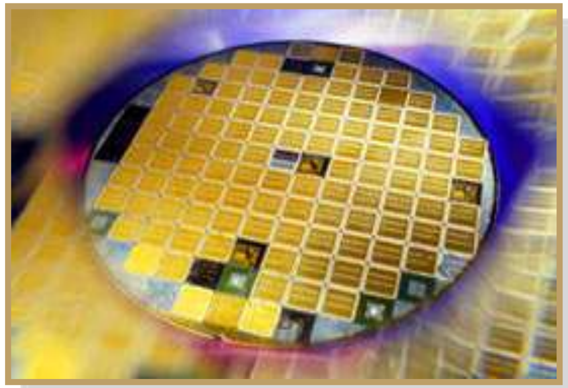
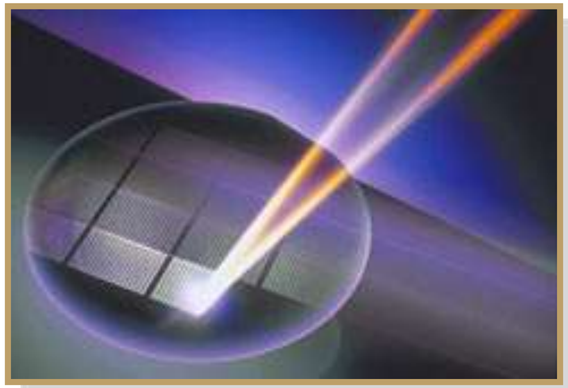
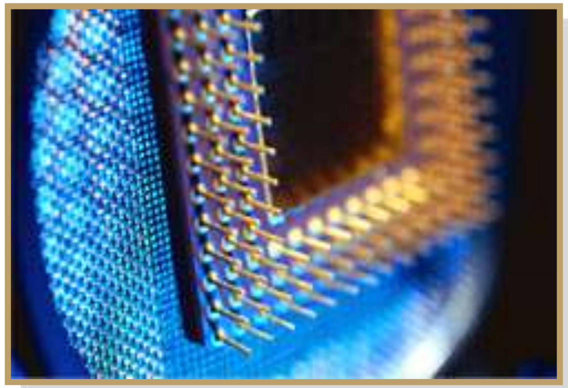
《VLSI数字通信原理与设计》课程 主讲人 贺光辉

第八章：基带信号调制与解调







无线通信标准的发展

1G	2G	3G	4G	5G
1981	1992	2001	2010	2020 (?)
2 Kbps	64 Kbps	2 Mbps	100 Mbps	10 Gbps
Analog Voice	Digital Voice （GSM/CDMA）	Digital Voice + Data (WCDMA)	Mobile Broadband (LTE/LTE-A)	Intelligent Devices Situationally-aware systems
				
Regional Standards			Global Standards	

5G

5G = 更快、更大、更好的无线通信网络

- 与4G相比
  - 1000倍下载速度
  - 100倍容量
  - 10倍带宽
  - 1/10的延迟

5G 通信标准采用的新技术

- 物理层设计
  - 信道模型
  - 新的波形
  - 新的编码和调制方案
- 系统和网络
  - 低功率、小范围覆盖的基站设备
- 射频和天线技术
  - 毫米波
  - 大规模MIMO
  - 波束成形

目录

01 数字基带传输

02 基带信号解调与检测

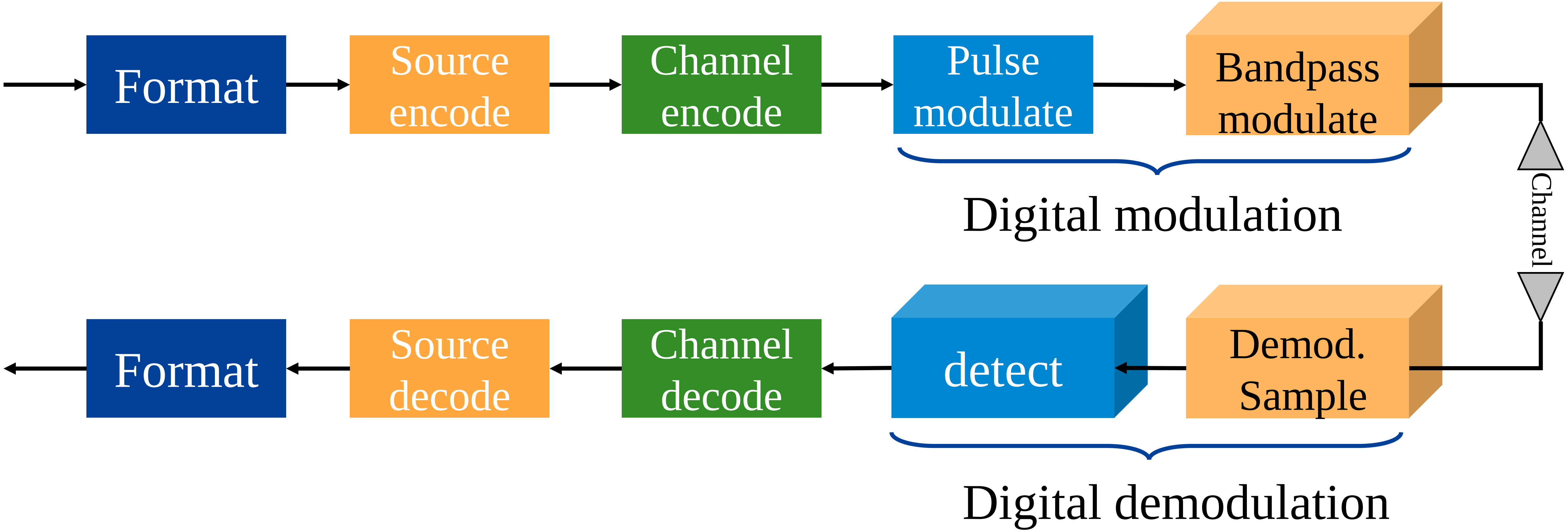
03 信号与噪声

04 匹配滤波器

05 高斯噪声干扰下的二进制信号检测

06 码间串扰

数字通信系统


Format
Source encode
Channel encode
Pulse modulate
Bandpass modulate
Digital modulation
Channel
Format
Source decode
Channel decode
detect
Demod. Sample
Digital demodulation

01.数字基带传输

模拟消息 → 数字序列 ? → 波形序列

- 通常首先用数字序列调制脉冲波形得到基带信号。
- 基带信号是指频率范围从直流到某个有限值的信号，基带信号是低通信号。

为何要研究基带传输?

- 基带信号能在双绞线、电缆或其他信道上直接传输。数字基带传输有许多应用场合，如局域网、电话等，许多是直接基带传输的；
- 数字通带传输系统一般也是先把数字序列调制成基带信号，然后再用载波调制到与信道相匹配的通带上进行传输。

数字基带传输是数字通信的基础。

01.数字基带传输

数字基带信号

末经调制的数字信号，它所占据的频谱是从零频或很低频率开始的。

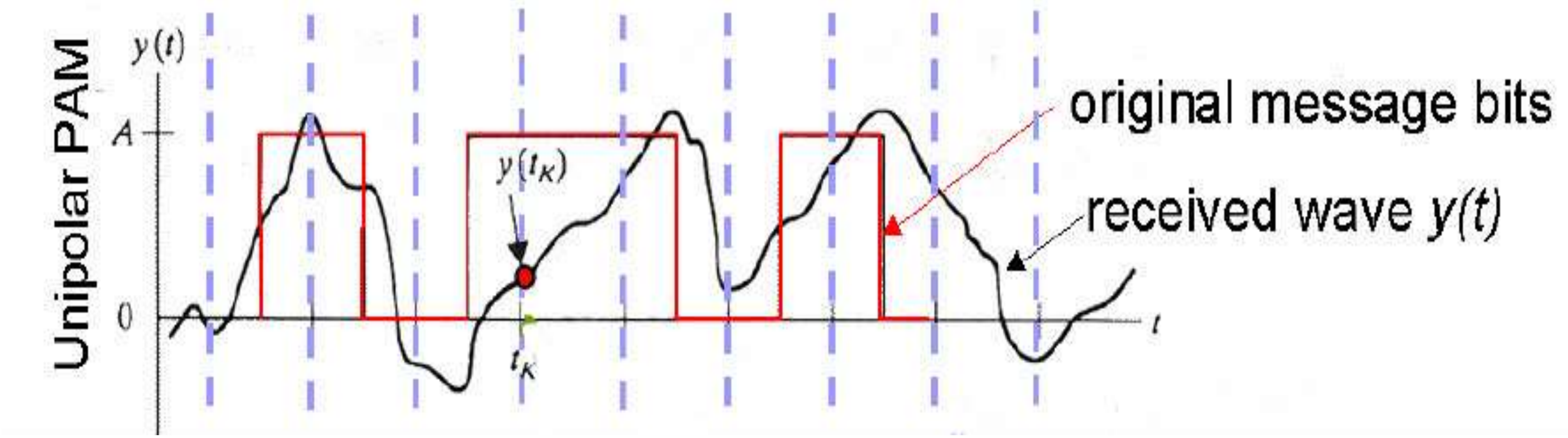
数字基带传输系统

不经载波调制而直接传输数字基带信号的系统，常用于传输距离不太远的情况。

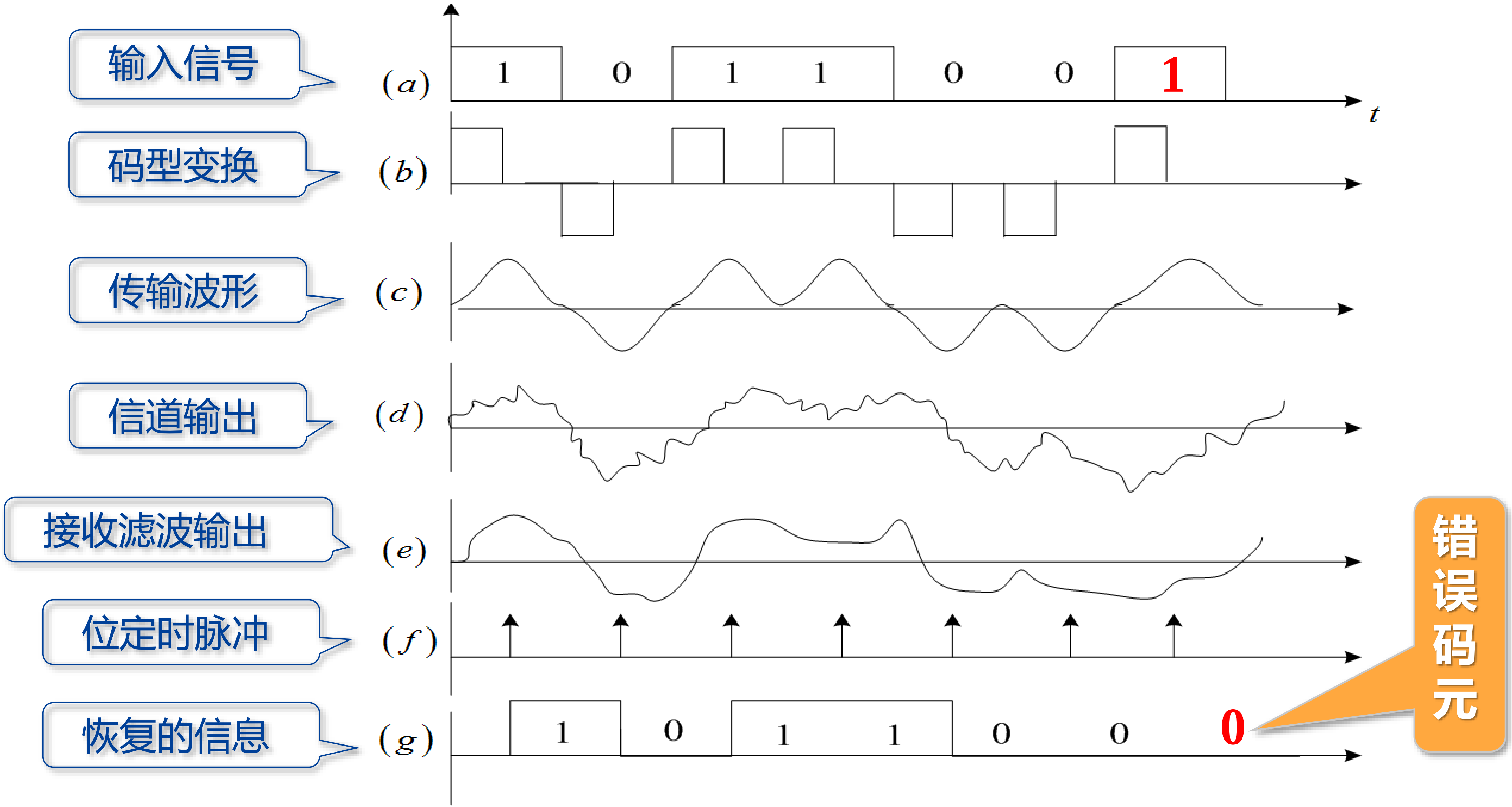
数字带通传输系统

包括调制和解调过程的传输系统。

01.数字基带传输——数字基带信号

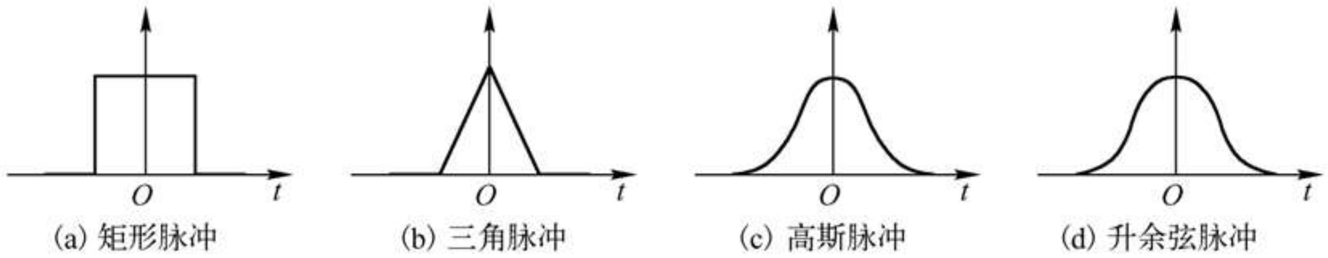


01.数字基带传输——基带传输系统各点波形

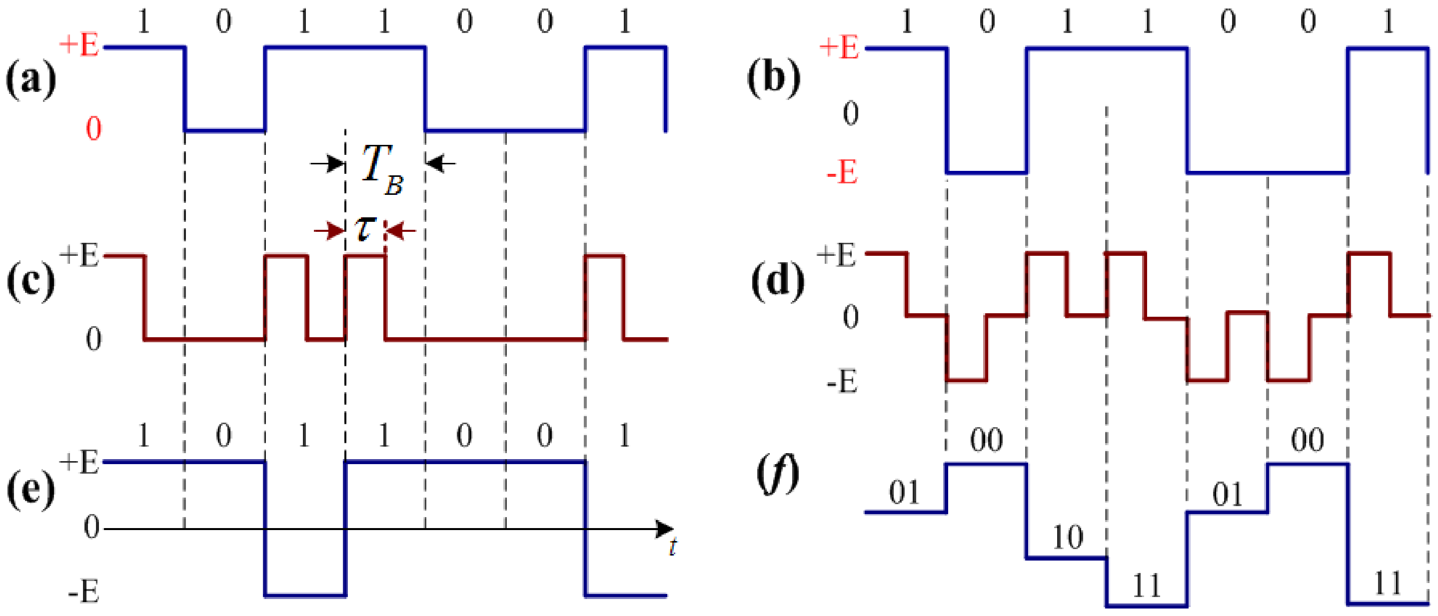


01.数字基带传输——几种基本的基带信号波形

单个

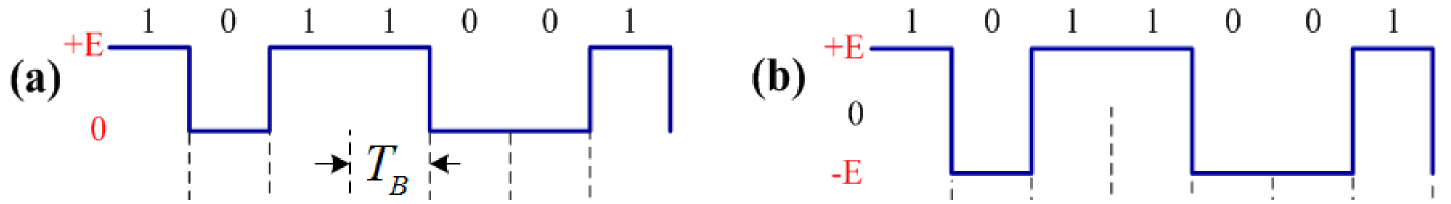


序列



六种基本信号波形

01.数字基带传输——几种基本的基带信号波形



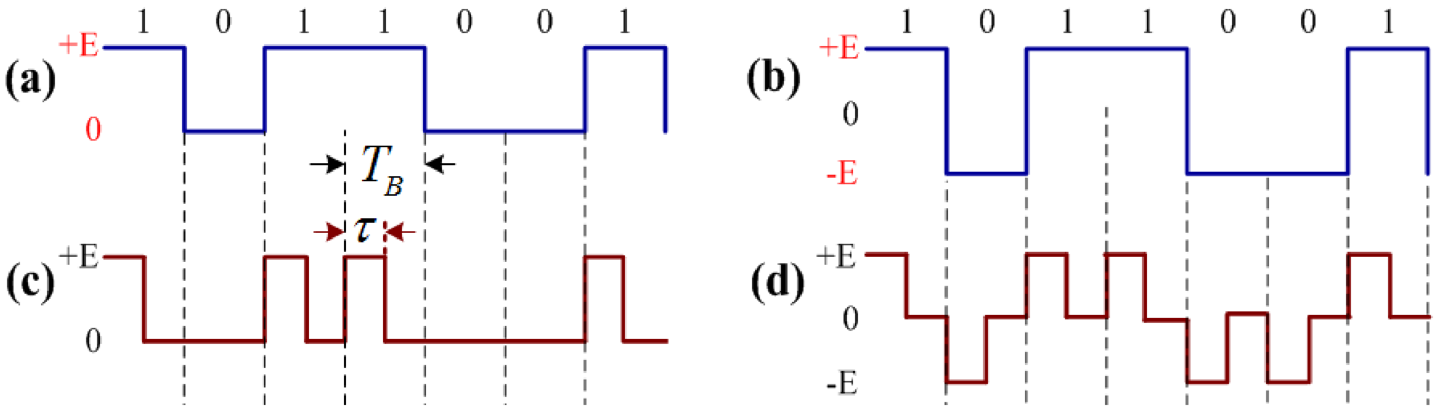
（a）单极性波形

- **特点：** 极性单一、有直流分量和低频分量
- **应用：** 设备内部和数字调制器中

（b）双极性波形

- **优点：** 无直流分量（等概）、抗扰能力较强
- **应用：** V.24、RS-232C接口标准和数字调制器中

01.数字基带传输——几种基本的基带信号波形



（c）单归零码

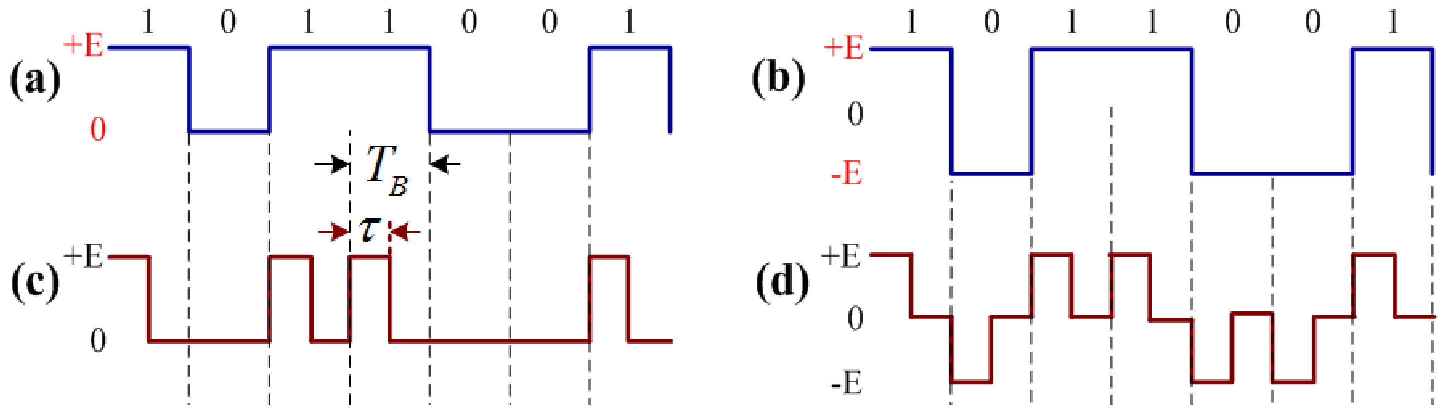
- **特点：从中可直接提取位定时信号**
- **应用：作为其他码型提取同步时钟的过渡码型**

通常，归零波形使用半占空码，即占空比为50%

$\tau/T_B < 1$

单极性波形和双极性波形属于非归零(NRZ)波形，其占空比等于100%

01.数字基带传输——几种基本的基带信号波形

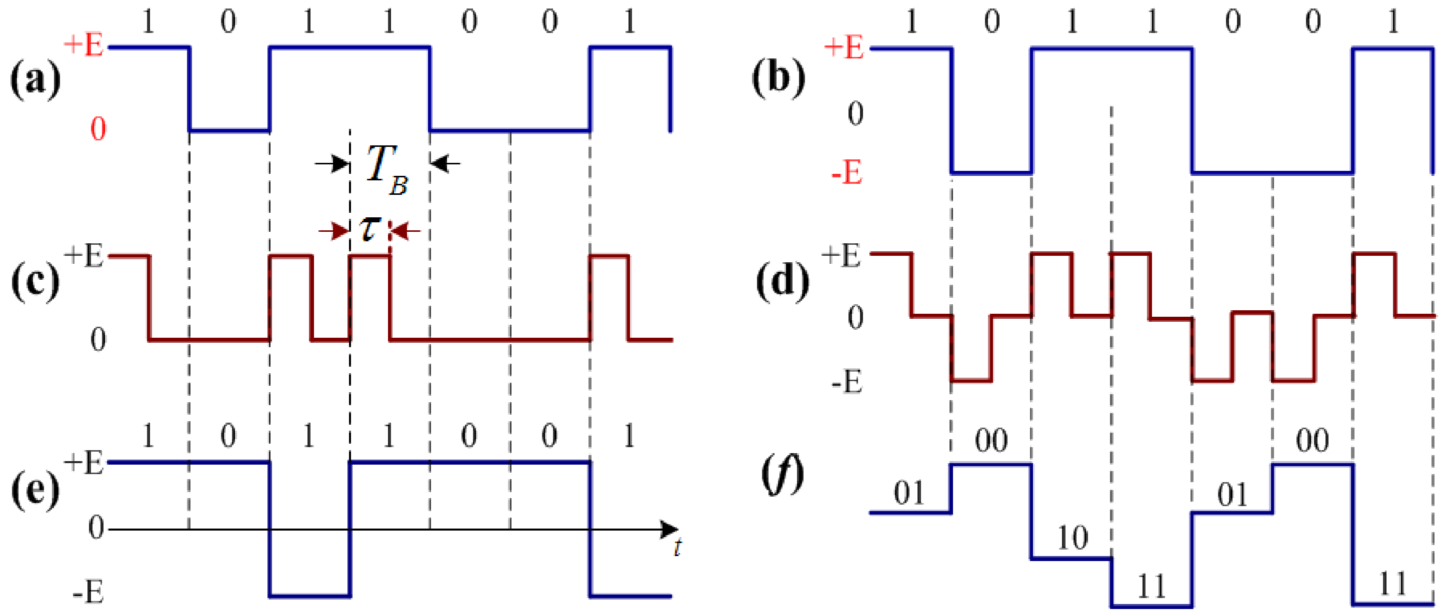


（d）双归零码

- **特点：兼有双极性和归零波形的特点**

接收端很容易识别出每个码元的起止时刻，便于同步 $\tau/T_B < 1$

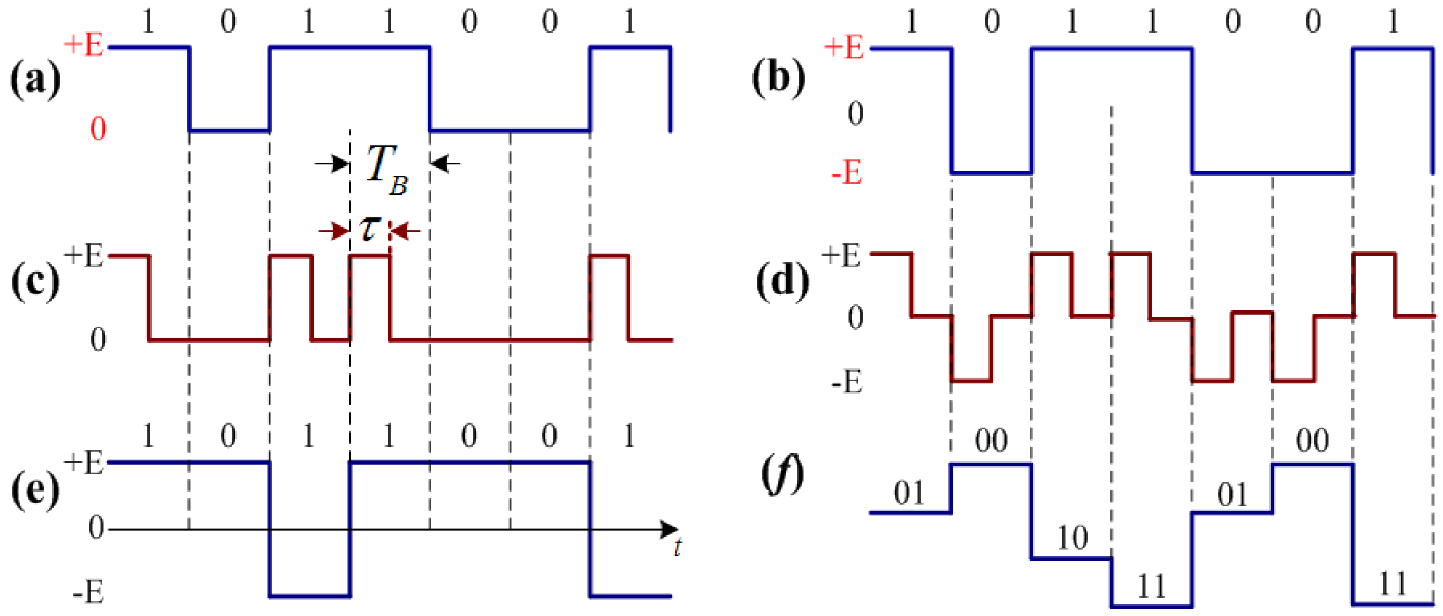
01.数字基带传输——几种基本的基带信号波形



（e）差分波形（相对码波形）

- **特点：用相邻码元电平的跳变/不变表示信息码元**
  - 传号差分（1变，0不变）
  - 空号差分（0变，1不变）
- **优点：可以消除设备初始状态不确定性带来的影响**

01.数字基带传输——几种基本的基带信号波形



四电平波形：

00—— +3E

01—— +E

10—— - E

11—— -3E

（f）多电平波形

- **特点：** 一个脉冲可携载多个比特信息
- **优点：** 传码率一定时，多电平波形的传信率高
- **应用：** 高数据速率传输系统

若各码元波形相同而取值不同，则可表示为：

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT_B)$$

T_B — 码元持续时间

$g_1(t)$— 某种脉冲波形

随机脉冲序列

第n个码元的电平取值 — 随机量

一般情况下，数字基带信号可表示为一随机脉冲序列：

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n(t)$$

$$s_n(t)=\begin{cases} g_1(t-nT_B), & \text{以概率}P\text{出现} \\ g_2\ (t-nT_B)\ , & \text{以}(1-P)\text{出现} \end{cases}$$

目录

01 数字基带传输

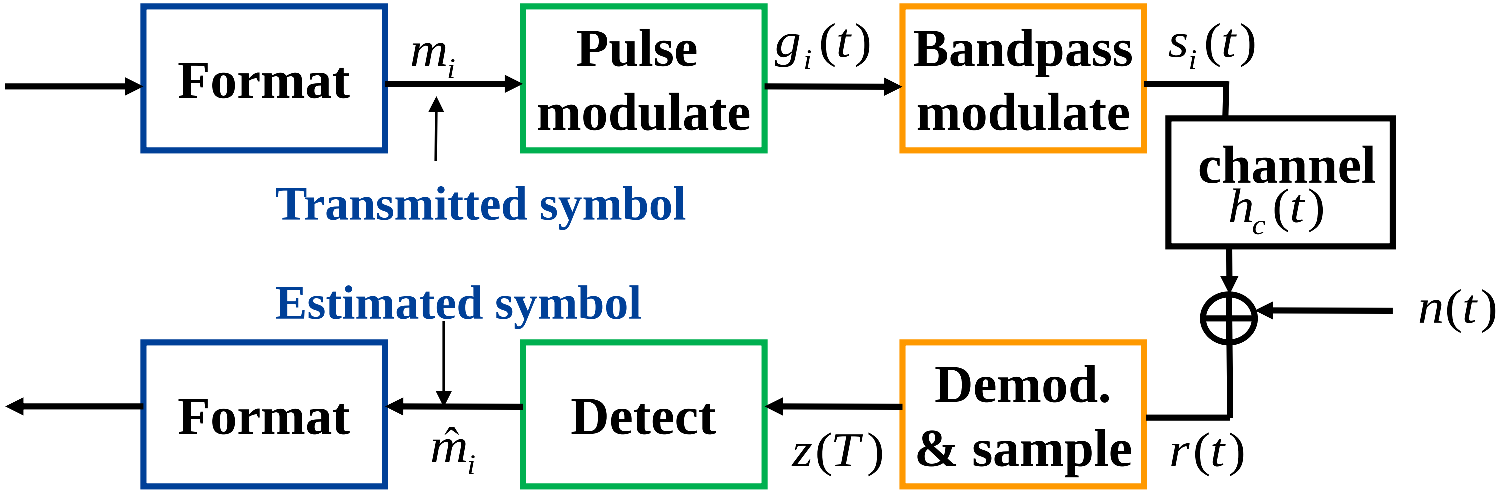
02 基带信号解调与检测

03 信号与噪声

04 匹配滤波器

05 高斯噪声干扰下的二进制信号检测

06 码间串扰



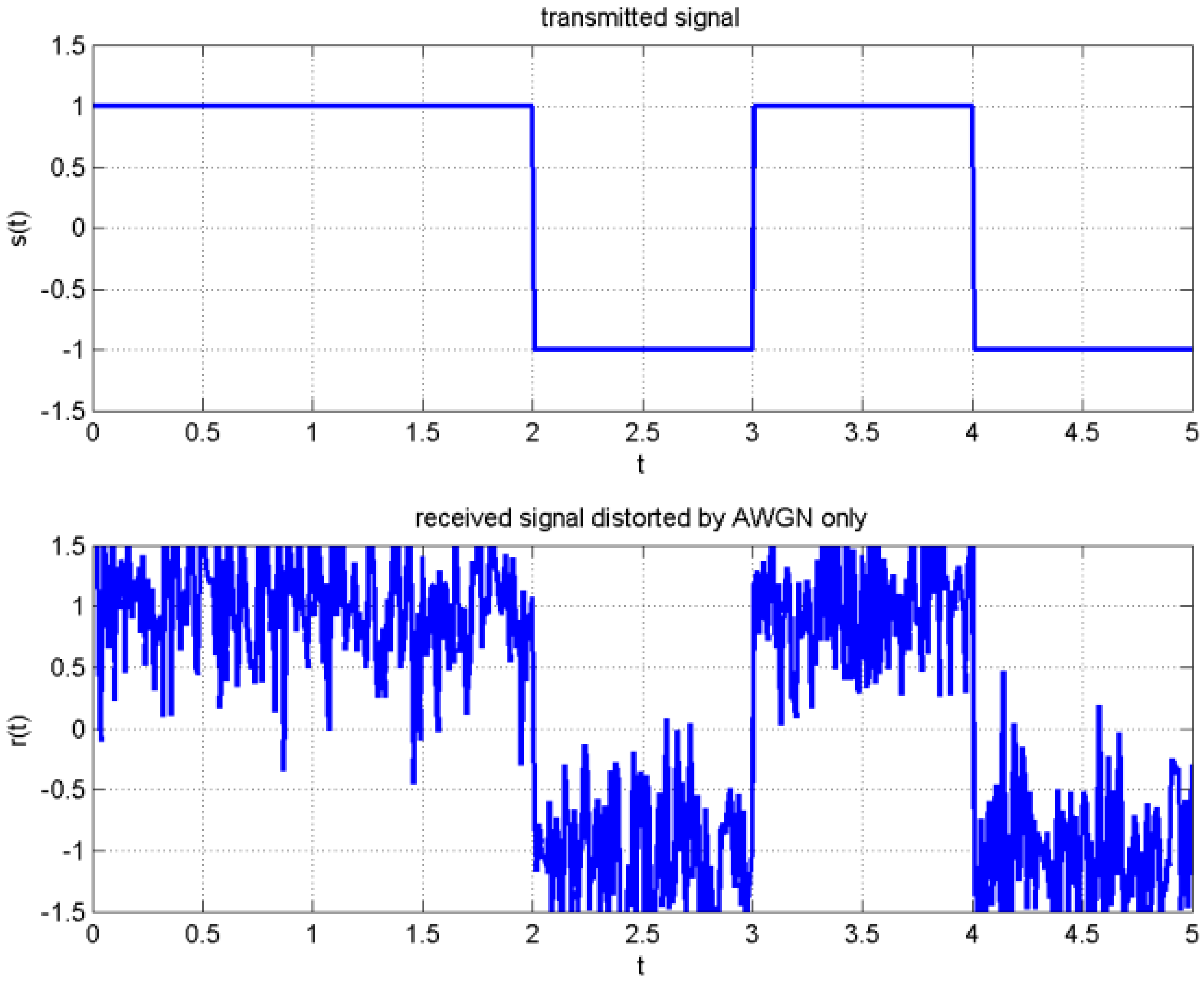
M-ary modulation

$i = 1, \dots, M$

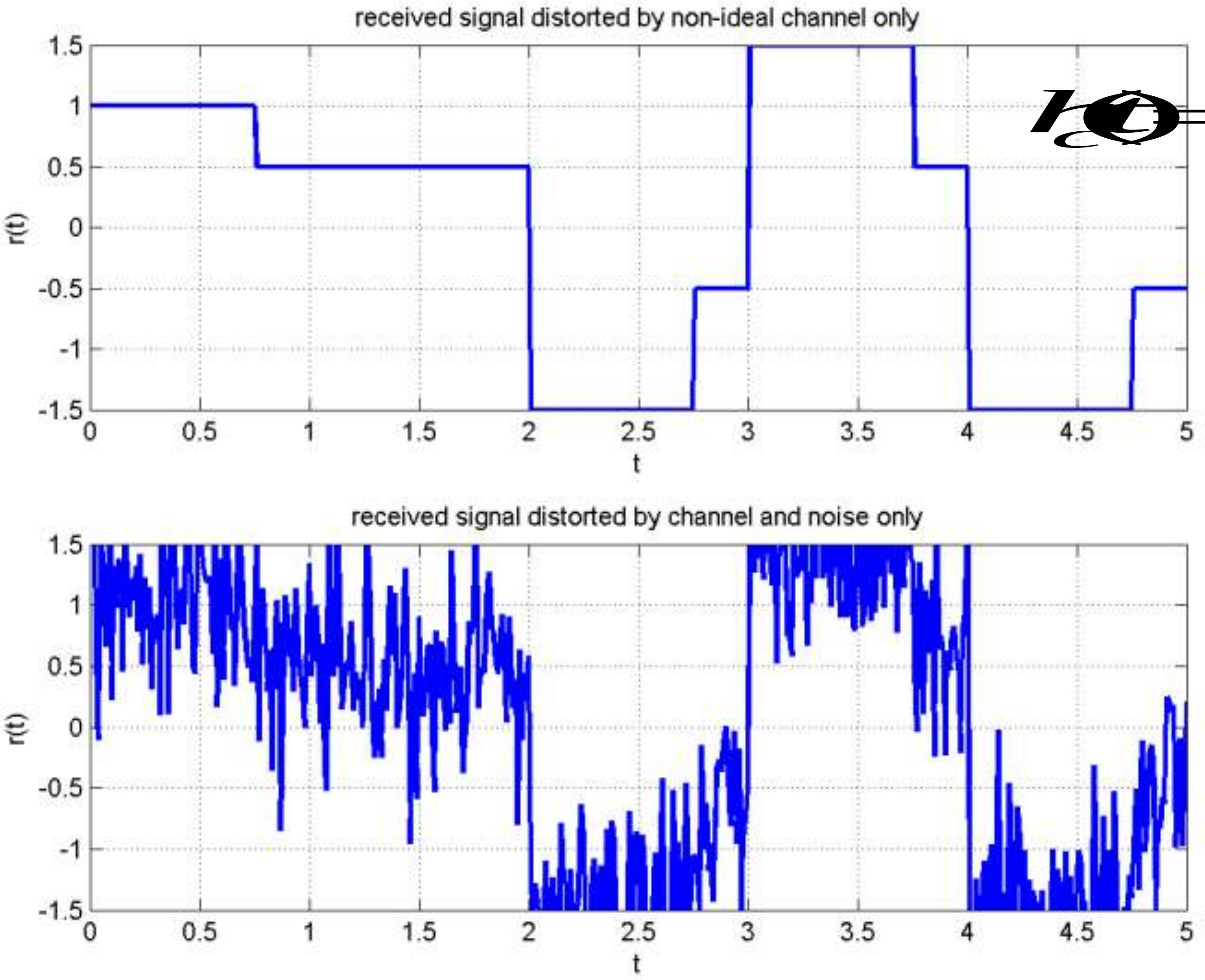
Major sources of errors:

- Thermal noise (AWGN)
  - disturbs the signal in an additive fashion (Additive)
  - has flat spectral density for all frequencies of interest (White)
  - is modeled by Gaussian random process (Gaussian Noise)
- Inter-Symbol Interference (ISI)
  - Due to the filtering effect of transmitter, channel and receiver, symbols are “smeared”.

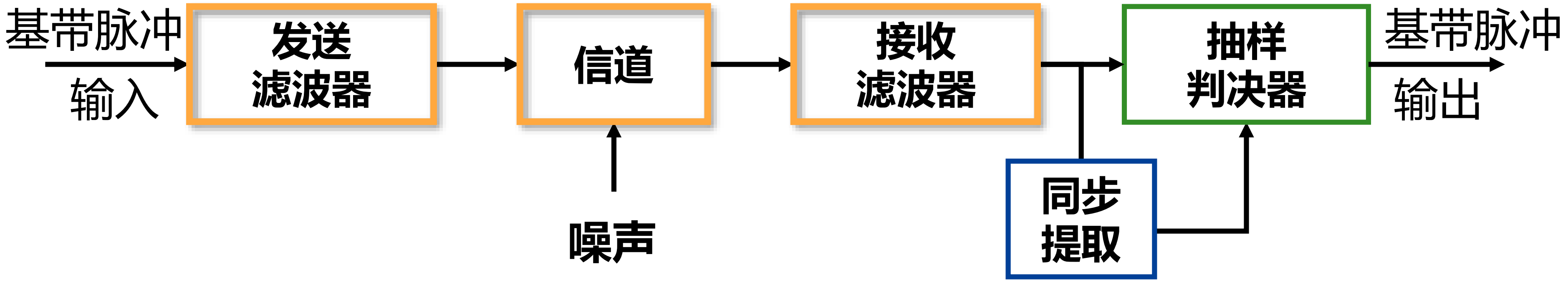
02.基带信号解调与检测——示例：信道的影响



02.基带信号解调与检测——示例：信道的影响



02.基带信号解调与检测——基带传输系统组成



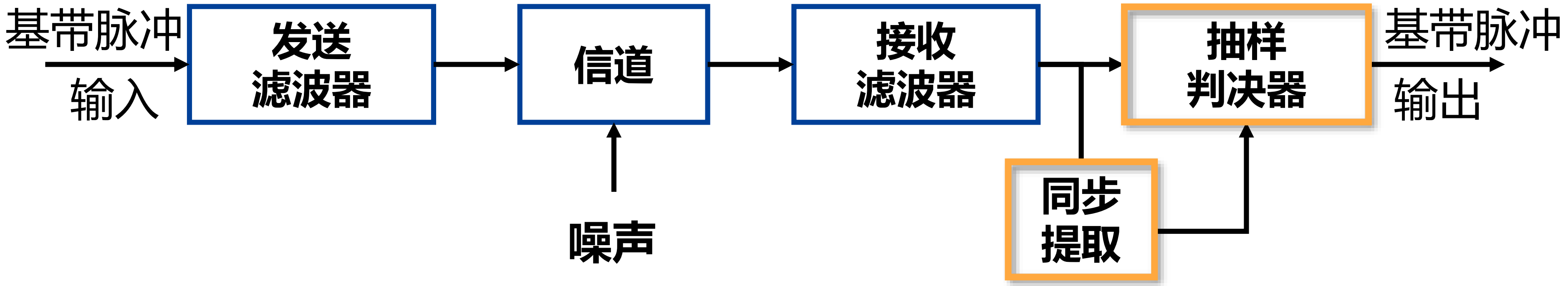
发送滤波器，即信道信号形成器

- **作用：原始基带信号 → 适合于信道传输的基带信号。**
- **目的：匹配信道，减少码间串扰，利于同步提取**

信道：给基带信号提供传输通道

接收滤波器

- **作用：滤除带外噪声，对信道特性均衡**
- **目的：使输出的基带波形有利于抽样判决**



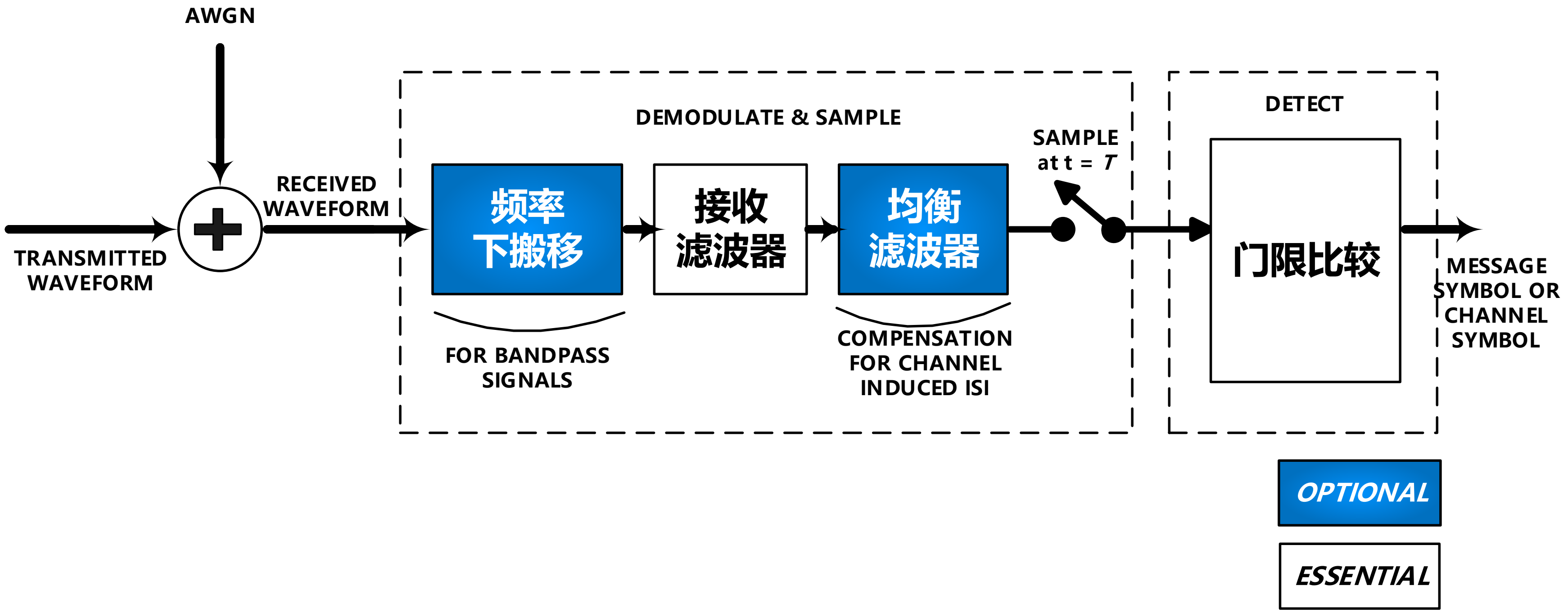
抽样判决器

- 作用：对接收滤波器的输出波形进行抽样判决
- 目的：确定发送的信码序列，再生基带信号

同步提取

- 作用：提取用于抽样的位定时脉冲

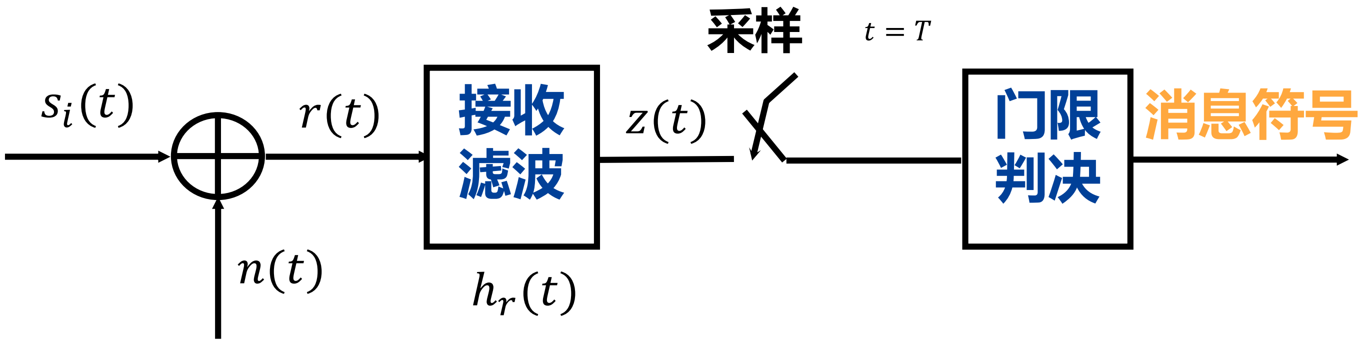
02.基带信号解调与检测——基带信号解调与检测模型



Demodulation 解调： 恢复 $t = nT$ 时刻采样的波形

- 接收滤波器：在无码间串扰下，恢复具有最大信噪比的基带脉冲
- 均衡：补偿信道产生的信号失真

02.基带信号解调与检测——基带信号解调与检测模型



简化的基带传输模型

Detection 检测： 采样判决过程,选择合适的数字符号

- **Compares the $z(T)$ to some threshold level γ_0 , i.e.,**

$$z(T) \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma_0$$

where H_1 and H_2 are the two possible binary hypothesis.

目录

01 数字基带传输

02 基带信号解调与检测

03 信号与噪声

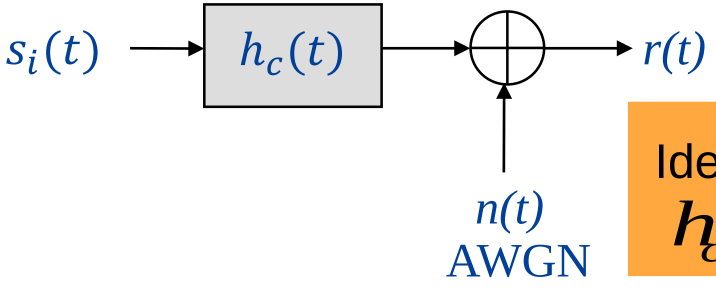
04 匹配滤波器

05 高斯噪声干扰下的二进制信号检测

06 码间串扰

二进制发送信号： $s_i(t) \ = \begin{cases} s_1(t) & 0 \leq t \leq T \qquad for\ a\ binary\ 1 \\ s_2(t) & 0 \leq t \leq T \qquad for\ a\ binary\ 0 \end{cases}$

二进制接收信号：



Ideal channels
$h_c(t) = \delta(t)$

$$r(t) = s_i(t) * h_c(t) + n(t) \qquad i = 1,2$$

理想二进制传输： $z(t) = s_i(t) + n(t)\ i = 1,2\ \ 0 \leq t \leq T$

- **其中$n(t)$为加性噪声信号。在 $t = T$ 时刻接收信号可表示为：**

  $$z(T) \ = \ s_i(T) + n_0(T)\ i = 1,2$$

- **若n_0是均值为0的高斯随机变量，则z_1和z_2分别是均值为a_1和a_2的高斯随机变量。**

n_0的分布特性（概率密度函数）

$$P(n_0) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{n_0}{\sigma_0}\right)^2\right]$$

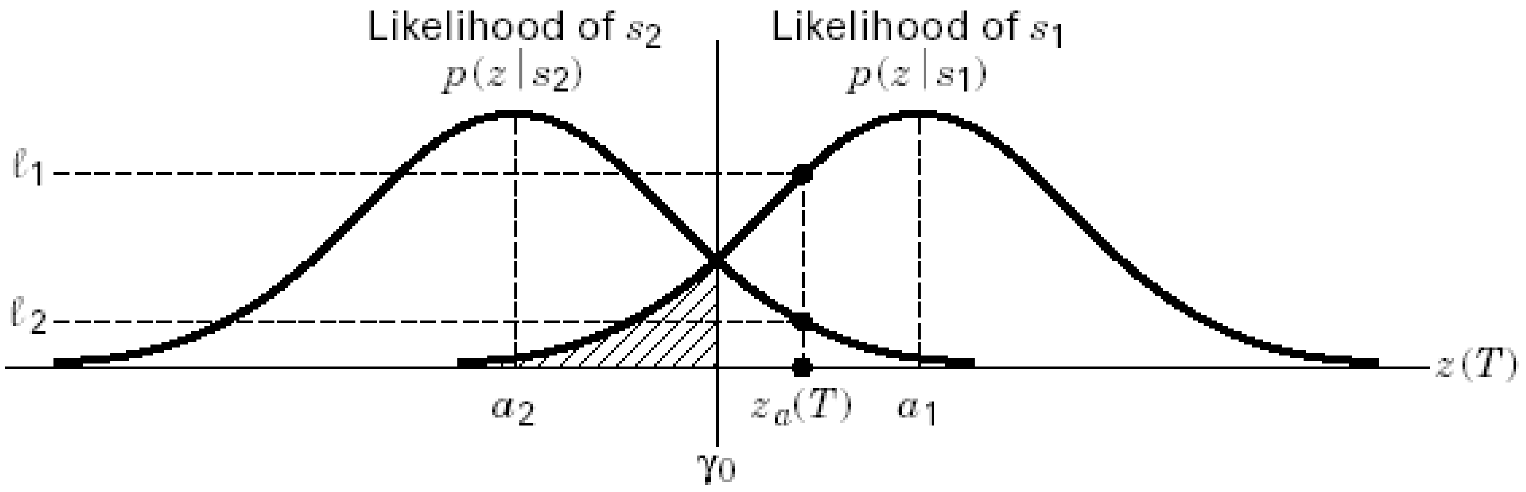
z_1 和z_2的分布特性（概率密度函数）

$$p(z|S_1) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_1}{\sigma_0}\right)^2\right] \quad p(z|S_2) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_2}{\sigma_0}\right)^2\right]$$

- **为已知发送信号为S_1或S_2时z的条件概率密度函数。**

若已知判决门限γ_0，则判决策略为 $z(T) \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma_0$

选择H_1表示判$S_1(t)$为发送信号， H_2则为$S_2(t)$



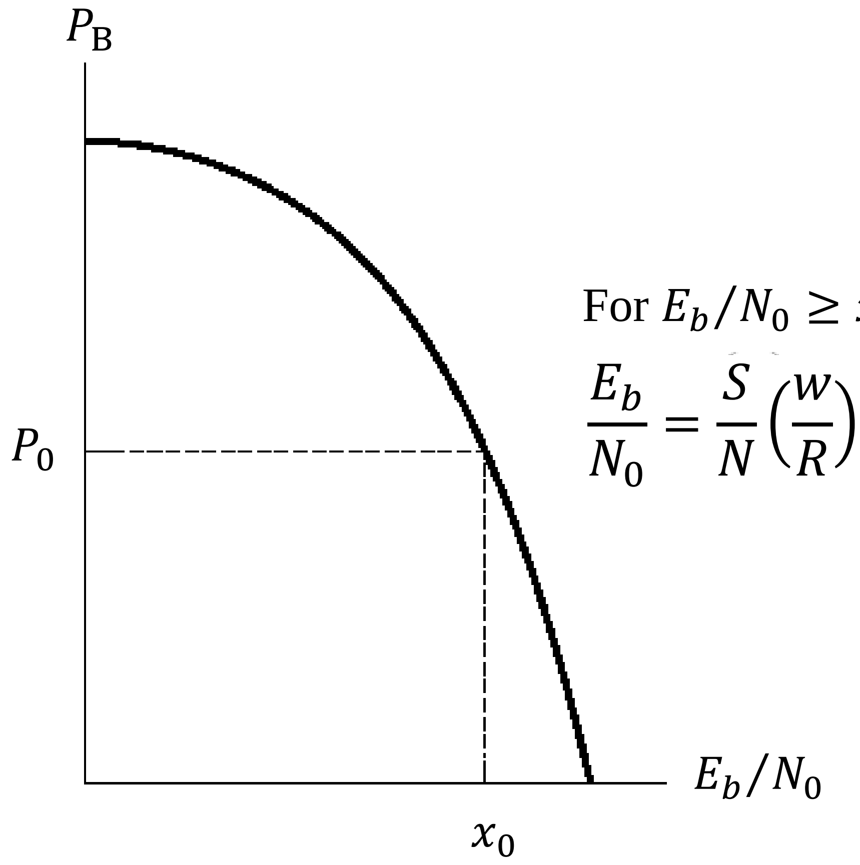
- **判决器作用是把采样值与某门限γ_0相比，根据大于γ_0还是小于γ_0来确定发送的是S_1还是 S_2 。基带传输系统中的解调和检测主要归结为如何设计一个好的接收滤波器和如何选择比较门限。**

03.信号与噪声——信噪比参数$E_b\,/\,N_0$

单位为比特，某一通信系统的性能通常用满足某数字通信中信息的一误比特率P_B要求时传输一比特信号所需的信号能量E_b与噪声的功率密度谱$N_0\,/2$来衡量：

$$\frac{E_b}{N_0}=\frac{ST_b}{N/w}=\frac{S/R_b}{N/w}=\frac{S}{N}\left(\frac{w}{R}\right)$$

- E_b：比特信号能量
- N_0：噪声功率密度谱
- S：信号功率，N：噪声功率
- W：带宽，R：比特率



For $E_b/N_0 \geq x_0$, $P_B \leq P_0$

$$\frac{E_b}{N_0}=\frac{S}{N}\left(\frac{w}{R}\right)$$

03.信号与噪声——信噪比参数E_b / N_0

信号功率为

$$S = E_S / T_S = E_S R_S = E_S R_b / k = E_b R_b$$

- R_b：信息比特率
- E_S：平均每符号携带的能量
- E_b：每传输一比特信息所需要的能量
- 噪声功率为$N = N_0 W$
- $SNR = (E_b / N_0)(R_b / W)$：传输信号的平均功率与加性噪声的平均功率比

目录

01 数字基带传输

02 基带信号解调与检测

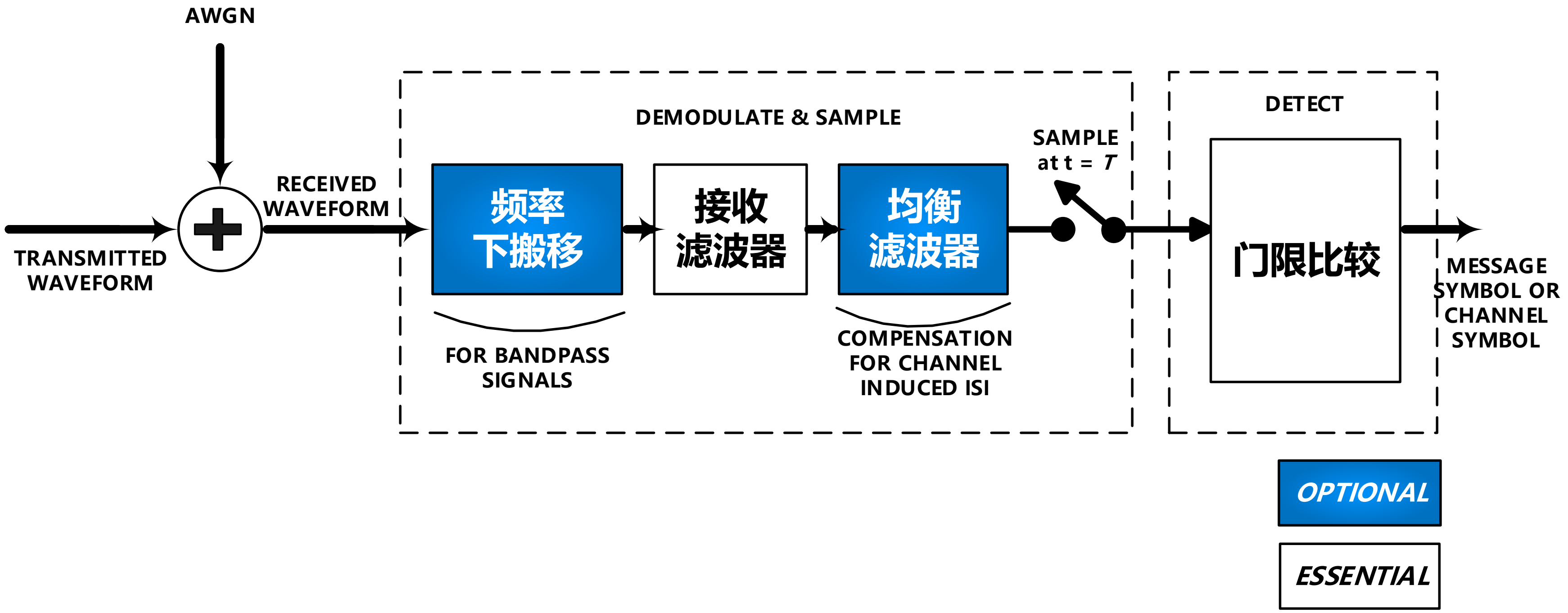
03 信号与噪声

04 **匹配滤波器**

05 高斯噪声干扰下的二进制信号检测

06 码间串扰

04.匹配滤波器——基带信号解调与检测模型



Demodulation 解调： 恢复$t = nT$时刻采样的波形

- 接收滤波器：在无码间串扰下，恢复具有最大信噪比的基带脉冲
- 均衡：补偿信道产生的信号失真

04.匹配滤波器——数字信号的最佳接收

在数字通信中常用的“最佳”准则是最小错误概率准则和最大输出信噪比准则。

- 最大信噪比准则
  - 使输出信号在某一时刻（判决时刻）的瞬时功率对噪声平均功率之比达到最大。
- 最小错误概率准则
  - 在白噪声环境下的判决错误概率最小。

$$P_e = \mathrm{p}(\text{判决}1 \mid \text{发射}0)\mathrm{p}(\text{发射}0) + \mathrm{p}(\text{判决}0 \mid \text{发射}1)\mathrm{p}(\text{发射}1)$$

04.匹配滤波器——设计接收机的步骤

Find optimum solution for receiver design with the following goals:

- Maximize SNR
- Minimize ISI

Steps in design:

- Model the received signal
- Find separate solutions for each of the goals.

匹配滤波器

- 当信号$s(t)$ 是 $0 \le t \le T$ 上定义的函数，则脉冲响应为

$$h(t)=\begin{cases} s(T-t) & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

的滤波器称为是信号$S(t)$ 的匹配滤波器。

匹配滤波器的性质

- 如果信号 $S(t)$ 受到AWGN干扰，则信号 $S(t)$ 通过与它相匹配的滤波器，可获得最大信噪比。

证明

- **设持续时间为T的信号$S(t)$在信道上受到功率谱密度为N_0 /2 的AWGN干扰，则接收到信号:** $r(t)=s(t)+n(t)$, $0\le t\le T$
- **设接收滤波器的脉冲响应为 $h(t)$，传递函数为 $H(f)$，$r(t)$ 通过滤波器后输出为：**

$$y(t)=\int_0^t r(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$=\int_0^t s(\tau)h(t-\tau)d\tau+\int_0^t n(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

当 $t=T$ $\quad y(T)=\int_0^T s(\tau)h(T-\tau)d\tau+\int_0^T n(\tau)h(T-\tau)d\tau$

$$=y_s(T)+y_n(T)$$

- **在时刻$t = T$输出信噪比（SNR）为：**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{y_s^2(T)}{E\left[y_n^2(T)\right]}$$

$$E\left[y_n^2(T)\right] = \int_0^T \int_0^T E\left[n(\tau)n(t)\right]h(T-\tau)h(T-t)dtd\tau$$

$$= \frac{N_0}{2}\int_0^T \int_0^T \delta(t-\tau)h(T-\tau)h(T-t)dtd\tau$$

$$= \frac{N_0}{2}\int_0^T h^2(T-t)dt$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{\left|\int_0^T s(\tau)h(T-\tau)d\tau\right|^2}{\frac{N_0}{2}\int_0^T h^2(T-t)dt}$$

- 由Cauch-Schwartz不等式，如 $g_1(t)$、 $g_2(t)$ 是平方可积函数则

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)g_2(t)dt\right|^2 \le \int_{-\infty}^{\infty} g_1^2(t)dt \cdot \int_{-\infty}^{\infty} g_2^2(t)dt$$

等号在 $g_1(t) = c \cdot g_2(t)$ 时成立，c 为任意常数

- 因此 $$\left(\frac{S}{N}\right)_o \le \frac{\int_0^T s^2(\tau)d\tau}{N_o/2} = \frac{2E}{N_0}$$

- 其中 E 为信号 $s(t)$ 的能量。上式的等号仅在

$$s(t) = c \cdot h(T-t) \qquad 0 \le t \le T$$

或 $$h(t) = c \cdot s(T-t) \qquad 0 \le t \le T$$

证毕

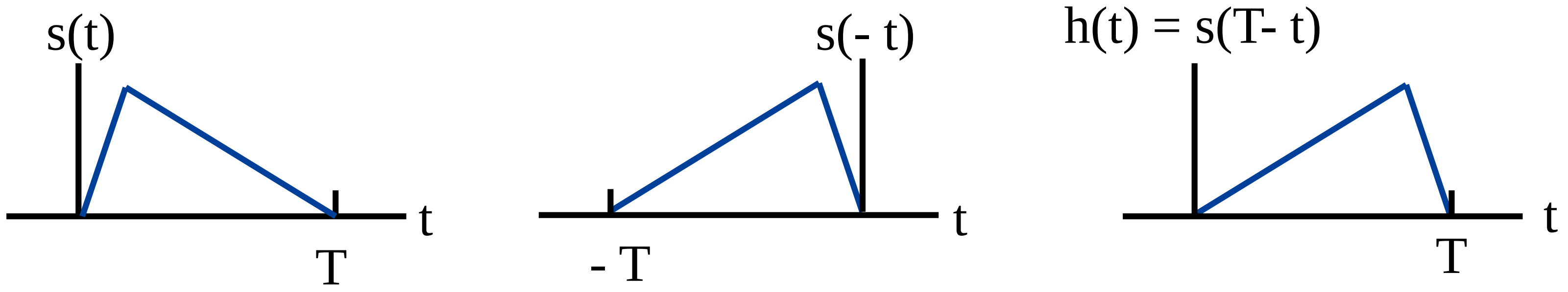
时成立时，也就是说滤波器 $h(t)$ 是信号 $s(t)$ 的匹配滤波器时，输出信噪比在时刻 $t = T$ 最大。

04.匹配滤波器

- **对实信号$s(t)$,有：**

$$h(t)=\begin{cases} ks(T-t) & 0\le t\le T \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

- **示例：**



当采用匹配滤波器时，判决时刻滤波器输出信噪比的大小（“与波形的形状无关“）取决于输入信号的能量E与噪声功率密度谱$N_0\ /2$。

匹配滤波器的的相关运算实现

- 对一般的情形，接收信号为$r(t)$，为包含信号与噪声的组合，匹配滤波器输出：

$$
\begin{aligned}
z(t) = r(t) * h(t) &= \int_0^t r(\tau)h(t-\tau)d\tau \\
&= \int_0^t r(\tau)s[T-(t-\tau)]\,d\tau \\
&= \int_0^t r(\tau)s[T-t+\tau]\,d\tau
\end{aligned}
$$

- 当$t=T$时，有 $z(T) = \int_0^T r(\tau)s(\tau)d\tau$

- 匹配滤波器的输出仅当$t=T$时才和相关器输出相同，在其它时刻二者输出是不一样的。

求余弦脉冲（通带）信号匹配滤波器的冲激响应及匹配滤波输出

- 例：

$$s(t)=\begin{cases}\cos 2\pi f_0 t & t\in[0,T]\\ 0 & t\notin[0,T]\end{cases}$$

求余弦脉冲（通带）信号匹配滤波器的冲激响应及匹配滤波输出

- **例：**

$$s(t)=\begin{cases}\cos 2\pi f_0 t & t\in[0,T]\\ 0 & t\notin[0,T]\end{cases}$$

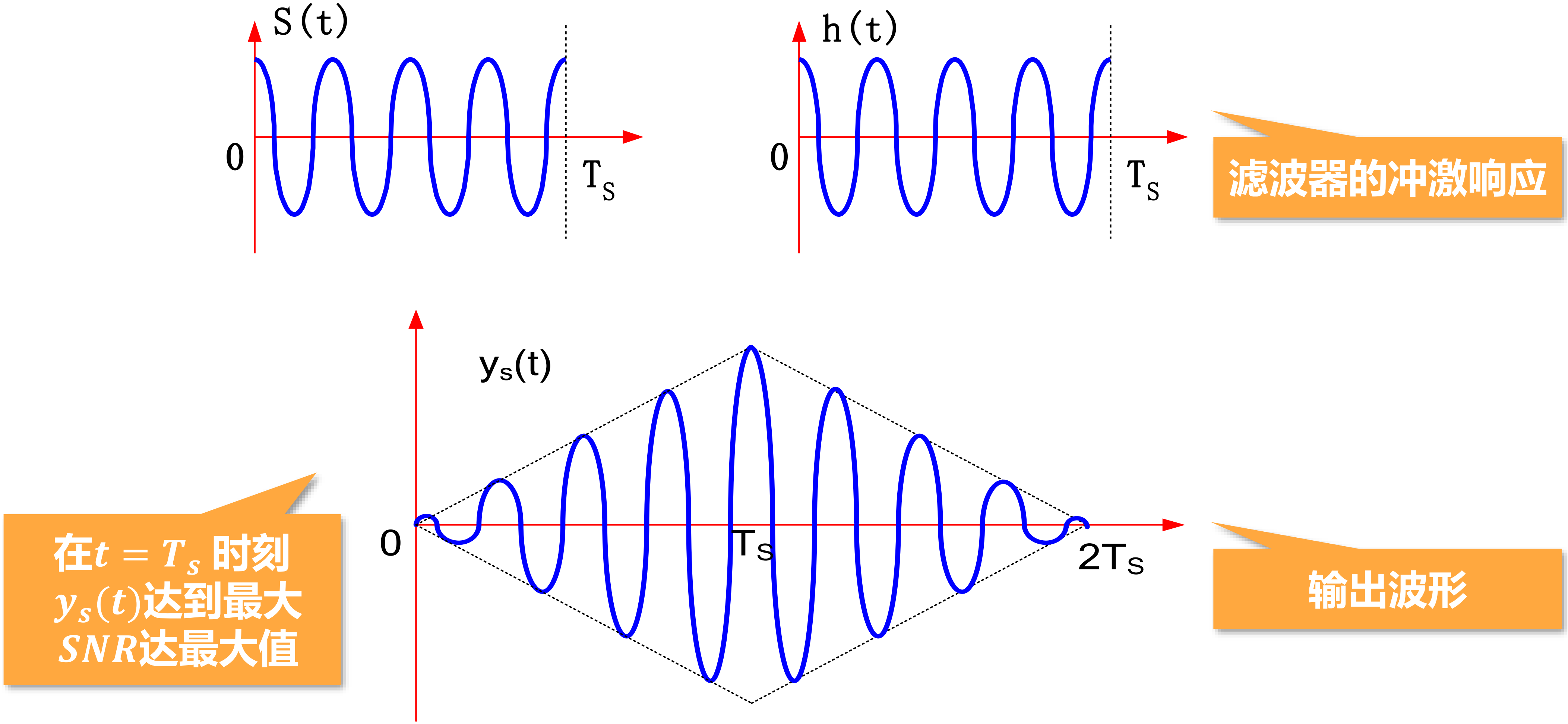
- **匹配滤波器的脉冲响应：** $h(t)=s(T-t)=\cos 2\pi f_0(T-t) \qquad t\in[0,T]$

- **假设：** $f_0=N/T$

- **输出信号：** $s_o(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}s(\tau)h(t-\tau)d\tau$

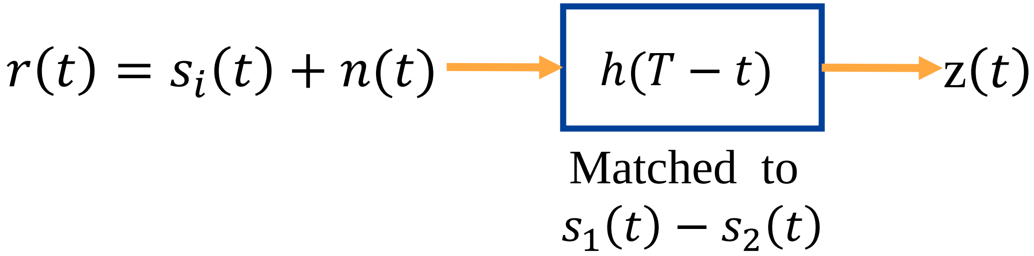
$$=\begin{cases}\dfrac{t}{2}\cos 2\pi f_0 t & 0\le t<T\\ \dfrac{2T-t}{2}\cos 2\pi f_0 t & T\le t<2T\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

04.匹配滤波器

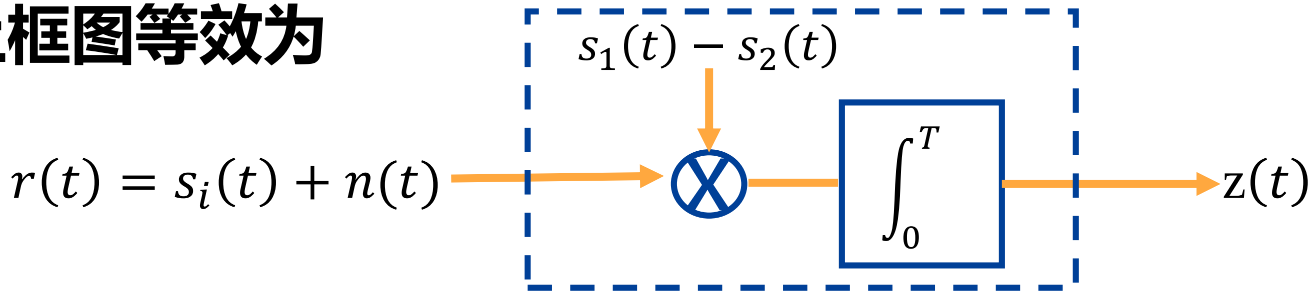

S(t)
0
T_S
h(t)
0
T_S
滤波器的冲激响应
$y_s(t)$
0
T_S
$2T_S$
输出波形
在$t=T_s$时刻
$y_s(t)$达到最大
SNR达最大值

04.匹配滤波器

基于匹配滤波器的接收机（可看作$s_1(t)$、 $s_2(t)$匹配滤波器的组合）



以上框图等效为



$$z(T) = \int_0^T r(t)[s_1(t) - s_2(t)]dt = \int_0^T r(t)s_1(t)dt - \int_0^T r(t)s_2(t)dt$$

- **当输入为$s_1(t)+n(t)$时，输出信号值大于零，判$s_1(t)$出现；**
- **当输入为$s_2(t)+n(t)$时，输出信号值小于零，判$s_2(t)$出现。**

目录

01 数字基带传输

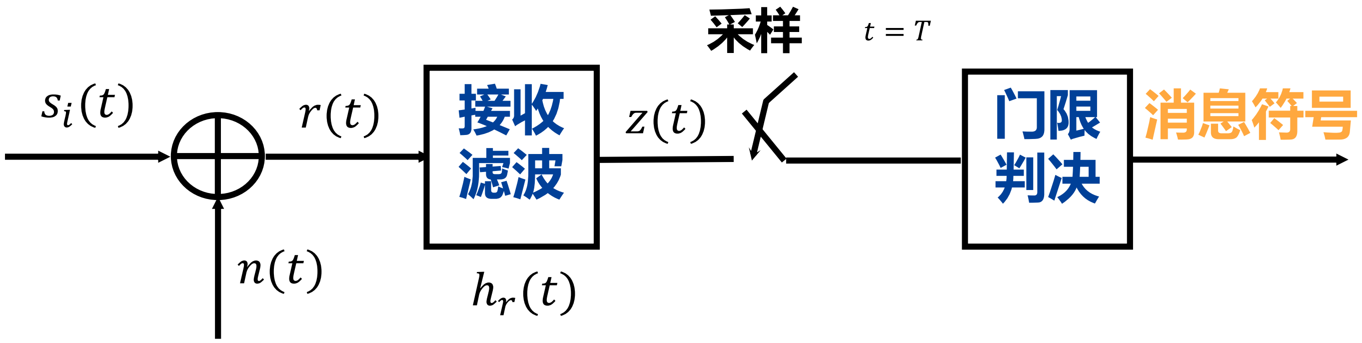
02 基带信号解调与检测

03 信号与噪声

04 匹配滤波器

05 高斯噪声干扰下的二进制信号检测

06 码间串扰



简化的基带传输模型

Detection 检测： 采样判决过程,选择合适的数字符号

- **Compares the $z(T)$ to some threshold level γ_0 , i.e.,**

$$z(T) \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma_0$$

where H_1 and H_2 are the two possible binary hypothesis.

在数字通信中常用的“最佳”准则是最小错误概率准则和最大输出信噪比准则。

- 最大信噪比准则
  - 使输出信号在某一时刻（判决时刻）的瞬时功率对噪声平均功率之比达到最大。
- **最小错误概率准则**
  - **在白噪声环境下的判决错误概率最小。**

$$P_e = \mathrm{p}(\text{判决}1 \mid \text{发射}0)\mathrm{p}(\text{发射}0) + \mathrm{p}(\text{判决}0 \mid \text{发射}1)\mathrm{p}(\text{发射}1)$$

05.高斯噪声干扰下的二进制信号的检测

- **研究问题：** **数字信号的可靠性问题**
- **研究对象：** **传输中的高斯噪声**
- **研究目的：** **如何设计特定噪声下的最佳接收机**
- **研究方法：** **简化条件，根据准则**

对于AWGN上基带信号传输来说，产生一个判决矢量 $r=(r_1,r_2,\cdots,r_N)$

接收信号中有关发送信号的全部有用信息保含在这个判决矢量中。

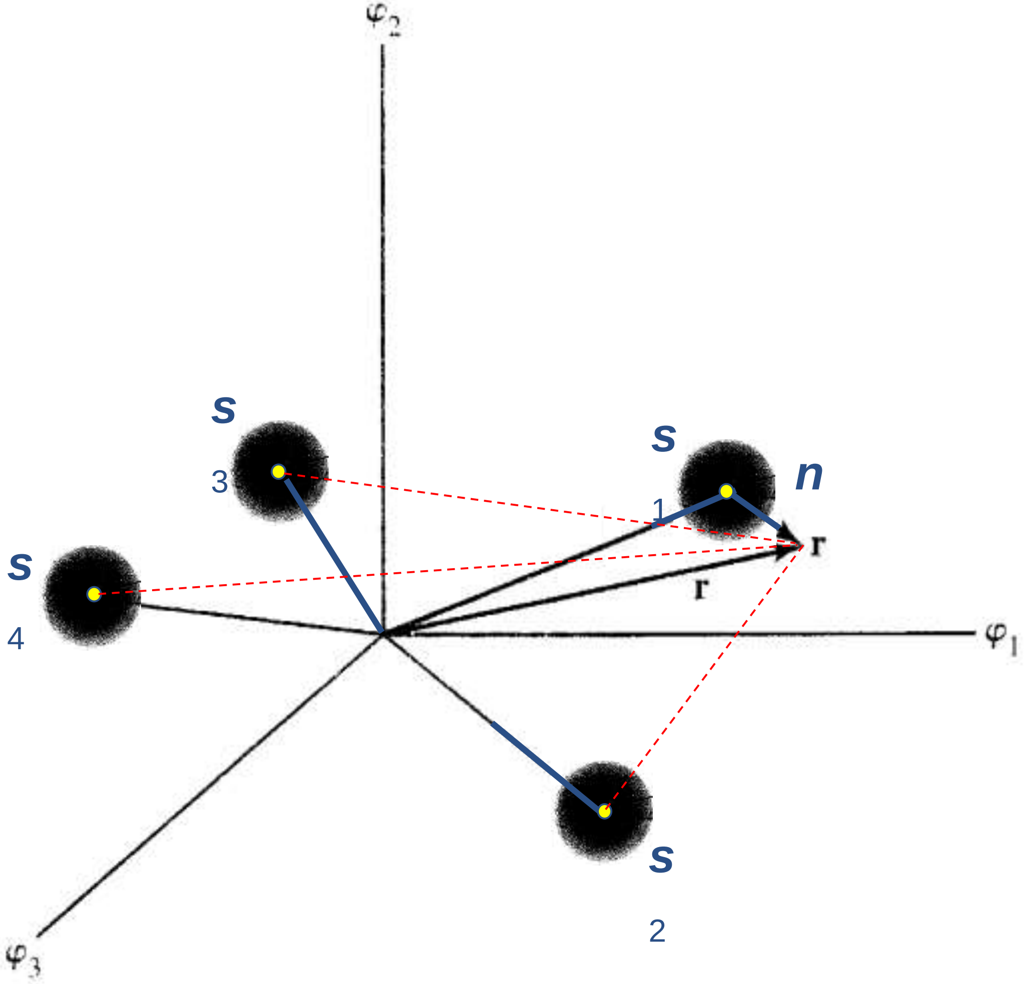
接收矢量是二项之和，一项是s_m，即与发送信号波形有关的矢量，另一项是噪声矢量 n。

它是噪声在信号空间的投影。把 s_m 视做信号空间一点，n是N维信号空间一个随机矢量。

它的每个分量是均值为0，方差为N_0 /2 的独立高斯变量，它可以表示为矢量 s_m上叠加一个

球对称分布的噪声，形成了信号空间中以 s_m为中心的一个球状云团。

信号空间中以 s_m为中心的一个球状云团。



设M个信号为 $s_m(t), m = 1,2,\cdots,M$，相应的先验概率为 $p(s_m)$。

- 如果我们没有收到 $r(t)$，则我们总是估计 $p(s_m)$ 最大的那个信号为最可能被发送。
- 如果我们收到 $r(t)$，应该选使后验概率 $p(s_m|r)$ 最大的那个 s_m 为发送信号。这称为最大后验概率准则（MAP）。

$$p(s_m|\mathbf{r}) = \frac{p(\mathbf{r}|\mathbf{s}_m)\cdot p(\mathbf{s}_m)}{p(\mathbf{r})}, \quad p(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^{M} p(\mathbf{r}|\mathbf{s}_m)\cdot p(\mathbf{s}_m)$$

最大后验概率准则（MAP）：

$$m_{MAP} = \arg\max_m \{p(s_m|\mathbf{r})\} \Leftrightarrow \arg\max_m \{p(\mathbf{r}|\mathbf{s}_m)\cdot p(\mathbf{s}_m)\}$$

最大似然概率准则（ML）：

$$m_{ML} = \arg\max_m \{p(\mathbf{r}|s_m)\}$$

当M个信号是先验等可能传送时， $p(s_m) = 1/M$， $m_{MAP} \Leftrightarrow m_{ML}$

由于对数函数的单调性，所以最大后验概率准则（MAP）也等价于：

$$\arg\max_m \{p(\mathrm{s}_m|\mathbf{r})\} \Leftrightarrow \arg\max_m \{\ln[p(\mathrm{s}_m|\mathrm{r})]\}$$

$$\Leftrightarrow \arg\max_m \{\ln p\,(s_m) + \ln p\,(r|s_m)\}$$

由 $$p(\mathrm{r}|\mathrm{s}_m) = \frac{1}{(\pi N_0)^{N/2}} \exp\left\{-\sum_{i=1}^{N}(r_i - s_{mi})^2/N_0\right\} = \frac{1}{(\pi N_0)^{N/2}} \exp\{-\|\mathrm{r}-\mathrm{s}_m\|^2/N_0\}$$

$$\ln p\,(\mathbf{r}|\mathbf{s}_m) = \frac{-N}{2}\ln(\pi N_0) - \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N}(r_i - s_{mi})^2$$

最大后验概率准则为： $$\arg\max_m \left\{\ln p\,(\mathbf{s}_m) - \frac{N}{2}\ln(\pi N_0) - \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N}(r_i - s_{mi})^2\right\}$$

$$\Leftrightarrow \arg\max_{m}\left\{\ln p\left(\mathbf{s}_m\right)-\frac{1}{N_0}||\mathrm{r}-\mathrm{s}_m||^2\right\}$$

当M个信号是先验等可能传送时， $p(\mathbf{s}_m)=1/M$， $m_{MAP}=m_{ML}$

最大似然概率准则（ML）：

$$m_{ML}=\arg\max_{m}\left\{p(\mathbf{r}\,|\,\mathbf{s}_m)\right\}$$

$$m_{ML}=\arg\max_{m}\left\{p(\mathbf{r}\,|\,\mathbf{s}_m)\right\}$$

若记 $D_m \triangleq ||\mathrm{r}-\mathrm{s}_m||^2$ $\Leftrightarrow \arg\max_{m}\left\{-\frac{1}{N_0}||\mathbf{r}-\mathbf{s}_m||^2\right\}$

最大似然概率准则（ML）等价于最小距离准则

05.高斯噪声干扰下的二进制信号的检测——最大似然接收机

似然函数： 信号 S_i 的似然函数定义为条件概率密度函数 $p(z|s_i)$

最大似然判决准则：若已知信号的先验概率 $P(s_1)$和$P(s_2)$，则信号的最大似然判决准则定义为：

$$\frac{P(Z|S_1)}{P(Z|S_2)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{P(S_2)}{P(S_1)}$$

- 信号的最佳判决不仅与似然函数有关，而且与信号的先验概率有关。
- 利用最大似然判决法，无须显式地确定判决门限，也可获得最佳判决。

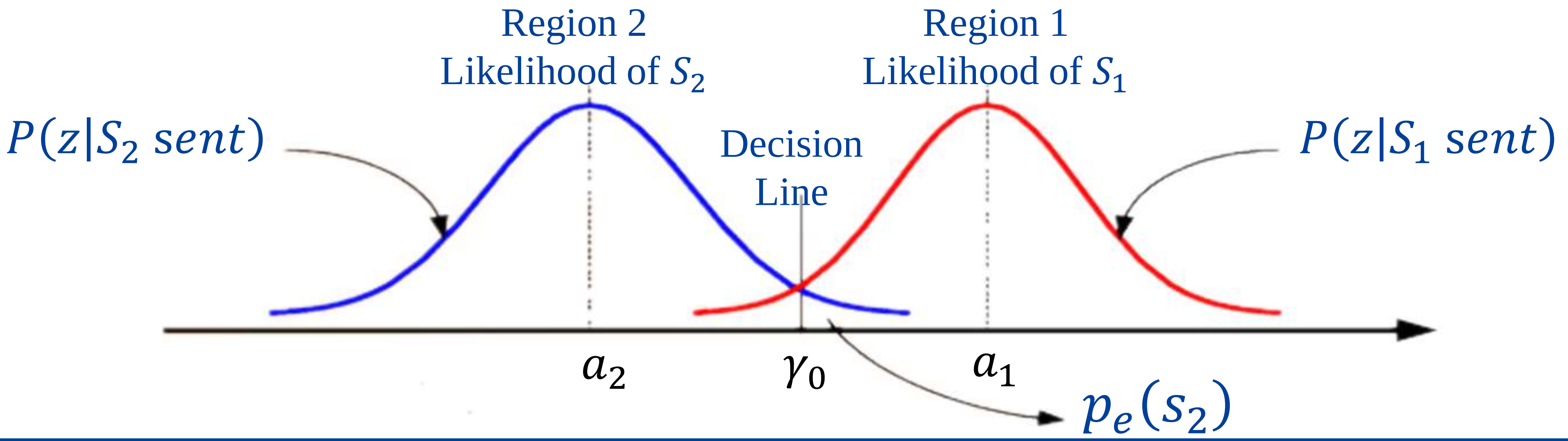
05.高斯噪声干扰下的二进制信号的检测——最大似然接收机

- **当信号的先验概率$P(s_1)$和$P(s_2)$相等时，判决规则简化为**

$$P(Z_a|\boldsymbol{S}_1) > P(Z_a|\boldsymbol{S}_2)$$

- **对于高斯噪声干扰的信道，最佳的判决门限可解得为：**

$$Z(T)\underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{a_1+a_2}{2} = \gamma_0$$



05.高斯噪声干扰下的二进制信号的检测——最大似然接收机

信号模型：

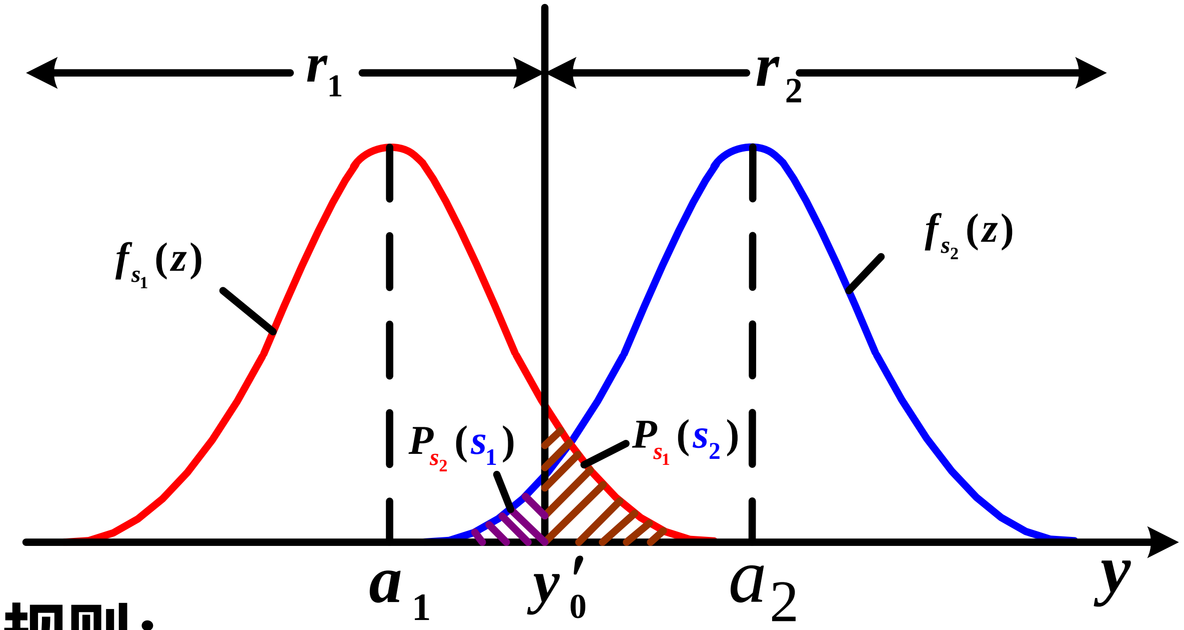
$$z(t) = s_i(t) + n(t), \qquad i = 1,\ 2$$

观测值的条件概率密度函数：

$$f_{s_1}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\{-\frac{1}{n_0}\int_0^{T_s}[z(t)-a_1]^2 dt\}$$

$$f_{s_2}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\{-\frac{1}{n_0}\int_0^{T_s}[z(t)-a_2]^2 dt\}$$

05.高斯噪声干扰下的二进制信号的检测——最大似然接收机

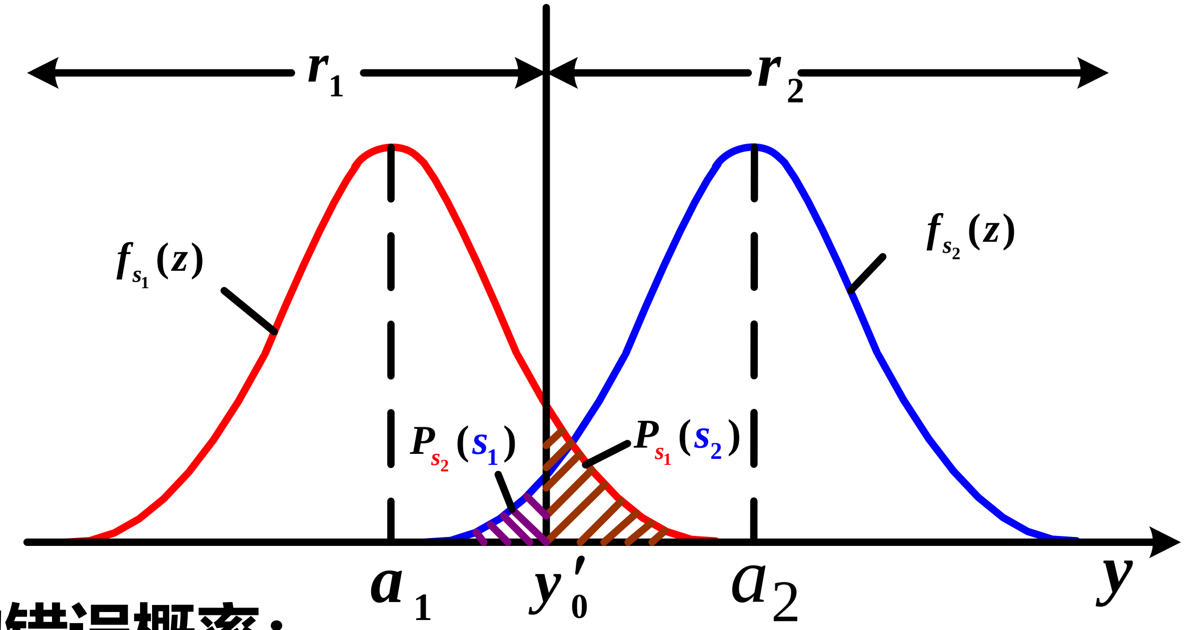


判决规则：

- 若接收信号落在区域r_1内，则判为S_1(t)；
- 若接收信号落在区域r_2内，则判为S_2(t)。

发送S_1(t)和S_2(t)时的判决错误概率：

$$P_{s_1}(s_2) = \int_{z_0'}^{\infty} f_{s_1}(z)dz \qquad P_{s_2}(s_1) = \int_{-\infty}^{z_0'} f_{s_2}(y)dy$$



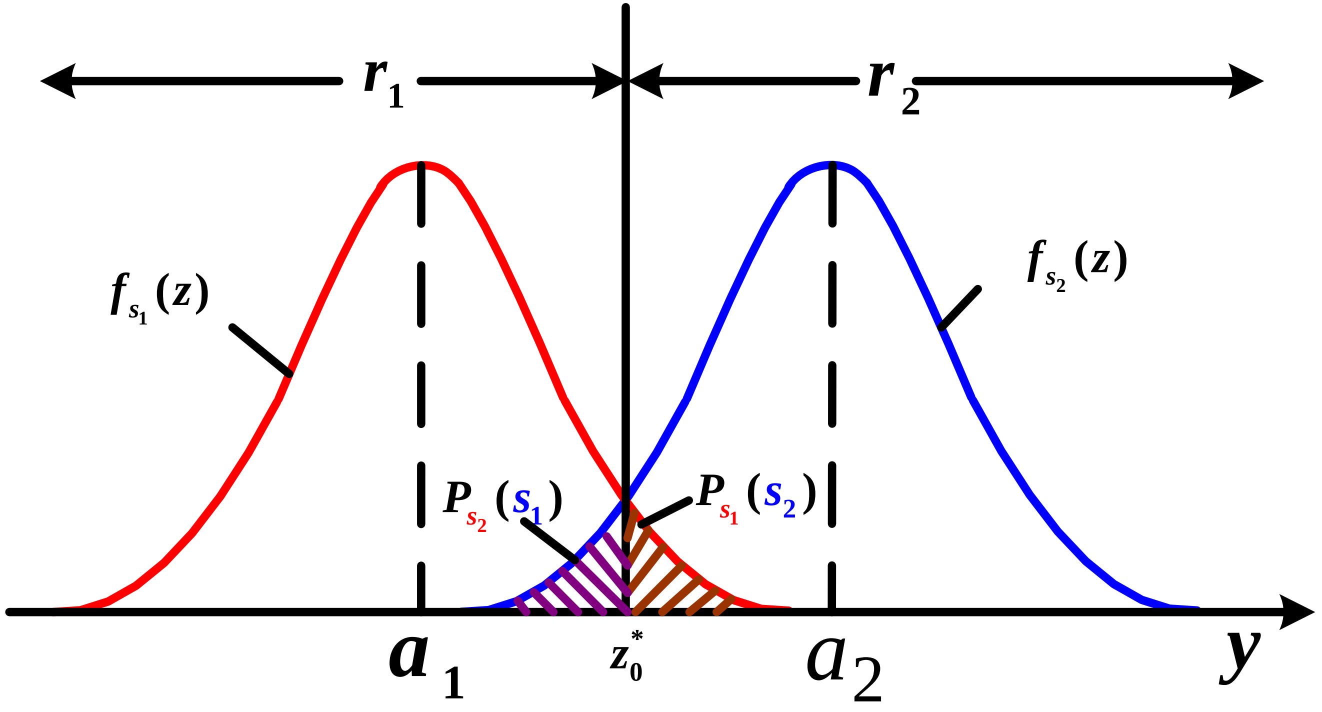
平均错误概率:

$$P_e = P(s_1)P_{s_1}(s_2) + P(s_2)P_{s_2}(s_1) = P(s_1)\int_{z_0'}^{\infty} f_{s_1}(z)dz + P(s_2)\int_{-\infty}^{z_0'} f_{s_2}(z)dz$$

最佳判决门限:

$$\frac{\partial P_e}{\partial z_0'} = -P(s_1)f_{s_1}(z_0') + P(s_2)f_{s_2}(z_0') = 0 \Rightarrow \frac{f_{s_1}(z_0')}{f_{s_2}(z_0')} = \frac{P(s_2)}{P(s_1)}$$

若 $P(s_1)=P(s_2)$, 有 $f_{s_1}(z_0^*)=f_{s_2}(z_0^*)$



最小错误概率判决准则：

$$\frac{f_{s_1}(z)}{f_{s_2}(z)} > \frac{P(s_2)}{P(s_1)}$$时，判为r_1 （即接收信号为s_1）

$$\frac{f_{s_1}(z)}{f_{s_2}(z)} < \frac{P(s_2)}{P(s_1)}$$时，判为r_2 （即接收信号为s_2）

似然比

若发送信号等概率出现，则

$f_{s_1}(z) > f_{s_2}(z)$时，判为r_1 （即接收信号为s_1）

$f_{s_1}(z) < f_{s_2}(z)$时，判为r_2 （即接收信号为s_2）

最大似然判决准则

似然函数

差错概率：

- **若判决门限设定为γ_0，发送s_1时错判为s_2的概率为：**

$$P(e|s_1) = P(H_2|s_1) = \int_{-\infty}^{\gamma_0} P(Z|S_1)\,dz$$

- **发送s_2时错判为s_1的概率为：**

$$P(e|s_2) = P(H_1|s_2) = \int_{\gamma_0}^{-\infty} P(Z|S_2)\,dz$$

- **总的差错概率为：**

$$P_B = P(e|s_1)P(s_1) + P(e|s_2)P(s_2) = P(H_2|s_1)\,P(s_1) + P(H_1|s_2)P(s_2)$$

05.高斯噪声干扰下的二进制信号的检测——差错概率

当先验等概时，由条件概率密度函数的对称性，总的差错概率为：

$$P_B = \frac{1}{2}P(H_2|s_1) + \frac{1}{2}P(H_1|s_2) = \mathrm{P}(H_2|s_1) = P(H_1|s_2)$$

$$\int_{\gamma_{0=(a_1+a_2)/2}}^{\infty} P(Z\,|s_2)\,dz$$

$$= \int_{\gamma_{0=(a_1+a_2)/2}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_2}{\sigma_0}\right)^2\right] dz$$

$$= \int_{u=(a_1-a_2)/2\sigma_0}^{u=\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = Q\left(\frac{a_1-a_2}{2\sigma_0}\right)$$

$$Q(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$$

式中，$Q(x)$为互补误差函数：为单调降函数，一般可通过查表或近似公式求$Q(x)$。

05.高斯噪声干扰下的二进制信号的检测——判别门限的确定

双极性基带信号，抽样判决器输入端得到的波形可表示为：

$$s(t)=\begin{cases}+a+n(t), & \text{发送“1”时} \\ -a+n(t), & \text{发送“0”时}\end{cases}$$

$n(t)$是均值为0，方差为σ_n的高斯噪声。发“0”和发“1”的先验概率分别为$P(s_1)$和$P(s_2)$。若判决门限设为γ_0，则误码率为：

$$P_b=P(s_1)P(e|s_1)+P(s_2)P(e|s_2)=P(s_1)\int_{-\infty}^{\gamma_0}p(z|s_1)dz+P(s_2)\int_{\gamma_0}^{+\infty}p(z|s_2)dz$$

求使P_b最小的判决门限，令 $\dfrac{dP_b}{d\gamma_0}=0$

得： $P(s_1)p(\gamma_0|s_1)-P(s_2)p(\gamma_0|s_2)=0$

即有：

$$P(s_1)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp\left(-\frac{(\gamma_0-a)^2}{2\sigma_n^2}\right)-P(s_2)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp\left(-\frac{(\gamma_0+a)^2}{2\sigma_n^2}\right)=0$$

解方程得： $\gamma_0 = \frac{\sigma_n^2}{2a}\ln\left(\frac{P(s_2)}{P(s_1)}\right)$

为最佳判决门限。显然，当先验等概时，有： $\gamma_0=0$

目录

01 数字基带传输

02 基带信号解调与检测

03 信号与噪声

04 匹配滤波器

05 高斯噪声干扰下的二进制信号检测

06 码间串扰

目录

01 码间串扰的基本概念

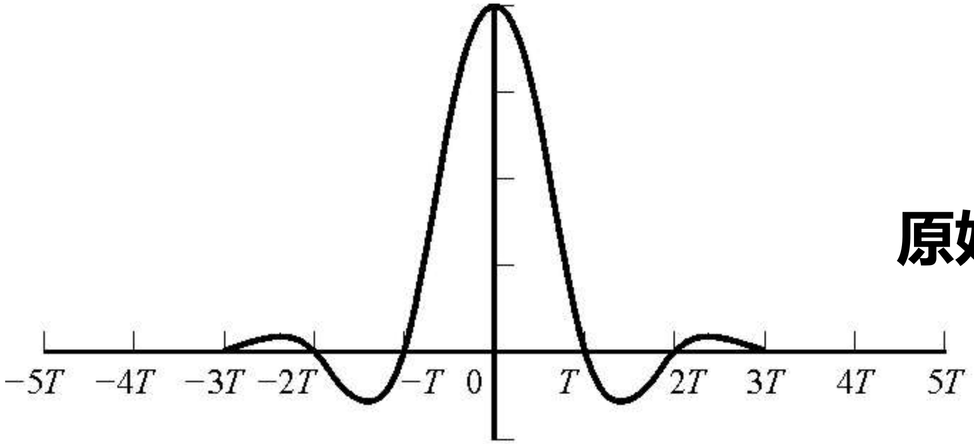
02 码间串扰的影响

03 无码间串扰的时域条件

04 均衡滤波器设计

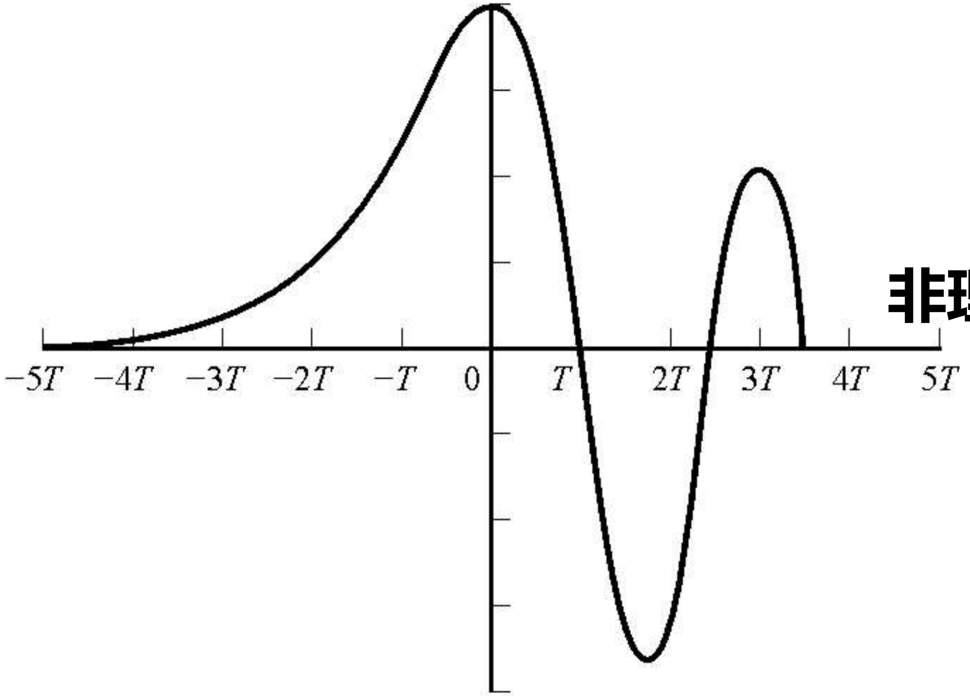
非理想信道的影响

理想信道



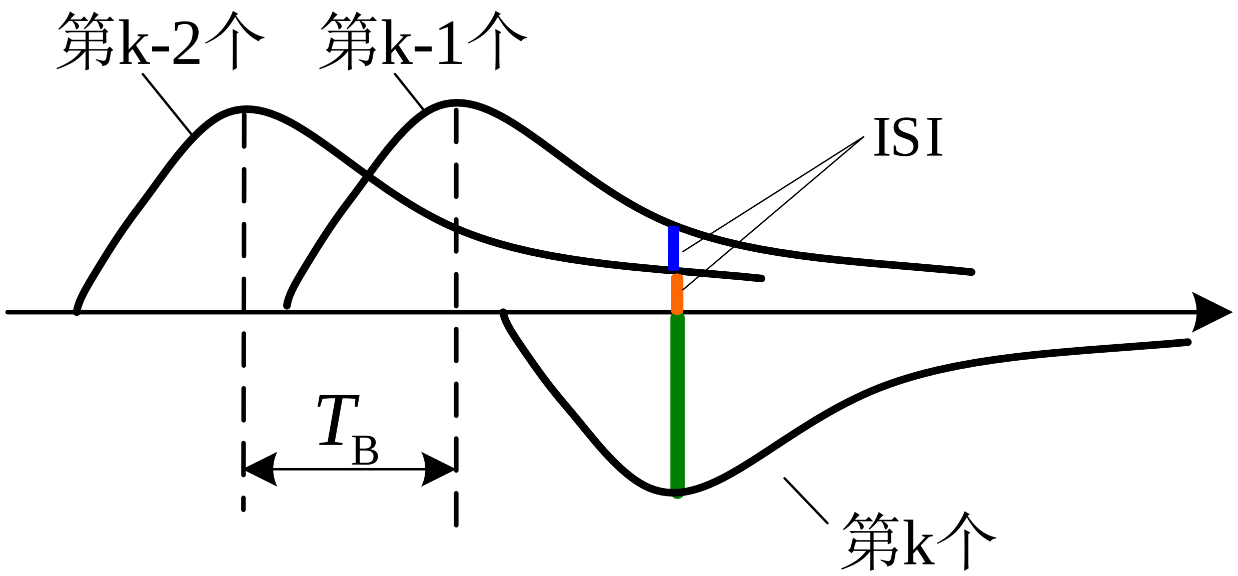
原始图像

非理想信道

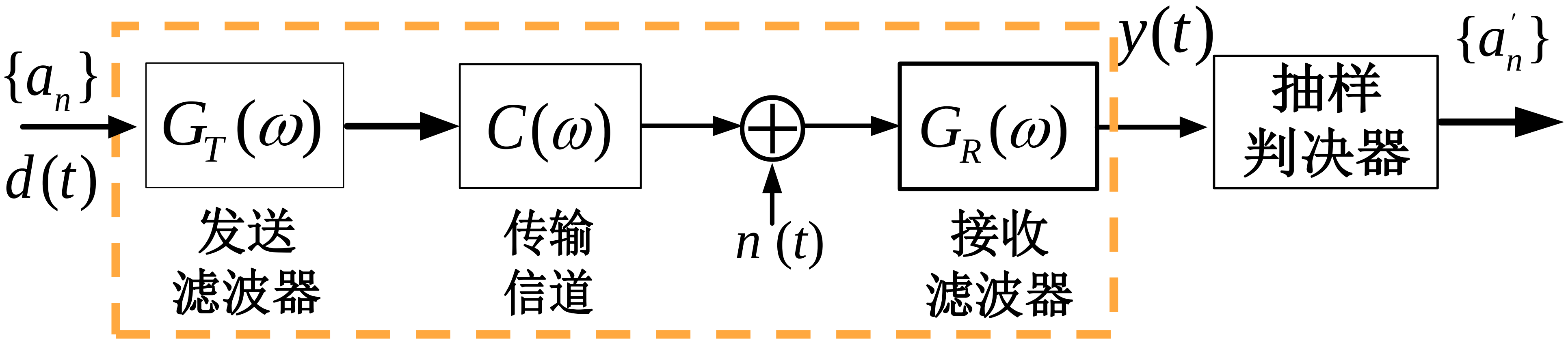


非理想信道

码间串扰(Intersymbol interference, ISI)：系统传输特性不理想，使前后码元波形畸变，前面波形出现拖尾，对当前码元的判决造成干扰



信号频带有限 → 信号时域上无限延伸 → 码间串扰



基带传输总特性：

$$H(\omega) = G_T(\omega)C(\omega)G_R(\omega)$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$\{a_n\}$： 发送滤波器的输入符号序列，取值为0、1

$\{a_n\}$对应的基带信号：

$$d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n\delta(t-nT_B)$$

01.码间串扰的基本概念——定量分析码间串扰产生的原因（2）

接收滤波器输出信号：

$$y(t)=d(t)*h(t)+n_R(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n h(t-nT_B)+n_R(t)$$

设抽样时刻 $t=kT_B$，则抽样值为：

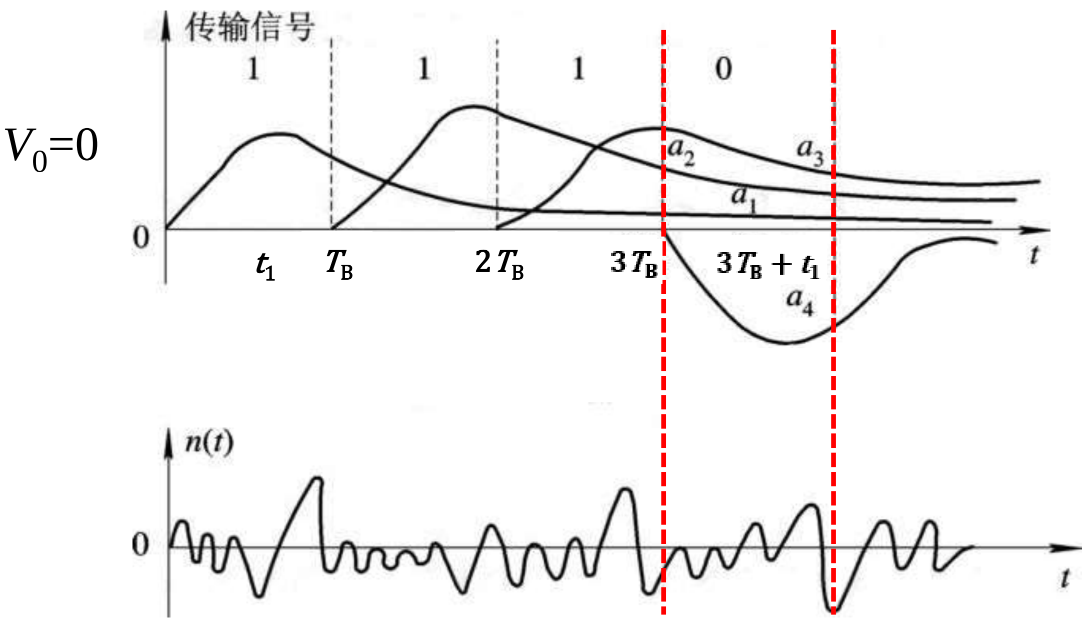
$$y(kT_B)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n h(kT_B-nT_B)+n_R(kT_B)$$

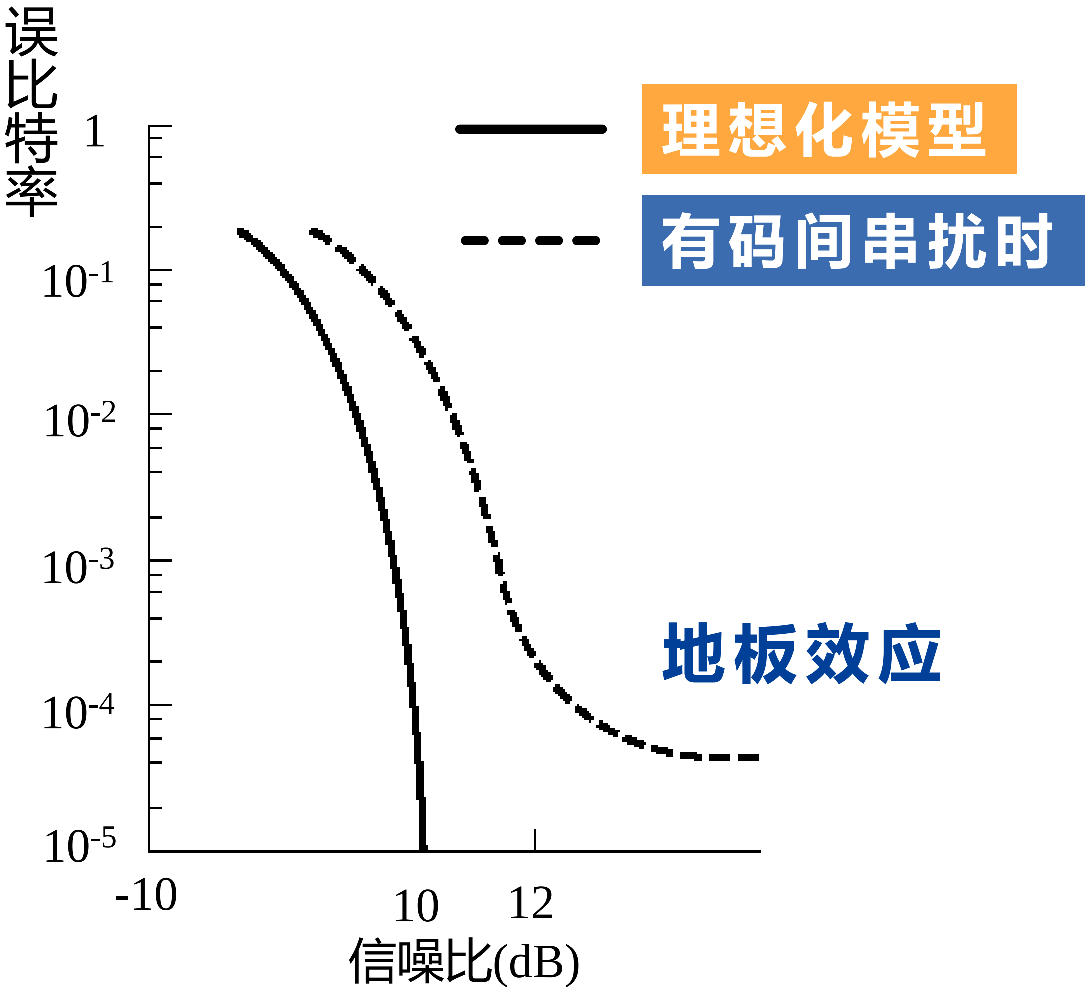
$$=\underbrace{a_k h(0)}_{\text{第}k\text{个码元的取样值}}+\underbrace{\boxed{\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq k}}^{\infty}a_n h[(k-n)T_B]}}_{\text{除第}k\text{个码元外其它码元的串扰值}}+\underbrace{\boxed{n_R(kT_B)}}_{\text{输出抽样值}}$$

02.码间串扰的影响——码间串扰与误判

设判决电路的判决门限为V_0

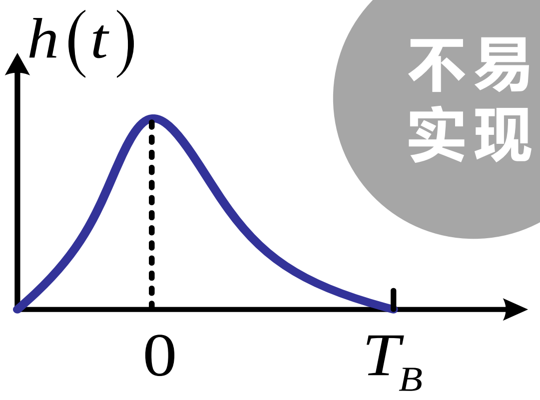
- $y(kT_B) > V_0,\ a_k = 1$
- $y(kT_B) < V_0,\ a_k = 0$





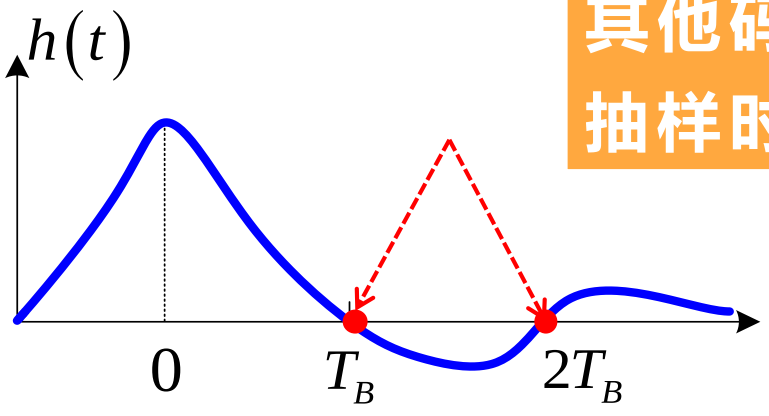
当$a_1+a_2+a_3+a_4>V_0$时错判，造成误码

- **消除码间串扰，应有** $\text{ISI}=\sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq k}}^{\infty} a_n h\left[(k-n)T_B\right]=0$
- **两种可能：**
  - 判决时刻波形已经衰减到0
  - 使 $h[(k-n)T_B]=0$，判决时刻正好为0



不易实现

衰减到0



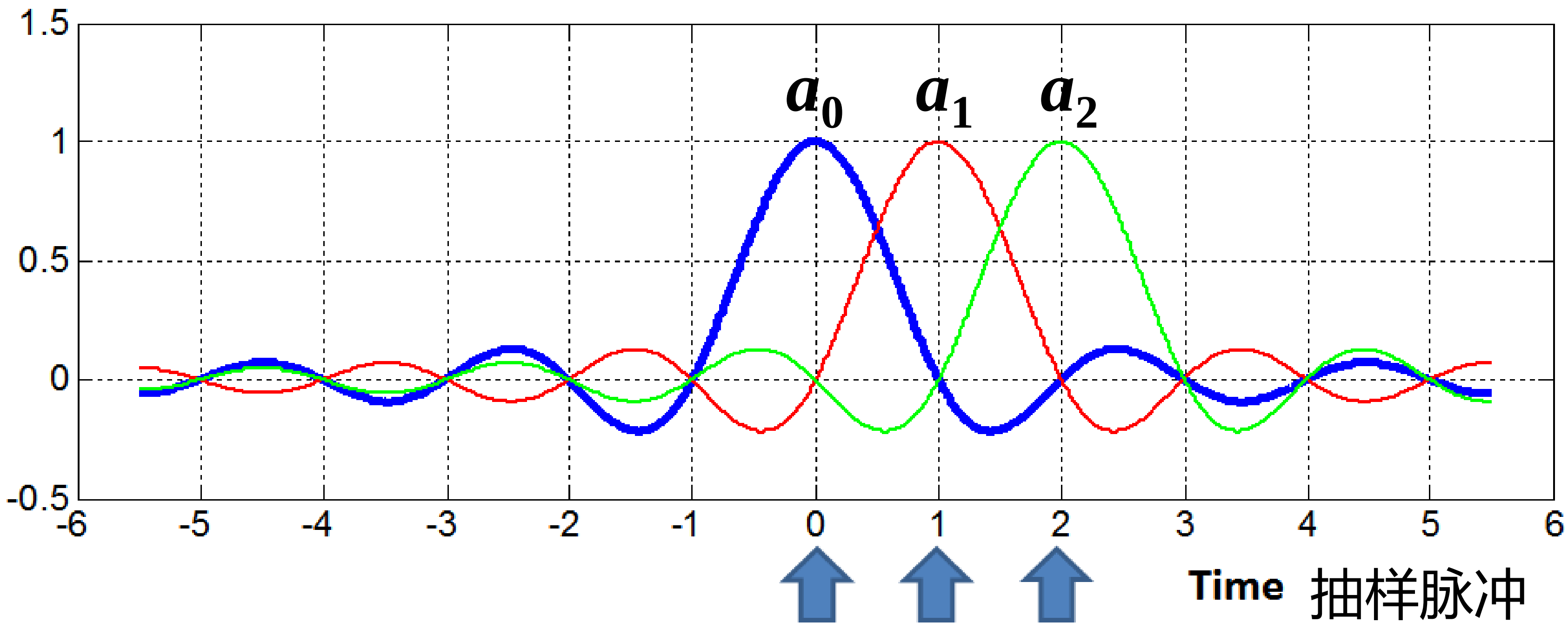
其他码元抽样时刻为0

抽样时刻为0

03.无码间串扰的时域条件——抽样时刻最大

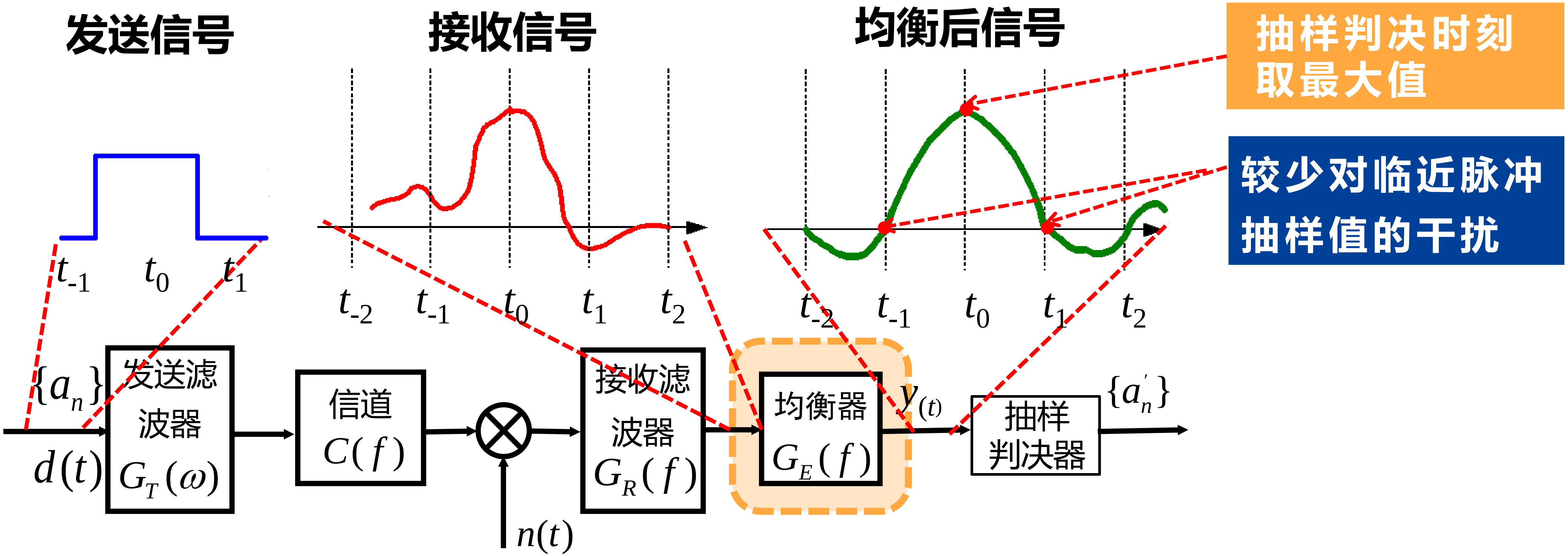
本码元抽样时刻取最大值，其他码元抽样时刻均为0

$$\text{ISI} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq k}}^{\infty} a_n h\left[(k-n)T_B\right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{h(kT_B) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k\text{为其他整数} \end{cases}}$$

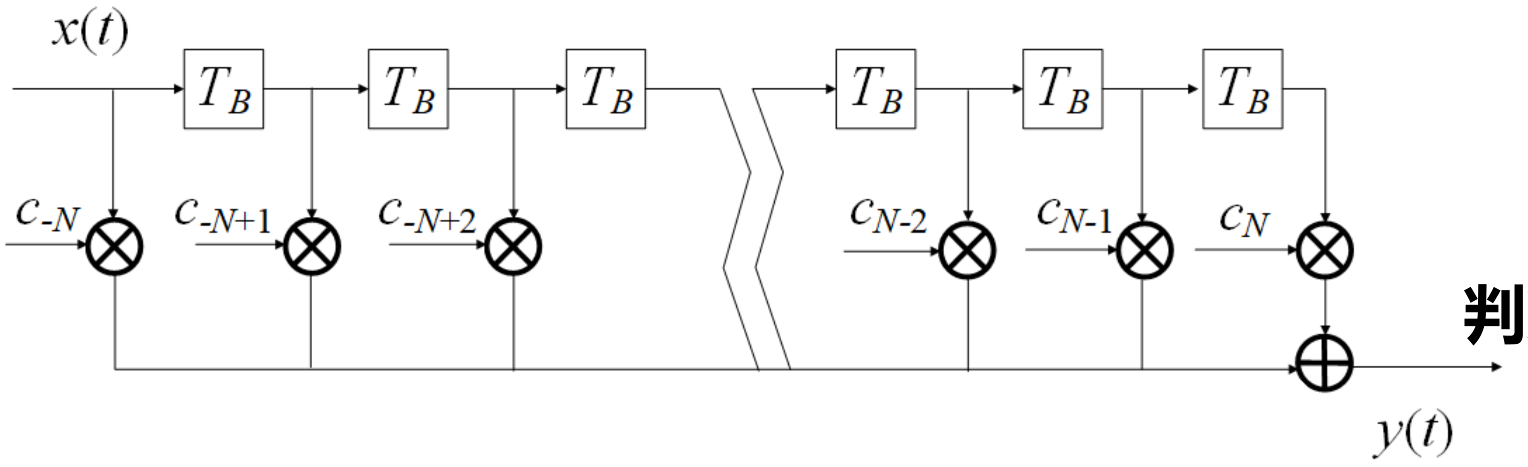


信道均衡器：

接收滤波器后接一个参数可调的横向滤波器，补偿信道的不理想性



04.均衡滤波器设计——有限长横向滤波器



$t = kT_B$时刻 $\quad y(kT_B) = \sum_{i=-N}^{N} c_i x[(k-i)T_B]$ **简记为** $y_k = \sum_{i=-N}^{N} c_i x_{k-i}$

$$\boxed{h(kT_B) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k\text{为其他整数} \end{cases}}$$

因此c_i应满足条件

$$\begin{cases} y_k = \sum_{i=-N}^{N} c_i x_{k-i} = 0, & k = \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm N \\ y_k = \sum_{i=-N}^{N} c_i x_{-i} = 1, & k = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_k = \sum_{i=-N}^{N} c_i x_{k-i} = 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm N \\ y_k = \sum_{i=-N}^{N} c_i x_{-i} = 1, \quad k = 0 \end{cases}$$

用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & & \cdots & & x_{-2N} \\ x_1 & x_0 & & \cdots & & x_{-2N+1} \\ \vdots & \vdots & & \cdots & & \vdots \\ \boxed{x_N} & x_{N-1} & \cdots & x_0 & \cdots & x_{-N} \\ \vdots & \vdots & & \cdots & & \vdots \\ x_{2N} & x_{2N-1} & & \cdots & & x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-N} \\ c_{-N+1} \\ \vdots \\ c_0 \\ \vdots \\ c_{N-1} \\ c_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \boxed{1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

这种调整叫做

迫零调整

所设计的均衡器称为

迫零均衡器

峰值失真准则：

码间串扰最大值与有用信号样值之比

输出峰值失真 $$D = \frac{1}{\boxed{y_0}} \boxed{\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |y_k|}$$

除$k=0$以外的各样值绝对值之和，表示码间串扰的最大值

y_0是有用信号样值

输入峰值失真 $$D_0 = \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |x_k|$$

通过$\frac{D}{D_0}$来考察均衡效果

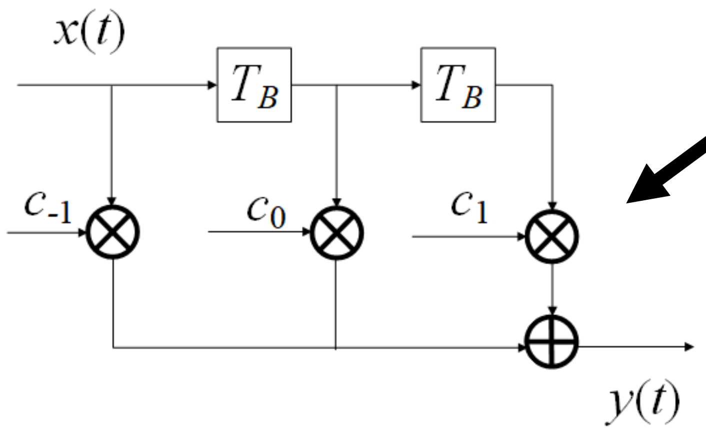
04.均衡滤波器设计——三抽头横向滤波器求解（1）

[例] 设计一个具有3个抽头的迫零均衡器，以减小码间串扰。已知

$$x_{-2}=0 \quad x_{-1}=0.1 \quad x_0=1 \quad x_1=-0.2 \quad x_2=0.1$$

求3抽头系数，并计算均衡前后的峰值失真。

[解] 若采用 3抽头均衡器 $2N+1=3$



$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & x_{-2} \\ x_1 & x_0 & x_{-1} \\ x_2 & x_1 & x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} c_{-1}+0.1c_0=0 \\ -0.2c_{-1}+c_0+0.1c_1=1 \\ 0.1c_{-1}-0.2c_0+c_1=0 \end{cases}$$

c_{-1}=–0.09606， c_0=0.9606， c_1=0.2017

04.均衡滤波器设计——三抽头横向滤波器求解（2）

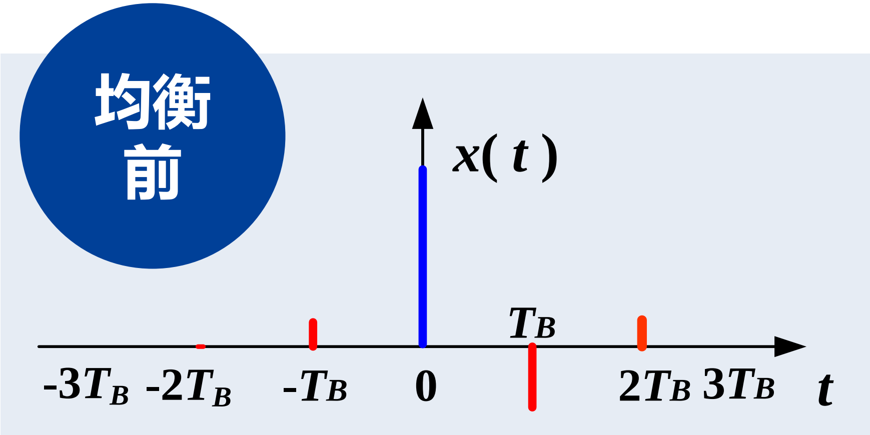
$c_{-1}= -0.09606$， $c_0=0.9606$， $c_1=0.2017$

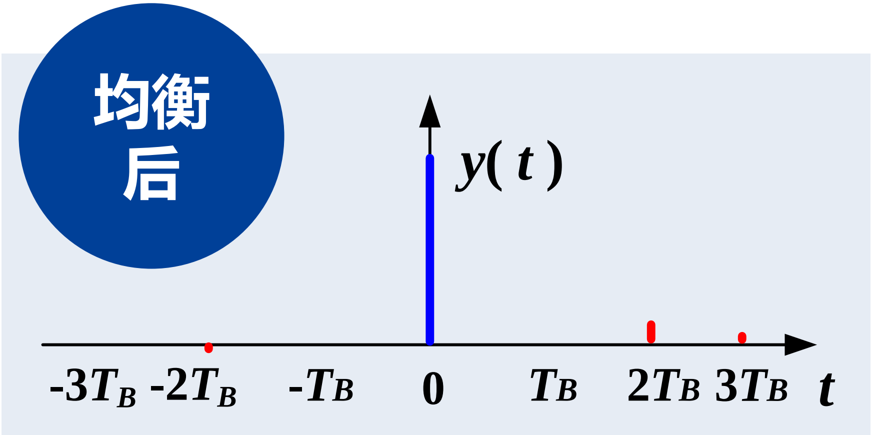
根据 $y_k = \sum_{i=-N}^{N} c_i x_{k-i}$ 得到

$$y_0 = c_{-1}\,x_1 + c_0\,x_0 + c_1\,x_{-1} = 1$$

$$y_1 = 0\,,\quad y_{-1} = 0\,,\quad y_2 = 0.0557,$$

$$y_{-2} = -0.0096\,,\quad y_3 = 0.0202,\quad y_{-3} = 0$$





04.均衡滤波器设计——三抽头迫零均衡器求解（3）

输入峰值失真

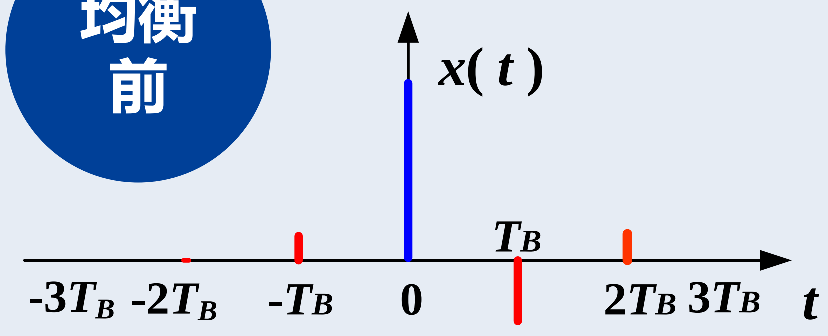
$$D_0 = \frac{1}{x_0}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} |x_k| = 0.4$$

输出峰值失真

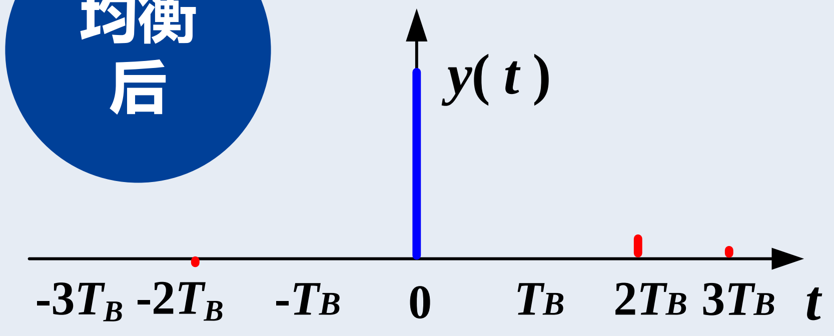
$$D = \frac{1}{y_0}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} |y_k| = 0.0869$$

均衡后的峰值失真为均衡前的21.7%
抽头有限时，不能完全消除码间串扰

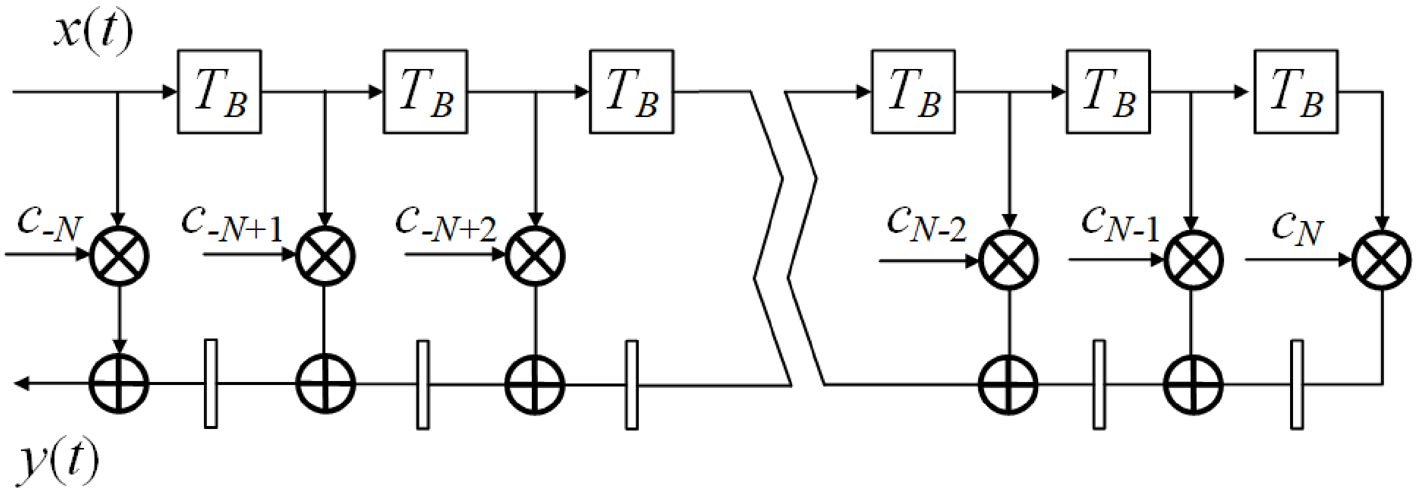
均衡前



均衡后



04.均衡滤波器设计——迫零均衡器电路实现

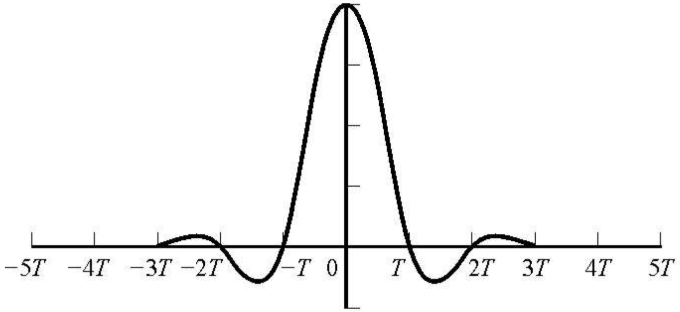


$2N+1$个乘法器
$2N$个加法器

抽头数越多，均衡效果越好，但复杂度也随之增加

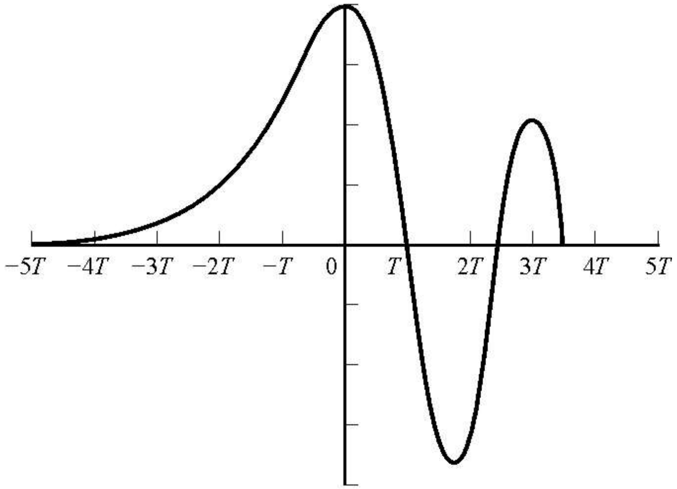
均衡的作用

理想信道



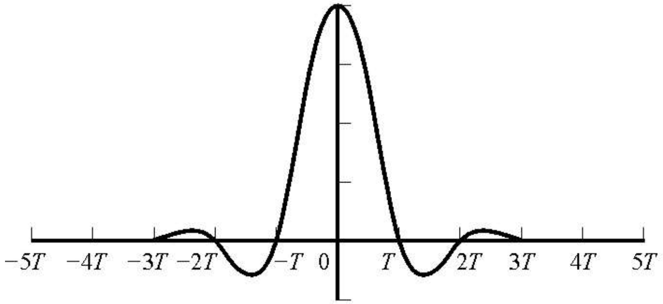
原始图像

非理想信道



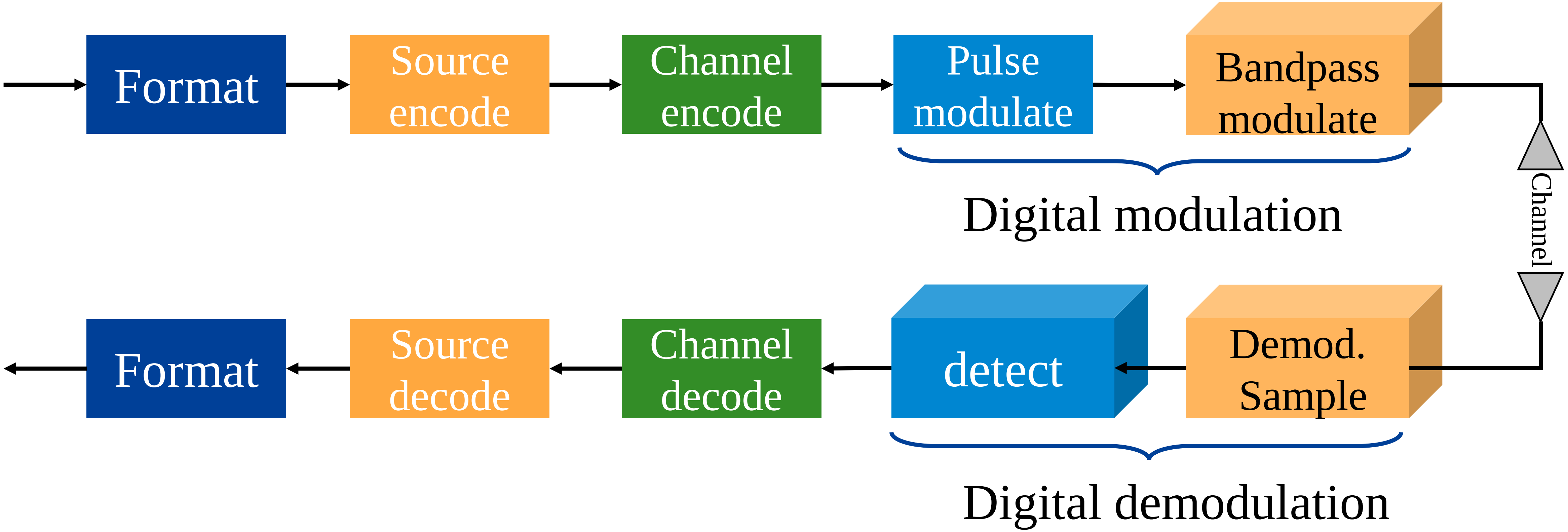
非理想信道

均衡后

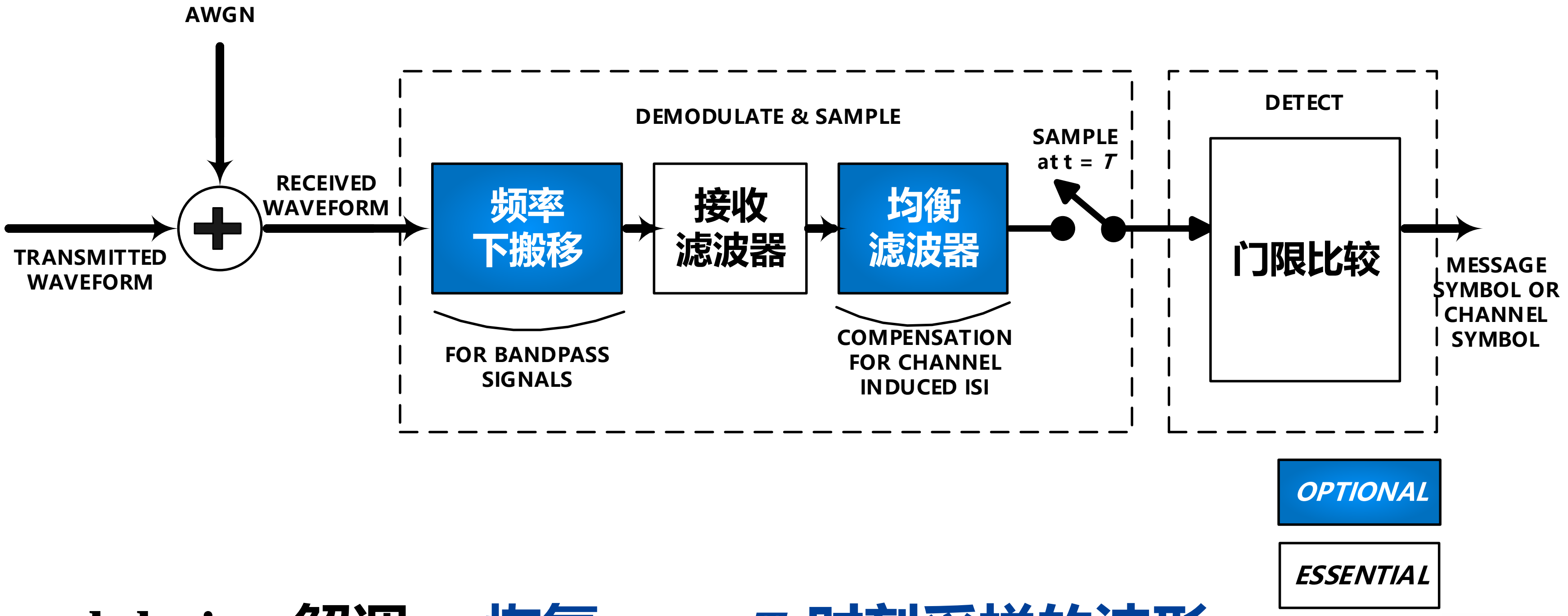


均衡后

数字通信系统


Format
Source encode
Channel encode
Pulse modulate
Bandpass modulate
Digital modulation
Channel
Format
Source decode
Channel decode
detect
Demod. Sample
Digital demodulation

本章总结



Demodulation 解调： 恢复 $t = nT$ 时刻采样的波形

- 接收滤波器：在无码间串扰下，恢复具有最大信噪比的基带脉冲

最大输出信噪比准则

Detection 检测 ： 采样判决过程,选择合适的数字符号

- 最大似然接收机：获得最佳判决

最小错误概率准则

本章总结

码间串扰

- 有限的频谱资源，导致前后码元畸变产生拖尾
- 引起“地板效应”

满足无码间串扰的均衡器

$$\mathrm{ISI} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq k}}^{\infty} a_n h\left[(k-n)T_B\right] = 0$$

- 通过横向滤波器使得信号在抽样判决时刻取最大值，同时对临近脉冲影响最小
- 迫零法确定滤波器抽头系数
- 均衡器性能和复杂度需要权衡

谢谢！