Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №3

Дисциплина: Телекоммуникационные технологии

Тема: Линейная фильтрация

Выполнил студент гр. 33501/4 _________________ Жуйков А.А.
(подпись)

Преподаватель _________________ Богач Н.В.
(подпись)

«______» _______________2018 г.

Санкт-Петербург

2018

1 Цель работы.

Изучить воздействие ФНЧ на тестовый сигнал с шумом.

2 Постановка задачи.

Сгенерировать гармонический сигнал с шумом и синтезировать ФНЧ. Получить сигнал во временной и частотной областях до и после фильтрации. Сделать выводы о воздействии ФНЧ на спектр сигнала.

3 Теоретические положения.

3.1 Линейный дискретный фильтр.

Линейный фильтр – динамическая система, применяющая линейный оператор ко входному сигналу для выделения или подавления определённых частот сигнала и других функций по обработке входного сигнала. Линейные фильтры широко применяются в электронике, цифровой обработке сигналов и изображений, в оптике, теории управления и других областях. Наиболее часто они используются для того, чтобы удалить некоторые частоты входного сигнала или для того чтобы выделить необходимую полосу частот в сигнале.

Линейный дискретный фильтр – это произвольная система обработки дискретного сигнала, обладающая свойствами линейности и стационарности.

Линейность означает, что выходная реакция на сумму воздействий равна сумме реакций на эти воздействия, поданные на вход по отдельности.

Стационарность означает, что задержка входного сигнала приводит лишь к такой же задержке выходного сигнала, не меняя его формы. В общем случае дискретный фильтр суммирует (с весовыми коэффициентами) некоторое количество входных отсчетов (включая последний) и некоторое количество предыдущих выходных отсчетов:

$$\begin{aligned} y(k) = b_0x(k) + b_1x(k-1) + ... + b_mx(k-m) - \\ - a_1y(k-1) - a_2y(k-2) - ... - a_ny(k-n), \end{aligned}$$

где a_j и b_i – вещественные коэффициенты.

Данная формула называется *алгоритмом* или *уравнением дискретной фильтрации*. Записав формулу в другом виде получим *разностное уравнение:*

$$\begin{aligned} y(k) + a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + ... + a_ny(k-n) = \\ = b_0x(k) + b_1x(k-1) + ... + b_mx(k-m). \end{aligned}$$

3.2 Нерекурсивный фильтр.

Нерекурсивными называют фильтры, которые не используют предыдущие отсчеты выходного сигнала при вычислении следующих. Уравнение фильтрации принимает вид:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{K} b_i x(k-i).$$

Количество K используемых отсчетов входного сигнала называется *порядком фильтра.* Импульсная характеристика нерекурсивного фильтра определяется путем подстановки в разностное уравнение единичного импульса $x_0(k)$ в качестве входного сигнала:

$$h(k) = \sum_{i=0}^{K} b_i x_0(k-i) = b_k,$$

т.к. $x_0(k-i) \neq 0$ только для $i = k$.

Таким образом, коэффициенты b_i нерекурсивного фильтра являются отсчетами его импульсной характеристики. Так как в реальном устройстве линия задержки содержит конечное число элементов, то импульсная характеристика нерекурсивного фильтра также является конечной по длительности. Поэтому еще одно название таких фильтров – фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры, FIR (finite impulse response)).

3.3 Рекурсивный фильтр.

Если уравнение фильтрации содержит как входные, так и выходные отсчеты, то для реализации такого фильтра необходимо добавить вторую линию задержки - для хранения выходных отсчетов $y(k-i)$.

При вычислениях используются предыдущие отсчеты выходного сигнала, поэтому такие фильтры называют рекурсивными. Уравнение фильтрации может быть записано следующим образом:

$$y(k) = \sum_{i_0}^{K} b_i x(k-i) - \sum_{i=1}^{N} a_i y(k-i).$$

Максимум из чисел N и K называют порядком фильтра.

Так как каждый следующий отсчет импульсной характеристики рекурсивного фильтра вычисляется исходя из значения предыдущего, то количество таких отсчетов не ограничено. Поэтому рекурсивные фильтры называют также фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтрами, IIR (infinite impulse response)).

4 Ход работы.

4.1 Генерация сигнала. Наложение шума.

В среде MATLAB был сгенерирован синусоидальный сигнал $S = \sin(2\pi f_0 \cdot t)$, представленный на Рис. 4.1.

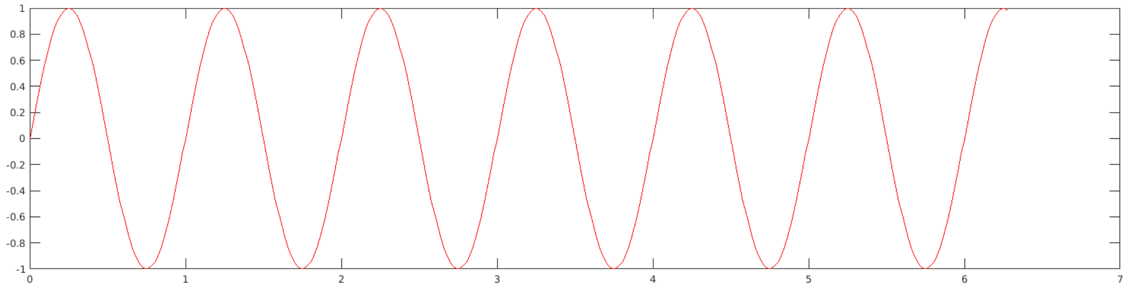

Рис. 4.1: Синусоидальный сигнал S. $f_0 = 1$ Гц. $f_s = 50$ Гц.

Для сигнала был получен спектр (Рис 4.2).

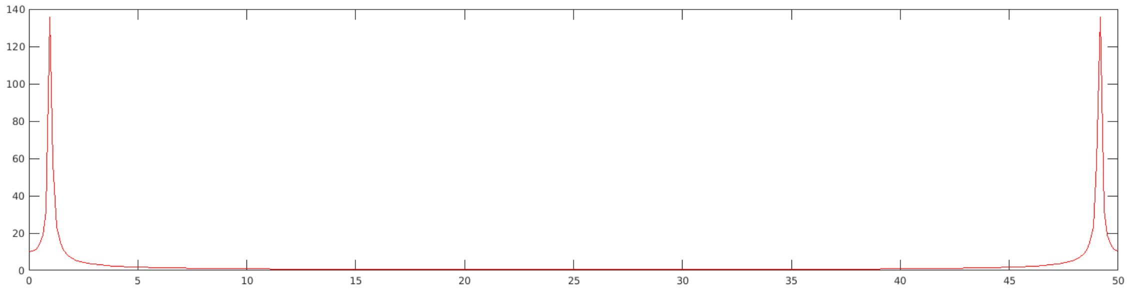

Рис. 4.2: Спектр сигнала S.

Для добавления шума к сигналу S была использована функция awgn. Функция добавляет к сигналу белый Гауссовский шум. Функция принимает параметр *snr* – Signal-to-noise Ratio – отношение сигнала к шуму, выраженное в дБ. Зашумленный сигнал, а также его спектр представлены на Рис. 4.3 и Рис. 4.4 соответственно.

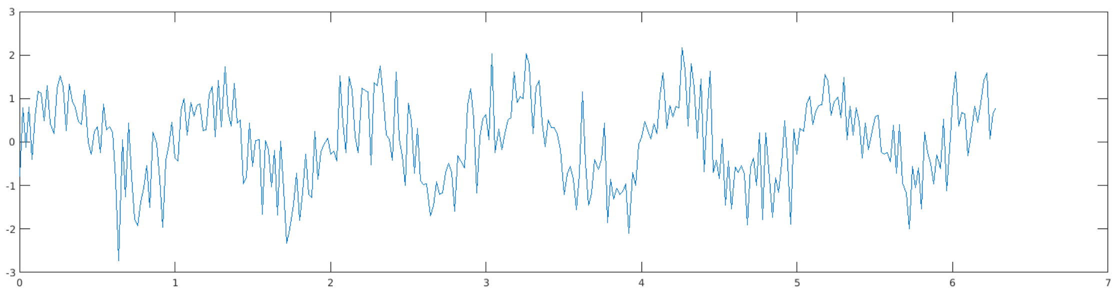

Рис. 4.3: Зашумленный сигнал S. *signal-to-noise ratio* $= 3$.

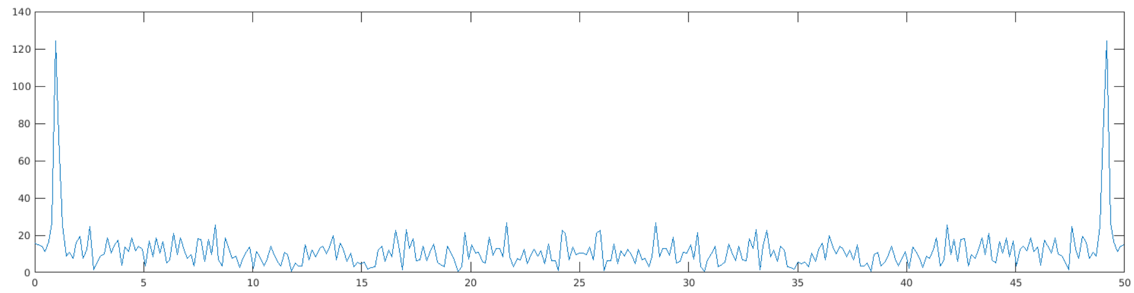

Рис. 4.4: Спектр зашумленного сигнала S.

4.2 Фильтрация зашумленного сигнала.

Для удаления шума из сигнала был синезирован КИХ-фильтр нижних частот 256 порядка. Для этого использован инструмент fdatool, интегрированный в среду MATLAB. Параметры фильтра и его частотная характеристика приведены на Рис. 4.5.

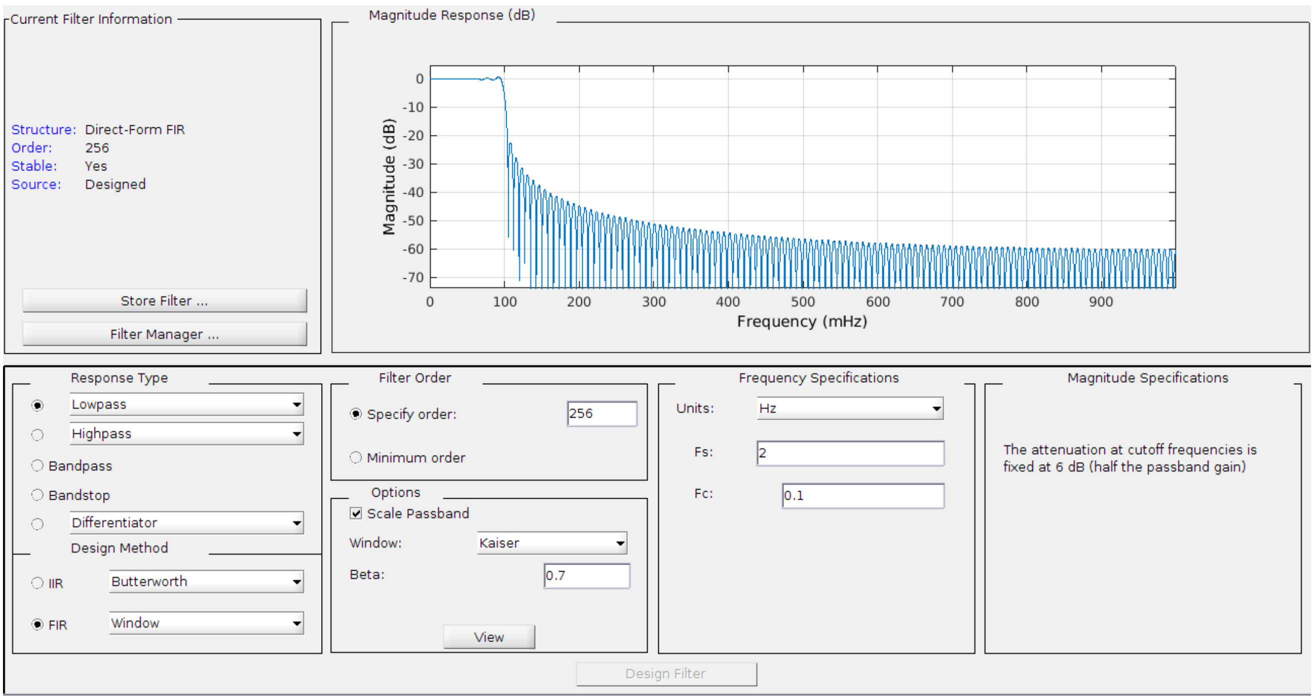

Рис. 4.5: Параметры синтезированного фильтра.

Процесс фильтрации в MATLAB заключается в применении функции filter, которая принимает коэффициенты фильтра и вектор отсчетов входного сигнала, возвращает отфильтрованный сигнал.

Применим данную функцию к зашумленному сигналу. Результат приведен на Рис. 4.6. На Рис. 4.7 – спектр полученного сигнала.

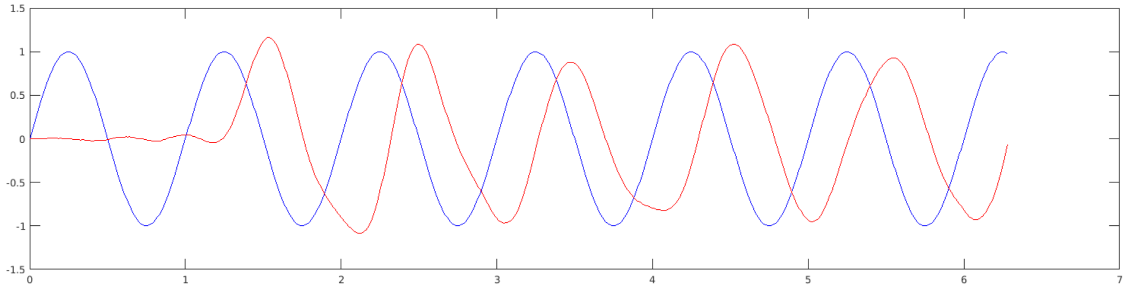

Рис. 4.6: Исходный сигнал (синий) и результат работы фильтра (красный).

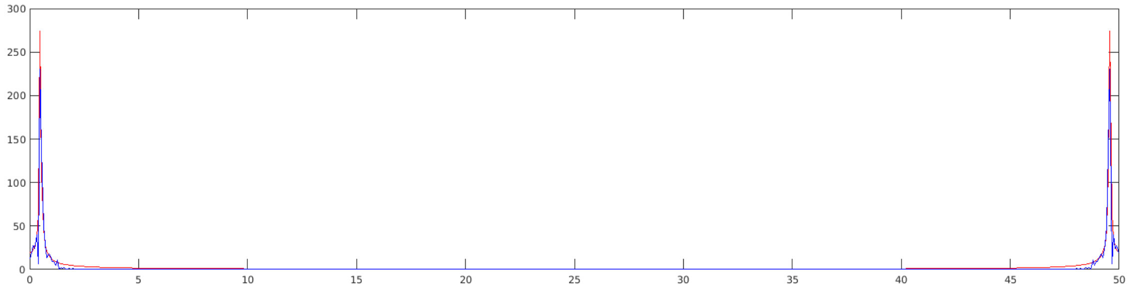

Рис. 4.7: Спектр исходного сигнала (красный) и спектр результата работы фильтра (синий).

Для генерации зашумленного сигнала параметр snr был равен 3. Получим еще один зашумленный сигнал с параметром $snr =$ -3. Результат фильтрации такого зашуленного сигнала приведен на Рис. 4.8. Его спектр – на Рис. 4.9.

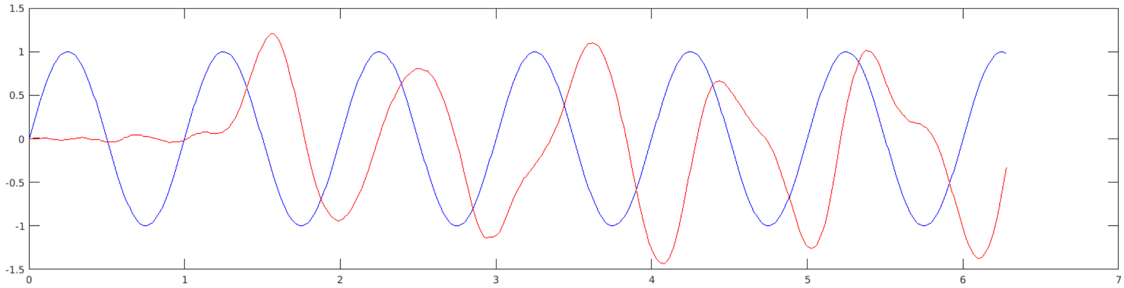

Рис. 4.8: Исходный сигнал (синий) и результат работы фильтра (красный).

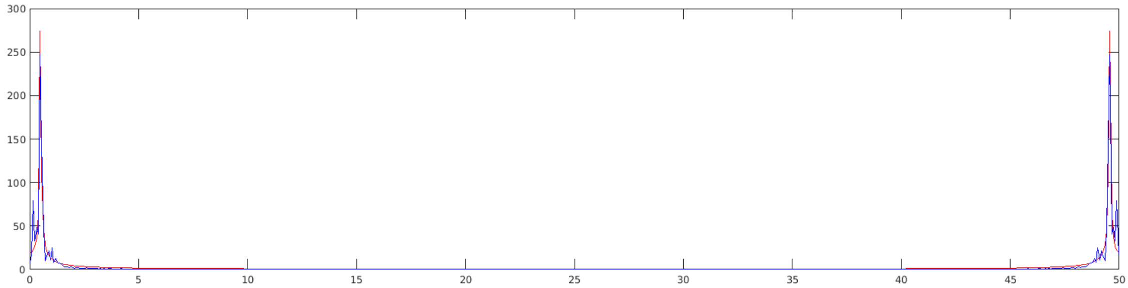

Рис. 4.9: Спектр исходного сигнала (красный) и спектр результата работы фильтра (синий).

Полученный отфильтрованный сигнал имеет большие отклонения от исходного.

Изменим параметры фильтра: частоту дискретизации уменьшим с 2 Гц до 1.5 Гц; частоту среза – с 0.1 Гц до 0.02 Гц:

Результат фильтрации, а также спектр полученного сигнала представлены на Рис. 4.10 и Рис. 4.11.

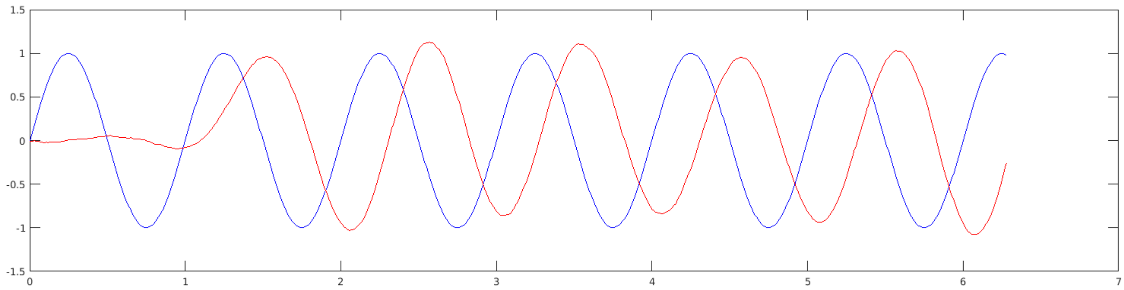

Рис. 4.10: Исходный сигнал (синий) и результат работы фильтра (красный).

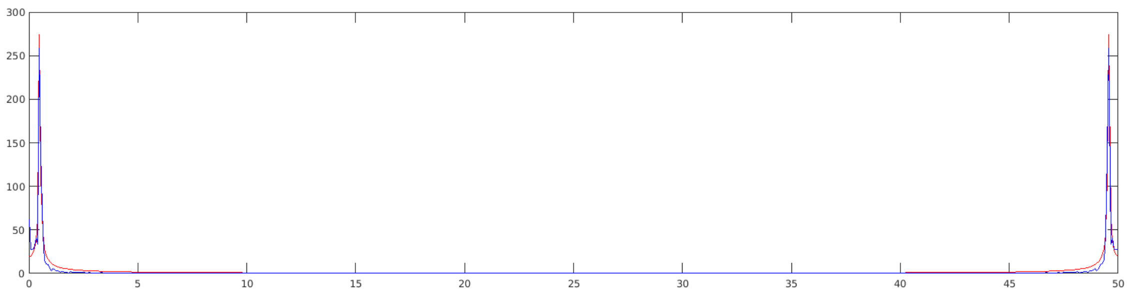

Рис. 4.11: Спектр исходного сигнала (красный) и спектр результата работы фильтра (синий).

Видно, что отфильтрованная синусоида стала больше похожа на исходную.

4.3 Вывод.

Результат прохождения сигнала через линейную цепь определяется передаточной функцией этой цепи. В случае с линейными фильтрами, спектр сигнала на выходе цепи получается путем умножения спектра входного сигнала на частотную характеристику фильтра. Во временной области этому действию соответствует свертка сигнала с импульсной характеристикой фильтра.

В данной работе был синтезирован линейный фильтр, рассмотрено прохождение зашумленного гармонического сигнала через него. В результате сигнал был очищен от высокочастотных шумов. На низких частотах шум удален не был: белый шум имеет сплошной спектр, следовательно, попадает в полосу пропускания фильтра.