

变形 Lozi 映射映射的混沌及控制

汪琪 2013301020174

摘要

本文主要描述了二维间断动力学 lozi 混沌映射的问题，并使用 python，运用迭代法求解并使用 matplotlib 绘出其图形。并使用追踪的方法使其收敛到给定的参考信号。

前言

混沌现象是生活中经常遇到的现象，它说明了初值对结果的影响很大，稍微改变一下初值，其结果往往截然不同。蝴蝶扇动翅膀带来的暴风就是这一现象恰如其分的说明。自从 1963 年美国气象学家 E. N. Lorenz 第一次发现混沌以来，混沌的研究和应用逐渐成为学术热点之一。由于混沌对初始条件十分敏感，长期以来有些人认为混沌是不可控的，直到 20 世纪 90 年代，混沌控制才取得了突破性进展。1990 年，美国马里兰大学物理学家 Ott、Grebogi 和 Yorke 通过参数微扰法(OGY 法)成功的控制了混沌。近几十年来，国内外的科研工作者在混沌理论和实验方面做了大量的工作，其成果广泛应用于保密通信、信息科学、医学和生物科学等科学领域中。混沌控制的含义非常广泛，一般而青，指改变系统的混沌性态使之呈现或接近呈现周期性动力学行为。近年来，人们对混沌控制展开了较为深入的研究，提出了许多有效的控制方法。追踪控制即为其中之一。追踪控制通过施加控制使受控系统的输出信号达到事先给定的参考信号。通过查阅资料了解到新型二维间断离散系统一变形 Lozi 映射的混沌动力学行为，并对其进行了追踪控制，使其追踪任意给定的参考信号，从理论和数值仿真结果上都证明了该方法的有效性。

正文

对于新型二维间断离散系统一变形 Lozi 映射的混沌动力学行为，其运动满足运动学方程：

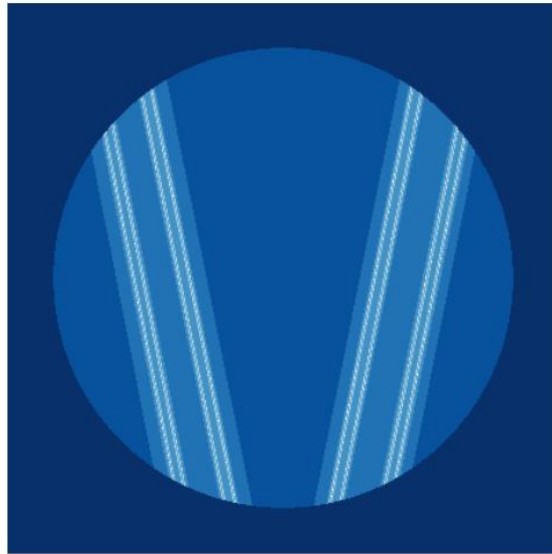
$$\begin{aligned} X(n+1) &= a - b|x(n)| + y(n) \\ Y(n+1) &= 0.3x(n) \end{aligned} \quad (1)$$

其中参数 a, b 均为实数。我们先给出其程序，其程序位于：
https://raw.githubusercontent.com/waqi1/computationalphysics_N2013301020174/master/%E6%9C%9F%E6%9C%AB.py

通过给定的不同 a, b 对其进行反复迭代以观察其规律。

首先，我们给出 $a=10, b=5$ 所对应的图像：

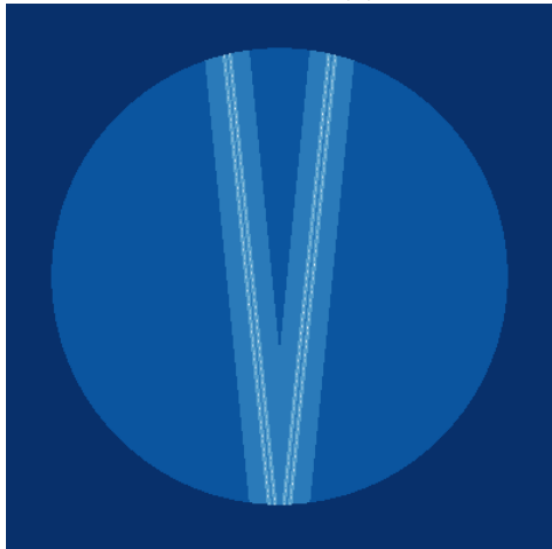
lozi reflection(1)



其计算耗时 1.46044530917

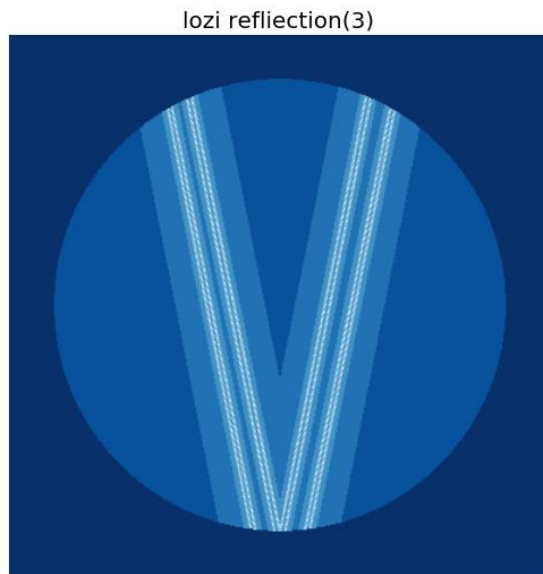
然后，给出 $a=5, b=10$ 所对应的图像：

lozi reflection(2)

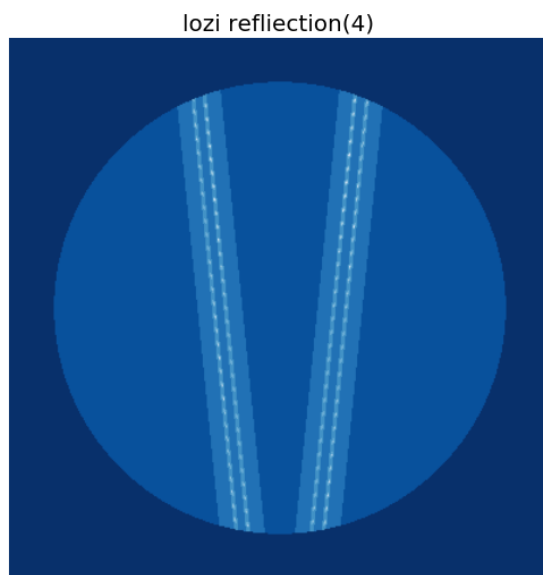


其计算耗时为 1.35365732073

我们再给出 $a=5, b=5$ 所对应的图像：



其计算时常为 1.51172066864.
最后绘出 $a=10, b=10$ 的图像



其计算时常为 1.37853698374

现根据其图形与计算时常对其进行分析。可以发现其混沌吸引子形状是与 a, b 大小无关。 a, b 大小仅影响混沌的在绘制范围内的图形大小与混沌状态。而由于绘制范围一定，进一步导致了 a 与 b 其中的某值越大，计算时长越小。

对其做进一步的理论分析：

由 (1) 式可得，其不动点方程为：

$$(a - b|x| + y, 0.3x) = (x, y) \quad (2)$$

用 $0.3x$ 代替 y 并化简得;

$$a - b|x| + 0.3x = x \quad (3)$$

从而利用求根公式得, 其解为

$$x_{1,2} = \frac{a}{0.7 + b \operatorname{sgn}(x)} \quad (4)$$

对于变形 Lozi 混沌系统, 设计一个控制器 $u(n)$, 使其在控制器可写为:

$$\begin{aligned} X(n+1) &= a - b|x(n)| + y(n) + u(n) \\ Y(n+1) &= 0.3x(n) \end{aligned} \quad (5)$$

运用 $u(n)$ 对其进行修正。

当 $u(n)=0$, 其为混沌状态, 当其不为 0 时, 定义 $u(n)$ 为:

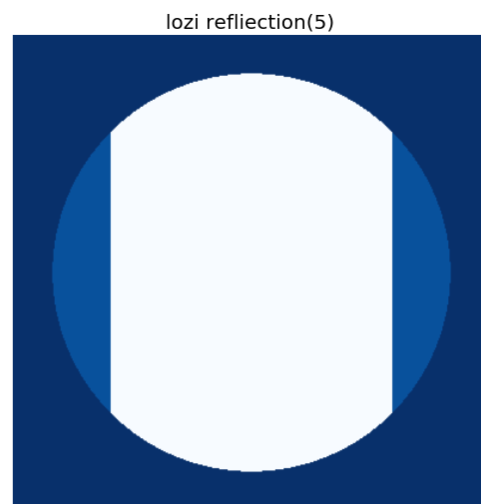
$$u(n) = -(a - b|x(n)| + y(n)) - px(n) - \frac{q}{b}y(n) + P(n) \quad (6)$$

其中 p, q 为控制参量, 在 $a=5, b=5$ 时, 选择 $p=5, q=5$ 变可使系统稳定。

其程序为:

https://raw.githubusercontent.com/waqi1/computationalphysics_N2013301020174/master/%E6%9C%9F%E6%9C%AB1.2.py

绘制其图像如下:



可见系统达到了稳定状态。

总结

变形 Lozi 系统是一种新型的混沌系统。有关该系统的研究还是一个开放问题。文中分析了其动力学行为, 提出了追踪控制方案, 实现了该映射对特定信号的追踪控制。这种控制形式简单, 易于实现, 且收敛速度快, 控制范围广。数值仿真表明该方法的有效。

参考与致谢: 《变形 Lozi 映射的混沌及控制》 李志苹¹, 褚衍东¹, 李珍^{1, 2}, 李险峰¹