иной амплитудой и некоторый начальной фазой. В результате получается вещественная форма ряда Фурье:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t + \varphi_k),$$

где $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\varphi = \arctan(b_k/a_k)$.

Наиболее часто в радиотехнике употребляется комплексная форма ряда Фурье:

$$\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx}).$$

Совокупность амплитуд гармоник ряда Фурье часто называют амплитудным спектром, а совокупность фаз – фазовым спектром.

Преобразование Фурье – это инструмент спектрального анализа непериодических сигналов.

Переход от ряда Фурье к преобразованию Фурье осуществляется путем устремления периода сигнала к бесконечности. При этом гармоники в ряду Фурье располагаются настолько плотно, что делают спектр непрерывным. Результатом вычислений является функция частоты $S(\omega)$ – *спектральная функция* сигнала $s(t)$. Формула *преобразования Фурье*:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Обратное преобразование Фурье:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

При использовании частоты f формулы принимают вид:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad \text{и} \quad s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f t} df.$$

Модуль спектральной функции называют амплитудным спектром, а её аргумент – фазовым спектром.

Таким образом, преобразование Фурье ставит в соответствие сигналу, заданному во времени, его спектральную функцию. При этом говорят, то осуществляется *переход из временной области в частотную.* Преобразование Фурье взаимно-однозначно, поэтому представление сигнала в частотной области (спектральная функция) содержит столько же информации, сколько и исходный сигнал, заданный во временной области.

4 Ход работы.

4.1 Прямоугольный импульс.

Единичный прямоугольный импульс, центрированный относительно начала отсчета времени, с амплитудой A и длительностью T можно представить выражением:

$$s(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases}$$

Ниже на Рис. 4.1 приведен импульс с амплитудой 1 и длительностью 0.2, полученный в Matlab. На Рис. 4.2 представлен спектр данного импульса.

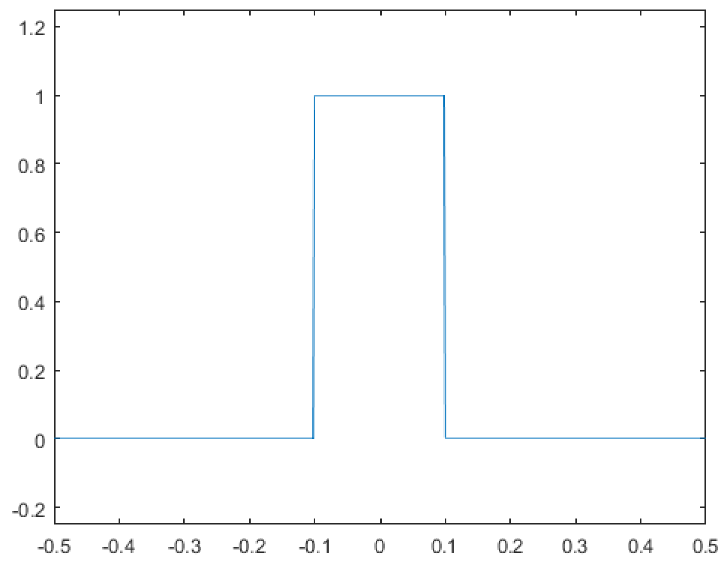

Рис. 4.1: Единичный прямоугольный импульс.

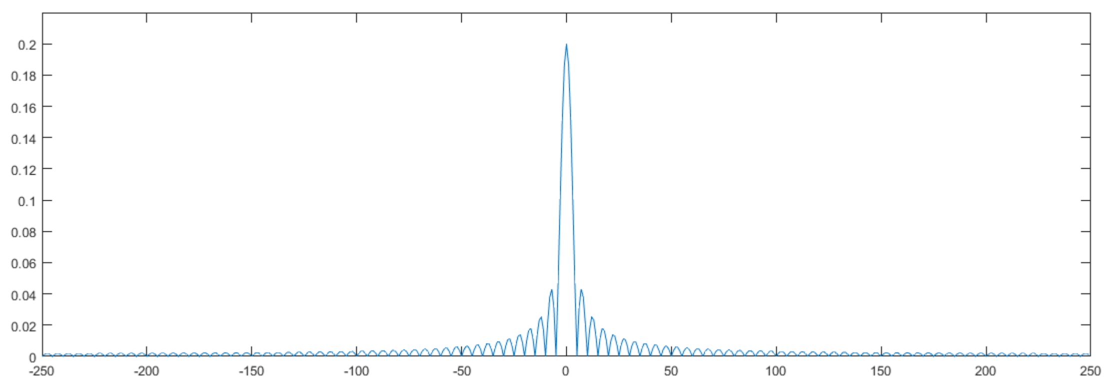

Рис. 4.2: Спектр единичного прямоугольного импульса.

4.2 Гармонический сигнал.

Одним из наиболее часто используемых типов периодических сигналов является гармоническое колебание, описываемое уравнением $s(t) = Asin(\omega_0 t + \varphi_0)$, где A – амплитуда, $\omega_0 = 2\pi f_0$ – круговая частота, φ_0 – начальная фаза. Величина $(\omega_0 t + \varphi_0)$ определяет полную фазу сигнала. Таким образом, гармоническое колебание полностью характеризуется тремя параметрами: частотой (или периодом), амплитудой и фазой.

В Matlab был получен синусоидальный сигнал с различной частотой: 5 Гц (Рис. 4.3), 100 Гц (Рис. 4.4) и 500 Гц. На Рис. 4.5 – 4.7 представлены спектры этих сигналов.

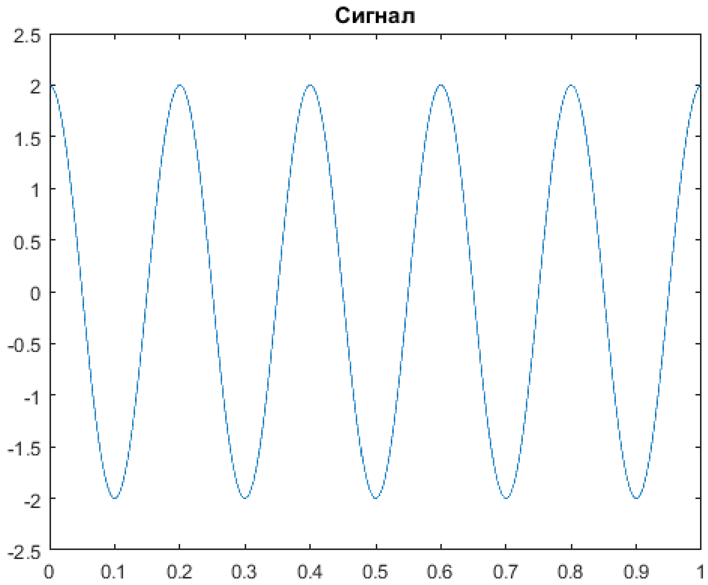

Рис. 4.3: Синусоидальный сигнал. $f_0 = 5$ Гц.

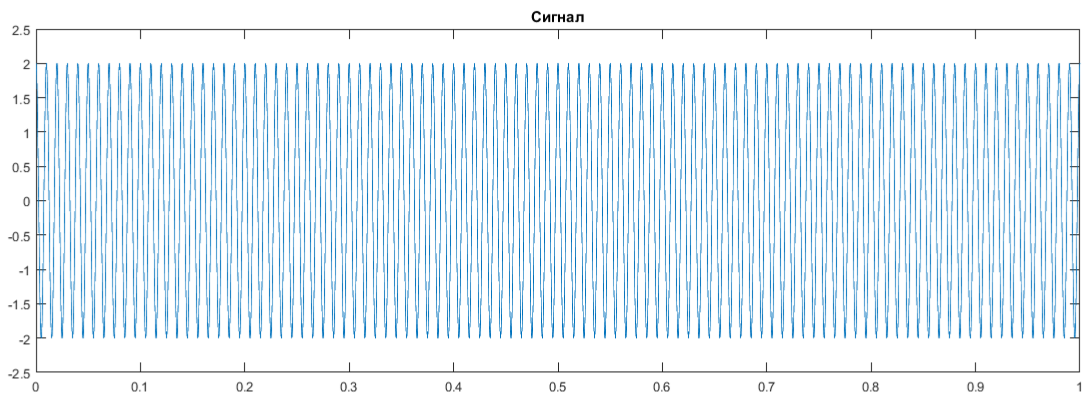

Рис. 4.4: Синусоидальный сигнал. $f_0 = 100$ Гц.

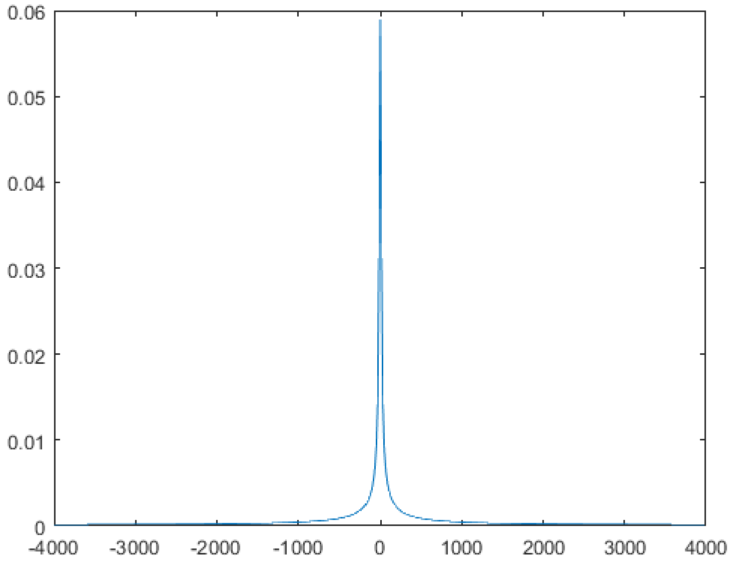

Рис. 4.5: Спектр синусоидального сигнала. $f_0 = 5$ Гц.

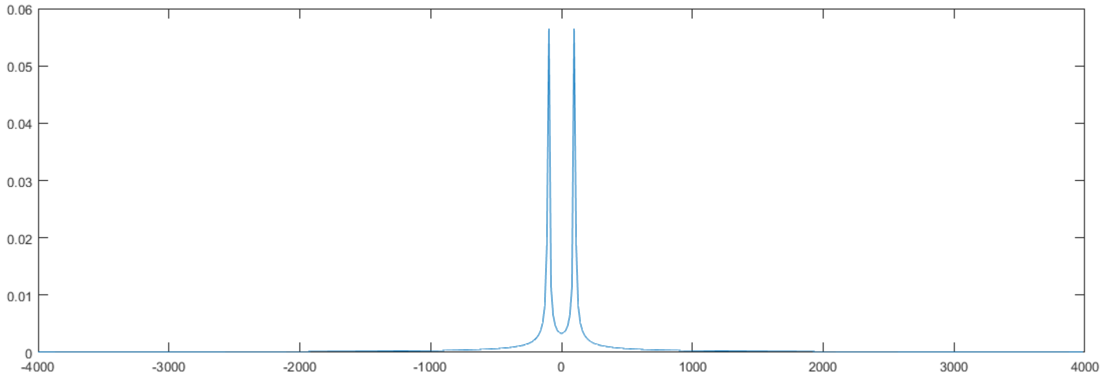

Рис. 4.6: Спектр синусоидального сигнала. $f_0 = 100$ Гц.

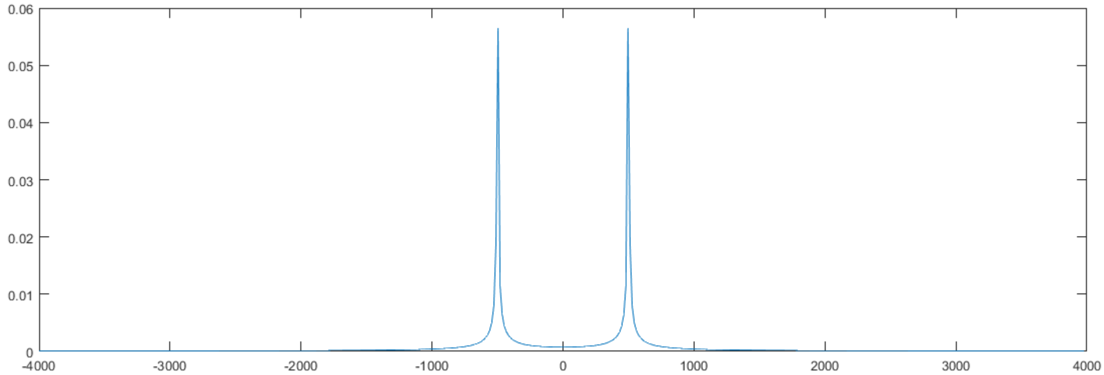

Рис. 4.7: Спектр синусоидального сигнала. $f_0 = 500$ Гц.

4.3 Треугольный сигнал.

Треугольный периодический сигнал с частотой 10 Гц представлен на Рис. 4.8. Спектр сигнала приведен на Рис. 4.9.

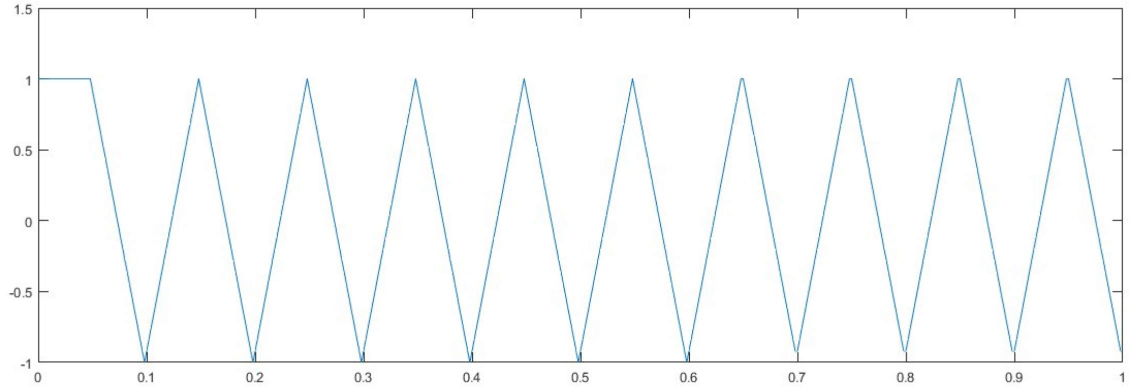

Рис. 4.8: Треугольный периодический сигнал.

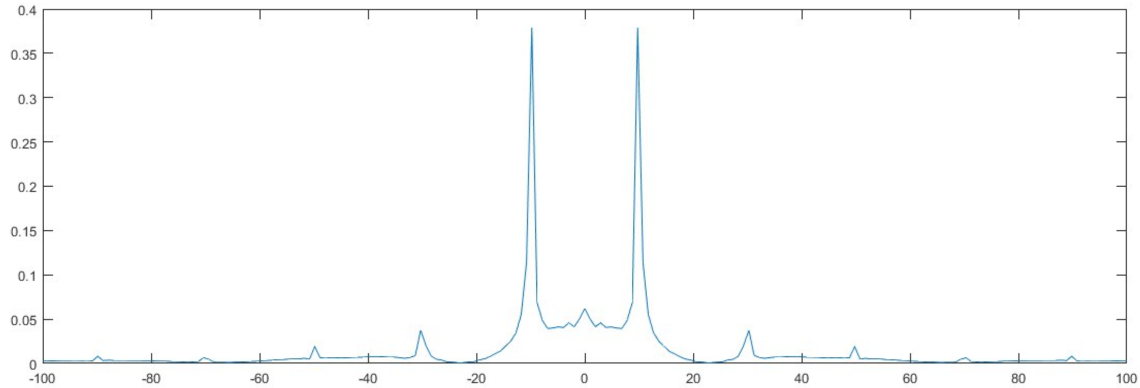

Рис. 4.9: Спектр треугольного периодического сигнала.

4.4 Сигнал с меняющейся частотой.

С помощью функции Matlab *chirp* был получен сигнал с меняющейся частотой. График полученного сигнала представлен на Рис. 4.10. Видно, как частота сигнала меняется от низких значений до высоких линейно во времени. Спектр сигнала представлен на Рис. 4.11.

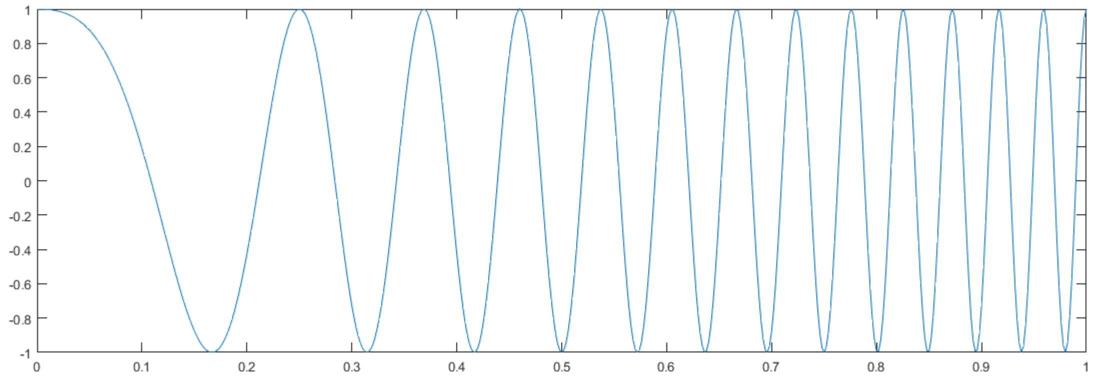

Рис. 4.10: Сигнал с меняющейся частотой.

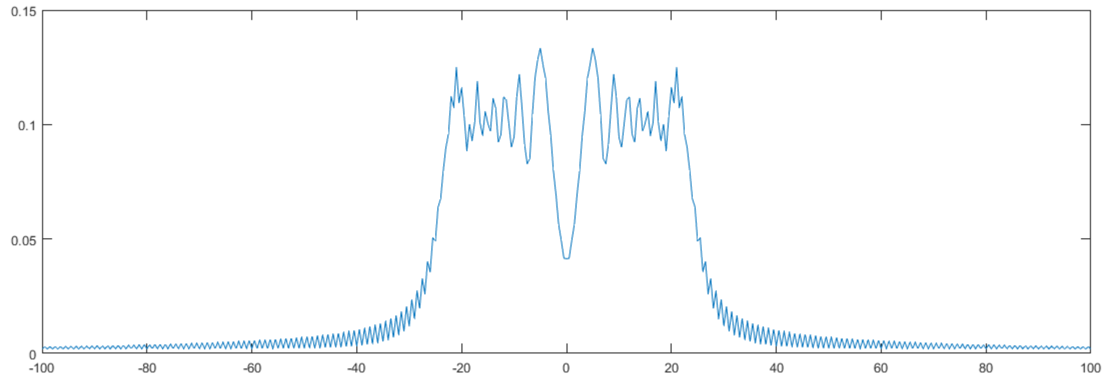

Рис. 4.11: Спектр сигнала с меняющейся частотой.

4.5 Моделирование сигнала в среде Simulink.

В среде Simulink, интегрированой в Matlab, было проведено моделирование сигнала, а также получение его спектра. Для генерации сигнала был использован элемент *Sine Wave*; его настройки приведены на Рис. 4.12. Для наблюдения сигнала использован элемент *Scope*. Полученная схема представлена на Рис. 4.13.

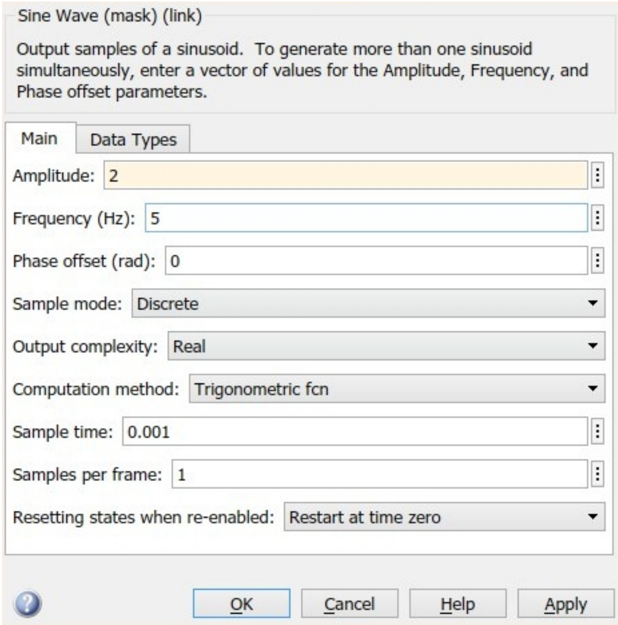

Рис. 4.12: Параметры Sine Wave.

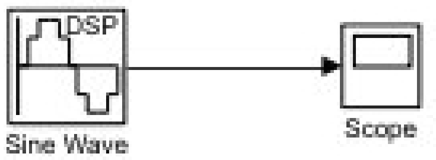

Рис. 4.13: Схема для наблюдения сигнала в среде Simulink.

Сигнал, полученный с помощью элемента *Scope*, представлен на Рис. 4.14. Для получения спектра данного сигнала использован элемент *Spectrum Analyzer*. Спектр представлен на Рис. 4.15.

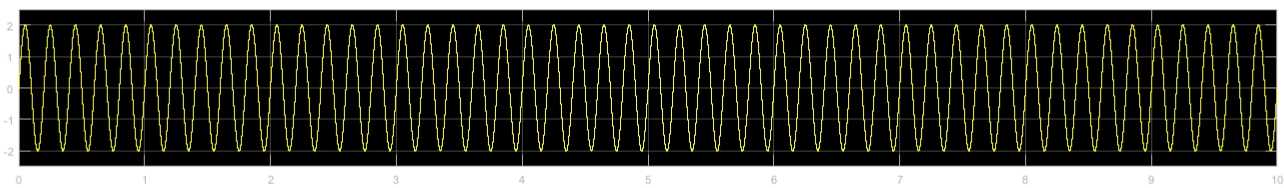

Рис. 4.14: Сигнал, полученный в среде Simulink.

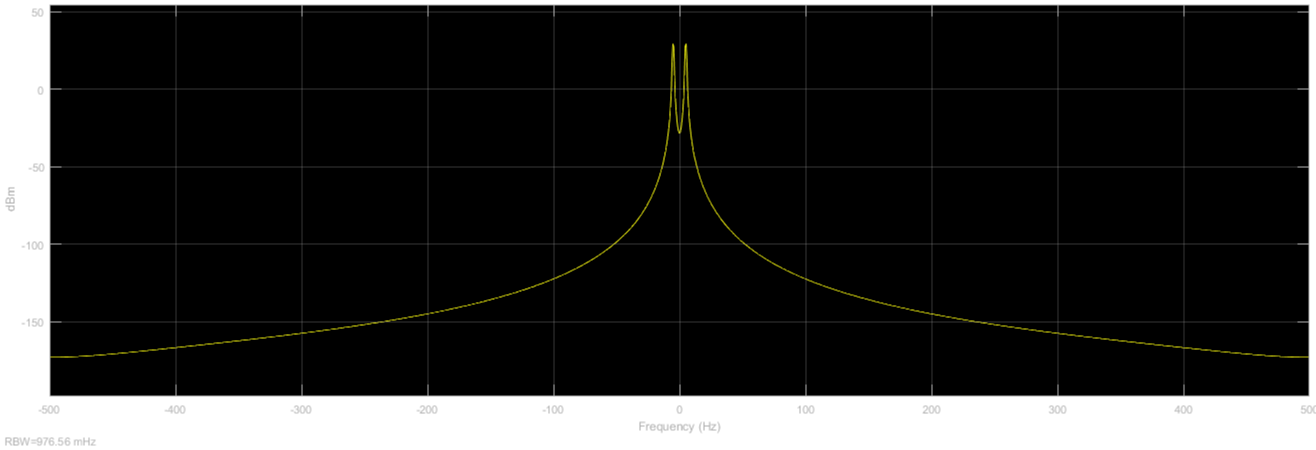

Рис. 4.15: Спектр сигнала, полученный в Simulink.

5 Выводы

Сигналы используются для передачи информации. Они классифицируются по различным признакам: *периодические* и *непереодические*; *дискретные* и *непрерывные*; *бесконечные* и *конечные*.

Сигнал может быть представлен как во временной, так и в частотной области (спектр сигнала). При этом выполняются свойства:

- Дискретный сигнал имеет периодический спектр.
- Периодический сигнал имеет дискретный спектр.
- Ограниченный во времени сигнал имеет бесконечный спектр.

В результаты лабораторной работы функциями языка Matlab, а также средствами среды Simulink были сгенерированы и визуализированы сигналы с различными характеристиками, получены их спектры.